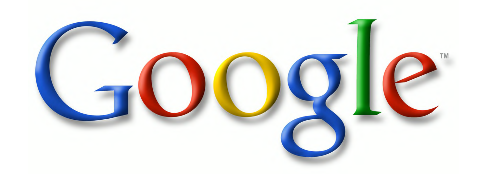


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

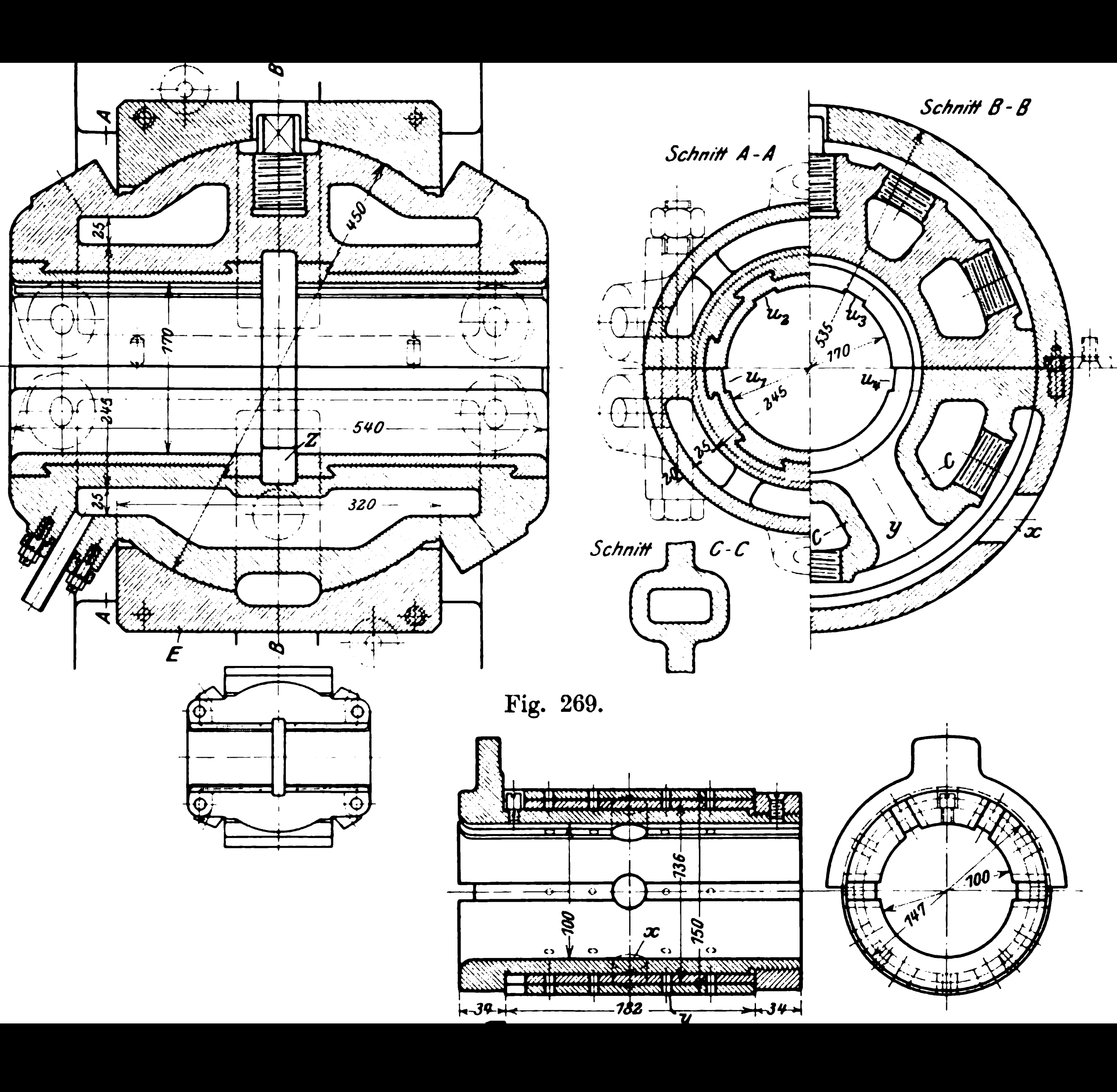


Fig. 269.

Die Dampfturbinen

Aurel Stodola

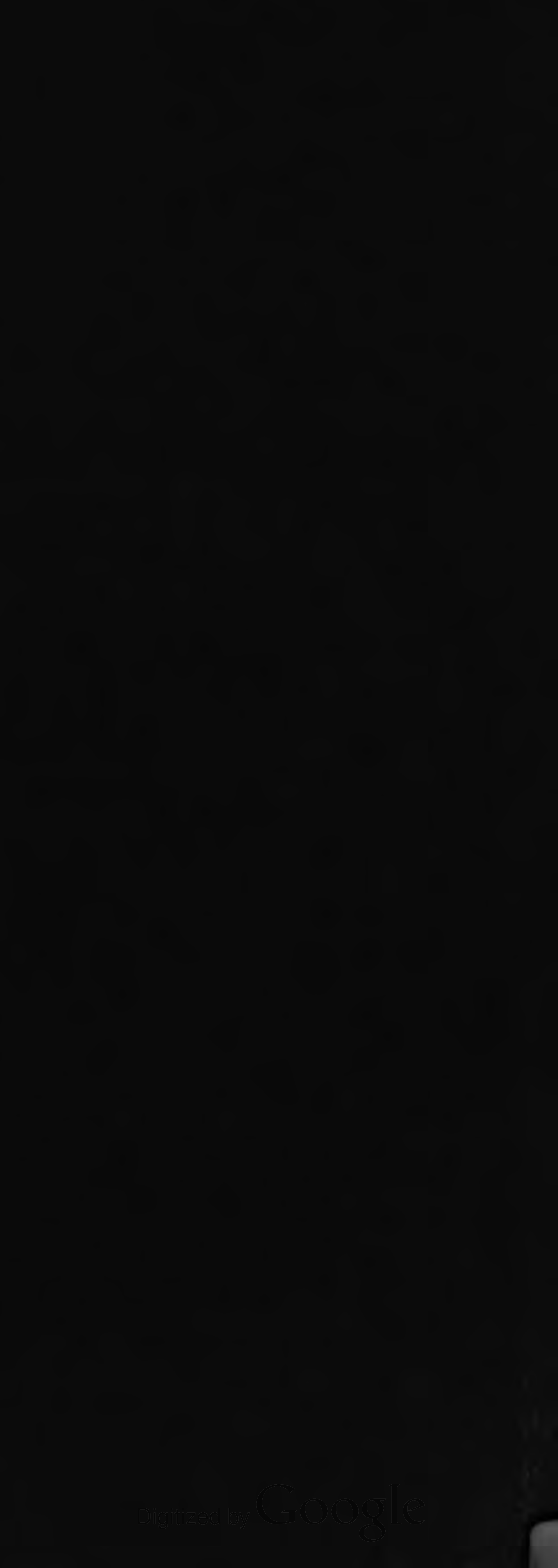
Digitized by Google



Library
of the
University of Wisconsin



Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Die Dampfturbinen.

Mit einem Anhang
über die Aussichten der Wärmekraftmaschinen
und über die Gasturbine.

Von

A. Stodola,

Dr. phil., Dr.-Ing., Professor am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich.

Vierte, umgearbeitete und erweiterte Auflage.

Mit 856 Figuren und 9 Tafeln.



Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1910.

Digitized by Google

Copyright by A. Stodola-Zürich 1910.

Digitized by Google

149040
DEC 22 1910
THK
·ST6
·4
6951829

Vorwort.

Die erste Auflage dieses Buches, eine Erweiterung des im Jahre 1902 vor dem Verein deutscher Ingenieure in Düsseldorf über Dampfturbinen gehaltenen Vortrages, stellte sich als Hauptziel die Klärung der wissenschaftlichen Grundlagen dieses neuen Zweiges der Maschinentechnik. Es wurde betont, daß es unwirtschaftlich wäre, den Maschinenbau einseitig auf die Empirie gründen zu wollen, so sehr anerkannt werden muß, daß viele Fragen nur durch das groß angelegte praktische Experiment endgültig gelöst werden können. Kaum ein Gebiet der Maschinenindustrie, die Elektrotechnik vielleicht ausgenommen, ist so geeignet, die Wahrheit dieser Behauptung zu erweisen, als der Dampfturbinenbau. In erstaunlich kurzer Frist hat die Ingenieurwelt sich mit der wissenschaftlichen Betrachtungsweise vertraut gemacht, und wenn man die glänzenden Erfolge, deren Zeugen wir sind, auf ihre Entstehung hin prüft, so tritt der überragende Anteil des zur Mitwirkung herangezogenen wissenschaftlichen Kapitals klar zutage.

Der heutige hohe Stand des Dampfturbinenbaues wäre aber nicht erreicht worden, wenn der „Theorie" nicht der allgemeine Fortschritt des Maschinenbaues und der Werkstattechnik zu Hilfe gekommen wäre. Der moderne Maschinenbau ist aus der Periode planlosen, auf mehr oder weniger glücklichen „Einfällen" beruhenden Probierens auf die Stufe der wissenschaftlichen Methode emporgehoben worden, wozu freilich gerade die Dampfturbine mannigfache Anregung gab, wie beispielsweise durch die klassischen Untersuchungen über Lagerreibung von Lasche veranschaulicht wird. Die Herstellung der Maschinenteile erreicht aber in unseren erstklassigen Anstalten stellenweise die Genauigkeit der Feinmechanik, so daß Aufgaben gelöst werden konnten, vor denen man früher ratlos dastand. Ist es doch möglich gewesen, Turbinen derart vollkommen auszuwuchten, daß ihre normale Umlaufzahl mit der gefürchteten „kritischen" zusammenfällt.

Auf diesen Grundlagen konnte der praktische Ingenieur eine groß angelegte schöpferische Tätigkeit entfalten, die reiche Früchte getragen hat. Im liebevollen Durchdenken der letzten konstruktiven Einzelheit hat er während der ungemein kurzen Entwicklungszeit des Turbinenbaues Großes geleistet. Die Unsumme geistiger erfinderischer Arbeit, die aufgewendet worden ist, kommt schon darin in eindringlicher Weise zum Ausdruck, daß fast sämtliche konstruktiven Vorlagen der dritten Auflage durch neue Abbildungen ersetzt werden mußten.

Vor solch radikalem Umsturz ist die „Theorie" durch die Natur ihrer auf Jahrhunderte alter Forschung aufgebauten Fundamente bewahrt. Wir haben zwar nicht verfehlt, auf die moderne Richtung der Strahlungstheorie hinzuweisen, die in ihrer Art allerdings eine Revolution der physikalischen Grundvorstellungen darstellt, allein der erste Hauptsatz der Wärmelehre und — so unangenehm das den glücklicherweise jetzt weniger vorlauten Utopisten klingen mag — auch der zweite Hauptsatz gelten nach wie vor unverändert.

Digitized by Google

Auf diesen unerschütterten Grundsäulen haben wir indes unser Gebiet nicht unbeträchtlich weiter ausgebaut, wie der vergrößerte Umfang des Werkes beweist.[1]) Auch die aus der dritten Auflage übernommenen Teile sind im Interesse größerer Klarheit meist umgearbeitet worden, so daß eigentlich ein neues Buch vorliegt. Als Unterstützung des Studierenden sind die wichtigeren Lehrsätze und Verfahren durch breiter angelegte Zahlenbeispiele veranschaulicht, die auch für den Selbstunterricht als Wegleiter erwünscht kommen dürften, und wir waren bestrebt, die Übersicht des Werkes durch folgerichtige Einteilung so weit als möglich zu erleichtern.

Manchem wird der Umfang des Buches trotzdem zu ausgedehnt erscheinen, und es seien daher die nachfolgenden pädagogischen Bemerkungen zuhanden des Studierenden gestattet. Das Buch setzt nur die Elemente der höheren Mathematik und der analytischen Mechanik voraus, deren Aneignung erfahrungsgemäß der großen Mehrzahl der Hochschulhörer keine Schwierigkeiten zu bereiten pflegt. Ohne diese Elemente und die einfachste Fassung des Begriffes der Entropie, Dampfturbinen unter Verantwortung mit einiger Aussicht auf Erfolg, nicht als „Bürovorstand“ oder „Direktor“, der nur verwaltet, sondern als Konstrukteur entwerfen zu wollen, ist ein Ding der Unmöglichkeit. Aber viel mehr ist nicht erforderlich; so lockend es ist, mathematische Physik in der üblichen allgemeinen Behandlung treiben zu wollen, so warne ich jedermann davor, der nicht mathematisch ausnahmsweise begabt ist. Belasten wir uns mit zu viel von den Feinheiten der Funktionentheorie, so verdeckt diese wie eine dunkle Wolke, den freien Blick; die geistige Frische und die Freiheit des Gedankenspieles, die ebenso zu schöpferischen Taten wie zur Wahrnehmung kleinerer naheliegender Vorteile erforderlich sind, gehen verloren. Man nehme nur so viel vom Mathematischen auch in diesem Buche in sich auf, als man mit Sicherheit beherrschen kann, sonst kommt es zum tragischen Konflikt der Gewissenhaftigkeit mit dem Ziele der Ingenieurtätigkeit: die an sich lobenswerte vertiefte Erforschung des Vorhandenen wird zur Hauptsache — der technische Fortschritt verschwindet aus dem Gesichtsfelde. Wir bleiben an den Fußangeln einer unlösbaren Differentialgleichung hängen, während draußen reiches Leben flutet und neue Erfindungskeime sprossen.[2])

Die Mathematik schuldet uns noch die Ausarbeitung der besonderen, mit möglichst wenig mechanischer Rechenarbeit auf ein angenähertes Ergebnis ausgehenden Methoden, für die ein dringendes Bedürfnis auf technischem Gebiet vorhanden ist. So darf man nicht müde werden, auf eine Aufgabe ganz besonders hinzuweisen: die graphische Auflösung der partiellen Differentialgleichungen. Zwei verheißungsvolle Anfänge sind gemacht: die Lösung der Wellentorsion von Föppl und die des Strömungspotentials von L. F. Richardson.[3]) Hier ist ein dankbares Feld für eine Reform des Unterrichts in technischer Mathematik, Mechanik und Physik, deren erfolgreiche Bearbeitung eine neue Epoche in der Verwendung der Mathematik durch den Ingenieur bedeuten könnte.

Des ferneren möge der angehende Ingenieur sich vor Augen halten, daß die abstrakt wissenschaftliche und die technische Forschung sich in ihrem Wesen unterscheiden, indem die erstere in der Hauptsache die Erkenntnis der Gesetze der Elementarvorgänge anstrebt, während für die Technik das Gesamtergebnis maß-

---

[1]) Die Zahl der Abbildungen ist von 434 in der dritten Auflage auf 856, die Seitenzahl von 454 bei vergrößertem Format auf 708 gestiegen. Die Angabe der Figurenzahl auf dem Titelblatt stimmt mit der letzten Figurennummer deshalb nicht überein, weil im Texte vielfach Wiederholungen mit Unterabteilungen a, b, c . . . vorkommen.

[2]) Den Gegensatz zum in sich versunkenen „Theoretiker“ bildet der leichtfertige „Erfinder“, der die Unklarheit seiner physikalischen Ausbildung durch sanguinisches Temperament ersetzen zu können glaubt und den wir ebensowenig als Vorbild hinstellen möchten.

[3]) A free-hand Graphic Way of Determining Stream Lines. Philos. Magaz., Febr. 1908.

Digitized by Google

gebend ist, was man auch so ausdrücken kann, daß die Wissenschaft ihre Aufgabe für gelöst ansieht, wenn sie das Differentialgesetz gefunden hat, während der Ingenieur für den Integraleffekt haftbar ist. Hieraus folgt, daß man die Anschauung des Ingenieurs, seine spätere schaffende Tätigkeit, durch Vorführung der tatsächlichen Erscheinungen und nicht ihrer abstrakten „Gesetze" allein am besten unterstützt und belebt.

Von diesem Gesichtspunkt sind wir bei den im Nachfolgenden gebotenen neuen Untersuchungen, neuen Strömungsbildern, Druckverlaufdarstellungen usw. geleitet worden. Im einzelnen darf auf folgende Punkte und Zutaten besonders hingewiesen werden, deren Anführung auch den hieran interessierten Besitzern älterer Ausgaben vielleicht gelegen kommen wird.

Der einleitende Abschnitt ist als beschreibende elementare Übersicht der hauptsächlichen Erscheinungen gedacht, indes so angelegt, daß auch einfache zahlenmäßige Vergleiche möglich sind. Der Begriff der „Reaktion", der mißverstanden werden wird, solange es Turbinen gibt, ist in seiner Unzulänglichkeit kurz beleuchtet worden.

Die Hauptsätze der Wärmelehre wurden ihrer Wichtigkeit entsprechend der eigentlichen Turbinentheorie vorangestellt, doch nur in dem Umfange, den die Einführung der Entropie erheischt. Es ist eine neue Entropie-Temperaturtafel für Wasserdampf, und mit Genehmigung des Herrn Prof. Mollier eine solche der Wärmeinhalte ($J—S$) entworfen worden, für welche im überhitzten Gebiet die bis Ende 1909 durchgeführten Beobachtungen der spezifischen Wärme nach Knoblauch, Jakob und Frl. Mollier verwendet wurden. Wir erklären im Text, warum uns eine kleine Berichtigung der Beobachtungswerte an der Grenzkurve und im Gebiete höherer Überhitzung erforderlich schien. Hoffentlich wird uns Mollier auf Grund eines vollständigeren Tatsachenmaterials, als uns zur Verfügung stand, bald die endgültige $J—S$-Tafel schenken.

Die Dampfströmung in Düsen und Schaufeln haben wir zum Gegenstand weiterer Untersuchungen gemacht und fremde Arbeiten ausführlich berücksichtigt. So ist in Abschn. 45 der Druckverlauf der schief abgeschnittenen Düse, wie sie bei der Turbine ausnahmslos zur Verwendung gelangt, mit seiner eigenartigen Unsymmetrie beobachtet und insbesondere die Ausbreitung des Druckes in den Spalt hinein bei Düsen, die mit Überdruck arbeiten, festgestellt worden. Neu ist der graphische Entwurf der Düse Abschn. 30, die Bestimmung des Endzustandes nach einem Stoß Abschn. 33. Die Reibung in geraden Leitungen nach Fritsche und Eberle ist in Abschn. 27 besprochen. Die strenge Ermittelung des Druckabfalles wird in Abschn. 28 auf graphischem Wege erörtert. Eine ausführlichere Untersuchung der plötzlichen Erweiterung und ihrer Energieverluste ist in Abschn. 40 versucht. Wir haben eine Arbeit über die Druckverteilung in einer Schaufel in Angriff genommen, in welcher mit Hilfe eines Gleitschiebers der Druck in allen Punkten des Stromkanals aufgenommen wurde (Abschn. 45), woraus sich wichtige Folgerungen für die Art der Zustandsänderung und die Widerstände in der Schaufel ergeben. Die volle Kenntnis der Reibungsverluste ist noch immer nicht erreicht, was bei der Vielheit der einwirkenden Faktoren nicht zu verwundern ist. Im Hinblick auf die Unvollkommenheit und die Widersprüche der bisherigen Versuche empfehle ich, den „Geschwindigkeitskoeffizienten" ψ vorläufig als von der Dampfgeschwindigkeit unabhängig, in der Hauptsache durch die Schärfe der Schaufelkrümmung bedingt anzusehen (Abschn. 46, 57, 60).

Die Theorie der Dampfwirkung in der Turbine ist sowohl für das Gleich- wie für das Überdrucksystem ins einzelne weiter ausgebaut (Abschn. 57—66). Während auf der einen Seite die Benützung abkürzender „Faustregeln" (wie $\Sigma u^2 z =$ konst. in Abschn. 61 und 64), wo es sich um Vergleiche und Vorentwürfe handelt, emp-

Digitized by Google

fohlen wird, zwingt die Schärfe der Gewährleistungen für den Dampfverbrauch den Konstrukteur zur Verfeinerung der Methoden, daher Berücksichtigung der Undichtheiten und inneren Radreibungen. Die „beste“ Turbine für gegebene Verhältnisse in praktischen Grenzen der Gestehungskosten ist noch immer nicht ermittelt! Ein kleines Muster der mühsamen „Variationsrechnung“, die bei solchen Aufgaben zu bewältigen ist, bringen wir in Abschn. 61. Ein Glück, daß der erratende Blick und das feine Abwägen des Konstrukteurs fast soviel vermögen als langwierige Rechnungen — aber man hüte sich vor Überschätzungen. Manches Vorurteil mußte der unerbittlichen Zahl weichen, und wir können auf der ganzen Linie des Turbinenbaues einen stetigen Fluß, ein fortwährendes Abändern der wichtigsten Maßverhältnisse feststellen.

In ausführlicher Weise behandeln wir das allgemeine Verhalten der Dampfturbine bei Veränderung des Anfangs- und Enddruckes und der Umlaufzahl (Abschn. 68, 69). Die gewonnenen Ergebnisse finden Verwendung bei der Schiffsturbine, der Turbine mit Zwischendampfentnahme, der Regelung u. a.

Unter der reicher ausgestatteten Lehre von den Konstruktionselementen ist auf die Schrumpfverbindung der Welle (Abschn. 84) zu verweisen, an welcher wir den Einfluß plötzlicher Erwärmung beim Anlassen untersuchen. Es stellt sich heraus, daß bei ungeeigneter Ausführung eine Lockerung eintreten muß, die in der Tat im praktischen Betriebe beobachtet worden ist, und große Schwierigkeiten bereitet hat.

Die kritische Winkelgeschwindigkeit wird an einem der Praxis entnommenen Fall graphisch behandelt (Abschn. 93), und bewiesen, daß bei richtiger Inbetrachtnahme störender Einflüsse, wie der versteifenden Wirkung der aufgekeilten Naben, der scheinbare Widerspruch mit der Theorie behoben und volle Übereinstimmung mit der Beobachtung erzielt wird. Auf einen Versuch über die Resonanz der Torsionsschwingung (Abschn. 90) sei kurz hingewiesen.

Die angenäherte Theorie der Labyrinthliderung, die sich durch ihre Einfachheit empfiehlt, wurde weiter ausgebaut und an Hand des Versuches geprüft (Abschn. 97). Die Übereinstimmung ist eine praktisch genügende. Ebenfalls durch den Versuch wurden die Verluste durch enge Spalte nachgeprüft und zur Umgehung der verwickelten thermodynamischen Gleichungen empirische Näherungsformeln aufgestellt. Bei den Turbinengehäusen ist die Beachtung der Einflüsse ungleicher Wärmedehnung der Aufmerksamkeit des Konstrukteurs auf Grund uns bekannt gewordener Übelstände aus der Praxis eindringlich empfohlen. Wenn wir in dieser Hinsicht ganz scharfe Kritik üben wollten, wären sogar Konstruktionen erster Anstalten von Tadel nicht freizusprechen.

Unter der „Regelung“ sind die Kraftgetriebe in gedrängter Kürze besprochen und eine Anzahl moderner Konstruktionen mitgeteilt.

Der praktische Teil (Abteilung VI) ist, wie schon gesagt, von Grund auf umgestaltet, und von den maßgebenden Firmen mit Konstruktionsmaterial reich bedacht worden, wofür allen Beteiligten verbindlichster Dank ausgesprochen sei. Besondere Anerkennung verdient die General Electric Company, Schenectady, die mir die vollständigen Maße, Schaufelwinkel, Längen usw. ihrer „Texas“-Turbinentype zur Verfügung gestellt hat, die denn auch in Abschn. 61a zu sehr interessanten vergleichenden Untersuchungen verwertet worden sind. Der Ansporn zu Verbesserungen, der von solchen Mitteilungen ausgeht, kommt der Allgemeinheit zugute, ohne daß der Geber Schaden litte, denn diese Publizität selbst wird ihn sicher veranlassen, sein Pulver auch ferner trocken zu halten.

Neben manchem welken Blatt, wie etwa der Riedler-Stumpfturbine, finden wir neue Sprossen, insbesondere der radialen Bauart, allein im wesentlichen sind es die alten Kämpfer, die in neuen Rüstungen auf dem Plan erscheinen. Die

Digitized by Google

natürliche Zuchtauswahl macht ihren Zwang bemerkbar, und wir sehen einen Ausgleich, eine gegenseitige Annäherung der Systeme sich vollziehen, der man nur weiteren Fortgang wünschen kann. Besonders augenfällig ist die Schwenkung auf dem Gebiete der Parsonsturbine, deren Hochdruckteil wohl binnen kurzem allgemein durch ein Curtisrad ersetzt werden dürfte.

Der Schiffsturbine, die in der dritten Auflage nur flüchtig gestreift wurde, ist der gebührende Platz angewiesen. Die Theorie ist an ausführlichen Zahlenbeispielen klar gemacht, für die wir, um das Interesse der Studierenden anzuregen, die Lusitania und Mauretania gewählt haben. Die ziemlich weitgehenden Veröffentlichungen über diese Dampfer bieten die willkommene Gelegenheit, die Ergebnisse der Theorie mit der Wirklichkeit zu vergleichen. Dank dem Entgegenkommen der Akt.-Ges. Brown, Boveri & Cie. und der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft Berlin konnte auch die Konstruktion der Schiffsturbine in allen wichtigen Teilen veranschaulicht werden.

Bei der fundamentalen Wichtigkeit einer guten Luftleere glaubten wir einen Abriß über die Kondensation beifügen zu sollen, der wohl im wesentlichen theoretischer Natur bleiben mußte, aber auch von konstruktiven Einzelheiten begleitet ist.

Die Sonderprobleme, die eine Auswahl schwierigerer und seltener Probleme bringen, sind zunächst durch die schönen Strahl-Untersuchungen Prandtl's in Abschn. 148 bereichert, über die beschreibend schon in Abschn. 43 berichtet worden ist. Wir bringen die allgemeinen Strömungsgleichungen der Turbine nach Prášil, Lorenz, Bauersfeld mit Nutzanwendung auf die radiale Verdichtung in Axialturbinen (Abschn. 151). Die konstruktiven Probleme sind vertreten durch das neue Kapitel über die Beanspruchung langer dünner Naben (Abschn. 153) und des Kegelbodens (Abschn. 154). Letzteres Problem dürfte hier zum ersten Male gelöst sein und sich auch für andere Verwendungsarten nützlich erweisen. Lösbar war freilich nur der Fall des vollen ungeteilten Bodens. Die wichtige Frage der Beanspruchung eines getrennten ebenen Bodens ist an Hand einfacher Versuche in kleinem Maßstabe in Abschn. 98 besprochen. Für die Beanspruchung der Gehäuse ist Abschn. 157 von Wichtigkeit, in welchem wir die zeitliche Ausbreitung der Wärme (beim Anlassen) teilweise nach Riemann, teilweise graphisch behandeln. In Abschn. 164 haben wir endlich, durch praktische Aufgaben angeregt, die kritische Umlaufzahl einer durchlaufenden, d. h. mehrfach gelagerten Welle erörtert.

In den „Aussichten der Wärmekraftmaschinen" lassen wir den langen Zug der für den Fortschritt begeisterten Neuerer abermals an uns vorüberziehen, leider auch bei den neu Hinzukommenden mit dem Ergebnisse, daß ihre Zeit schon vorüber, — oder noch nicht gekommen ist. Die Beispiele für ideale umkehrbare Prozesse der Dampf- und Brennkraftmaschine sind als formale thermodynamische Übungen für die Schule gedacht, dürften aber auch für den praktischen Ingenieur nicht ohne Anregung bleiben.

Die Gasturbine haben wir trotz der augenblicklichen Hoffnungsarmut von der Bildfläche nicht abgesetzt — ihre Theorie wurde im Gegenteil weiter ausgebaut und sogar eine Entropietafel für Gase beigefügt. Letztere ist für Gasrechnungen infolge der starken Veränderlichkeit der spezifischen Wärmen, die heute sicher erwiesen ist, ebenso wichtig wie unsere alten Tafeln für Dämpfe. Vielleicht wird die so geschaffene große Erleichterung der Berechnung als Anregung wirken, das große Problem der Gasturbine nicht aus den Augen zu verlieren. Und wer weiß, welche Überraschungen uns die Hüttentechnik mit neuen Baustoffen bereitet, die mit einem Schlage die Sachlage völlig verändern könnten?

Wir verfolgen mit der Gas-Entropietafel noch andere Zwecke. Die Arbeitsteilung auf technisch-wissenschaftlichem Gebiet fängt an sich darin zu äußern,

Digitized by Google

daß von großen Maschinenbau-Anstalten häufiger Ingenieure ausschließlich zu wissenschaftlichen Untersuchungen angestellt werden. Unsere Hochschulen sollten diesem Zuge Rechnung tragen und sollten ihrern Hörern Gelegenheit bieten, sich im Gebrauch praktischer thermodynamischer Behelfe einzuüben, und sich die Fähigkeit zur kritischen Beurteilung von thermischen Neuerungen, die in Zeitschriften, Patenten und sonst auftauchen, anzueignen.

Zum Schluß wird der Begriff der Entropie im Zusammenhang mit nicht umkehrbaren Vorgängen erörtert und auseinandergesetzt, warum auch der neueren Auffassung gegenüber, die den zweiten Wärmesatz aus dem Prinzip der Wahrscheinlichkeit herleitet, für uns Techniker die Entropie als das Einfachere und Faßlichere die Grundlage thermodynamischer Betrachtungen bleiben muß. In freier Aussprache sind hierbei einige außerhalb technischer Nutzanwendung stehende Fragen berührt, wie der „Wärmetod" und damit im Zusammenhang stehende moderne Theorien.

So möge die neue Auflage mit gleichem Wohlwollen empfangen werden, wie die alte, der durch Verleihung eines Preises seitens der französischen Akademie der Wissenschaften und der Grashofdenkmünze vom Verein deutscher Ingenieure eine hohe Auszeichnung zuteil geworden ist. So viel Ehre legt hohe Pflichten auf, welchen der Verfasser, auf die nicht reichlichen Mußestunden einer angestrengten Lehrtätigkeit angewiesen, auch diesmal nicht in vollem Umfange nachzukommen vermocht hat. Manche in Angriff genommenen Untersuchungen mußten unvollständig bleiben und werden erst durch die Mitarbeit jüngerer Kräfte, als Themata künftiger Doktor-Arbeiten, ihrer Klärung entgegengehen.

Die Summe der wissenschaftlichen und praktischen Erfahrung ist heute unbeschadet weiteren Ausfeilens so groß, daß der Dampfturbinenbau über ein gesundes und festes Fundament für seine Weiterentwicklung verfügt.

Die Turbine konnte im Anfang nur ihre unvergleichliche konstruktive Einfachheit ins Treffen führen. Seither hat sie das thermodynamisch verwertbare Wärmegefälle erweitert und den thermodynamischen Wirkungsgrad der Kolbendampfmaschine erreicht und übertroffen. So ist denn der Dampfverbrauch der letzteren bei großen Leistungen derart überflügelt worden, daß an ein Einholen kaum mehr gedacht werden kann. Die Dampfturbine ist der unbestrittene Motor für elektrischen Großbetrieb. Im Schiffbau ist eine feste Position errungen, und es sind Anläufe zu zweckmäßigen Übersetzungen ins Langsame vorhanden, die gute Aussichten eröffnen. Eine Fülle von weiteren Anwendungen wird sich von selbst mit der von Tag zu Tag wachsenden Ausdehnung der Arbeitsmaschinen mit reiner Drehbewegung, wie Kreisel-Gebläse, Kompressoren, Pumpen u. a. ergeben. Meinen Freunden in der Praxis, den Ingenieur-Konstrukteuren aber wünsche ich, daß nachdem sie mit kraftvollem Einsatz ihres eminenten Könnens die Konstruktion der Turbine in erstaunlich kurzer Zeit auf die Höhe der Vollendung gebracht haben, eine ruhigere Epoche anbrechen möchte zu beschaulicherem Genusse des Erworbenen.

Zürich, Ende April 1910.

A. Stodola.


Digitized by Google

Inhaltsübersicht.

Digitized by Google

IV. Der Energieumsatz in der Dampfturbine.

A. Allgemeine Beziehungen.

B. Axialturbinen.


Digitized by Google

C. Radialturbinen.

D. Allgemeines Verhalten der Dampfturbine unter veränderten Betriebsverhältnissen.

V. Konstruktion der wichtigsten Turbinenelemente.

Digitized by Google


Digitized by Google

VI. Die Dampfturbinensysteme.

VII. Die Schiffsturbine.

A. Einleitung.

B. Zur Theorie der Schiffsturbine.

C. Zahlenbeispiele.

D. Ausführungsbeispiele.

E. Mittelbarer Schraubenantrieb mit Herabsetzung der Umlaufzahl.

Digitized by Google

VIII. Turbinen für Sonderzwecke.

IX. Die Kondensation.

X. Einige Sonderprobleme der Dampfturbinen-Theorie und -Konstruktion.

XI. Geschichtlicher Rückblick.

Digitized by Google

Anhang.

Die Aussichten der Wärmekraftmaschinen.

Digitized by Google

Häufiger gebrauchte Bezeichnungen

in (lateinischer) alphabetischer Reihenfolge.

Es ließ sich nicht vermeiden, gewisse Buchstaben in zwei verschiedenen Bedeutungen zu verwenden; doch wurden dafür Gebiete gewählt, die möglichst selten zusammentreffen. Die Einheiten für Festigkeitsrechnungen sind cmkgsek. Für alles übrige bis auf wenige Ausnahmen mkgsek, daher auch die Pressungen in der Regel in kg/qm auszudrücken sind.

/ d. h. schiefer Bruchstrich, Zeichen der Division, nach englischer Gepflogenheit verwendet, um die Formeln zusammenzudrängen. Beispiel: $a^2/2g = a^2 : 2g$.

$A = 1/_{427}$ Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit.

B Konstante der Gasgleichung $pv = BT$, an Stelle des sonst üblichen R, um Verwechselung mit der Reibungsarbeit zu vermeiden.

c absolute Dampfgeschwindigkeit m/sek.

d, ∂ Zeichen für Differentiation.

E Elastizitätsmodul.

e Exzentrizität, oder

„ Basis der natürlichen Logarithmen.

F, f Querschnitte.

G_{st} stündliches Dampfgewicht (insgesamt).

G_{sek} sekundliches Dampfgewicht.

G_i Dampfverbrauch in kg für die indizierte PS-st.

G_e Dampfverbrauch in kg für die effektive PS-st.

g Beschleunigung der Schwere (beispielsweise $= 981$ in kgcmsek^{-2} Einheiten).

H, h „Wärmegefälle" in WE.

i „Wärmeinhalt".

J Flächen-Trägheitsmoment.

L, l Länge,

L_i L_e indizierte, bzw. effektive Arbeit für 1 kg Dampf in mkg-Einheiten.

lgn der natürliche Logarithmus.

M, m Masse ($= G/g$).

„ Kraftmoment.

N Leistung in PS.

n Umlaufzahl i. d. Minute.

P Kraft.

PS Pferdestärken.

p absoluter Druck in kg/qm oder in kg/qcm.

Q Wärmemenge in WE.

q Flüssigkeitswärme in WE für 1 kg.

„ Belastung für die Längeneinheit.

r äußere Verdampfungswärme für 1 kg.

„ Halbmesser.

R Reibungsarbeit in Wärmemaß.

S Entropie in WE/T (insgesamt).

s Entropie für 1 kg.

t die Zeit in Sekunden.

„ Temperatur in Celsiusgraden bei Wärmerechnungen.

T absolute Temperatur $= 273 + t$.

U innere Energie (Arbeitsfähigkeit) in WE (insgesamt).

u innere Energie für 1 kg.

„ Umfangsgeschwindigkeit m/sek.

V Rauminhalt in cbm (insgesamt).

v spezifischer Rauminhalt in cbm für 1 kg

$\mathfrak{V}$ Volumen für 1 kg-Molekül.

$\mathfrak{W}$ Wärmemenge in WE für 1 kg-Molekül.

w relative Strömungsgeschwindigkeit m/sek.

x spezifische Dampfmenge.

x, y, z Koordinaten.

Z Verlust an kinetischer Energie in mkg.

α_0, α_1, α_2 Neigungswinkel der absoluten Dampfgeschwindigkeit gegen die Umfangsgeschwindigkeit am Ein- und Austritt in der Leitschaufel und am Austritt der Laufschaufel.

β_1, β_2 Neigungswinkel der relativen Dampfgeschwindigkeit beim Ein- und Austritt in der Laufschaufel.

γ spezifisches Gewicht kg/cbm.

Θ Massenträgheitsmoment.

φ, ψ Geschwindigkeitskoeffizienten.

μ spezifische Masse $= \gamma/g$.

ν reziproker Wert des Verhältnisses der Querkontraktion zur Längenausdehnung, für dehnbare Metalle $= 0{,}3$.

ω Winkelgeschwindigkeit.

ω_k kritische Winkelgeschwindigkeit.

ϱ innere Verdampfungswärme.

„ Halbmesser.

σ_r, σ_t radiale, bzw. tangentiale Spannungen in kg/qcm.

τ Schubspannung in kg/qcm

ξ radiale Ausdehnung einer rotierenden Scheibe.

η Wirkungsgrad in Teilen der Einheit.

ζ Widerstandskoeffizienten.

Digitized by Google

Einleitung.

Die Spannkraft des Dampfes und sein Arbeitsvermögen waren schon im grauen Altertum bekannt. Der „Erzdonnerer" von Archimedes soll ein Geschütz gewesen sein, aus dessen Lauf hochgespannter Dampf die Kugel trieb. Heron d. Ä. berichtet im Jahre 120 v. Chr. über eine von altägyptischen Priestern verwendete Vorrichtung[1]), bei welcher nach Fig. 1 gespannter Wasserdampf durch einen hohlen Schenkel in eine drehbare Kugel geleitet wird und durch zurückgebogene Röhrchen ausströmend die Kugel vermöge seines Rückdruckes in Drehung versetzt. Ebenfalls uralt waren die „Äolipilen", bronzene Hohlgefäße, in welchen Wasser, zum Sieden gebracht, hochgespannten Dampf bildete, der durch enge Mündungen mit großer Geschwindigkeit entwich. Indessen vergingen fast zwei Jahrtausende, bevor an eine wirkliche Ausbeute der Dampfkraft gedacht wurde. Der italienische Gelehrte Giovanni de Branca hat als Erster i. J. 1629 den Vorschlag gemacht, ein Schaufelrad durch den aus einer Äolipile tretenden Dampfstrahl in Bewegung zu setzen (Fig. 2) und die Drehung nutzbar zu verwerten, wenn auch zunächst bloß zum Drehen von Bratspießen. Sein Dampfrad mußte bei dem mangelhaften, in den Kinderschuhen der Entwicklung stehenden Zustand des Maschinenbaues spurlos verschwinden, und dies Los teilten eine große Anzahl späterer Vorschläge, von welchen keiner eine auch nur vorübergehende Ausführung erlebt hat. Wo sollte auch die außerordentliche Genauigkeit der Herstellung für das raschlaufende Dampfrad herkommen, da noch Watt[2]) frohlockt, daß einer seiner größeren Dampfzylinder „nur noch um $^3/_8$ Zoll engl." im Durchmesser oval war!

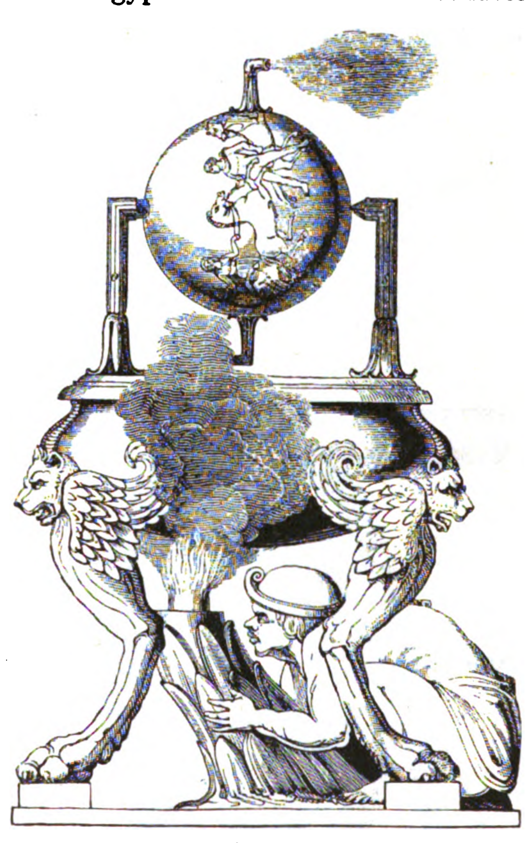


Fig. 1.

So war es denn der allerneuesten Zeit, dem Ende des vorigen Jahrhunderts, vorbehalten, das Ideal der nur drehende Bewegung ausführenden Dampfmaschine

[1]) Matschoß, Die Entwickelung der Dampfmaschine. I. S. 282.

[2]) R. H. Thurston, Die Dampfmaschine. Leipzig 1880. S. 108.

Digitized by Google

zu verwirklichen. Die Tatkraft zweier Männer hat den Umschwung vollzogen. Der schwedische Ingenieur de Laval konstruierte im Jahre 1883 die erste Kraft abgebende Dampfturbine und trat kurze Zeit darauf in die Fußstapfen de Brancas, indem er einen oder mehrere freie Dampfstrahlen auf die Schaufeln eines Turbinenrades wirken läßt, wie wir in Fig. 3 dargestellt sehen. Welchen Höhepunkt die Maschinenbaukunst mit dieser Ausführung erreichte, kann ermessen werden, wenn man bedenkt, daß die kleineren Räder der Lavalschen Turbinen bis zu 26000 Umdrehungen in der Minute machen, und daß bei größeren Rädern die Umfangsgeschwindigkeit 400 m/sek überschreitet, also der Geschwindigkeit von Geschossen nahe kommt. De Laval hatte die schwierige Aufgabe zu lösen, wie Räder zu bauen sind, damit ihre Beanspruchung so ungeheuer gesteigerten Fliehkräften gegenüber in zulässigen Grenzen bleibe. Hierzu trat die nicht minder schwierige Aufgabe, die Erschütterungsfreiheit zu wahren, die bei so raschlaufender Maschine eine unerläßliche Bedingung der Betriebssicherheit bildet. De Laval erkannte die Erscheinungen der „kritischen“ Geschwindigkeit und überwand sie durch Anwendung seiner „biegsamen Welle“.

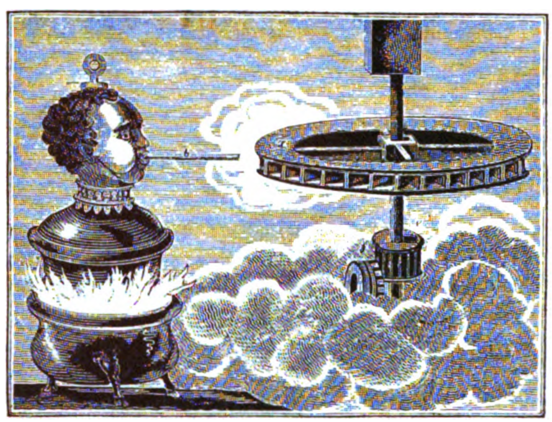


Fig. 2.

Von einem grundsätzlich verschiedenen Standpunkt ging Ch. A. Parsons aus. Seine in Fig. 4 dargestellte erste Ausführung, die im Jahre 1884 vor die Öffentlichkeit gebracht wurde, besteht aus zwei Gruppen von je 15 hintereinandergeschalteter Turbinen, in einem gemeinsamen Gehäuse so angeordnet, daß der Dampf in der Mitte eintritt und nach beiden Seiten die Turbinengruppen durchströmt. Der Zweck der Anordnung war, das gesamte Druckgefälle in mehrere Teile zu teilen, um mit geringerer Umlaufzahl auszukommen. Die 10pferdige Versuchsturbine mußte allerdings wegen der Kleinheit ihres bloß 74 mm betragenden mittleren Raddurchmessers mit 17000 Umläufen in der Minute betrieben werden, doch bald gelang es Parsons die Umlaufzahl insbesondere für große Einheiten auf ein praktisch wohl brauchbares Maß herabzusetzen.

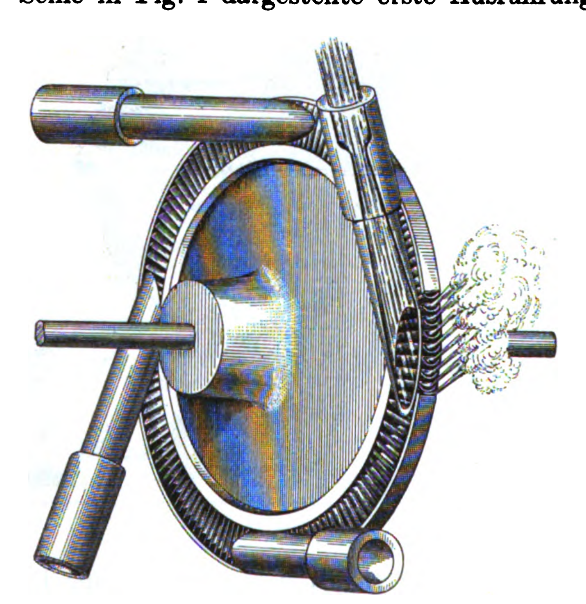


Fig. 3.

Auch Parsons mußte in zäher Arbeit die zahlreichen Schwierigkeiten überwinden, die der neuen Bauart anhafteten, und es dauerte mehr als 15 Jahre, bis seine Bestrebungen allgemeine Anerkennung fanden. Dann allerdings eroberte sich seine Turbine in förmlichem Siegeslauf weite Anwendungsgebiete, da sie sich vortrefflich für die Abgabe der allergrößten

Digitized by Google

Leistungen eignete, während de Laval wegen der unvermeidlichen Zahnradübersetzung bei verhältnismäßig kleinen Kräften stehen blieb.

Seit der Pariser Weltausstellung vom Jahre 1900 traten eine Anzahl anderer Wettbewerber auf den Plan, deren Systeme uns weiter unten ausführlich beschäftigen werden.

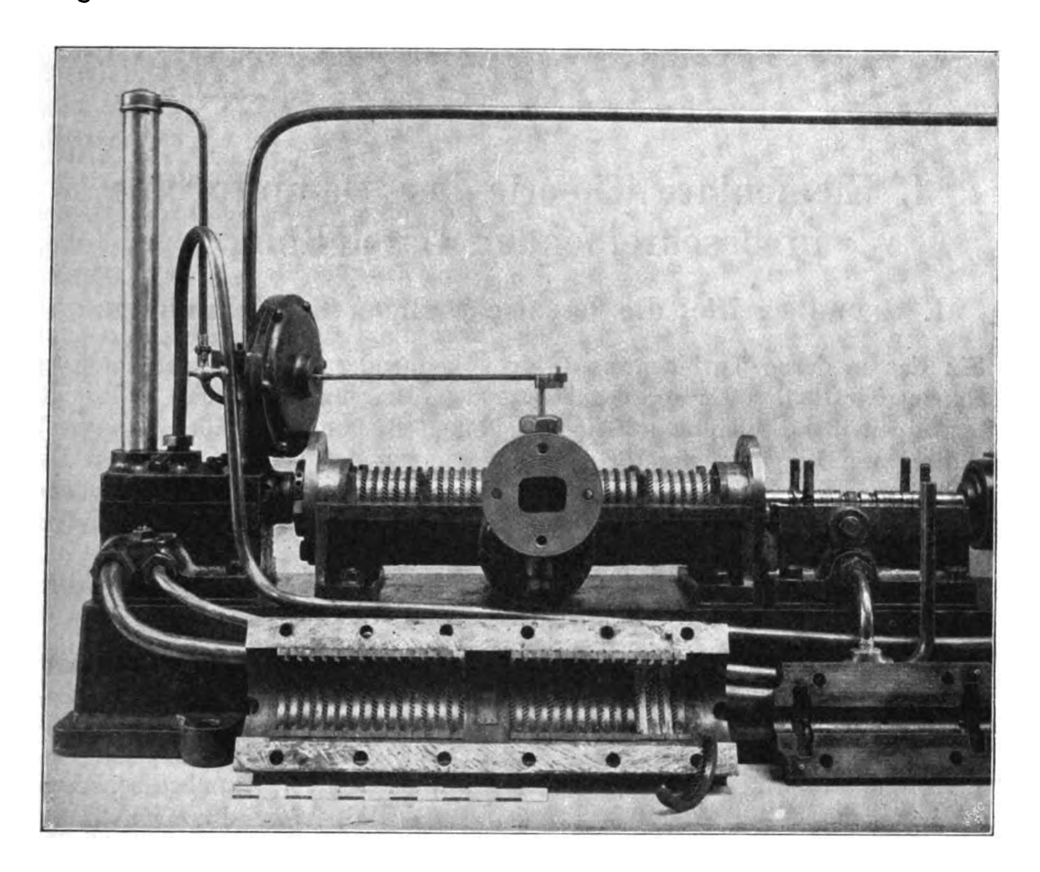


Fig. 4[1])

Um indessen vor dem Eintreten auf die systematische und strenge Theorie ein orientierendes Urteil über die Eigenschaften der Dampfturbine zu gewinnen, wollen wir uns zunächst in mehr beschreibender Weise mit der Arbeitsweise dieses Motors beschäftigen.

[1]) Aus Matschoß, Die Entwickelung der Dampfmaschine. II. S. 611.

Digitized by Google

I. Elementare Theorie der Dampfturbine in beschreibender Darstellung.

1. Grundbegriffe; die Lavalsche Düse; Bezeichnungen.

Ein das moderne Turbinenwesen nicht kennender Erfinder, der nach einer die Expansivkraft des Dampfes ausnutzenden Maschine Umschau hält, würde wohl naturgemäß zu allererst auf den Gedanken Brancas verfallen, dessen Verfahren nur zwei Vorgänge umfaßt: 1. Entspannung des Dampfes auf den Druck der Umgebung, d. h. Verwandlung seines inneren Arbeitsvermögens in „lebendige Kraft"; 2. Arbeitsgewinn vermöge des Ablenkungsdruckes, den der Dampfstrahl auf die Turbinenschaufeln ausübt.

Allein so einfach das Verfahren an sich erscheint, so eigenartige Schwierigkeiten treten auf, wenn wir die wirtschaftliche Forderung aufstellen, eine möglichst vorteilhaft arbeitende Turbine zu bauen. Diese Schwierigkeiten wurden, wie oben erwähnt, zuerst erkannt und überwunden durch de Laval.

Die Turbine von Branca ist

„radial beaufschlagt",

weil bei ihr die Dampfteilchen sich in der Hauptsache auf zur Achse senkrechten Ebenen bewegen.

Demgegenüber ist die Turbine de Lavals

„axial beaufschlagt",

da hier in der Hauptsache nur Geschwindigkeiten in Richtung der Achse und des Umfanges vorhanden sind.

Wesentlicher als dieser Unterschied ist die besondere Ausbildung des Dampfzuleitungsorganes in Form einer sogenannten kegelig erweiterten „Düse" (s. Fig. 3), welche uns sofort auf ein wichtiges Problem der Dampfströmung führt.

Wollte man nämlich hochgespannten Dampf einfach durch eine „Mündung" oder ein Ansatzrohr auf das Rad strömen lassen, so würde sein Arbeitsinhalt, wie wir später sehen werden, nur unvollkommen in lebendige Kraft umgesetzt. Die richtige Entspannung gelingt vielmehr bloß, wie Laval nachgewiesen hat, wenn wir das Ausflußrohr zuerst einschnüren und dann wieder (etwa kegelförmig) erweitern. Dies liegt, wie wir später ausführlich dartun werden, daran, daß beim Ausfluß mit der Abnahme des Druckes eine Zunahme der Geschwindigkeit und zugleich eine solche des Volumens einhergeht, wobei im Anfang die letztere verhältnismäßig geringer ist als die erstere. Sobald aber die Pressung eine „kritische", etwas mehr als die Hälfte des anfänglichen Druckes betragende Größe erreicht und unterschritten hat, kehrt sich das Verhältnis um; das Volumen nimmt rascher zu als die Geschwindigkeit und zwingt uns den Strömungsquerschnitt zu vergrößern. Nur sofern der Gegendruck über dem kritischen Werte liegt, ist es zulässig von

Digitized by Google

der Erweiterung abzusehen und den Dampf durch die in Fig. 5 dargestellten, sich stetig verengende Kanäle auf das Turbinenrad zu leiten. In beiden Fällen nennen wir die dampfzuführenden Teile, Düsen oder Kanäle,

„Leitvorrichtung" oder „Leitrad",

während das Turbinenrad dann entsprechend als

„Laufrad"

bezeichnet wird. Zwischen Leitrad und Laufrad haben wir den sogenannten

„Spalt",

dem eine wichtige Rolle bei der Einteilung der Turbinen zukommt.

Läßt man den Dampf wie bei Branca und de Laval nur auf einem Teile des ganzen Umfanges eintreten, so ist die Turbine

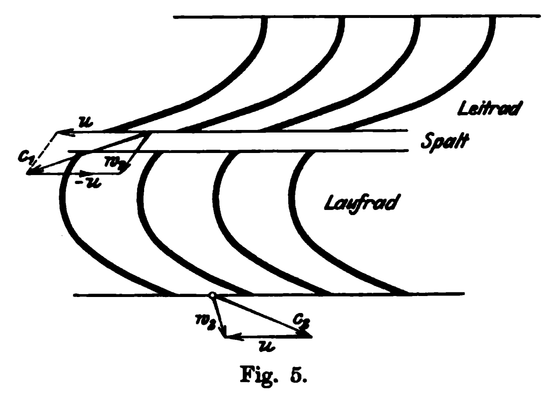


Fig. 5.

„teilweise (oder partiell) beaufschlagt",

im anderen Falle liegt

„volle Beaufschlagung"

vor.

Die Turbinen von Branca und von de Laval stellen eine sogenannte

„Gleichdruckturbine"

dar, unter welcher wir allgemein eine Anordnung verstehen, bei der der Dampf im Spalt auf den **gleichen** Druck expandiert, der in der Umgebung des Rades am Austritt aus der Laufschaufel herrscht.

Diese Forderung bedingt bei der Ausführung nach Fig. 5 eine besondere Formgebung des Schaufelkanales, worauf schon hier hingewiesen werden soll.

Lassen wir hingegen am Ende der Leitvorrichtung einen Druck zu, der **über** der am Austritt aus der Laufschaufel herrschenden Pressung steht, so erhalten wir die sogenannte

„Überdruckturbine",

die in ihren Eigenschaften von der Gleichdruckturbine wesentlich abweicht.

Um diese Unterschiede verstehen zu können, müssen wir indes auf die quantitativen Verhältnisse der Strömung eintreten, und behandeln daher zunächst

2. Die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes.

Es möge 1 kg Dampf in einer idealen (verlustfreien) Dampfmaschine mit verschwindend kleinem schädlichen Raum Arbeit leisten, wobei, wie das in Fig. 6 dargestellte „Indikatordiagramm" zeigt, von A_1 bis A die Volldruck- oder Verdampfungsperiode beim Anfangsdrucke p_1, von A bis B die Expansion, von B bis B_1 die Ausströmungs- oder Kondensationsperiode beim Enddrucke p_2 aufeinander folgen. Die geleistete Arbeit wird durch die Fläche A_1ABB_1 gemessen, die wir mit L bezeichnen wollen.

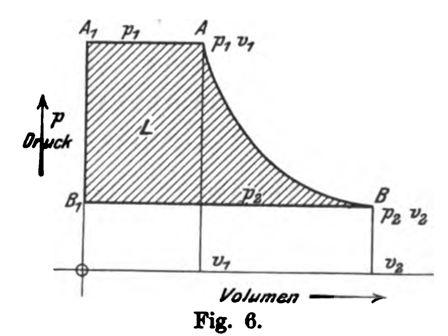


Fig. 6.

Strömt nun der Dampf aus einem sehr großen Gefäß A mit dem Drucke p_1, in welchem er sich im Ruhezustande befindet, durch eine

geeignet geformte Düse in eine Umgebung vom Drucke p_2, so wird irgendein Element X (Fig. 7) während es durch den auf dasselbe einwirkenden Überdruck der Nachbarelemente Y und Z vorwärts getrieben wird, zugleich selbst expandieren und dadurch, das Element Y gewissermaßen als Stütze benützend, auf den Nachbarteil Z Arbeit übertragen, die dessen lebendige Kraft vermehrt. Diese eigentümliche Mechanik des Strömungsvorganges hat, wie wir später nachweisen, zur Folge, daß der auf Beschleunigung von 1 kg Dampf verwendete Teil der Dampfenergie gerade der vorhin abgeleiteten Arbeitsfläche L gleich ist.

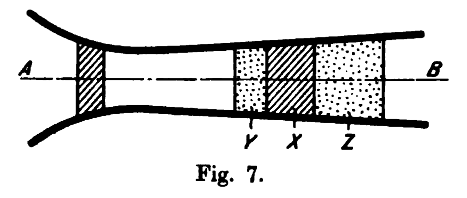


Fig. 7.

Die kinetische Energie, d. h. das halbe Produkt der in einem Kilogramm enthaltenen Masse (= 1/g), und des Quadrates der Geschwindigkeit, c^2, muß der aufgenommenen Arbeit L gleichen. Dies liefert die wohlbekannte hydraulische Ausflußformel

$$\frac{c^2}{2g} = L \quad \text{oder} \quad c = \sqrt{2gL}.$$

Die Arbeitsfläche L spielt also die Rolle des hydraulischen Druckgefälles.

Verwandeln wir dieselbe in ein Rechteck mit dem Druckunterschied $p_1 - p_2$ als Grundlinie, so daß

$$L = (p_1 - p_2)\, v_m$$

wird, und beachten wir, daß das spezifische Volumen v_m der reziproke Wert des zugehörigen spezifischen Gewichtes γ_m ist, so wird unsere Formel

$$c = \sqrt{2g\frac{p_1 - p_2}{\gamma_m}}$$

vollends mit der hydraulischen Ausflußformel übereinstimmen.

Berechnen wir nun beispielsweise die Geschwindigkeit beim Ausflusse von gesättigtem Dampf aus einem Behälter mit 10 Atm. absol. Druck in einen Kondensator mit 0,1 cbm Luftleere, d. h. es sei im technischen Maßsystem $p_1 = 100\,000$ kg/qm; $v_1 = 0{,}196$ cbm/kg; $p_2 = 1000$ kg/qm; $g = 9{,}81$ m/sek². Die Arbeitsfläche unter Zuhilfenahme der Dampftabellen, bzw. nach der Gleichung $pv^{1\cdot 13} =$ konst. vom Anfangspunkte $p_1 v_1$ aus verzeichnet, liefert

$$L = \text{rd. } 70\,600 \text{ mkg},$$

woraus

$$c = \sqrt{19{,}62 \cdot 70\,600} = \text{rd. } 1175 \text{ m/sec}$$

folgt.

An diesem Beispiele ersieht man, daß die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes die höchsten Geschwindigkeiten, die die Geschosse unserer Feuerwaffen bis anhin erreicht haben, übertrifft, und man wird im voraus vermuten, daß außerordentliche Maßnahmen erforderlich sein werden, um dem Dampfe die Energie bei dieser Bewegungsschnelle gewissermaßen im Fluge zu rauben.

3. Die Wirkungsweise der einfachen Gleichdruckturbine; Grenze ihrer Anwendungsfähigkeit.

Wir betrachten eine axial beaufschlagte Turbine, deren in radialer Richtung unendlich schmale Schaufeln in eine Gerade abgewickelt und — unendlich verlängert — mit der konstanten Umfangsgeschwindigkeit des Rades $= u$ an der Leitvorrichtung vorübergleiten. Zerlegen wir, nach Fig. 8, die mit c_1 bezeichnete Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes in zwei Komponenten, von welchen die eine mit


Digitized by Google

u übereinstimmt, die zweite w_1 genannt werden soll. Einem Beobachter, der mit dem Rade rotierte und von seiner Bewegung nichts wüßte, würde es scheinen, als ob der Dampf nur die Geschwindigkeit w_1 besäße, mit welcher er in das Rad einströmt. Daher ist w_1 die

„relative Eintrittsgeschwindigkeit".

Wir fordern nun, daß der Eintritt „stoßfrei" erfolge, was offenbar erreicht wird, wenn die Schaufelfläche am Eintrittsende mit der Richtung von w_1 übereinstimmt. Setzte man sie in dieser Richtung geradlinig fort, so würde der Dampf wirkungslos durch das Rad hindurchströmen. Wir müssen daher den Dampfstrom der Drehrichtung entgegengesetzt ablenken, damit er einen arbeitverrichtenden Druck auf die Schaufel auszuüben vermag.

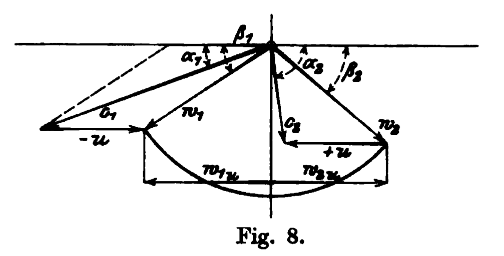


Fig. 8.

Infolge des gleichmäßigen Fortschreitens der Schaufel geht die Relativbewegung genau so vor sich, als ob die Schaufel sich in Ruhe befände; es wird demnach im Falle reibungsloser Strömung, da kein Druckgefälle vorhanden ist, die Relativgeschwindigkeit konstant bleiben und ihr in Fig. 8 mit w_2 bezeichneter Wert am Austritt aus dem Laufrade wird mit w_1 übereinstimmen. Die Zusammensetzung von w_2 mit u liefert endlich die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2.

Der Satz vom Antrieb.

Wir sind alsdann in der Lage, den Ablenkungsdruck auf sehr einfache Weise zu berechnen, indem wir auf den Lehrsatz von der Bewegungsgröße oder dem sog. Antrieb zurückgreifen. Wenn wir den Fall eines einzelnen Massenpunktes m, der unter der Wirkung einer konstanten, gleichgerichteten Kraft P steht, betrachten, so liefert uns das altvertraute „Fallgesetz" die Endgeschwindigkeit $w = (P/m)\,t$, und hieraus folgt

$$mw = Pt,$$

d. h. die Zunahme der Bewegungsgröße in der Kraftrichtung ist dem Produkte aus Kraft und der Zeitdauer ihrer Wirkung oder ihrem „Antrieb" gleich.

In unsere Schaufel tritt in der Sekunde die Masse m mit der relativen Umfangskomponente w_{1u} (nach links gerichtet) ein und eine ebenso große Masse verläßt sie mit der Komponente w_{2u} (nach rechts gerichtet). Die Bewegungsgröße wurde zunächst von $-mw_{1u}$ auf Null, und von da weiter auf $+mw_{2u}$ erhöht, während die Umfangskraft P eine Sekunde lang gewirkt hat. Wir haben demnach

$$P = m\,(w_{2u} + w_{1u})$$

und daraus sofort die sekundliche Leistung als Produkt Pu, endlich die absolute Arbeit für je 1 kg Dampf $Pu : mg$ oder

$$L_i = \frac{1}{g}\,(w_{2u} + w_{1u})\,u \text{ in mkg.}$$

Die Parabel des Wirkungsgrades.

Wir können nun auch den Wirkungsgrad unserer Turbine, d. h. das Verhältnis der gewonnenen Arbeit zur verfügbaren Arbeit L als den Quotienten

$$\eta = \frac{L_i}{L}$$

berechnen.

Digitized by Google

Sehr klar zu übersehen ist der **Grenzfall** einer reibungsfreien Turbine mit unendlich kleinen Winkeln α_1, β_1, β_2 (ganz verschwinden dürfen sie freilich nicht, da der Dampf nicht eintreten könnte), während die Radhöhe endlich bleibt. Dann haben alle Geschwindigkeiten die Umfangsrichtung, und es ist $w_1 = c_1 - u = w_2$, daher $w_{1u} = w_1$, $w_{2u} = w_2$.

Die Umfangskraft wird für 1 kg Dampf $P = \frac{2}{g}(c_1 - u)$ und die Leistung

$$L_i = \frac{2}{g}(c_1 - u)\,u.$$

Es ist nun sehr wichtig, sich über die **Veränderlichkeit der Leistung mit der Umfangsgeschwindigkeit** bei sonst gleichbleibenden Umständen klar zu werden.

Die soeben entwickelte Formel, allein auch die unmittelbare Anschauung lehren, daß, wenn wir das Rad mit stufenweise größerer Umfangsgeschwindigkeit umlaufen lassen, die Arbeit zunächst vom Werte Null ab zunimmt. Der Ablenkungsdruck nimmt nämlich wegen kleinerer Relativgeschwindigkeit wohl ab, allein das Wachstum von u überwiegt. Wird hingegen u so groß, daß die relative Geschwindigkeit nahezu verschwindet, so nähern sich P und L_i wieder der Grenze Null, die im „Leerlauf" tatsächlich erreicht wird. Zwischendrein muß die Leistung einen Höchstwert erreichen, der bei der Idealturbine, wie unsere Formel zeigt, für einen Wert der Umfangsgeschwindigkeit

$$u_m = \frac{1}{2}c_1$$

eintritt. Im übrigen ist der Verlauf der Leistung, daher auch des Wirkungsgrades, ein parabolischer.

Die größte Arbeitsausbeute ist

$$L_{max} = \frac{2}{g}\left(c_1 - \frac{c_1}{2}\right)\frac{c_1}{2} = \frac{c_1^2}{2g},$$

d. h. identisch mit der verfügbaren Arbeit; der „Wirkungsgrad" der idealen Turbine in diesem Falle also $= 1$, wie es sein muß.

Die Energiegleichung.

Noch unmittelbarer können wir den Betrag der zu gewinnenden Arbeit ableiten aus dem **Energieprinzip**. Wir setzen die relative Geschwindigkeit am Austritt w_2 mit u zur absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_2 zusammen und stellen folgende Überlegung an. Vor dem Rade war das Arbeitsvermögen des Dampfes für 1 kg $= c_1^2 : 2g$, nach dem Austritte hingegen $= c_2^2 : 2g$, unterwegs waren Reibungsverluste ausgeschlossen, daher muß der Unterschied

$$\frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} = L_i$$

als Arbeit an das Rad abgegeben worden sein. **Je kleiner also die Abflußgeschwindigkeit, desto größer die Arbeitsausbeute.**

Grenze für die Ausführbarkeit der einfachen Gleichdruckturbine.

Untersuchen wir nun, wie sich die konstruktiven Verhältnisse gestalten würden, beispielsweise für eine Turbine, die zwischen 10 Atm. Anfangsdruck und 0,1 Atm.


Digitized by Google

Luftleere arbeitet. Nachdem wir oben als theoretische Ausflußgeschwindigkeit nahezu 1200 m/sek erhalten haben, müßte demgemäß das Rad der Idealturbine eine Umfangsgeschwindigkeit von nahezu 600 m/sek haben (bei Überhitzung sowie tieferer Luftleere unter Umständen auch mehr). Ein derartiges Rad ist aber praktisch nicht ausführbar. Die bei Umlaufgeschwindigkeiten von dieser Höhe entwickelten Fliehkräfte sind in der Tat so gewaltig, daß wir bis heute trotz dem Aufwande verwickelter Rechnungen, welche uns gestatten ein Rad bester Widerstandsfähigkeit zu konstruieren, und trotz der Benutzung vorzüglicher Baustoffe, die ungemein hohe Beanspruchungen zulassen, kaum über 400 m Umfangsschnelle hinausgekommen sind.

Daraus folgt, daß eine Turbine mit dem beschriebenen einfachen Arbeitsverfahren den Energieinhalt des Dampfes nur bei mäßigeren Expansionsgrenzen wirtschaftlich gut auszunützen vermag. Auch dann tritt noch der Nachteil außerordentlich hoher Umlaufzahlen oder bedeutender Raddurchmesser auf. So erhalten wir, um bei 1500 Umlaufen in der Minute auch nur 400 m/sek Umfangsgeschwindigkeit zu erreichen, einen Durchmesser von

$$60 \cdot 400 : 1500 \cdot 3{,}14 = \text{rd. } 5{,}1 \text{ m},$$

was auch bei 1000 PS-Leistung wirtschaftlich unzulässig wäre. Wollen wir umgekehrt bei kleineren Kräften ein Rad von bloß 1 m zulassen, so muß die Umlaufzahl auf $60 \cdot 400 : 3{,}14 = \text{rd. } 7600$ per Minute erhöht werden und diese ist nicht unmittelbar verwendbar.

4. Die Überdruckturbine.

a) Die Reaktion.

Nachdem sich unser Erfinder durch die oben angestellte Rechnung von der Unmöglichkeit überzeugt hat, mit dem Prinzip von Branca große Kräfte umzusetzen, wird er wohl (wie wir annehmen wollen) untersuchen, ob die Heronsche Drehkugel (die wir in der Einleitung beschrieben haben) eher zum Ziele führt.

Das mit der Drehkugel grundsätzlich gleichartige Segnersche Wasserrädchen hat im hydraulischen Turbinenbau Veranlassung zur Einführung der Bezeichnung „Reaktionsturbine" gegeben. Untersuchen wir daher, wie die „Reaktion" entsteht; doch wählen wir als Beispiel statt der schon minder einfachen Heronschen Drehkugel ein horizontal geradlinig mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegtes Gefäß (Fig. 9), aus welchem Wasser durch die Mündung f in der Bewegung entgegengesetzter Richtung austritt. Die auf das Gefäß übertragene Reaktion ist nun die Resultierende sämtlicher Flüssigkeitsdrucke, und besteht einerseits aus dem nicht ausgeglichenen Druck auf die Projektion der Mündungsfläche an der gegenüberliegenden Gefäßwand

$$P' = fp,$$

worin f die Mündungsfläche, p den absoluten Druck für die Flächeneinheit bedeuten, dann aber aus einem weiteren Betrag, auf dessen eigentümlichen Entstehungsgrund man nicht ohne weiteres verfällt. Die zur Mündung führenden Flüssigkeitsfäden müssen nämlich in die Richtung des Strahles abgelenkt und beschleunigt werden, und hierzu wird ein Teil der vorhandenen Pressung aufgezehrt, so daß die Wand in der Nähe der Mündung einem geringeren Druck ausgesetzt ist, als bei ruhender Flüssigkeit. Demnach besitzt der unverminderte Flüssigkeitsdruck an der gegenüberliegenden Wand ein weiteres Übergewicht, dessen Größe bei un-



zusammendrückbaren Medien und einem nach Fig. 9 vor sich gehenden Ausfluß merkwürdigerweise dem Druck P' gerade gleich ist, so daß der **Rückdruck** oder die „Reaktion“ im ganzen

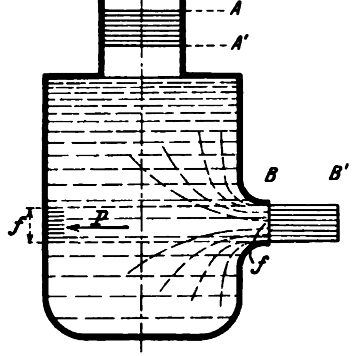


Fig. 9.

$$P = 2fp \text{ kg}$$

beträgt.

Der Beweis ist für Wasser wie folgt zu erbringen: Man bezeichne die in einer Sekunde zufließende und abfließende Wassermasse mit m, die Ausflußgeschwindigkeit mit w, setze den Außendruck $= 0$ voraus und wende das Prinzip vom Antrieb an. Die Bewegungsgröße der ganzen im Gefäß befindlichen Masse, zwischen den Schnitten A und B, erfährt, nachdem diese Schnitte in einer Sekunde nach A' und B' verschoben worden sind, den Zuwachs mw in horizontaler Richtung, und dieser muß dem Produkt aus der gesamten auf die ganze Masse einwirkenden Horizontalkraft und der Zeit, d. h. einer Sekunde, gleich sein. Wir erhalten daher

$$P = mw,$$

da aber $m = (\gamma/g) \cdot fw$ und $w^2/2g = p/\gamma$ ist, indem wir die Zuflußgeschwindigkeit als vernachlässigbar ansehen, so finden wir

$$P = \frac{\gamma}{g} fw^2 = 2fp,$$

wie zu beweisen war. Bei elastischen Flüssigkeiten sind die Verhältnisse freilich nicht ebenso einfach.

Auf ähnliche Weise entsteht der Rückdruck bei der Drehkugel, doch treten hier noch die Fliehkräfte in den Zuleitungsarmen ins Spiel. Um uns bei diesen Verhältnissen nicht aufhalten zu müssen, nehmen wir an, daß unser Erfinder sogleich den Übergang zur modernen Überdruckturbine gefunden hätte, indem er, wie in Fig. 10 dargestellt wurde, den ganzen Umfang der Kugel mit dicht zusammengerückten Röhrchen besetzt, so daß ein „Schaufelkranz“ entsteht. Er würde bald bemerken, daß es zweckmäßiger ist, nur den Kranz und nicht den ganzen Dampferzeuger rotieren zu lassen, und bei näherer Überlegung, wie der Dampf am besten stoßfrei diesem Kranze zufließen kann, würde er den Nutzen einer Leitvorrichtung erkennen. Auf diese Weise entstünde die in Fig. 10 als Teilschnitt dargestellte **radial innenbeaufschlagte Überdruckturbine**, falls die Verhältnisse so gewählt waren, daß im Spalte ein Überdruck herrscht.

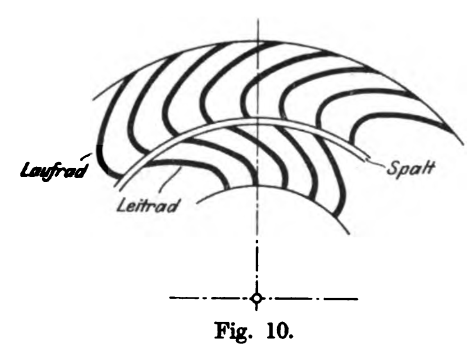


Fig. 10.

b) Die „Reaktion“ unzulänglich, die Erscheinungen vollkommen aufzuklären.

Die Übertragung der Vorstellung von der „Reaktion“, wie wir sie oben gewonnen haben, auf diese moderne Turbine würde das Verständnis ihrer Wirkungsweise indessen nur erschweren und verwirren. In der Tat haben wir es hier nicht bloß mit einem Ausfluß, sondern auch mit einer ebenfalls „Reaktion“ erzeugenden Einströmung in die das „Gefäß“ darstellende Schaufel zu tun; ferner erzeugt die Ablenkung des Strahles schon an sich einen Schaufeldruck, ähnlich wie bei der Gleichdruckturbine. Hier tritt also eine Mehrheit von Faktoren auf, deren Gesamtwirkung am besten und sichersten mit Hilfe eines der allgemeinen mechanischen Prinzipien überblickt wird.

Wie sehr die landläufige Vorstellung von der Reaktion versagt, wollen wir an einem sehr einfachen Beispiel, nämlich der in Fig. 11 veranschaulichten axial beaufschlagten Überdruckturbine


Digitized by Google

mit geraden Schaufelflächen[1]) dartun. Daß die Seitenflächen der Schaufeln geschweift sind, demnach auch radiale Geschwindigkeitskomponenten auftreten, tut nichts zur Sache, da sie sich infolge der Symmetrie in ihrer Wirkung gegenseitig aufheben. Eine Gleichdruckturbine dieser Art

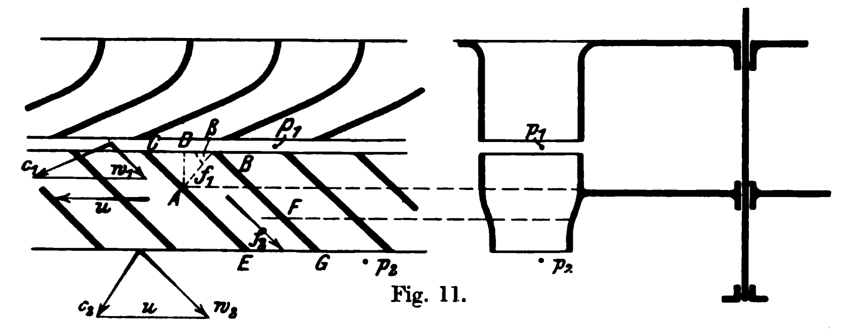


Fig. 11.

würde bei stoßfreiem Eintritt keine Arbeit liefern — bei Überdruck ist das interessanterweise anders! Die Relativbewegung in der Schaufel geht auch hier so vor sich, als ob die Schaufel ruhte. Im Spalte wie im Querschnitt f_1 herrscht wegen der geradlinigen Bewegung der gleiche Druck p_1, desgleichen auf der Auslaßseite und in f_2 der Druck p_2. Obwohl das Wasser, welches wir als motorische Flüssigkeit voraussetzen, von der Geschwindigkeit w_1 auf w_2 beschleunigt wird, lehrt schon die Anschauung, daß die in ähnlicher Weise wie im vorigen Falle bezeichnete Reaktionskraft zur treibenden Kraft **keinen Beitrag liefert**. Im Gegenteil, der gesamte zwischen f_1 und f_2 auf die Wand übertragene Flüssigkeitsdruck ergibt in der Zellenachse eine Kraft P, die **der Drehung durch ihre Umfangskomponente entgegenwirkt**. Wir finden ihre Größe nach dem Prinzip vom Antrieb wie folgt: Die sekundlich eintretende Masse m erfährt in der Richtung von w_1 einen Zuwachs an Bewegungsgröße $= m(w_2 - w_1)$, welcher wieder dem Produkte aus der Zeit ($= 1$ Sekunde) und der in gleicher Richtung wirkenden Gesamtkraft gleich sein muß. Letztere ist $f_1 p_1 - f_2 p_2 - P$, da $+P$ die auf die Schaufelwand ausgeübte Kraft bedeutet. Wir haben daher

$$m(w_2 - w_1) = f_1 p_1 - f_2 p_2 - P,$$

woraus P zu berechnen ist. $P \sin\beta$ ist also eine **widerstehende** Umfangskraft, die eigentümlicherweise durch den statischen Flüssigkeitsdruck auf die Seitenfläche AC, d. h. dessen Umfangskomponente überwunden werden muß. Die Größe dieser **treibenden** Kraft ist gleich Fläche $AD \times p_1$ oder $f_1 p_1 \sin\beta$; sie reicht hin, um auch noch die am Auslaßende des Randes an Fläche FG auftretende Druckkomponente $f_2 p_2 \sin\beta$ aufzuheben. Im ganzen wirkt also treibend

$$U = (f_1 p_1 - f_2 p_2) \sin\beta - P \sin\beta = m(w_2 - w_1) \sin\beta = m(w_{2u} - w_{1u})$$

und so führt die ins einzelne getriebene Rechnung auf Umwegen zum gleichen Ergebnis, welches uns das Prinzip vom Antrieb, d. h. der Bewegungsgröße, viel einfacher geliefert hätte.

c) Entwurf und Leistungsberechnung der Überdruckturbine, gestützt auf das Energieprinzip.

Für die in Fig. 12 skizzierte Turbine können wir bei gegebenem Anfangs- und Enddruck p_0 und p_2 den Zwischendruck im Spalt p_1 beliebig festsetzen. Im Leit-

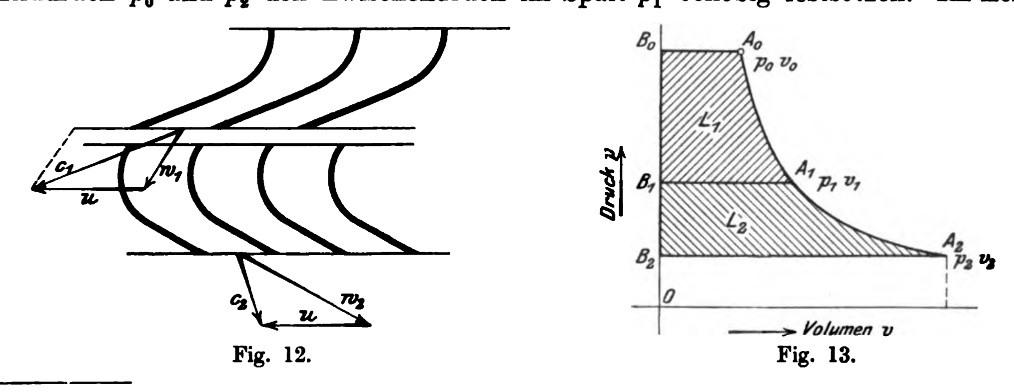


Fig. 12. Fig. 13.

[1]) Eine Betrachtung dieser Art ist allgemein durchgeführt worden von E. Dolder in seiner Schrift: „Über Zustandsverhältnisse strömender Flüssigkeiten in Turbinenrädern." Zürich 1907.

Digitized by Google

rad wird dann die in Fig. 13 kenntlich gemachte Arbeitsfläche $A_0 A_1 B_1 B_0 = L_1$ in kinetische Energie umgesetzt, und es gilt

$$\frac{c_1^2}{2g} = L_1 .$$

Das hieraus berechnete c_1, wie vorhin zerlegt, liefert mit dem bekannten u die relative Eintrittsgeschwindigkeit w_1. Beim Eintritt in das Laufrad besitzt der Dampf die kinetische Energie $w_1^2 : 2g$ und es wird im Laufkanal auf 1 kg die Arbeit $A_1 A_2 B_2 B_1 = L_2$ übertragen. Daher ist die kinetische Energie der relativen Bewegung am Ende des Laufkanales

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + L_2 .$$

Hieraus berechnen wir w_2 und tragen es in Fig. 14 unter dem Neigungswinkel der Laufschaufel ab, so daß die Zusammensetzung mit der Umfangsgeschwindigkeit u die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 ergibt. Der in Arbeit verwandelbare Energieinhalt des Dampfes ist (wie später streng bewiesen werden wird)

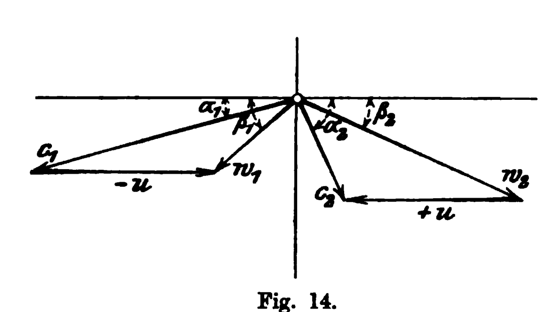


Fig. 14.

$$L_1 + L_2 = L_0 = \frac{c_0^2}{2g} ,$$

wobei $c_0^2 : 2g$ die äquivalente lebendige Kraft darstellt. Beim Austritt haben wir noch die Energie $c_2^2 : 2g$; demnach muß der Unterschied

$$\frac{c_0^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} = L_i$$

wieder als Arbeit an das Rad abgegeben worden sein.

War die „verfügbare" Arbeitsfläche L_0 so aufgeteilt, daß L_1 nahezu verschwindet, so sagt man, daß die Turbine mit „totaler Reaktion" arbeitet; dies trifft bei der Heronschen Drehkugel sehr nahe zu. Sonst bezeichnet man das Verhältnis der im Rade frei gemachten Arbeitsfähigkeit zur Ganzen, d. h. $L_2 : L_0$ als Reaktionsgrad. Die Gleichdruckturbine hat also den Reaktionsgrad Null. In den meisten Fällen arbeitet man mit halbem Reaktionsgrad und mit gleichen Winkeln in Leit- und Laufschaufel, was einfache Verhältnisse ergibt.

d) Vergleich der einfachen Überdruckturbine mit der Gleichdruckturbine.

Wiederholt man die vorhin entwickelte Rechnung, so überzeugt man sich, daß auch bei der Überdruckturbine die Leistung vom Stillstande aus mit dem Werte Null beginnend nach ungefähr parabolischem Gesetze wächst; sie erreicht ein Maximum, wenn die Umfangsgeschwindigkeit, sofern wir halben Reaktionsgrad anwendeten, der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 ziemlich nahekommt. Hätten wir das ganze Gefällle in einer Gleichdruckturbine ausgenützt, so wäre die Eintrittsgeschwindigkeit $c_0 = \sqrt{2gL_0}$, und die beste Umfangsgeschwindigkeit u_0 wäre ungefähr $= 0{,}5 c_0$ gewesen. Nun ist $L_1 = \frac{1}{2} L_0$, daher $c_1 = \sqrt{2g\, 0{,}5 L_0} =$ rd. $0{,}7 c_0$, und die beste Umfangsgeschwindigkeit ist, wie erwähnt, ungefähr $= c_1$, daher $u = 0{,}7 c_0$. Hiernach bedingt die Überdruckturbine noch wesentlich höhere Umfangsgeschwindigkeiten als die gleichwertige Gleichdruckturbine, und ist noch weniger als diese geeignet, bei größeren Druckgefällen wirtschaftlich zu arbeiten.

Ein weiterer Nachteil dieser Turbinenart ist die Untunlichkeit der teilweisen Beaufschlagung, die zu großen Undichtheitsverlusten zwischen den Leitradabschnitten


Digitized by Google

führen würde. Hält man aber an voller Beaufschlagung fest, so ergibt die Rechnung schon bei mittleren Leistungen Schaufellängen, die z. B. nur nach Zehnteln eines Millimeters zählen, daher praktisch überhaupt nicht ausgeführt werden können.

5. Die vielstufige Dampfturbine.

Die Lösung für die geschilderten Schwierigkeiten, die sich der einfachen Gleich- oder Überdruckturbine entgegenstellen, gab Parsons, indem er eine größere Zahl von Turbinen hintereinander schaltete, wodurch das Gefälle in ebensoviele Stufen zerlegt wurde, die nun mit einfachen Mitteln bewältigbar waren.

Wie das gesamte Druckgefälle auf die einzelnen Turbinen aufgeteilt werden soll, hängt von Umständen ab, die erst bei den einzelnen Turbinensystemen besprochen werden können. Ist hierüber entschieden, so werden aus Fig. 15 die auf die einzelnen Stufen entfallenden verfügbaren Arbeiten L_1, L_2, L_3 usw. durch Planimetrieren gewonnen, und die Druckgrenzen

$$p_1 - p_2, \quad p_2 - p_3, \quad p_3 - p_4,$$

zwischen welchen die Einzelturbinen arbeiten, abgelesen.

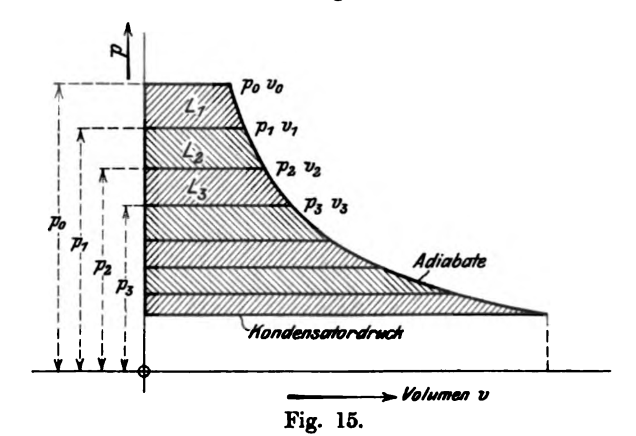


Fig. 15.

Die Berechnung der einzelnen Turbinen gestaltet sich besonders einfach, wenn jede Turbine in einem eigenen Gehäuse oder einer Kammer so eingeschlossen ist, daß die Auslaßgeschwindigkeit beim Übergang des Dampfes zur nächsten Kammer infolge Wirbelung vernichtet wird. Freilich kann die Zustandskurve der Fig. 15 dann nicht mehr gelten, vielmehr muß die Vergrößerung des Volumens in Betracht gezogen werden, welche die in Wärme rückverwandelte Auslaßenergie hervorruft, wie in Fig. 16 durch die aufeinander folgenden Sprünge angedeutet wurde.

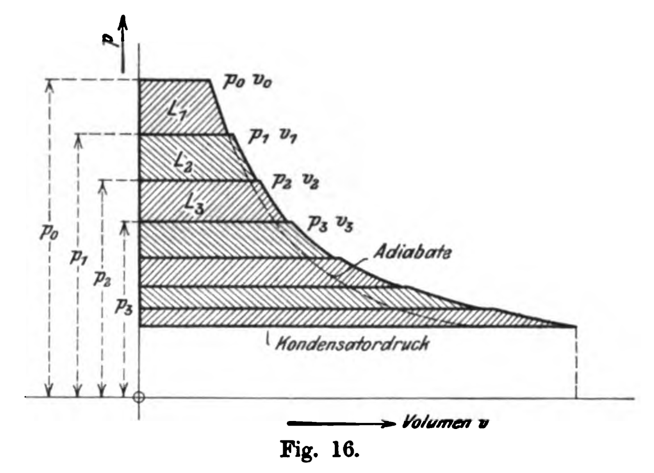


Fig. 16.

Parsons selbst verwendet Überdruck und schaltet die einzelnen Turbinen so dicht unmittelbar hintereinander, daß Leit- und Laufrad in stetiger Reihe aufeinander folgen. Die Laufschaufeln sind auf einer treppenförmig abgestuften Trommel befestigt, die Leitschaufeln in einem zweiteiligen Gehäuse von entsprechender Form. Die Trommeloberfläche bildet die Begrenzung der Leitkanäle, die innere Gehäuseoberfläche desgleichen die für die Laufkanäle.

Die in Fig. 17 abgebildete Parsonssche Ausführung[1]) mit abgehobenem Deckeloberteil läßt die einzelnen Schaufelreihen der Laufräder gut erkennen. Der einseitige axiale Dampfdruck, der auf die Ringabsätze und in den Reaktionskränzen

[1]) Nach Matschoß, Die Entwickelung der Dampfmaschine. II. S. 613.

Digitized by Google

ausgeübt wird, erheischt einen besonderen Ausgleich, der durch die später zu beschreibenden Entlastungskolben bewirkt wird.

Bei dieser Anordnung bildet die Auslaßgeschwindigkeit eines Rades die Eintrittsgeschwindigkeit ins nächstfolgende Leitrad; es wird also der jeweilig folgenden Stufe eine gewisse Strömungsenergie neben der durch Expansion frei werdenden inneren Energie zugeführt und man wird für ein Zwischenleitrad die Gleichung

$$\frac{c_2^2}{2g} + L' = \frac{c_1^2}{2g}$$

zur Berechnung von c_1 ansetzen, wobei c_2 die Auslaßgeschwindigkeit des vorhergehenden Rades bedeutet. Für das Laufrad gilt die gleiche Beziehung, wie bei

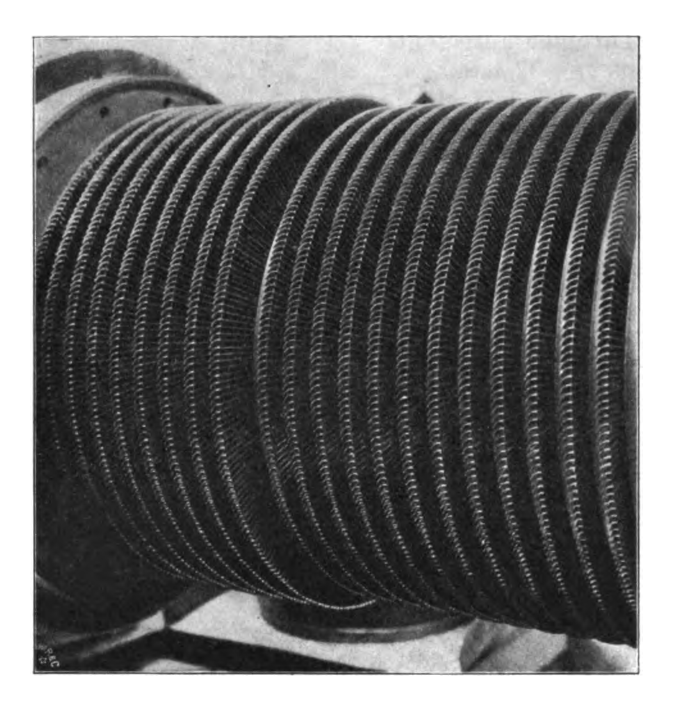


Fig. 17.

der einfachen Überdruckturbine. Wäre die Strömung überall reibungsfrei und der Dampfeintritt in Leit- und Laufrad überall stoßfrei, so hätte man einen einzigen Verlustposten: die kinetische Energie der Austrittsgeschwindigkeit aus dem allerletzten Laufrad.

In Wahrheit wird man mit Reibungs- und Stoßverlusten zu rechnen haben, welche immer gleichbedeutend sind mit der Umwandlung von Arbeit in Wärme, die, von der geringen Leitung nach außen abgesehen, unmittelbar dem Dampfe mitgeteilt wird. Daher wird nicht mehr die ideale Expansionskurve, sondern eine von ihr durch Wärmeaufnahme, d. h. Volumenvergrößerung, sich unterscheidende Zustandskurve gelten, deren Ermittelung eine der Hauptaufgaben der Dampfturbinentheorie ist.

Turbinen mit Geschwindigkeitsstufen.

Bis jetzt haben wir vorausgesetzt, daß jeder (aus Leit- und Laufrad bestehenden) Turbine ein Teil des ganzen Druckgefälles zugeordnet wird. Reine Gleichdruckturbinen können indes, wie der Amerikaner Curtis zuerst praktisch erwiesen


Digitized by Google

hat, mit Vorteil so hintereinander geschaltet werden, daß die je nächstfolgende den Dampf aus dem vorhergehenden Laufrade in ihren Leitapparat aufnimmt und auf ihr Laufrad leitet, ohne daß der Druck sich hierbei änderte. Die im ersten Leitrade erzeugte kinetische Energie wird also in mehreren aufeinanderfolgenden Stufen bei konstantem Drucke aufgebraucht, wofür nach Riedlers Vorschlag die Bezeichnung „Geschwindigkeitsstufen" sich eingebürgert hat.

Gemischte Systeme.

Da eine vielstufige Turbine durchaus nicht aus Turbinen gleichen Systems bestehen muß, eröffnet sich die Möglichkeit für äußerst mannigfaltige Kombinationen in betreff der Dampfführung, der Gleich- oder der Überdruckwirkung, der Abwechslung von Druck- und Geschwindigkeitsstufen, welche die gemischten Systeme zu interessanten Turbinenarten gemacht hat.

Im übrigen kennen wir noch viele andere Methoden für die Energieumwandlung in der Dampfturbine; doch sind diese bis heute nicht über das wissenschaftliche Interesse hinausgekommen und sollen nur im Anhange kurz erörtert werden.

Digitized by Google

II. Die Hauptsätze der Wärmelehre.

6. Das Perpetuum mobile erster Art.

Eine Maschine, die aus nichts Arbeit schafft oder mehr Arbeit liefert als ihr in irgendeiner (z. B. latenten) Form zugeführt wurde, ist unmöglich. Die Unmöglichkeit dieses sogenannten Perpetuum mobile (und zwar der „ersten Art“ zum Unterschiede von dem weiter unten zu besprechenden der „zweiten Art“) wurde von der Wissenschaft vor mehr als einem Jahrhundert vorausgeahnt, erhielt aber ihre endgültige Begründung erst durch das von Meyer, Joule und Helmholtz aufgestellte Prinzip von der Erhaltung der Energie. Dies Prinzip bildet heute die unerschütterte Grundlage der gesamten Naturwissenschaft, also auch des Maschinenbaues.

Auf die Lehre von der Wärme angewendet, wird obiges Prinzip als sogenannter erster Hauptsatz wie folgt ausgesprochen:

Wärme und Arbeit sind äquivalent,

d. h. so oft Wärme als solche verschwindet, muß eine ihr äquivalente Energiemenge anderer Form, z. B. mechanischer Arbeit bei den Wärmekraftmaschinen, chemischer (gebundener) Energie bei durch Wärme bewirkten Zersetzungen, elektrischer Energie in den sogenannten Thermoketten usw. auftreten.

Energie wird vielfach mit Arbeitsfähigkeit, Arbeitsvermögen übersetzt, was für die Wärmekraftmaschine einen anschaulichen Sinn besitzt, der die Energie stets durch vermittelnde Körper, die „Träger“ der Energie, die in die Maschine eintreten, zugeführt wird.

Diese Fähigkeit darf man nicht einseitig nur einem der beteiligten Stoffe zuschreiben, also z. B. nicht der Kohle allein, sondern der Kohle und der zu ihrer Verbrennung erforderlichen Sauerstoffmenge zusammengenommen. Allgemein ließe sich die Bezeichnung „Arbeitsvermögen“ schwer aufrechterhalten, weil es Energiearten gibt, die nicht an eine bestimmte Stoffmenge gebunden sind, z. B. die Energie der Strahlung, welche mit Lichtgeschwindigkeit ihren Ort wechselt.

Bekannt ist die Unterscheidung in kinetische, d. h. Bewegungsenergie, und in potentielle, d. h. gebundene Energie, welche durch geeignete Lagenänderungen der Körper oder ihrer kleinsten Teilchen ausgelöst wird.

Wichtig ist ferner die Trennung in äußere und innere Energie. Erstere ist identisch mit der kinetischen Energie, welche der „sichtbaren“ Bewegung der Körpermasse entspricht. Die innere Energie wird gebildet durch die lebendige Kraft der vermuteten unsichtbaren Bewegung der kleinsten Teilchen und durch ihre potentielle Energie.

Die eigentliche Art und Beschaffenheit der inneren Energie ist uns im allgemeinen noch vollständiges Rätsel. Nur für die Wärme, wenigstens bei gasförmigen Stoffen, hat die „kinetische Gastheorie“ mehr ins Einzelne gehende Vorstellungen ausgearbeitet. Hiernach besteht die Wärmeenergie bei „vollkommenen“ Gasen ganz aus der kinetischen Energie der fortschreitenden und drehenden Bewegung der Moleküle. Der Druck ist die Folge der unzählbaren, unmeßbar rasch hintereinander erfolgenden Stöße der Moleküle gegen die Gefäßwand. Bei Dämpfen kommt in merklichem Maße die potentielle Energie der molekularen Anziehung ins Spiel.

Digitized by Google

7. Das Perpetuum mobile zweiter Art und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik.

Wo immer eine Umwandlung von Wärme in Arbeit oder umgekehrt stattfindet, trifft das Energiegesetz unbedingt zu. Allein während Arbeit in Wärme (z. B. durch Reibung) stets überführbar ist, können wir Wärme in Arbeit weder unbeschränkt, noch nach unserer Willkür umwandeln. Diese Umwandlung ist vielmehr an das Vorhandensein eines Temperaturgefälles und eine Wärmeabgabe an das tiefere Temperaturniveau gebunden. Der Wärmeinhalt des Meeres, der Atmosphäre und des ganzen Erdballs stellt einen ungeheuren Vorrat an Energie dar, und zahlreiche Erfinder haben sich mit dem Problem beschäftigt, diese Wärme, die dem Menschen kostenlos zur Verfügung steht, ohne Zuhilfenahme eines tieferen Temperaturniveaus, dessen Beschaffung eben praktisch unmöglich ist, in Arbeit umzuwandeln. Eine Maschine, die die Umwandlung der aus einem einzigen Wärmebehälter geschöpften Wärme in Arbeit ohne jede anderweitige Änderung der Umgebung zu vollbringen vermöchte, wird nach Ostwald Perpetuum mobile zweiter Art genannt.

Wenn auch die bezeichneten Wärmevorräte streng genommen nicht unendlich groß sind, wie es die ewige Bewegung erheischen würde, so wird doch durch die stets auftretende Reibung und sonstige Verlustquellen immer wieder mechanische Arbeit in Wärme zurückverwandelt, und die von Ostwald gewählte Bezeichnung erscheint berechtigt.

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik sagt nun aus, daß auch das Perpetuum mobile zweiter Art selbst bei Verwendung idealer, d. h. reibungsfreier, wärmedichter Maschinen unmöglich ist.

Die Umwandlung der Wärme der Umgebung in mechanische Arbeit ist selbstverständlich nicht an sich unmöglich, allein im Sinne des zweiten Hauptsatzes kann sie nur in Begleitung einer anderen, und zwar in der Regel dem Betrage nach weit größeren Energieumwandlung auftreten. Es gibt beispielsweise galvanische Ketten, die mehr elektrische Energie liefern, als der Wärmeentwicklung der sich chemisch bindenden Stoffmengen entspricht, wobei der Überschuß der Wärme der Umgebung entnommen wird. Solange wir über einen Vorrat für solche galvanische Ketten geeigneter Stoffe verfügen, wird also die Wärme der Umgebung „unentgeltlich" in Arbeit umgewandelt. Sollten dieselben aber auf künstlichem Wege aus anderen Urstoffen chemisch erzeugt werden, dann müßten wir so viel mechanische Arbeit nebenher in Wärme verwandeln, daß der frühere Gewinn mehr als aufgehoben würde. Diese Prozesse sind übrigens praktisch bedeutungslos, da der Betrag der umgewandelten Wärme pro Gewichtseinheit der verbrauchten Stoffe meist ein ungemein kleiner zu sein pflegt.

Ein noch einfacheres und selbstverständliches Beispiel bietet ein komprimiertes Gas, welches wir bei atmosphärischer Temperatur isothermisch expandieren lassen. Hierbei wird ein der geleisteten Arbeit genau äquivalentes Wärmequantum in Arbeit verwandelt. Falls wir also einen Vorrat an komprimierten Gasen in der Natur vorfinden, wird solche Arbeitserzeugung möglich. Sobald das Gas künstlich verdichtet werden muß, hört jede Ökonomie des Prozesses auf. Über weitere chemisch-thermische Prozesse ähnlicher Art wird unten berichtet und nachgewiesen, daß sie praktisch ebenfalls keine Bedeutung haben.

Wir wiederholen daher, daß das Perpetuum mobile zweiter Art in der Umwandlung der Wärme einer einzigen Wärmequelle, also ohne Vorhandensein eines Temperaturgefälles bestehen würde, wobei die gewonnene Arbeit zum Heben eines Gewichtes verwendet oder in anderer Weise jedoch so aufgespeichert würde, daß irgendwelche Zustandsänderungen in anderen Körpern ausgeschlossen wären. Und nur in diesem Sinne ist dasselbe als Unmöglichkeit anzusehen.

Digitized by Google

Clausius, der den zweiten Wärmesatz begründete, gab ihm die etwas weniger allgemeine Fassung, daß Wärme von selbst, d. h. so, daß in der Umgebung keine anderweitigen Änderungen vor sich gingen, von einem kälteren zu einem wärmeren Behälter nicht übergehen kann.

Für den Ingenieur ist die Ostwaldsche, seinem Vorstellungskreise entnommene Fassung viel anschaulicher; sie bildet die Brücke zum Theorem von der Entropie, welches weite Ausblicke eröffnet und die Grundlage für die zahlenmäßige Bewertung der Vorgänge in unseren Maschinen liefert.

Ist der zweite Hauptsatz „bewiesen"?

Kein Lehrsatz der modernen Naturwissenschaft ist wohl mehr angezweifelt und angegriffen worden, als der zweite Wärmesatz. Angriffe, die von wissenschaftlichem Geiste getragen worden sind, wie die Hirns, haben indessen nur zu seiner Klärung und Befestigung beigetragen, und in wissenschaftlichen Kreisen steigt daher das Vertrauen in seine Allgemeingültigkeit immer mehr und mehr. Viele technische Erfinder hingegen hegen einen Optimismus, der furchtlos über alle Tatsachen hinwegschreitet, und dem wir hier entschieden entgegentreten müssen. Ihre Hoffnungsfreudigkeit, den zweiten Wärmesatz aus seinen Angeln heben zu können, beruht nur auf einer falschen Auffassung von der Art, worin der Beweis eines Naturgesetzes bestehe. Auch das Energieprinzip ist nur induktiv „erwiesen", d. h. wir können nur behaupten, daß es sich bis jetzt bei allen bekannten Vorgängen der Natur als richtig bewährt hat, und daß man vermocht hat, ihm alle neuen Erscheinungen einzuordnen. Genau so verhält es sich mit dem zweiten Hauptsatz. — Ursprünglich von Clausius und W. Thompson für bloße Wärmeumwandlungen aufgestellt, wurde er viel später von Gibbs, Helmholtz, Van't Hoff und anderen auf die Erscheinungen des chemischen Gleichgewichts, des galvanischen Stromes, der Theorie der Lösungen übertragen, wobei er zu den glanzvollsten wissenschaftlichen Entdeckungen geführt hat, und in allen aus ihm gezogenen Folgerungen durch die Wirklichkeit unzählige Male bestätigt worden ist. So stellt sich der zweite Hauptsatz nunmehr als ein die Gesamtheit der Naturerscheinungen beherrschendes Prinzip dar, dem, naturwissenschaftlich gesprochen, derselbe Grad von Gewißheit zukommt wie dem Satze von der Erhaltung der Energie. Es darf daher die dringliche Mahnung an die Erfinder gerichtet werden, von ihrem zwecklosen Kampfe abzulassen, und keine Mittel an die Durchführung von Ideen zu wagen, die mit dem zweiten Hauptsatze im Widerspruche stehen.

Auch der vorurteilsfreie Denker wird sich des Eindruckes nicht erwehren, daß der zweite Wärmesatz etwas wie ein tragisches Verbot für das Menschengeschlecht bedeutet. Wie herrlich wäre es, wenn man aus Wasserlauf und Windströmung überall unerschöpfliche Arbeitsmengen ziehen könnte. Entspricht doch bei Wasser einer Temperaturerniedrigung von 10° C eine Ausbeute gleich der Arbeit des Falles von 4270 m Höhe. Und es mag manchem vorkommen, daß zwar der zweite Hauptsatz die Summe unserer heutigen Erfahrung von der Natur darstellt, daß es aber unphilosophisch wäre, ihn als für alle Ewigkeit unüberwindlich hinzustellen. Es werden ja fortwährend neue Erscheinungen aufgedeckt, wie z. B. gegenwärtig die Strahlungsvorgänge, von welchen im Anfang behauptet wurde, daß sie dem Prinzip von der Erhaltung der Energie nicht gehorchen. Wäre es nicht möglich, daß an solchen Erscheinungen der zweite Hauptsatz einmal doch versagt?

Es ist richtig, daß die allermodernste Strahlungstheorie den vollständigen Umsturz aller bisher gültigen Fundamentalvorstellungen bedeutet. Lorentz und Einstein gehen so weit, sogar den Zeitbegriff umzugestalten, indem die Zeit abhängig gemacht wird vom Bewegungszustand des Systems, auf das sie sich bezieht. Man lese die Zusammenstellung, die Planck in den Annalen für Physik, Bd. 26, 1908, Nr. 6, S. 1, von den Ergebnissen der neuen Anschauungen gibt: Ein „fester Körper" verändert seine Dimensionen und seine Masse je nach der Geschwindigkeit, die er besitzt. Das Parallelogramm der Kräfte und Geschwindigkeiten gilt nicht mehr; die Temperatur des Körpers verändert sich mit seiner Geschwindigkeit und ähnliches. Dies alles sind ungeheuerliche Vorstellungen für den, der in den alten Anschauungen aufgewachsen ist — und was bleibt bei dieser katastrophenartigen Neuerung unverändert: die beiden Hauptsätze der Wärmelehre! Zum Glück sind wir in der praktischen Technik nicht gezwungen, uns

Digitized by Google

der neuen Begriffe zu bedienen, denn all diese Einflüsse werden erst merklich, wenn das Quadrat der Körpergeschwindigkeit vergleichbar ist mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit! Die Temperatur des Körpers sinkt wohl auf die „absolute" Null — allein erst bei rd. 300000 km Geschwindigkeit in der Sekunde. Wir auf unserem Erdball sind aber mit allem, was den Maschinenbau interessieren kann, von solchen Bewegungszuständen so himmelweit entfernt, daß man ruhig mit den Lehren der alten Mechanik weiter arbeiten darf, obwohl sie nur noch als „Annäherungen" an die wahren Naturgesetze bestehen bleiben.

8. Umkehrbare und nicht umkehrbare Zustandsänderungen.

Um die weittragenden Folgerungen zu verstehen, die aus dem zweiten Hauptsatz abgeleitet werden, muß man in erster Linie mit dem Begriff der umkehrbaren und nicht umkehrbaren Zustandsänderung vertraut sein.

Umkehrbar ist eine Zustandsänderung, wenn sie, wie der Wortsinn andeutet, auch in „umgekehrter" Richtung verlaufen kann, was man sich am besten an Beispielen klar macht.

Eine Gasmasse in wärmedichtem Zylinder sei durch einen reibungsfrei beweglichen Kolben abgeschlossen, der durch eine dem Gasdrucke gleiche Kraft P im Gleichgewichte erhalten wird. Erteilen wir dem Kolben eine unendlich kleine Geschwindigkeit nach vorwärts und verändern wir während der eintretenden Bewegung P so, daß es in jeder Lage dem Gasdrucke gerade gleich ist, so durchläuft der Gasinhalt eine Reihe von Gleichgewichtszuständen. Wenn man in der Endlage, nachdem die vernachlässigbare unendlich kleine lebendige Kraft der Bewegung abgenommen wurde, dem Kolben einen Impuls nach rückwärts erteilt, und ähnlich verfährt wie oben, so wird der Gasinhalt genau dieselben Zustände wie vorhin, aber in entgegengesetzter Reihenfolge, durchlaufen; wir haben eine im strengen Sinne umkehrbare Zustandsänderung vor uns. Im Falle eines Wärmeaustausches dürfte die Temperatur des abgebenden Behälters nur um unendlich wenig über der jeweiligen Temperatur des Arbeitskörpers liegen.

In einer Dampfmaschine ist die Kolbengeschwindigkeit endlich, die entsprechende lebendige Kraft des Dampfinhaltes muß durch Abnahme der Eigenenergie geliefert werden, daher hier die Zustände auf dem Hin- und Rückweg nicht gleich wären. Bei den üblichen Kolbengeschwindigkeiten kann indes der Unterschied vernachlässigt werden.

Auch bei endlicher, großer Geschwindigkeit kann vollkommene Umkehrbarkeit vorhanden sein. Die Dampfströmung durch eine ideale (reibungsfreie) Düse geht rückläufig vor sich, wenn wir imstande sind einen Zustand herzustellen, bei welchem jedes Dampfelement die gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeit besitzt als vorhin.

Nicht umkehrbar nennt man im strengeren Sinn der Wärmelehre eine Zustandsänderung, wenn es nicht nur unmöglich ist, sie in der beschriebenen Weise unmittelbar zum entgegengesetzten Verlauf zu bringen, sondern wenn obendrein überhaupt kein Mittel vorhanden ist, um den ursprünglichen Zustand so wiederherzustellen, daß im Zustande anderer Körper keine Änderungen zurückblieben.

Typische Beispiele sind: Umwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme durch Reibung, Überströmen der Wärme von Behältern mit höherer Temperatur auf solche mit niederer; Drosselung von elastischen Flüssigkeiten beim Strömen, d. h. arbeitsloser Abfluß derselben von Räumen mit hohem Druck in solche mit niederem.

Wir erkennen sogleich, daß diese nicht umkehrbaren Prozesse gerade die verlustbringenden Begleiterscheinungen der Energieumwandlung in der Kraftmaschine ausmachen; daher erhebt sich die Frage, wie groß im Einzelfalle, wenn man ihn schon nicht ganz vermeiden kann, der verursachte Arbeits-

Digitized by Google

ausfall ist? Die Antwort erhält man entweder durch mühsame langwierige Vergleichsrechnungen der Zustandsveränderungen oder rasch und einfach durch Vermittelung des Begriffes der Entropie, die geradezu unentbehrlich ist für die sichere Beurteilung dieser Verhältnisse.

9. Der Carnotsche Kreisprozeß.

Um auf den Begriff der Entropie geführt zu werden, gibt es für den Ingenieur kaum ein anschaulicheres Mittel als den Carnotschen Kreisprozeß. Denn der geniale, im Jahre 1832, bloß 36 Jahre alt, dahingeraffte Nik. Leonh. Sadi Carnot arbeitet[1]) mit der uns wohl vertrauten Vorstellung desjenigen Prozesses, der sich fast genau so in der zeitgenössischen Dampfmaschine abspielte. Carnot denkt sich in einer idealen Maschine folgenden aus nur umkehrbaren Umwandlungen zusammengesetzten Vorgang durchgeführt:

1. eine Ausdehnung des Energieträgers unter Wärmezufuhr bei konstanter Temperatur t_1 (d. h. die Verdampfung in der Dampfmaschine),
2. eine „adiabatische" Ausdehnung, d. h. eine solche ohne Wärmeaustausch (angenähert die Expansion der Dampfmaschine) bis auf die Temperatur t_2,
3. eine isothermische, d. h. bei konstanter Temperatur t_2 erfolgenden Verdichtung (Niederschlagen des Dampfes im Kondensator), welche so bemessen wird, daß die hierauf folgende
4. adiabatische Verdichtung von der Temperatur t_2 auf t_1 den Arbeitskörper in den Anfangszustand zurückführt (in diesem Teile weicht die Dampfmaschine ab, da auch bei Oberflächenkondensation der Niederschlag zuerst auf Kesseldruck verdichtet und dann unter diesem konstanten Druck durch Wärmezufuhr auf die Verdampfungstemperatur gebracht wird).

Es liegt also ein Kreisprozeß vor, d. h. der Arbeitskörper gelangt in seinen Anfangszustand zurück. Es bezeichne nun

Q_1 die vom Behälter mit der Temperatur t_1 aufgenommene,
Q_2 die an den Behälter mit der Temperatur t_2 abgegebene Wärmemenge,
AL der in Wärmemaß ausgedrückte Wert der während eines Umlaufes gewonnenen Arbeit.

Da keine anderen Änderungen eingetreten sind, als daß die Wärme Q_1 verschwand, während die Arbeit AL und die Wärme Q_2 auftauchten, so muß nach dem Energieprinzip

$$Q_1 = AL + Q_2 \quad \text{oder} \quad AL = Q_1 - Q_2$$

sein.

Ein zweiter Körper von beliebiger Beschaffenheit möge denselben Prozeß zwischen denselben Temperaturgrenzen in umgekehrter Richtung durchlaufen, d. h. in einem idealen Kompressor verdichtet werden. Sein Gewicht sei so bemessen, daß hierbei die nunmehr zu leistende Arbeit wieder gleich AL sei, während dem kälteren Wärmebehälter in diesem Fall die Wärme Q_2' entzogen und dem wärmeren die Wärme Q_1' mitgeteilt wird. Es gilt wieder

$$AL = Q_1' - Q_2',$$

somit

$$Q_1 - Q_2 = Q_1' - Q_2' \quad \text{oder} \quad Q_1' - Q_1 = Q_2' - Q_2.$$

[1]) In seinen „Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres a développer cette puissance". Paris 1824 (Neudruck 1878). Carnot hält noch an der Vorstellung fest, daß die Wärme ein Stoff sei, allein aus seinen nachgelassenen Notizen geht hervor, daß er alsbald darauf die Äquivalenz von Wärme und Arbeit erkannt und sogar das mechanische Wärmeäquivalent angenähert richtig berechnet hat. Um wieviel weiter wäre die Wärmelehre, wenn Carnot länger gelebt und seinen Ideen zum Durchbruch verholfen hätte?


Digitized by Google

Da die während des ersten Prozesses gewonnene äußere Arbeit durch den zweiten Prozeß gerade aufgezehrt wurde und beide Körper nach je einem Umlauf sich im Anfangszustande befinden, besteht die Wirkung des ganzen Vorganges darin, daß eine gewisse Wärmemenge aus dem einen Behälter in den andern geschafft worden ist. Wäre $Q_1' > Q_1$, so würde die Differenz $Q_1' - Q_1$ dem kälteren Behälter entnommen und in den wärmeren überführt worden sein. Dieser Überschuß würde in einer dritten Maschine Arbeit leisten können, und durch Wiederholung des Vorganges könnte man ununterbrochen Arbeit auf Kosten des kälteren Behälters allein, ohne daß anderweitige Änderungen aufträten, gewinnen. Dies aber ist ein Perpetuum mobile zweiter Art, also unmöglich. Dasselbe ergibt sich, wenn man $Q_1' < Q_1$ voraussetzt, wie man beweist, indem man die Richtung der Prozesse 1 und 2 vertauscht. Es bleibt also nur die Möglichkeit

$$Q_1 = Q_1', \text{ mithin auch } Q_2 = Q_2'$$

übrig.[1]) Durch Division folgt

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_1'}{Q_2'},$$

d. h. dieses Verhältnis ist von der Natur des verwendeten Körpers unabhängig, wenn nur dieselben Temperaturgrenzen t_1, t_2 eingehalten werden. Da über den Druck, das Volumen, den Aggregatzustand und die chemische Beschaffenheit der Körper nichts vorausgesetzt wurde, kann das genannte Verhältnis nur von den Temperaturen abhängen, d. h. es muß

$$\frac{Q_1}{Q_2} = f(t_1, t_2),$$

wo f eine noch unbekannte, für alle Körperarten gültige Funktion bedeutet. Die Gestalt derselben bestimmen wir mit Poincaré, indem wir Carnotsche Prozesse zwischen den Temperaturen t_0, t_1, t_2 und zwischen denselben Adiabaten, und zwar in folgender Zusammenstellung voraussetzen: 1) zwischen t_1, t_2 mit den Wärmemengen Q_1, Q_2, 2) zwischen t_1, t_0 mit Q_1, Q_0, 3) zwischen t_2, t_0 mit Q_2, Q_0, so daß die drei Gleichungen

$$\frac{Q_1}{Q_2} = f(t_1; t_2), \qquad \frac{Q_1}{Q_0} = f(t_1, t_0), \qquad \frac{Q_2}{Q_0} = f(t_2, t_0)$$

bestehen müssen.

Bilden wir das Verhältnis Q_1 und Q_2 aus der 2. und 3. Gleichung und setzen wir es dem in der 1. Gleichung gleich, so folgt

$$\frac{f(t_1, t_0)}{f(t_2, t_0)} = f(t_1, t_2).$$

Diese Identität kann nur bestehen, falls $f(t_1, t_2)$ die Form

$$f(t_1, t_2) = \frac{\varphi(t_1)}{\varphi(t_2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

besitzt, wo nun Funktion φ noch unbekannt ist. Zu ihrer Bestimmung genügt es, an einem einzigen Körper durch den Versuch das Verhältnis $Q_1 : Q_2$ zu ermitteln. Als solcher Körper eignet sich irgendein „ideales" Gas, welches die Zustandsgleichung

$$pv = RT$$

[1]) Man könnte freilich einwenden, daß reibungslose Maschinen nicht existieren und der Beweis nicht streng genug geführt sei, allein einerseits bauen wir nachweisbar Dampfmaschinen, deren Reibungsarbeit, die Luftpumpenarbeit einbegriffen, bloß 5 v. H. der normalen Leistung ausmacht, anderseits ist die Voraussetzung idealer Maschinen für den Beweis nicht zu umgehen und darum auch deutlich ausgesprochen worden.

Digitized by Google

besitzt, wo $T = 273 + t$ und R eine Konstante ist; dessen spezifische Wärmen c_p für konstanten Druck und c_v für konstantes Volumen unveränderlich sind und das Verhältnis $k = c_p : c_v$ bilden. Indem man die Abschnitte des Kreisprozesses im einzelnen durchgeht, findet man durch eine leicht zu erledigende Rechnung

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wenn mit $T_1 = 273 + t_1$ und $T_2 = 273 + t_2$ die obere und untere „absolute" Temperatur der Carnotschen Isothermen bezeichnet wird. Die Carnotsche Temperaturfunktion $\varphi(t) = \varphi(T - 273)$ reduziert sich mithin allgemein auf die absolute Temperatur selbst,

$$\varphi(t) = T \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

wenn wir den noch willkürlichen konstanten Faktor $= 1$ setzen.

Die in „Nutzarbeit" umgesetzte Wärmemenge ist, wie schon angegeben, der Unterschied der Wärmemengen Q_1 und Q_2, d. h.

$$AL = Q_1 - Q_2.$$

Der „Wirkungsgrad" η ist das Verhältnis der nutzbar gewonnenen Energie AL zum Gesamtaufwand an Wärme, d. h. zu Q_1, da Q_2 die Temperatur der Umgebung annahm, mithin wirtschaftlich wertlos geworden ist. Man findet

$$\eta = \frac{AL}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Da aber gemäß Gl. (6)

$$Q_2 = Q_1 \frac{T_2}{T_1},$$

so folgt

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

und wir haben den Satz:

Der thermische Wirkungsgrad eines Carnotprozesses hängt lediglich ab von der Temperatur der Isothermen, zwischen welchen der Prozeß verläuft, und ist unabhängig von der Natur des arbeitenden Körpers. Die Wärmeausnutzung ist um so besser, bei je höherer Temperatur wir die Wärme zuführten und bei je tieferer wir sie entziehen.

10. Kreisprozeß mit umkehrbarer Wärme-Zu- und -Abfuhr bei beliebigen Temperaturen und das Integral von Clausius.

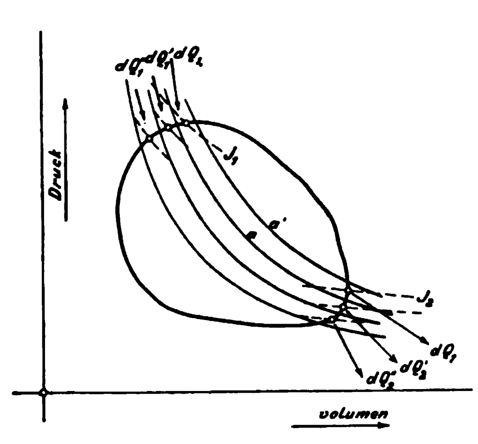


Fig. 18.

Der Carnotsche Prozeß ermöglicht uns die Vorgänge bei einem beliebigen Kreisprozeß zu beurteilen. Es sei ein beliebiger Körper einer beliebigen physikalischen oder chemischen Zustandsänderung unterworfen, bei der nur umkehrbare Vorgänge auftreten, und der Verlauf der Druck- und Volumenänderung durch das sogenannte pv-Diagramm (Fig. 18) dargestellt wird. Wir teilen die pv-Ebene durch eine Schar von Adiabaten in unendlich schmale Streifen, und bezeichnen die Wärmemengen, welche während der wahren Zustandsänderung zwischen zwei Adiabaten zu- bzw. abgeleitet werden, wie in die Figur eingetragen ist, mit dQ_1, dQ_1', dQ_1'' ... dQ_2, dQ_2', dQ_2'', ...

Digitized by Google

Die Wärmemengen dQ_1, dQ_2 können wir als einem „elementaren" Kreisprozeß angehörend denken, der durch einen Hilfskörper zwischen den Adiabaten a, a' und den von ihnen eingefaßten unendlich kleinen Stücken der Zustandskurve ausgeführt wird. An Stelle hiervon ist es aber zulässig einen Carnotschen Prozeß zu setzen, bei dem die Abschnitte der wahren Zustandskurve durch die, den mittleren Temperaturen T_1, T_2 entsprechenden, unendlich kurzen Isothermen J_1, J_2 ersetzt sind, denn die auf J_1, J_2 zu- bzw. abzuleitenden Wärmen unterscheiden sich von dQ_1, dQ_2 nur um unendlich kleine höherer Ordnung. Nach Gl. (6) ist nun

$$\frac{dQ_1}{dQ_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Die nutzbare Arbeit dL, die dem Elementarprozesse entspricht und durch das von den Kurven a, a', J_1, J_2 des pv-Diagrammes eingeschlossene Flächenstück gemessen wird, ist in Wärmemaß $AdL = dQ_1 - dQ_2$, der thermodynamische Wirkungsgrad, wie oben

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Der vorhin ausgesprochene Satz gilt für jeden Elementarprozeß, und man darf mithin, alles zusammenfassend, den Satz aussprechen:

Die Wärmeausnützung bei einem beliebig geführten Kreisprozeß mit nur umkehrbaren Änderungen ist um so besser, bei je höheren Temperaturen die Wärme zugeführt, bei je tieferen sie abgeleitet wird.

Dieser Satz, der anscheinend allgemeine und ausnahmslose Gültigkeit besitzt, könnte wesentlich modifiziert werden durch die Anwendung eines sog. Regenerators, falls es gelänge, dem Ideal einigermaßen nahekommende Wärmeaustauschapparate zu konstruieren. Da ein Verständnis derselben nur unter Benutzung des Entropiebegriffes möglich ist, verschieben wir die Erörterung dieser Einrichtungen auf später.

Stellen wir Gl. (9) in die Form

$$\frac{dQ_1}{T_1} = \frac{dQ_2}{T_2} \quad \text{oder} \quad \frac{dQ_1}{T_1} - \frac{dQ_2}{T_2} = 0$$

um, und schreiben wir die gleichartig gebildeten Beziehungen

$$\frac{dQ_1'}{T_1'} - \frac{dQ_2'}{T_2'} = 0$$

$$\frac{dQ_1''}{T_1''} - \frac{dQ_2''}{T_2''} = 0 \quad \text{usw.}$$

an, so ergibt sich durch Summation

$$\Sigma \frac{dQ_1}{T_1} - \Sigma \frac{dQ_2}{T_2} = 0.$$

Wenn wir aber alle Wärmemengen algebraisch auffassen, d. h. die zu entziehenden Mengen dQ_2 usw. als negative Größen einführen (während hier dQ_2 den Absolutwert bedeutete), so darf man einfach

$$\Sigma \frac{dQ}{T} = 0$$

schreiben, die Summe auf alle Wärmeelemente ausgedehnt. Ersetzen wir die Summe durch das Integralzeichen, so entsteht

$$(\int) \frac{dQ}{T} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

wobei durch die Klammern die Integration über den geschlossenen Kreisprozeß angedeutet ist. Das Verschwinden dieses Clausiusschen Integrales für jeden geschlossenen umkehrbaren Prozeß ist von allergrößter Wichtigkeit und bildet etwas wie den Mittelpunkt der Wärmelehre.


Digitized by Google

11. Die Entropie.

Man lasse nun von einem als „normal" definierten Zustand A (Fig. 19) durch umkehrbare Vorgänge 1 kg unseres Stoffes gemäß Kurve C in den Zustand B überführen, auf dem Wege C' kehre er nach A zurück, so daß ein Kreisprozeß entsteht. Wir zerlegen das Clausiussche Integral (10) in die Teilbeträge von A über C nach B, von B über C' nach A, und schreiben

$$\int_A^A \frac{dQ}{T} = \int_{A \text{ über } C}^{B} \frac{dQ}{T} + \int_{B \text{ über } C'}^{A} \frac{dQ}{T} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

Geht die Änderung von A nach B über C', so kehren alle Elementar-Wärmemengen, die ins Spiel kommen, ihr Vorzeichen um, und es wird

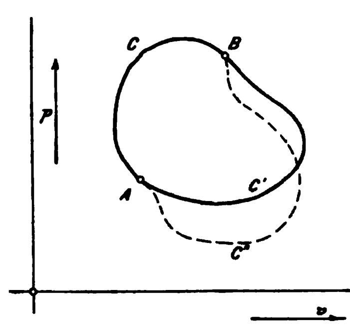


Fig. 19.

$$\int_{A \text{ über } C'}^{B} \frac{dQ}{T} = -\int_{B \text{ über } C'}^{A} \frac{dQ}{T},$$

somit liefert Gl. (11)

$$\int_{A \text{ über } C}^{B} \frac{dQ}{T} = \int_{A \text{ über } C'}^{B} \frac{dQ}{T} \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Das Integral der Elemente $dQ:T$ ist mithin unabhängig von der Art, in welcher wir einen Körper aus dem gegebenen Anfangszustand in einen gegebenen Endzustand überführen, wenn der Weg nur überall umkehrbar war. Man bezeichnet dies Integral als den Zuwachs der Entropie des Körpers zwischen den Zuständen A und B und schreibt

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} = S - S_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Der Wert der Entropie in A bleibt unbestimmt, es ist mithin auch S nur bis auf eine willkürliche additive Konstante bestimmbar. Bezeichnet man den Zustand in A als „Normalzustand" und setzt man $S_0 = 0$, so wird die Entropie eine zu jedem Zustand des Körpers gehörende bestimmte Zahl und kann von vornherein ausgerechnet werden, sofern der Zustand durch bloß umkehrbare Änderungen erreichbar ist.[1])

Aus der Definition der Entropie folgt:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

und

$$dQ = T\,dS \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14a)$$

---

[1]) Es ist wichtig darauf hinzudeuten, daß über die Natur des arbeitenden Körpers keine Voraussetzungen gemacht worden sind, daß also obige Definition der Entropie insbesondere auch für chemisch aufeinander einwirkende Gemenge gilt, wenn nur ihr Zustand durch gewisse Angaben bestimmbar, also ein Zustand des Gleichgewichtes der chemischen Kräfte ist. Das Vorhandensein äußeren Gleichgewichtes ist nicht notwendig, da auch in bewegten Massen ein unendlich kleines Element als im relativen Gleichgewicht gegen seinen Schwerpunkt angesehen werden kann. Bei Gasgemischen kann man auch die Bedingung des Gleichgewichtes der chemischen Kräfte fallen lassen, da hier die Entropie des einen Bestandteiles durch die Anwesenheit des andern nicht beeinflußt wird.

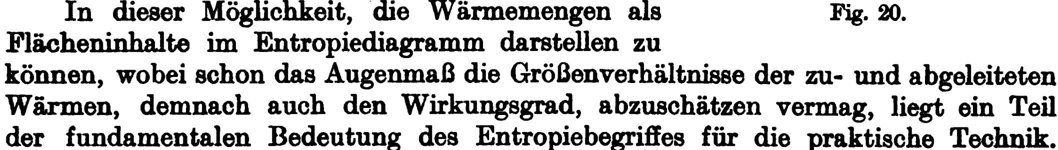
Digitized by Google

welche wichtige Gleichung besagt, daß die (umkehrbar) zugeführte Wärmemenge dQ erhalten wird als Produkt der absoluten Temperatur und der elementaren Entropiezunahme die während der betrachteten unendlich kleinen Zustandsänderung eintritt. Dieser Satz gibt uns die Möglichkeit, die zugeführte Wärme graphisch als Flächeninhalt darzustellen, wenn wir wie üblich ein Koordinatensystem mit S als Abszissen- und T als Ordinatenachse entwerfen. Da durch die „Zustandsparameter", etwa p und v, auch die Entropie S und die Temperatur bestimmt sind, entspricht jedem Punkte der pv-Ebene ein Punkt der TS-Ebene, und man kann eine Zustandskurve (z. B. Expansionslinie) aus der ersten in die zweite übertragen oder „abbilden". Auf diese Weise entsteht das „Entropiediagramm" (Fig. 20). In diesem ist das Flächenelement $B'B''B_1''B_1' = TdS = dQ$, und die Fläche B_1BCC_1 stellt im Wärmemaß die ganze während der umkehrbaren Zustandsänderung von B nach C aufgenommenen Wärme dar. Erfolgte die Änderung im Sinne von C nach B, müßte der Flächeninhalt negativ gerechnet werden, d. h. die Wärme würde nicht zu- sondern abgeleitet.

Fig. 20.



In dieser Möglichkeit, die Wärmemengen als Flächeninhalte im Entropiediagramm darstellen zu können, wobei schon das Augenmaß die Größenverhältnisse der zu- und abgeleiteten Wärmen, demnach auch den Wirkungsgrad, abzuschätzen vermag, liegt ein Teil der fundamentalen Bedeutung des Entropiebegriffes für die praktische Technik.



Hat eine Zustandsänderung ohne Wärmeaustausch stattgefunden, so ist für jedes Element derselben $dQ = 0$, daher auch $dS = 0$, d. h. die Entropie ändert sich nicht, und wir haben den Satz:

Die adiabatische Zustandsänderung wird im Entropiediagramm durch eine zur Ordinatenachse parallele Gerade (bei rechtwinkligem Achsenkreuz eine Senkrechte) dargestellt.

An sich selbstverständlich ist der weitere Satz:

Der isothermischen Zustandsänderung entspricht im Entropiediagramm eine Wagerechte.

Hiernach ist es klar, wie einfach ein Carnotscher Prozeß beliebiger Art im Entropiediagramm dargestellt wird. Indem wir bis auf weiteres (bis zur Behandlung der Gasturbine) ein rechtwinkliges Achsenkreuz voraussetzen, wird dieser Prozeß durch ein Rechteck $A_1B_1B_2A_2$ (Fig. 21) abgebildet. Hierbei ist

Fig. 21.

$$\text{Fläche } A_1B_1B_0A_0 = \text{der zugeführten Wärme } Q_1,$$
$$\text{„} \quad A_2B_2B_0A_0 = \text{der abgeleiteten Wärme } Q_2,$$
$$\text{daher} \quad \text{„} \quad A_1B_1B_2A_2 = \text{der geleisteten Arbeit } Q_1 - Q_2 = AL.$$

Weitere Beispiele folgen später.

Erfahrungsgemäß bietet die geistige Assimilation, das vermeintliche „Verstehen" des so fremdartig klingenden Begriffes „Entropie", dem Anfänger große Schwierigkeiten. Wolle derselbe sich vergegenwärtigen, daß im wissenschaftlichen Aufbau einer Disziplin eine höhere Stufe in der Regel erklommen wird, indem man einen ganzen Gedankenkomplex durch eine Wortbezeichnung in eine Einheit zusammenfaßt. Man darf nicht verlangen, daß das Wort uns den Begriff erkläre; das Gegenteil ist vielmehr der Fall: wir müssen uns den betreffenden Gedankenkomplex so fest einprägen, daß das Wort nur sein stellvertretendes Signal bildet, welches ihn im Bedarfsfall sofort zur Stelle schafft. Entropie „begreifen" bedeutet daher nur soviel, sich sofort bewußt zu werden:

Digitized by Google

$\int dQ : T$ hängt für umkehrbare Prozesse nicht von dem Wege zwischen Ausgangs- und Endzustand ab, ist daher, wenn wir den ersteren festgelegt haben, eine aus Tabellen oder Tafeln zu entnehmende, dem Endzustand eigentümliche Zahl. Sind wir dann mit den weiteren vortrefflichen Eigenschaften des neuen Begriffes vertraut, so rechnen wir mit der ihn vertretenden Zahl etwa wie mit dem Logarithmus, ohne unser Denken jederzeit von neuem mit seiner logischen Begründung zu belasten.

Obwohl also das Abstrakte genommen werden muß wie es ist, empfiehlt es sich doch sehr, nach Veranschaulichungen zu suchen, auch wenn sie nur künstliche Hilfsmittel wären, die Ideenassoziation zu beleben. So hat Helmholtz gelegentlich auf folgendes hingewiesen: Bei Wärmezufuhr unter konstantem Druck kann die Zunahme der Temperatur als Wärmemaßstab dienen. Bei konstanter Temperatur, z. B. dem Schmelzprozeß, gilt die Formel $Q = TS$, d. h. die einem Körper zugeführte Wärme bewirkt eine ihr proportionale Vergrößerung der Entropie, es ist daher naheliegend, Entropie als Wärmemaßstab für konstante Temperatur aufzufassen. Doch wäre eine solche Definition bei der universellen Bedeutung der Entropie zu eng.

12. Der Wärmeinhalt.

Erwärmen wir 1 kg eines Stoffes bei unveränderlichem Rauminhalt, so wird infolge Abwesenheit einer äußeren Leistung die ganze Wärme als „innere Energie" aufgespeichert, die wir mit u für 1 kg des Stoffes bezeichnen. Bezeichnet c_v die spezifische Wärme bei konstantem Volumen, so ist

$$u = \int c_v dT + \text{konst.}$$

Hiermit verwandt ist der **Wärmeinhalt**, den wir in einem gewissen Sinne als „technische Energie" betrachten können, wie später auseinandergesetzt wird. Denken wir uns 1 kg unseres Stoffes von einem Anfangszustand, in welchem $p\ v_1\ u_1$ die Werte von Druck, Volumen und innerer Energie sind, Wärme bei konstantem Druck zugeführt, so gilt für einen elementaren Vorgang

$$dq = du + A p dv$$

und durch Integration bis zum Endzustand p, v_2, u_2 erhält man

$$q = (u_2 + A p v_2) - (u_1 + A p v_1).$$

Unter Wärmeinhalt versteht man den Ausdruck

$$i = u + A p v + \text{konst.},$$

der ebenso wie die Energie (von der additiven Konstante abgesehen) eine zu jedem Zustande des Stoffes eindeutig zugeordnete bestimmte Zahl ist, die wir unseren Dampftabellen entnehmen können.

13. Berechnung der Entropie für Gase.

Die „Zustandsgleichung", d. h. die Beziehung zwischen Druck, spezifischem Volumen und absoluter Temperatur lautet

$$pv = BT \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wo B eine Konstante. Für Luft ist $B = 29{,}27$, wenn p in kg/qm, v in kg/cbm gerechnet werden. Zu beachten ist die Beziehung $v\gamma = 1$, wo γ das spezifische Gewicht kg/cbm bedeutet.

Die spezifischen Wärmen bei konstantem Druck c_p und konstantem Volumen c_v (d. h. die Wärmemengen, die bei konstantem Druck bzw. Volumen erforderlich sind, um die Temperatur von 1 kg Gas um 1° zu erhöhen) sind bei Gasen lineare Funktionen der Temperatur, so zwar, daß

$$\left.\begin{array}{l} c_p = \alpha_p + \beta T \\ c_v = \alpha_v + \beta T \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$


Digitized by Google

wird, und der Faktor von T muß für beide gleich sein, damit die bekannte Beziehung

$$c_p - c_v = AB \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2a)$$

gewahrt bleibt. Zahlenangaben folgen im Anhang.

Bei Luft ist c_p, c_v sehr wenig veränderlich und man kann daher den Wert der inneren Energie angenähert

$$u = \int c_v \, dT = c_v T + \text{konst.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

oder wenn die in diesem Falle konstante Verhältniszahl $k = c_p/c_v$ und Gl. (2a) benutzt werden

$$u = c_v \frac{Apv}{AB} + \text{konst.} = \frac{Apv}{k-1} + \text{konst.} \quad \ldots \ldots (3a)$$

setzen.

Für den Wärmeinhalt schreiben wir

$$i = \int c_p \, dT + \text{konst.} \cong c_p T + \text{konst.} = \frac{k}{k-1} Apv + \text{konst.} \quad \ldots (4)$$

Gemäß der Grunddefinition ist die Entropiezunahme zwischen zwei Zuständen das Integral

$$\int \frac{dq}{T}$$

für irgendeinen umkehrbaren Weg vom Anfangs- zum Endzustand. Wir wählen einen „Normalzustand" als Ausgangspunkt und setzen für diesen die willkürliche Integrationskonstante gleich Null.

Die Wärmegleichung lautet

$$dq = du + Apdv,$$

also ist

$$s - s_0 = \int \frac{du + Apdv}{T} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

Da das Integral vom Zwischenwege unabhängig ist, muß es eine bloße Funktion der „Zustandsparameter" sein und sich z. B. in der Form

$$s - s_0 = F(T, v) - F(T_0, v_0)$$

allgemein darstellen lassen, wenn wir u und p als Funktionen von T und v einsetzen. Die unter dem Integral stehende Funktion ist mit anderen Worten ein vollständiges Differential.

Für Gase setzen wir in Gl. (5) die Werte

$$du = c_v dT = (\alpha_v + \beta T) \, dT \text{ und } p = \frac{BT}{v}$$

ein und erhalten

$$ds = \left(\frac{\alpha_v}{T} + \beta\right) dT + AB \frac{dv}{v},$$

welcher Ausdruck in der Tat ein vollständiges Differential ist und integriert

$$s - s_0 = \alpha_v \lg n \frac{T}{T_0} + \beta (T - T_0) + AB \lg n \frac{v}{v_0} \quad \ldots \ldots (6)$$

liefert. Wünschen wir eine Darstellung durch T und p, so wird $v = BT/p$, $v_0 = BT_0/p_0$ eingesetzt und Beziehung $\alpha_v + AB = \alpha_p$ benützt. So entsteht

$$s - s_0 = \alpha_p \lg n \frac{T}{T_0} + \beta (T - T_0) - AB \lg n \frac{p}{p_0} \quad \ldots \ldots (7)$$

Endlich könnte T entfernt und durch p, v ausgedrückt werden.

Die so gerechnete Entropietafel für Gase wird im Anhang besprochen.


Digitized by Google

14. Berechnung der Entropie für Wasserdampf.

Ein Dampf ist naß, falls ein Gemisch von Dampf und tropfbarer Flüssigkeit vorliegt; trocken gesättigt oder überhitzt, falls die Wärmezufuhr bis zum Verdampfen des letzten Flüssigkeitsrestes getrieben wurde, oder darüber hinaus. Im nassen bis zum trocken gesättigten Zustande besteht eine Beziehung zwischen Druck und Temperatur („Siedetemperatur"), die vom Volumen unabhängig ist. Da sie durch eine hinreichend einfache Formel nicht dargestellt werden kann, entnimmt man zueinander gehörende Werte aus den Dampftabellen.

Das Gewichtsverhältnis x des dampfförmigen Teiles zum Gesamtgewicht (des nassen Wasserdampfgemisches) nennt man spezifische Dampfmenge.

Es sei

σ das Volumen im flüssigen Zustande, cbm/kg,
v_g „ „ „ trocken gesättigten Zustande, cbm/kg.

Dann ist das Volumen im nassen Zustande

$$v_x = \sigma + x(v_g - \sigma),$$

worin σ fast immer gegen v_g vernachlässigt werden kann.

Im überhitzten Zustande gilt die Zustandsgleichung von Linde[1]), die eine Verbesserung der von Battelli-Tumlirz aufgestellten Beziehung ist:

$$pv = BT - p(1 + \alpha p)\left[C\left(\frac{373}{T}\right)^3 - D\right] \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

worin p in kg/qm; v in cbm/kg einzusetzen sind, T die absolute Temperatur bedeutet, und

$$B = 47{,}10 \qquad \alpha = \frac{2}{10^6} \qquad C = 0{,}031 \qquad D = 0{,}0052 \quad \text{ist.}$$

Das Versuchsgebiet umfaßte Temperaturen bis nahe an 200° C und Drücke bis 11 kg/qcm abs.

Für praktische Rechnungen wird als genügend genau empfohlen

$$pv = BT - Cp \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

mit $B = 47{,}10$; $C = 0{,}016$ mit einem maximalen Fehler für v von 0,8 v. H.

Die einfachste angenäherte Form des Zusammenhanges zwischen Druck und Temperatur an der Sättigungsgrenze ist durch die Formel von Dieterici[2])

$$p_s = p_k e^{7{,}4\left(1 - \frac{T_k}{T}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

gegeben, wobei $p_k = 200{,}5 \cdot 10^4$ kg/qm der kritische Druck, $T_k = 638$ die kritische Temperatur bedeuten.

Die spezifische Wärme des Wassers in flüssigem Zustand ist nach Dieterici

$$c = 0{,}9983 - 0{,}0001037\,t + 0{,}000002073\,t^2.$$

Hieraus erhält man die „Flüssigkeitswärme", d. h. den **Wärmeinhalt des flüssigen Wassers**

$$i_f = \int_0^t c\,dt \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Die „Verdampfungswärme" bedeutet die Wärme, die 1 kg Wasser von Siedetemperatur zugeführt werden muß, um es bei konstantem Druck in gesättigten Dampf zu verwandeln. In erster Näherung ist in WE

$$r = 607 - 0{,}708\,t \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

[1]) R. Linde, Über die thermischen Eigenschaften des gesättigten und überhitzten Wasserdampfes zwischen 100° und 180° C. Berlin 1904.

[2]) Dieterici, Z. Ver. deutsch. Ing. 1905, S. 365.


Digitized by Google

Eine bessere Annäherung bietet die Formel von Dieterici

$$r = 594{,}8 - 0{,}559\,t - 0{,}000002234\,t^3 \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Für Extrapolation in die Nähe des kritischen Punktes ist nach Thiesen

$$r = 83{,}95\,(T_k - T_s)^{1/3} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

wofür man die noch besseren Anschluß gewährende Formel

$$r = 101{,}1\,(T_k - T_s)^{0{,}3} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

wählen kann, worin T_k die kritische Temperatur, T_s die Sättigungstemperatur bedeuten. Den genauesten Wert liefert die graphische Ermittelung mittels der Formel von Clapeyron

$$r = A\,(v_g - \sigma)\,T\,\frac{dp}{dT} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Die Werte von r sind in Fig. 22 als abhängige der Temperatur dargestellt, und zwar gestrichelt nach Formel (6), punktiert nach Formel (7), strichpunktiert nach Formel (8) und ausgezogen nach Formel (9). Das Ergebnis nach Formel (9) zeigt sich bis zu 180° C in voller Übereinstimmung mit den Werten, die Mollier in der Hütte (20. Aufl.) angibt. Die Abweichung darüber hinaus ist so klein, daß die Werte der Hütte für alle Temperaturen in der nachbeschriebenen Entropietafel verwendet wurden.

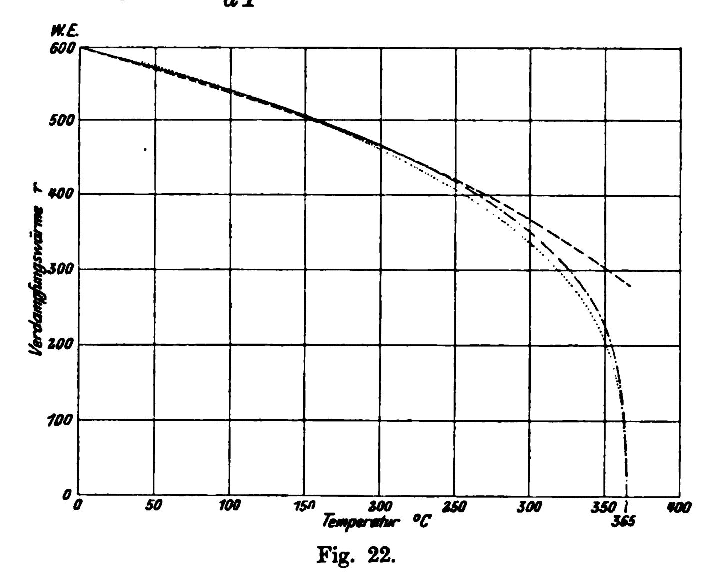


Fig. 22.

Wird 1 kg Wasser von 0° C bei konstantem Druck auf die Siedetemperatur erwärmt und der Anteil x in Dampf verwandelt, so erhalten wir als **Wärmeinhalt des nassen Dampfes:**

$$i_x = i_f + x r \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

an der „Grenzkurve" ist $x = 1$, also

$$i_g = i_f + r \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

wofür angenähert die Formel $i_g = 606{,}5 + 0{,}305\,t$ benutzt werden darf.

Der Wärmeinhalt im Überhitzungsgebiet ist der Definition gemäß

$$i_u = i_g + \int_{T_s}^{T} c_p\,dt \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Die innere Energie des Dampfes in irgendeinem Zustand erhält man, wenn man vom Wärmeinhalt die geleistete Druckarbeit $Ap\,(v - \sigma)$ in WE abzieht.

Über die spezifische Wärme c_p bei konstantem Druck liegen experimentelle Untersuchungen von L. Holborn und F. Henning[1]), von Knoblauch und Jakob[2]) und C. C. Thomas[3]) vor.

[1]) Annalen der Physik. 4. Folge. Bd. 18. 1905. S. 739.

[2]) Mitteilungen über Forschungsarbeiten, herausg. v. Ver. deutsch. Ing. Heft 35 u. 36, S. 109. Berlin 1906.

[3]) Transactions of the Amer. Soc. of Mech. Engineers. Vol. 29. 1907. Auch Engineering 1908. I. S. 415.

Digitized by Google

In Fig. 23 sind die Ergebnisse der auf jahrelanger Arbeit aufgebauten Versuche von Knoblauch (gestrichelt) und Thomas (punktiert) miteinander verglichen. Trotz der großen Sorgfalt beider Experimentaren zeigen sich erhebliche Abweichungen. Infolge einer Mitteilung des Herrn Prof. Knoblauch, daß seitherige, gemeinsam mit Frl. Mollier durchgeführte Kontrollversuche die Richtigkeit der alten Bestimmung im mittleren Temperaturbereich erwiesen hätten, nehmen wir für die im nachfolgenden beschriebene Entropietafel in diesem mittleren Bereich die von ihm bestimmten Werte an. Für die Veränderlichkeit über 300° hinaus diente uns die von Holborn und Henning gewonnene Linie der spezifischen Wärme bei einer Atmosphäre Druck als Richtungslinie. Außerdem

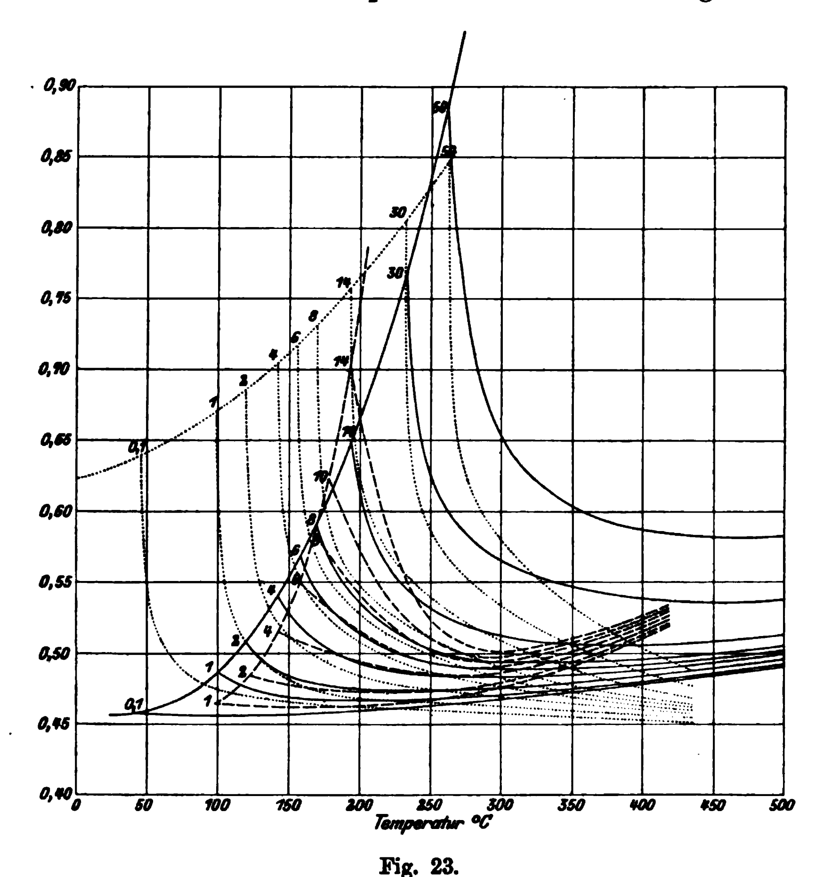


Fig. 23.

mußte aber die Grenzlinie, d. h. die für den Sättigungszustand geltende Wertereihe berichtigt werden. Alle Beobachtungen über die Zustandsänderung von Dämpfen weisen darauf hin, daß ihre Eigenschaften sich mit zunehmender Überhitzung denen der idealen Gase nähern. Für letztere hängen die spezifischen Wärmen, daher auch $u = \int c_v dT$ und $i = \int c_p dT$ nur von der Temperatur ab. Im Entropiediagramm des Wasserdampfes müssen daher die Linien $i =$ konst. allmählich in Linien $T =$ konst., d. h. in Wagerechte übergehen. Nach vielfachen Versuchen gelang es, die in Fig. 23 voll ausgezogenen und in Fig. 24 in größerem Maßstab als Funktion der Temperatur dargestellten c_p-Werte so auszugleichen, daß dieser Forderung genügt wird. Die Werte stimmen im mittleren Meßbereiche mit denen von Knoblauch sehr befriedigend überein, wie man an den eingezeichneten Beobachtungsergebnissen erkennt. (Es beziehen sich die Ringelpunkte auf 2 Atm., die Dreiecke auf 4 Atm., die vollen Punkte auf 6 Atm., die Kreuze auf

Digitized by Google

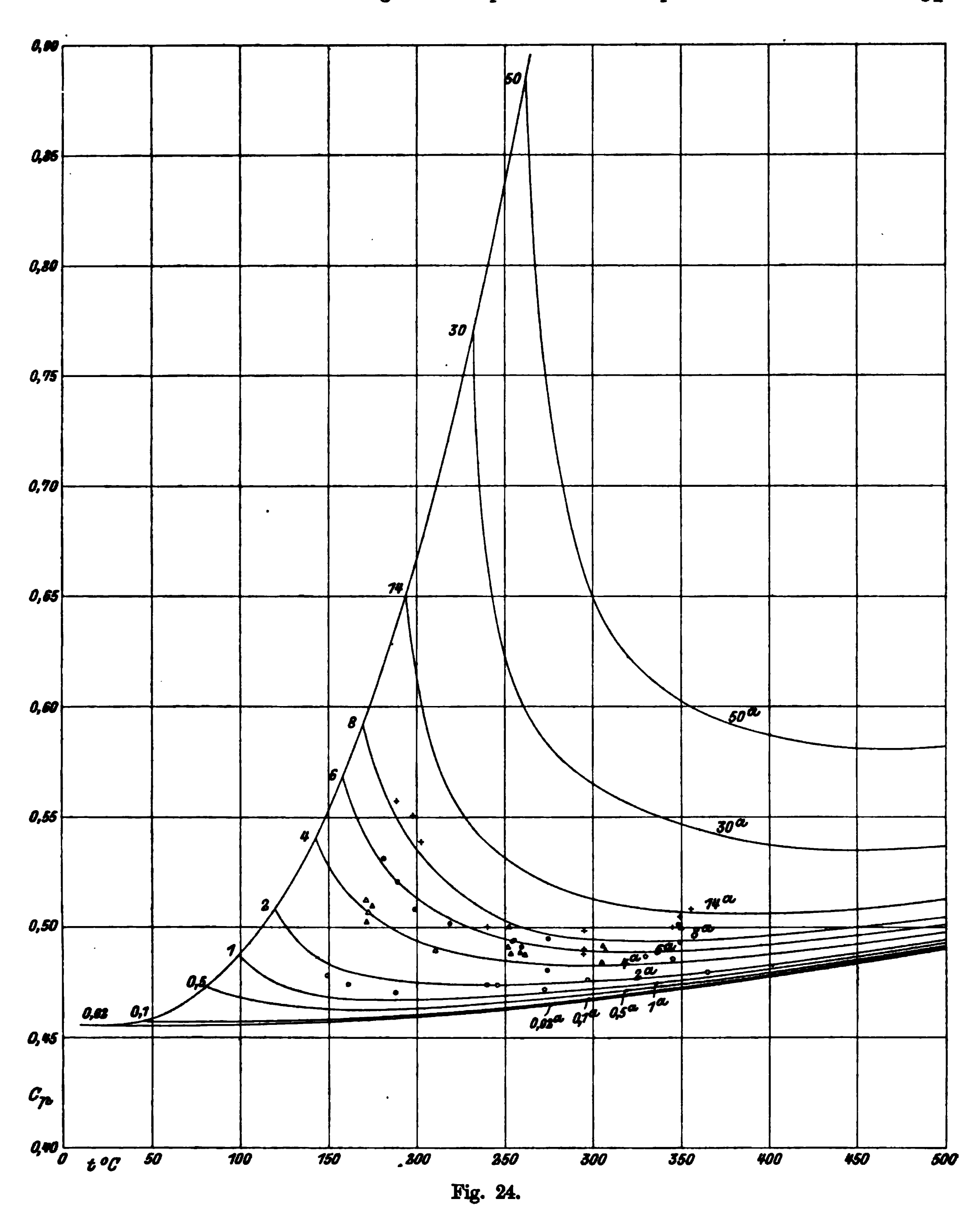


Fig. 24.

8 Atm. abs. Druck.) Alles andere ist Ergebnis einer Extrapolation und kann daher nur mit Vorbehalt benutzt werden.[1])

[1]) Während der Drucklegung erhielt ich von Prof. H. N. Davis die Abhandlung „Notes on certain thermal properties of steam" aus Proc. of the Amer. Acad. of Arts and Sc., march 1910, in welcher auf Grund strenger thermodynamischer Betrachtungen die Werte von C_p an der Grenzkurve entwickelt werden. Die Ergebnisse stimmen für kleine Drücke mit unserer Annahme befriedigend überein. Ebenfalls während des Druckes teilt mir Herr Prof. Knoblauch die letzten (Jan. 1910) gemeinsam mit Frl. Mollier erzielten Ergebnisse mit (s. Tabelle auf S. 32 unten).

Digitized by Google

Die Entropie.

Die allgemeine Integration ist bei Dämpfen nicht möglich, da die Energie und der Druck nicht analytisch als Funktionen von T und v darstellbar sind. Wir sind daher auf eine punktweise Berechnung angewiesen, indem wir als Normalzustand 0° Temperatur und 1 kg/qcm Druck wählen und folgenden einfachen umkehrbaren Weg einschlagen, um zum vorgeschriebenen Endzustand zu gelangen. Der erste Schritt besteht in einer adiabatischen Verdichtung der Gewichtseinheit auf den gewünschten Druck, wobei die Entropie unverändert bleibt und die Temperatur nur unmerklich erhöht wird; dann in umkehrbarer Wärmezufuhr unter konstantem Druck, bis der Siedepunkt erreicht ist. Dies liefert

$$s_f - s_0 = \int_0 \frac{c\,dT}{T} \qquad (13)$$

Der Wert von s_f findet sich in der „Hütte" unter der Bezeichnung σ für die Annahme $s_0 = 0$ fertig ausgerechnet vor. Hierauf verdampfen wir bei konstantem Druck, also auch konstanter Temperatur, bis zur spezifischen Dampfmenge x und erhalten den Zuwachs

$$dq = r\,dx \quad \text{also} \quad s_x - s_f = \int_0^x \frac{r\,dx}{T} = \frac{r\,x}{T} \qquad (14)$$

An der „Grenzkurve" ist

$$s_g - s_f = \frac{r}{T} \qquad (15)$$

Im Überhitzungsgebiet ist der Zuwachs

$$s_u - s_g = \int_{T_g}^{T} \frac{c_p\,dT}{T} \qquad (16)$$

welchen Wert man durch graphische Integration für verschiedene Drucke ermittelt.

15. Die Entropietafel für Wasserdampf.

Tragen wir die Werte der schrittweisen Integration als Funktion der zugehörigen Temperatur im rechtwinkligen Achsenkreuz auf, so entsteht Fig. 25. Hier bedeutet die angenähert logarithmische Linie A_0B_1 die Entropiezunahme während des Vorwärmens. In B_1 ist der Siedepunkt erreicht und die Entropie wächst bei konstanter Temperatur T_1 und konstantem Druck p_1 wie die gerade Strecke B_1C_1. In C_1 herrscht Sättigung und wir geraten auf ebenfalls ungefähr logarithmischer Linie ins Überhitzungsgebiet zum Punkte D_1. Die Projektion OD_1' ist also die Gesamtentropie s. Wählen wir einen andern Druck p_2 mit der Sät-

	Temperatur					
Abs. Druck	Sättig.	200	300	400	500	572° C
2 kg/qcm	0,499	0,478	0,480	0,493	0,510	0,522
4 „	0,536	0,494	0,485	0,496	0,511	0,522
6 „	0,566	0,516	0,491	0,498	0,512	0,522
8 „	0,590	0,540	0,495	0,502	0,513	0,522

Diese Werte stimmen im mittleren Bereich (unterhalb 300° C) sehr gut mit den früheren, also auch mit unserer Annahme überein, ergeben aber für 1 kg/qcm merklich größere Beträge als die von Holborn und Henning. In unseren Tafeln konnten dieselben keine Berücksichtigung mehr finden.


Digitized by Google

tigungstemperatur T_2, so entsteht in gleicher Weise der Linienzug $A_0B_2C_2D_2$, der Endwert der Entropie ist OD_2'. Die Punkte der Kurve B_1B_2 scheiden den flüssigen Zustand vom dampfförmigen, die Kurve C_1C_2 scheidet den Zustand nassen Dampfes von der Überhitzung; wir nennen die beiden daher „Grenzlinien". Die gezeichneten Linienzüge selbst stellen die Kurven konstanten Druckes dar.

Wird die Verdampfung nur bis zur spezifischen Dampfmenge x fortgesetzt, so ist z. B. beim Drucke p_1 die Entropie

$$s = s_f + x s_g$$

und führt zu einem Punkte E_1. Rechnen wir die Entropie beim Drucke p_2 für dasselbe x aus, so gelangen wir zu einem Punkt E_2, der $\overline{B_2C_2}$ im gleichen Verhältnis teilt wie E_1 die Strecke $\overline{B_1C_1}$. Die verbindende Kurve all dieser Punkte bildet die Linie konstanter Dampfmenge.

Im weiteren berechnen wir zu einem gegebenen Volumen $v = \sigma + x_1(v_g - \sigma)$ die spezifische Dampfmenge x für einen bestimmten Druck, z. B. p_1, indem wir v_g den Dampftabellen entnehmen, σ als konstant ansehen. Durch Abtragen des x_1 erhalten wir Punkt F_1 auf der Drucklinie p_1 und wiederholen dies mit dem gleichen v für verschiedene Drucke $p_2, p_3 \ldots$; die Verbindung der so gewonnenen Punkte $F_1, F_2 \ldots$ liefert uns die Linie konstanten Volumens. Diese können wir in das Überhitzungsgebiet leicht fortsetzen, indem wir mittels der Zustandsgleichung für verschiedene Drucke und das gegebene Volumen die zugehörigen Temperaturen ermitteln. Die Linien v = konst. verlaufen hier sehr steil, im gesättigten Gebiet sehr flach.

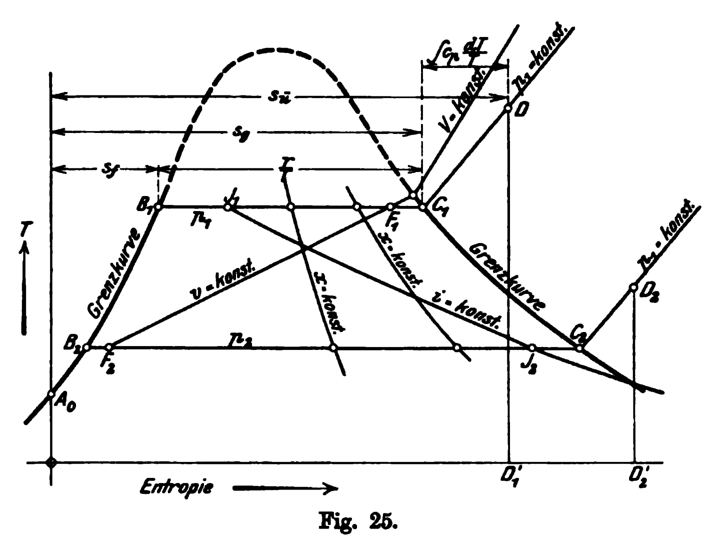


Fig. 25.

Endlich sind wir in der Lage, die Linien konstanten Wärmeinhaltes zu entwerfen. Es sei z. B. i_1 gegeben; dann ist im gesättigten Gebiet:

$$i_1 = i_f + xr.$$

Wir brauchen zu diesem Zwecke nur zu je einem willkürlich gewählten Druck die Werte von i_f und r den Dampftabellen zu entnehmen und aus obiger Formel das x zu berechnen. Die Verbindung der so gewonnenen Punkte liefert uns die Kurve i_1 = konst. Ähnlich verfahren wir für andere Werte von i.

Im Überhitzungsgebiet muß man in einer Hilfsfigur graphisch die Werte von i, die z. B. p_1 = konst. entsprechen, als Funktion wachsender Temperatur auftragen, und nun die Temperaturen anmerken, die zu bestimmten Werten $i_1, i_2 \ldots$ gehören. Diese Punkte können im Entropiediagramm auf der Linie p_1 angezeichnet werden. Verfährt man mit anderen Linien p = konst. ähnlich, so erhält man schließlich die Kurven i_1 = konst., i_2 = konst. ... durch Verbinden der gleichbezeichneten Punkte.

Auf diese Weise ist die dem Buche beigefügte Entropietafel (Nr. I) entworfen worden, die mithin nichts anderes ist, als eine graphische Dampftabelle, in welcher die wichtigsten Zustandsgrößen rasch aufgefunden werden können. Zu

Digitized by Google

irgendeinem Zustand, für den beispielsweise im Sättigungsgebiet p und x vorgeschrieben sind, brauchen wir nur den Schnitt von p = konst., x = konst. zu suchen, um an den durch ihn gehenden Kurven v = konst., i = konst. die Werte dieser Größen abzulesen, während T und s als Koordinaten unmittelbar gegeben sind. Und ähnlich einfach ist die Ermittelung für irgend zwei andere Bestimmungsstücke der Variablen T, s, p, v, x, i.

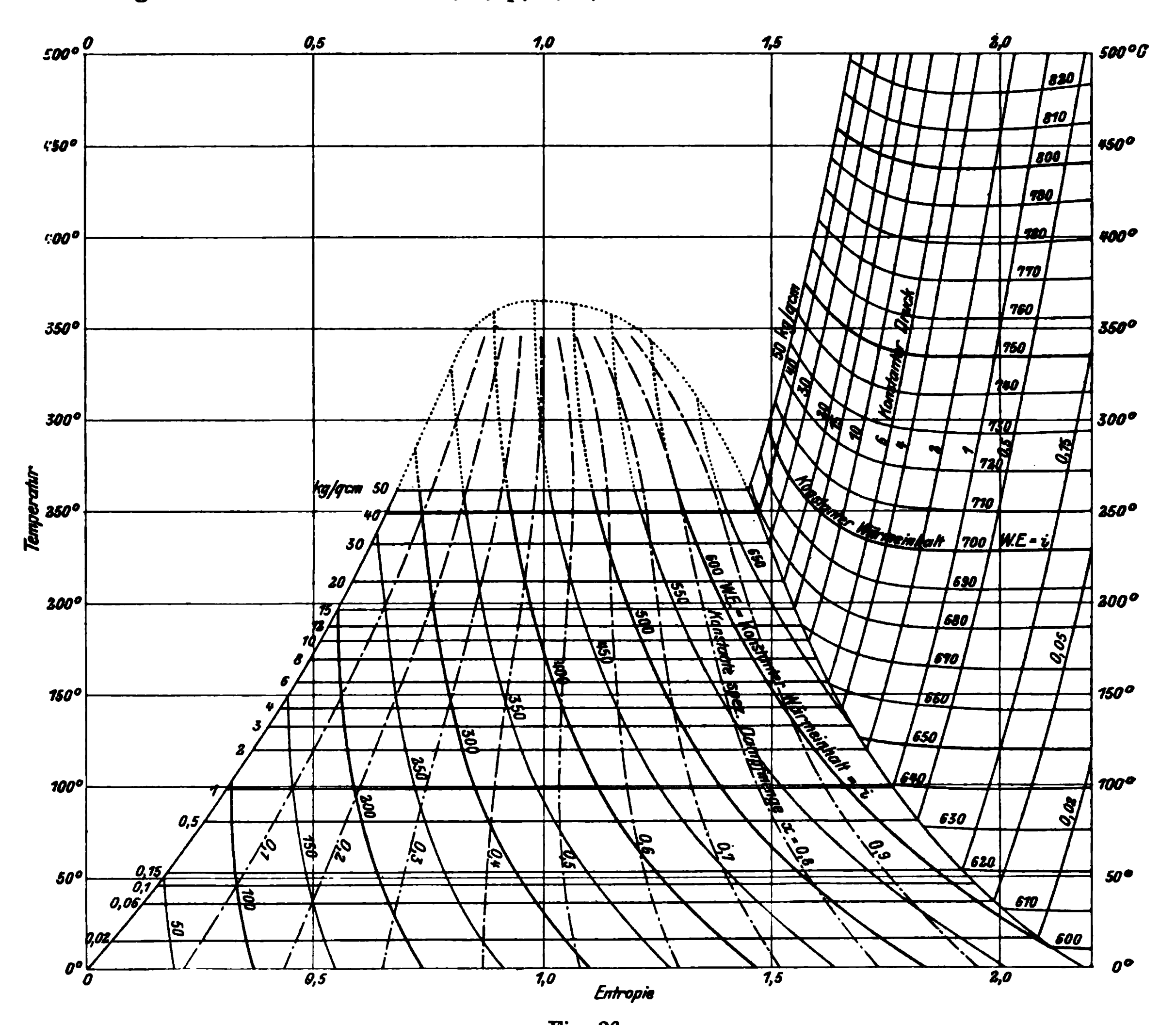


Fig. 26.

Im übrigen ist die Tafel nur auf den Teil des Sättigungs- und des Überhitzungsgebietes ausgedehnt, der für die praktisch vorkommenden Dampfturbinenrechnungen Interesse besitzt. Vor allem auch ist zu beachten, daß Versuchsdaten innerhalb der Sättigung nur bis zu etwa 14 Atm. im Überhitzungsgebiet nur bis zu 8 Atm. und 300° C vorliegen. Alles darüberhinausreichende ist Extrapolation.

Eine Übersicht der Entropietafel mit Einschluß der Flüssigkeitsgrenzkurve bietet uns die Fig. 26.[1])

[1]) Für die sorgfältige Durchführung dieser und der großen Tafel bin ich Herrn Ing. Quiby zu Dank verpflichtet.

Digitized by Google

16. Die Tafel von Mollier.

Mollier trägt in einem rechtwinkligen Achsensystem die Wärmeinhalte i als Ordinaten, die Entropie s als Abszissen auf (Fig. 27). Beispielsweise ist für den Druck p mit der Siedetemperatur t die Entropie der Flüssigkeit $s_f = OA'$ der Wärmeinhalt $\int_0^t c\,dt = A'A$. Innerhalb des Sättigungsgebietes ist der Verlauf der Linien $p =$ konst. ein sehr einfacher. Es ist nämlich die bei konstantem Druck zuzuführende Wärme dQ nichts anderes als die Zunahme des Wärmeinhaltes

$$(dQ)_{p\,\text{konst.}} = di$$

anderseits $ds = dQ/T$, daher allgemein

$$\left(\frac{di}{ds}\right)_{p\,=\,\text{konst.}} = T.$$

Im gesättigten Gebiet ist bei $T =$ konst. auch $p =$ konst., also sind die Linien gleichen Druckes Gerade.

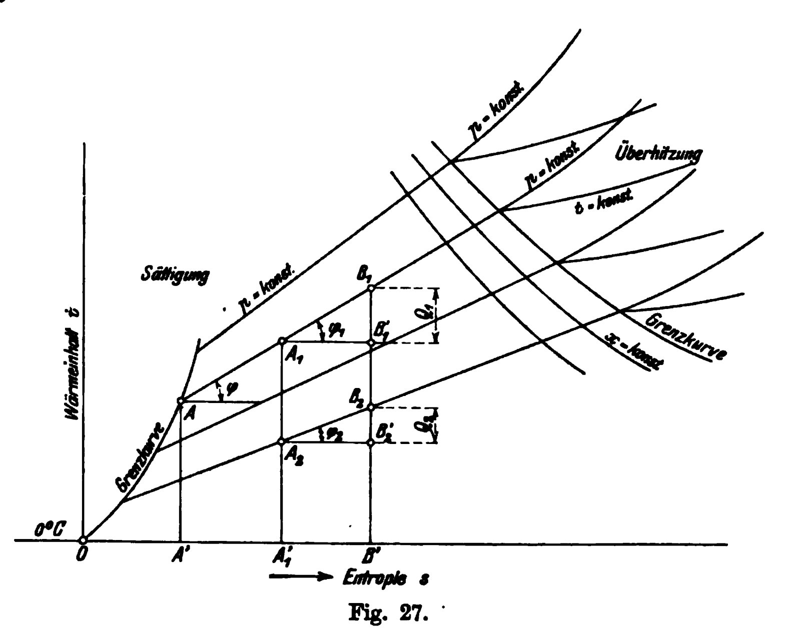


Fig. 27.

Auch in der Mollierschen Tafel stellt irgendein Punkt den Zustand des Dampfes eindeutig dar, denn zu einem Wertepaar i, s gehört ein bestimmtes Wertepaar p und x oder p und v, welches an der Tafel abgelesen werden kann. Man kann daher jede im System pv gegebene Zustandskurve abbilden, aber dieser Abbildung kommen ganz andere Eigenschaften zu als im ST-Diagramm. Die Adiabaten sind nach wie vor senkrechte Gerade und die Abweichung davon nach rechts (Zunahme der Entropie) bedeutet Wärmezufuhr, falls der Prozeß umkehrbar ist; allein der Flächeninhalt einer geschlossenen Figur ist keine Wärmemenge mehr. Statt dessen besitzt die Tafel den praktisch sehr hoch anzuschlagenden Vorteil, daß die Wärmemengen als Strecken mit dem Zirkel abgegriffen werden können.

Beispielsweise wird ein Carnot-Prozeß im gesättigten Gebiet (Fig. 27) durch die Adiabaten A_2A_1 und B_1B_2, und die Isothermen A_1B_1, B_2A_2 dargestellt. Die zugeführte Wärme ist $Q_1 = B_1B_1'$ die abgeleitete ist $Q_2 = B_2B_2'$, die als Strecken ausgemessen den Wirkungsgrad $(B_1B_1' - B_2B_2') : (B_1B_1')$ ergeben.

Die beigegebene Tafel (Nr. II) der Wärmeinhalte ist im Überhitzungsgebiet mit den gleichen durch Fig. 24 festgelegten Werten der spezifischen Wärme c_p entworfen worden[1]), wie die Entropietafel.

Die nachfolgenden Darlegungen werden sich nebeneinander der Entropie-Temperatur (ST)-Tafel und der Mollierschen Wärmeinhalt-Entropie (JT)-Tafel bedienen. Die Erläuterung des praktischen Gebrauches folgt weiter unten.

---

[1]) Für die sorgfältige Durchführung der Tafel bin ich Herrn Ingenieur Loeliger zu Dank verpflichtet.

Digitized by Google

17. Tafeln von Proell und Bánki.

Die Rechentafel von Proell[1]) beruht auf der Möglichkeit, gewisse Funktionen zweier Veränderlichen, durch drei geradlinige „Maßstäbe" in einer Ebene so darzustellen, daß der eine Maßstab die Funktionswerte, die beiden anderen die Werte der Variablen als Punktreihen tragen, und irgendeine Gerade zusammengehörende Werte der Funktion und der Unabhängigen auf den Maßstäben herausschneidet.[2])

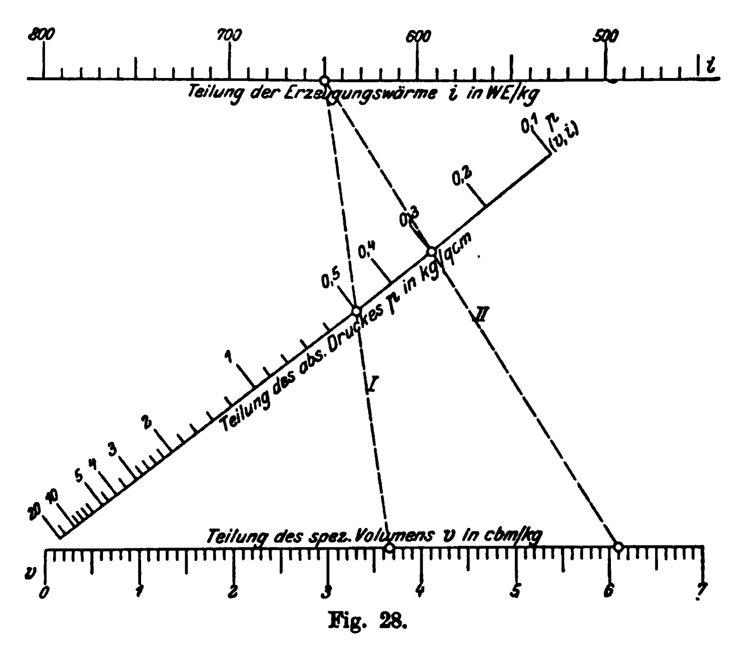


Fig. 28.

Beispielsweise ist durch p und v der Dampfzustand, also auch sein Wärmeinhalt (von Proell nach der früheren Bezeichnung von Mollier „Erzeugungswärme" genannt und für 1 kg mit i bezeichnet) bestimmt. Es ist also i eine Funktion von p und v, die mit Hilfe der Fig. 28 folgendermaßen dargestellt wird. Der obere Maßstab trägt eine gleichmäßige Teilung für i in WE, der untere eine solche für v in cbm/kg. Diese beiden sind parallel; der dritte für p ist schief und erhält eine derartige Teilung und Lage, daß die beliebige Gerade I drei zusammengehörende Werte in i, p, v herausschneidet. Diese sind in der Figur

$$i = 650 \text{ WE},$$
$$p = 0{,}5 \text{ kg/qcm},$$
$$v = 3{,}67 \text{ cbm/kg}.$$

Wird der Dampf auf einen kleineren Druck, z. B. 0,3 Atm. abgedrosselt, so bleibt, wie wir später nachweisen, i konstant, und die Verbindungslinie II der entsprechenden Punkte liefert das zugehörige Volumen $v = 6{,}1$ cbm/kg. Hiermit ist zugleich ein Beispiel für die Verwendung derartiger Rechentafeln gegeben.

Die Tafel von Proell[3]) enthält alle für Dampfturbinenrechnungen nötigen Größen p, t, v, i, s, x usw. Für das Weitere verweisen wir auf die zitierte Abhandlung in der Z. Ver. deutsch. Ing.

Bánki veröffentlichte eine Tafel der Wärmeinhalte[4]) mit dem Logarithmus des Druckes als Abszisse an Stelle der Entropie, in welcher die Werte der spezifischen Wärme nach Knoblauch unverändert, wie sie 1906 vorlagen, verwendet werden.

18. Nicht umkehrbare Vorgänge und das Gesetz von der Zunahme der Entropie.

Wenn ein Körper umkehrbare Zustandsänderungen ausführt, muß seine Temperatur, wie oben erläutert, stets bis auf unendlich kleine Unterschiede der Temperatur des Wärmebehälters, von welchem er jeweilig Wärme empfängt, gleich sein. Setzen wir auch im Behälter nur umkehrbare Vorgänge voraus, so wird für jedes Element der Zustandsänderung die Entropieänderung $dS = dQ/T$ der Arbeitskörper gleich groß, aber entgegengesetzt wie diejenige des Behälters, da T gleich, dQ für beide auch gleich, aber entgegengesetzt ist. Die Entropie-

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1904, S. 1418.

[2]) Die Theorie dieses Verfahrens wird beschrieben in d'Ocagne, Nomographie, Paris 1899.

[3]) Zu beziehen durch Dr. R. Proell, Dresden-A. oder den Verlag von Julius Springer in Berlin.

[4]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1908, S. 53.

Digitized by Google

änderung beider Körper zusammengenommen ist Null, und zwar auch für endliche Zustandsänderungen. Wir haben somit den Satz:

Bei einem rein umkehrbaren Vorgange bleibt die Entropiesumme aller an dem Vorgang irgendwie beteiligten Körper unverändert.

Treten hingegen nicht umkehrbare Zustandsänderungen auf, so erfährt der Satz folgende von Gibbs und Planck zuerst ausgesprochene Erweiterung:

Die Summe der Entropien **aller an irgendeinem Vorgange beteiligten Körper** ist zu Ende der Zustandsänderung größer als am Anfang; nur im Grenzfalle einer in allen Teilen umkehrbaren Änderung bleibt die Entropiesumme unverändert.

Der Beweis ist für geschlossene, d. h. Kreisprozesse mit nicht umkehrbaren thermischen Umwandlungen, schon von Clausius auf sein Grundprinzip, daß Wärme nicht von selbst von einem kälteren zu einem wärmeren Körper übergehen könne, zurückgeführt worden.

Um dem Anfänger keine Schwierigkeiten zu bereiten, verschieben wir den ziemlich abstrakten Beweis in den Anhang. Dort wird auch die technisch wichtige Folgerung abgeleitet werden, wie aus der stattgehabten Entropievermehrung auf den Arbeitsverlust geschlossen werden kann. Es genüge an dieser Stelle mitzuteilen, daß dieser Verlust gemessen wird durch das Produkt aus dem Zahlenbetrage, um den die Entropie zugenommen hat, und aus der Temperatur der tiefsten vorhandenen Wärmequelle (Kühlwassertemperatur).

19. Nichtumkehrbare Vorgänge im Entropiediagramm.

Da wir die Entropie nur mit Hilfe umkehrbarer Zustandsänderungen definiert haben, entsteht die Frage, ob und wie sie bei der Darstellung nichtumkehrbarer Vorgänge verwendet werden kann. Volle Klarheit hierüber erhält man durch Studium des Anhanges. Für die praktischen Turbinenentwürfe genügt es zunächst, sich die Verhältnisse durch die nachfolgenden Beispiele zu veranschaulichen.

a) Überströmen ins Vakuum.

Im Gefäß A (Fig. 29) befinde sich Gas oder Dampf beliebiger Art eingeschlossen; im vorerst geschlossenen Gefäß B herrsche vollkommenes Vakuum. Indem man Öffnung f freigibt, strömt das Gas aus A nach B, die Strömungsgeschwindigkeit wird durch Reibung vernichtet und nach einiger Zeit gleichen sich in beiden Räumen Druck und Temperatur aus. Welches ist der Endzustand?

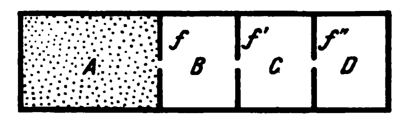


Fig. 29.

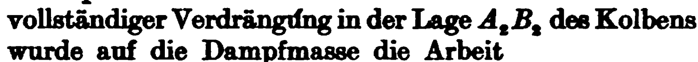
Da nach außen keine Arbeit und (wie wir voraussetzen wollen) keine Wärme abgegeben wurde, ist die innere Energie im Anfang und Endzustand gleich groß. War der Inhalt ein vollkommenes Gas, so ist mithin die Temperatur nach dem Ausgleich ebenso groß wie am Anfang. Stellt man die Verbindung mit einem dritten ebenfalls luftleeren Raum C her, so wird die Temperatur nach dem Ausgleich abermals unverändert bleiben: Die Endzustände liegen auf einer Isotherme. Setzt man die Räume B, C, D . . . unendlich klein voraus, so liegen die Zustandspunkte unendlich nahe beieinander, und man erhält im pv-Diagramm eine scheinbar kontinuierliche Isotherme, im Entropiediagramm ein Stück der Wagerechten; allein diese Darstellungen sind mit einer ganz besonderen Eigentümlichkeit behaftet: Der Expansionsfläche im pv-Diagramm entspricht keine Arbeitsleistung und der Wärmefläche im Ts-Diagramm keine zu- oder ab-

Digitized by Google

geleitete Wärmemenge. Man muß sich also hüten, die für umkehrbare Prozesse abgeleiteten Eigenschaften der Entropiedarstellung auf nichtumkehrbare zu übertragen! Die Abbildung im Entropiediagramm stellt nur noch die aufeinander folgenden Zustände des Arbeitsstoffes dar.

b) Die Drosselung.

Kolben A_1 in Fig. 30 drängt eine Dampfmasse, deren Gewicht wir $= 1$ kg setzen wollen, durch die enge Öffnung F vor sich hin, wobei der Dampf vom Drucke p_1 auf den Druck p_2 sinkt und den auf Kolben B_1 lastenden Druck überwindet. Die Wirbelung am Ausfluß soll durch Reibung sogleich vernichtet und in Wärme umgewandelt werden. Der Vorgang spiele sich so langsam ab, daß stets Gleichgewicht zwischen Dampfdruck und Kolbenkraft vorhanden ist. Nach vollständiger Verdrängung in der Lage $A_2 B_2$ des Kolbens wurde auf die Dampfmasse die Arbeit



$$F_1 l_1 p_1 - F_2 l_2 p_2 = p_1 v_1 - p_2 v_2$$

übertragen, welche die innere Energie von u_1 auf u_2 erhöht. Wir haben also

$$u_2 = u_1 + A\,(p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

oder

$$u_2 + A p_2 v_2 = u_1 + A p_1 v_1.$$

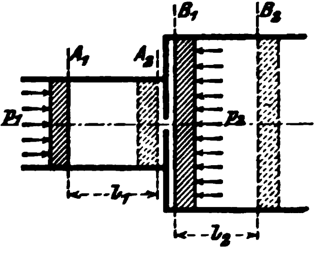


Fig. 30.

Allein diese Ausdrücke sind nichts anderes als die Wärmeinhalte, und wir erhalten den Satz:

Bei der Drosselung einer beliebigen Flüssigkeit bleibt der Wärmeinhalt unverändert.

Dann ist aber die Auffindung des Endzustandes in der Entropietafel sehr einfach. Wir ziehen vom Anfangszustand $p_1 T_1$ in Fig. 31 die Linie $i =$ konst. bis auf den Druck p_2, auf den gedrosselt wird, und erhalten den neuen Zustand $p_2 T_2$. Im Mollier-Diagramm liegen die beiden Zustandspunkte auf einer Wagerechten. Wir wollen an diesem Beispiel auch klarmachen, wie der Arbeitsverlust zu berechnen ist. Die Entropievermehrung ΔS ist durch die Strecke $A_0 B_0$ gemessen, daher der Arbeitsverlust nach dem oben angeführten Lehrsatz in Wärmemaß:

$$Z = \Delta S \cdot T_0 = \text{Fläche } A' B' B_0 A_0.$$

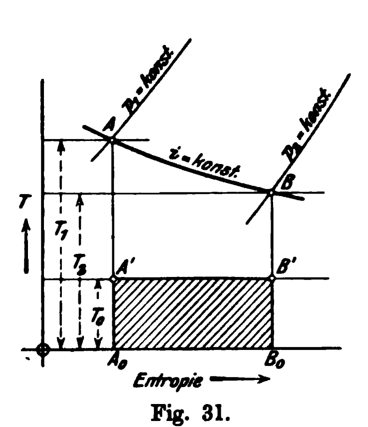


Fig. 31.

Und zwar bedeutet dieser Verlust folgendes: Wie wir es auch anstellen mögen, der auf den Zustand B gedrosselte Dampf wird, selbst in einer idealen Maschine, um mindestens Z Wärmeeinheiten weniger Arbeit liefern als vom Zustande A ausgehend gewonnen werden könnte. Dieses Beispiel beweist, daß auch die Darstellung nichtumkehrbarer Vorgänge im Entropiediagramm große praktische Wichtigkeit besitzen kann.

Digitized by Google

III. Die strömende Bewegung elastischer Flüssigkeiten.

A. Kanäle mit geradliniger Achse.

20. Die Energie-Gleichungen.

Die „Energie-Gleichungen" sind der zahlenmäßige, in Gleichungen gefaßte Ausdruck für das Prinzip der Erhaltung der Energie, bezogen auf die Energieumwandlung während einer endlichen oder unendlich kleinen „Zustandsänderung" des Körpers oder allgemeiner eines seiner Elemente, da der Wärme- und Bewegungszustand im allgemeinen nicht in allen Punkten der gleiche sein wird.

Die in der technischen Literatur benutzten Formeln leiden an dem Übelstand, daß gleichzeitig zwei Maßsysteme benutzt werden: die lebendige Kraft und die Arbeit mißt man in mechanischem Maß (Meter, Kilogramm-Sekunde) Wärme und innere Energie im Wärmemaß (Kilogramm-Kalorie als Wärmeeinheit). Diese Gepflogenheit ist zu tief eingebürgert, als daß man dagegen vorderhand ankämpfen könnte. Daher ist es notwendig, alle mechanischen Größen auf Wärmeeinheiten umzurechnen (oder umgekehrt) durch Multiplikation (oder Division) mit dem „mechanischen" Wärmeäquivalent. Die mechanische Energie, die einer Wärmeeinheit entspricht, ist nach Rowland

$$427 \text{ mkg}$$

Der reziproke Wert $$A = 1/427$$

dient als Faktor, wenn Energie aus mechanischem Maß in Wärmemaß umgerechnet werden muß.

Wir betrachten ein Dampf- oder Gasteilchen während eines mit Wärmeaustausch verbundenen allgemeinen Bewegungsvorganges.

Es bezeichne für dies Element

- dU die Zunahme der inneren Energie während einer unendlich kleinen Zustandsänderung,
- dK desgl. die Zunahme der kinetischen Energie,
- dQ die gesamte zugeführte Wärmemenge,
- dR die Reibungsarbeit an festen Wänden oder benachbarten Dampfteilchen; diese kann positiv oder negativ sein, je nachdem sich die Wände oder die Nachbarteilchen rascher oder langsamer bewegen als das Element selbst. Die Reibung von Dampf gegen Dampf, die sog. „innere Reibung", bedingt das Auftreten von normalen und tangentialen Widerstandskräften in den Begrenzungsflächen des Elementes. Die Hydrodynamik nimmt an, daß diese Widerstände von der örtlichen Geschwindigkeitsänderung linear abhängen, vermag indessen nur die einfachsten Fälle rechnerisch zu bewältigen. Noch viel weniger sind die Erscheinungen der „Turbulenz", d. h. mit fortwährender Vermischung in den kleinsten Teilchen verbundene Strömungen mathematischer Behandlung zugänglich.

Wir müssen daher im folgenden auf eine ins einzelne gehende Lösung verzichten und uns mit summarischen Mittelwerten begnügen. Wir werden die Reibungs-


Digitized by Google

arbeit auf ein Element (Fig. 32) beziehen, das von zwei bis an die festen Wände reichenden Schnitten begrenzt ist, und werden die innere und äußere Reibung zusammenfassen. Bei der Summation der auf die Elemente höherer Kleinheit übertragenen Reibungsarbeiten, die in dem abgegrenzten Teil enthalten sind, ergibt die algebraische Summe der positiven und negativen Bestandteile die „eigentliche" Reibungsarbeit, d. h. das Produkt aus Reibungskraft und der relativen Verschiebung der reibenden Flächen, die immer negativ ist. Sind die festen Wände bewegt (wie bei Turbinenrädern), so kann, wie erwähnt, die äußere Reibungsarbeit positiv werden, was wir seinerzeit berücksichtigen wollen.

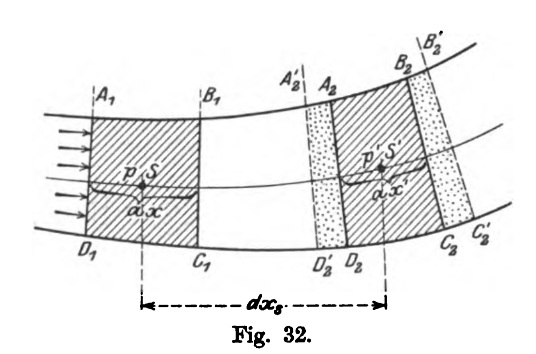


Fig. 32.

Die innere Reibungsarbeit wird ganz in Wärme verwandelt und sofort dem Dampfe „mitgeteilt". Das gleiche trifft in den meisten Anwendungsfällen für die äußere Reibungswärme zu, indem wir alle Maschinenteile gegen Leitungs- und Strahlungsverlust tunlichst zu schützen pflegen. Man kann mithin sehr allgemein

$$dQ = dQ' + dR$$

setzen, wo dQ' die dem ursprünglichen Wärmevorrat der Umgebung entnommene dR die von der Reibung herstammende Wärme bedeutet.

Bezeichnen wir weiter mit

dB die auf das Element übertragene Arbeit der Massenkräfte (wie Schwere oder die Ergänzungskräfte der Relativbewegung),

dO die auf das Element übertragene Arbeit des Oberflächendruckes,

dE die unten näher definierte „Expansionsarbeit" des Elementes.

Wir drücken vorübergehend all diese Größen in mechanischem Maß aus und sprechen das **Energieprinzip** in der Form aus:

Die Zunahme der Gesamtenergie des Elementes während der unendlich kleinen Verschiebung ist dem Betrage nach gleich der Summe der vom Element aufgenommenen Arbeit und Wärme.

$$dU + dK = dQ + dB + dO - dR \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Infolge unserer Annahme über die Reibungswärme liefert das Einschieben des Wertes $dQ = dQ' + dR$ die Form

$$dU + dK = dQ' + dB + dO \quad \ldots \ldots \quad (1a)$$

Die **Oberflächenarbeit** dO kann aus der Druck- und Volumenänderung allgemein berechnet werden. Es sei in Fig. 32

V das zwischen den Strömungslinien $A_1 A_2$, $D_1 D_2$ eingeschlossene (unendlich kleine) Volumen des Elementes $A_1 B_1 C_1 D_1$ in der Anfangslage,

dx_s die Verschiebung seines Schwerpunktes im Zeitelement dt,

V' das Volumen $A_2' B_2' C_2' D_2'$ in der Endlage,

$dV = V' - V$ die Zunahme des Volumens,

p die mittlere Pressung in der Anfangslage,

p' „ „ „ „ „ Endlage.

Statt der stetigen Änderung denken wir uns den Vorgang in zwei Teile zerlegt: einer Verschiebung mit konstantem Volumen, aber variablem Druck zwischen denselben Strömungslinien wie vorhin, und einer Ausdehnung bei ruhendem Schwerpunkt und konstantem Druck. Während des ersten Teiles gelangt das


Digitized by Google

Element nach $A_2B_2C_2D_2$; der Querschnitt A_1D_1 wird unter der Wirkung des Druckes p von A_1 nach A_2 getrieben und nimmt Arbeit auf; Querschnitt B_1C_1 rückt nach B_2C_2 und leistet auf dem Wege von B_1 bis A_2 genau die gleiche Arbeit, die auf demselben Wege Querschnitt A_1D_1 vorhin aufgenommen hat. Es wird mithin nur die Arbeit des Druckes p auf den Querschnitt F während des Weges A_1B_1 aufgenommen und die Arbeit von Fp' auf dem Wege A_2B_2 abgegeben, d. h. die im ganzen aufgenommene Arbeit während des ersten Vorganges ist $Fpdx - F'p'dx'$; da aber nach Voraussetzung $Fdx = F'dx' = V$, so ist dieser Anteil gleich

$$dO_1 = V(p - p') = -Vdp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Während des zweiten Teiles, der der relativen Bewegung in bezug auf den Schwerpunkt entspricht, wird von jedem Element δF der Oberfläche, welches in der Normale um den Betrag δn fortrückt, die Arbeit $-p'\delta F\delta n$, im ganzen also $-p'\Sigma\delta F\delta n$ aufgenommen. Der Summenausdruck hierin ist dV, ferner ist $p' = p + dp$, demnach wird die Arbeit bei Vernachlässigung unendlich kleiner zweiter Ordnung gleich

$$dO_2 = -pdV.$$

Die Arbeit, die das Element, wenn es ruhte, auf seine Nachbarn infolge seiner Volumenzunahme, d. h. seiner Expansion, übertragen würde, ist das Negative des soeben erhaltenen Ausdruckes und wird Expansionsarbeit genannt. Wir haben also zu setzen

$$dE = -dO_2 = pdV \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Ist dV negativ, so wird umgekehrt die Kompressionsarbeit $-pdV$ vom Element aufgenommen. Die ganze auf das Element übertragene Oberflächenarbeit aber wird

$$dO = dO_1 + dO_2 = -Vdp - pdV = -dpV \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Der Unterschied der Bedeutung, daß die Expansionsarbeit als vom Element abgegeben, die Oberflächenarbeit als von ihm aufgenommen definiert sind, muß wohl beachtet werden.

Die Gleichung der Gesamtenergie (1) lautet hiernach

$$dU + dK = dQ + dB - dpV - dR \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Nun stellen wir eine zweite Gleichung auf, die sich auf die kinetische Energie allein bezieht, deren Zusammenhang mit der mechanischen Arbeit lange vor dem Energieprinzip der alten Mechanik bekannt war. Man benutzt dabei den Newtonschen Erfahrungssatz, daß die Beschleunigung des Schwerpunktes eines Massenelementes so groß ist, als ob seine Masse im Schwerpunkt konzentriert wäre und die Kräfte am Schwerpunkt angreifen würden. Es zeigt sich dann, daß bei starren Körpern die ganze Arbeit der äußeren Kräfte zu einer Steigerung der „lebendigen Kraft" verwendet; bei elastisch deformierbaren oder gasförmigen Körpern hingegen nur der nach dem Schwerpunktsatz berechnete Anteil. Der zweite Anteil wird auf die „Deformation" des Elementes verwendet, d. h. in innere Energie umgewandelt. Die kinetische Energie bezieht sich in diesem Fall auf die „sichtbare" Bewegung, d. h. auf die Verschiebung des Elementes im ganzen, wobei von der Geschwindigkeit jedes Punktes nur die mit der Geschwindigkeit des Schwerpunktes übereinstimmende Komponente in Betracht fällt. Soweit es sich um die Oberflächendrucke handelt, ist hiernach, wie aus unserer Ableitung hervorgeht, von der ganzen Arbeit $-dpV$ nur der Anteil $-Vdp$ auf Beschleunigung verwendet. Die Massenarbeit kommt dem vollen Werte nach in Rechnung (weil immer so groß, als wenn alle Kräfte im Schwerpunkt angriffen), die Reibungsarbeit wird unmerklich geändert, so daß wir als Gleichung der kinetischen Energie

$$dK = dB - Vdp - dR \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

erhalten.

Digitized by Google

Zur Erläuterung des Gesagten behandeln wir als einfaches mathematisches Beispiel ein System von Massenpunkten. Für jeden einzelnen gilt

$$m\frac{du}{dt}=X \quad \ldots \ldots \quad (\alpha)$$

wenn u die in die Richtung von X fallende Geschwindigkeitskomponente bedeutet (mit ähnlichen Gleichungen für die y und z-Richtung). Multiplizieren wir auf beiden Seiten mit $u\,dt$ und summieren wir über alle Punkte, so haben wir

$$d\frac{\Sigma m u^2}{2}=\Sigma X u\,dt$$

oder den Satz von der lebendigen Kraft. Nun setzen wir $u=u_0+u'$, wo u_0 die Geschwindigkeit des Schwerpunktes, u' die relative Geschwindigkeit bedeutet, und beachten, daß $\Sigma m u'=0$ ist. Dann entsteht

$$d\Sigma\frac{m u_0^2}{2}+d\Sigma\frac{m u'^2}{2}=\Sigma X u_0\,dt+\Sigma X u'\,dt \quad \ldots \ldots \quad (\beta)$$

Wenn wir aber die Gleichungen (α) unmittelbar summieren, so entsteht

$$\frac{d}{dt}\Sigma m u=\frac{d}{dt}\Sigma m u_0=(\Sigma m)\frac{du_0}{dt}=\Sigma X$$

und hieraus durch Multiplikation mit $u_0\,dt$

$$(\Sigma m)\,d\frac{u_0^2}{2}=\Sigma X u_0\,dt \quad \ldots \ldots \quad (\gamma)$$

Hier ist die linke Seite die „lebendige Kraft der Schwerpunktbewegung". Die rechte Seite ist die Arbeit der an den Schwerpunkt verlegten Kräfte (entspricht im Falle bloßer Druckkräfte dem Gliede $-V\,dp$). Durch Einsetzen in Gl. (β) erhalten wir

$$d\Sigma\frac{m u'^2}{2}=\Sigma X u'\,dt \quad \ldots \ldots \quad (\delta)$$

Die Arbeitssumme auf der rechten Seite enthält erstens den Anteil des Oberflächendrucks $-p\,dV$, ferner die Arbeit der inneren Kräfte $=dJ$. Wenn unser Massensystem ein Flüssigkeitselement (vom unendlich kleinen Volumen V) darstellt und die Geschwindigkeit darin stetig veränderlich ist, so ist die relative Geschwindigkeit unendlich klein, und die Änderung der relativen lebendigen Kraft (weil man diese als Produkt von halber Gesamtmasse und dem Mittelwert des Geschwindigkeitsquadrats darstellen kann) unendlich klein höherer Ordnung $=0$, also ist auch $\Sigma X u'\,dt=-p\,dV+dJ=0$. Daher wird in diesem Fall die lebendige Kraft ganz durch den Ausdruck Gl. (γ) dargestellt und die Kompressionsarbeit $-p\,dV$ als innere Energie (Überwindung der Arbeit innerer Kräfte) aufgespeichert, zum Teil durch innere Reibung aufgebraucht (d. h. in Wärme umgewandelt). Die Zunahme der äußeren kinetischen Energie wird gemäß Formel (γ) in der Tat so berechnet, als ob die Kräfte am Schwerpunkt angreifen würden, was zu beweisen war. Bei vollkommenen Gasen kann man von inneren Kräften absehen, dJ ist $=0$, statt dessen verschwindet $\Sigma m u'^2/2$ nicht, bedeutet aber die kinetische Energie der molekularen Bewegung, deren Zunahme der Kompressionsarbeit $-p\,dV$ gleich ist.

Indem wir dK aus (6) in (5) einsetzen, entsteht die Wärmegleichung

$$dQ=dQ'+dR=dU+p\,dV \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Sie ist der Ausdruck des Energiesatzes für das ruhend gedachte Element, an welchem in der Tat die Summe der von außen eingeführten oder durch Reibung und Wirbelung erzeugten Wärme in der Zunahme der inneren Energie und der geleisteten „Expansionsarbeit" wiedergefunden werden muß.

Man könnte daher durch Betrachtung der relativen Bewegung der Teilchen eines Elementes in bezug auf ein durch seinen Schwerpunkt gehendes (die Drehung des Elementes mitmachendes) Koordinatensystem Gl. (7) unmittelbar ableiten, und durch Subtraktion von Gl. (5) die Gleichung der lebendigen Kraft erhalten. Nur zwei dieser drei Gleichungen sind unabhängig, die dritte folgt aus den beiden anderen, was wohl zu beachten ist.

Wir schreiben die drei Fundamentalformeln nochmals an, indem wir nun, wie üblich, für Wärmemengen und die innere Energie Wärmemaß, für das übrige mechanisches Maß voraussetzen. Dabei wollen wir alle Größen auf 1 kg Dampf beziehen, d. h. die Hauptgleichungen (5), (6), (7) durch das Gewicht der im



Elemente enthaltenen Flüssigkeitsmenge teilen. Die kinetische Energie erhält dabei den Ausdruck

$$\frac{w^2}{2g},$$

wenn w die Geschwindigkeit bedeutet (als Produkt aus dem halben Geschwindigkeitsquadrat $w^2/2$ und der Masse $1/g$); für die übrigen bezeichne

u die innere Energie für . . . . 1 kg in WE
q' die von außen zugeführte Wärme für . . 1 „ „ „
q die im ganzen zugeführte Wärme für . . 1 „ „ „
b die Arbeit der Massenkräfte für . . . . 1 „ „ mkg
R die Arbeit der Reibung und Wirbelung[1]) für 1 „ „ „
v das Volumen für . . . . 1 „ „ kg/cbm.

Die Gleichung der Gesamtenergie lautet:

$$du + Ad\frac{w^2}{2g} = dq + Adb - Ad(pv) - AdR \quad . . . . \quad (8a)$$

die Gleichung der kinetischen Energie

$$d\frac{w^2}{2g} = db - vdp - dR \quad . . . . \quad (8b)$$

die Gleichung der inneren Energie oder kurz „Wärmegleichung“

$$dq = dq' + AdR = du + Apdv \quad . . . . . . \quad (8c)$$

Endlich führt man mit Vorteil den Wärmeinhalt

$$i = u + Apv \quad . . . . \quad (9)$$

in die Gleichungen ein. Um mit diesem Begriff eine bestimmte Vorstellung zu verbinden, betrachten wir die Verdampfung von 1 kg Wasser von 0° ausgehend, indem wir zuerst den Druck adiabatisch auf p kg/qm erhöhen, was infolge der geringen Zusammendrückbarkeit des Wassers einen verschwindend kleinen Arbeitsaufwand erheischt und die Temperatur unmerklich erhöht. Dann führen wir bei konstantem Druck Wärme zu, bis das vorgeschriebene Volumen erreicht ist, wobei eine äußere Arbeit $= p(v - \sigma)$ geleistet wurde, sofern σ das Volumen des flüssigen Wassers bedeutet. Die Vermehrung der inneren Energie ist $u - u_0$, wo u_0 die Energie von 1 kg bei 0° Temperatur ist und als willkürlicher Anfangswert dem Übereinkommen nach $= 0$ gesetzt wird. Nach der Wärmegleichung ist die Wärmemenge, die erforderlich war, um, wie beschrieben, 1 kg Dampf vom Zustande p, v zu erzeugen, gleich $u - u_0 + Ap(v - \sigma)$. Dies ist, da man σ fast immer gegen v vernachlässigen darf, identisch mit i; daher wird der Wärmeinhalt wohl auch „Erzeugungswärme“ genannt und wir haben den Satz:

Der zum Drucke p und dem Volumen v zugehörende Wärmeinhalt ist die Wärmemenge, die man einem Kilogramm Wasser von 0° C Anfangstemperatur beim Drucke p zuführen muß, um sein Volumen (durch Verdampfung) auf den Wert v zu vergrößern.

Schieben wir das Differential $di = du + Ad(pv)$ in Gl. (8a) und (8c) ein, so erhalten wir die Gleichung der Gesamtenergie

$$di + Ad\frac{w^2}{2g} = dq + Adb - AdR \quad . . . . . . \quad (10a)$$

und die Wärmegleichung

$$dq = dq' + AdR = di - Avdp \quad . . . . . . \quad (10c)$$

während die Gleichung der kinetischen Energie unverändert bleibt.

[1]) Buchstabe R beibehalten, um Verwechselungen mit „Radius“ und Verdampfungswärme, für die r als Bezeichnung eingebürgert ist, auszuweichen.

Digitized by Google

21. Die Stetigkeitsbedingung.

Sofern der Querschnitt eines geradlinigen Kanales sich nur allmählich ändert, kann man von dem Einfluß der Krümmung der Strömungsbahnen absehen und mit dem Mittelwert des Zustandes in einem Querschnitt des Stromes, d. h. so rechnen, als ob der Zustand in allen Punkten desselben gleich wäre.

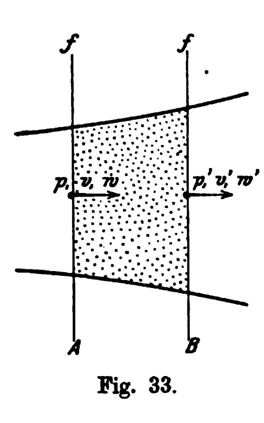


Fig. 33.

Die zu lösende Aufgabe besteht in der Integration der zwei (unabhängigen) Energiegleichungen, zu welchen die Gleichung der Kontinuität und die allgemeine Zustandsgleichung hinzutreten, so daß aus den Werten für einen Ausgangsquerschnitt die Zustandsvariablen p, v, T, w für einen beliebigen zweiten Querschnitt bestimmt werden können.

Die Gleichung der Kontinuität oder die **Stetigkeitsbedingung** ist gewissermaßen der Ausdruck für die Erhaltung der Masse. Das im Element AB des Stromes (Fig. 33) enthaltene Gewicht ist

$$G = f\,dz\,\gamma,$$

wo dz die Länge, γ das spezifische Gewicht bedeuten.

Im Zeitelemente dt tritt durch Querschnitt f das Gewicht $dG = fw\,dt\,\gamma$ ein, und durch f' das Gewicht $dG' = f'w'\,dt\,\gamma'$ aus; die Zunahme des Inhaltes ist daher $(-f'w'\gamma' + fw\gamma)\,dt$, wofür man $-\frac{d\,fw\gamma}{dz}\,dz\,dt$ schreiben kann, und diese Zunahme muß der zeitlichen Änderung des Inhaltes G, d. h. $dG/dt \cdot dt$ oder $\frac{d\,f\gamma\,dz}{dt}\,dt$ gleich sein. Daraus folgt die Beziehung

$$-\frac{d(fw\gamma)}{dz} = \frac{d(f\gamma)}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Haben wir es mit dem Beharrungszustande zu tun (bei sog. „permanenter" Strömung), so ist das durch einen beliebigen Querschnitt in der Sekunde strömende Gewicht konstant und an die Stelle von (1) tritt die Gleichung

$$G_{sek} = fw\gamma = \frac{fw}{v} = \text{konst.} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Die allgemeine Zustandsgleichung stellt den Zusammenhang zwischen pvT dar, der unabhängig von der besonderen Zustandsänderung besteht. Als solche gilt für Gase die Gleichung $pv = RT$, für Dämpfe die Beziehung zwischen Druck und Temperatur im gesättigten Zustand und der Ausdruck des spezifischen Volumens durch die spezifische Dampfmenge.

22. Das Druckgefälle bei reibungsfreier adiabatischer Strömung.

Der einfachste Sonderfall entsteht, wenn wir Abwesenheit von Reibungen und von Wärmeaustausch voraussetzen. Die dann eintretende besondere Art der Zustandsänderung nennt man die „adiabatische", für die bei Gasen und Dämpfen die Gleichung

$$pv^k = \text{konst.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

gilt, wobei $k = 1{,}40$ für Gase,
$= 1{,}035 + 0{,}1x$ für nassen Dampf,
$= 1{,}3$ für überhitzten Dampf

Digitized by Google

bedeutet. Für Dämpfe ist die Gleichung nur angenähert; den wahren Zusammenhang kann man aus der Entropietafel ableiten.

Diese Gleichung ist das Integral der Wärmegleichung. Als zweite unabhängige Beziehung benützen wir die Gleichung der lebendigen Kraft, mit der weiteren Beschränkung, daß die Massenkräfte, insbesondere die Schwere, vernachlässigt werden dürfen, was die Form

$$\frac{w\,dw}{g} = -v\,dp \quad \text{. . . . . (4)}$$

ergibt.

Summieren wir die aufeinander folgenden Änderungen zwischen zwei Lagen mit dem Anfangsdruck p_1 und dem Enddruck p_2, so entsteht

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = -\int_{p_1}^{p_2} v\,dp \quad \text{. . . . . (5)}$$

welche Gleichung die Formel von de Saint-Vénant und Wantzl (1839) genannt wird.

Im besonderen Fall, daß der Ausfluß aus einem sehr großen Gefäß stattfindet, in welchem $w_1 = 0$ gesetzt werden kann, erhalten wir

$$\frac{w^2}{2g} = -\int_{p_1}^{p_2} v\,dp \quad \text{. . . . . (6)}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung wird durch die in Fig. 6 mit L bezeichnete Fläche dargestellt und ist wesentlich positiv, indem bei der angegebenen Reihenfolge der Integrationsgrenzen dp negativ eingeführt werden muß. Man kann die Grenzen umkehren und erhält

$$L = +\int_{p_2}^{p_1} v\,dp \quad \text{. . . . . (7)}$$

welche Größe wir das „Druckgefälle" pro 1 kg Flüssigkeit nennen wollen. Hiernach ist die der hydraulischen Ausflußformel ähnliche Gleichung, von der wir in der Einleitung Gebrauch machten

$$w = \sqrt{2gL} \quad \text{. . . . . (8)}$$

erwiesen.

Mit Hilfe der Gl. (5) und der Stetigkeitsbedingung wird die Geschwindigkeit und das sekundliche Durchflußgewicht bestimmt, wenn die Pressung bekannt ist, die in einem bestimmten Querschnitt herrscht. Wie diese Pressung gefunden werden kann, erläutern wir am Beispiel der Düse von Laval.

23. Die Lavalsche Düse bei adiabatischer Strömung.[1])

Die Lavalsche Düse hat den Zweck, den Dampf vom gegebenen Drucke p_1 auf den vorgeschriebenen Druck p_2 zu entspannen. Es wird sich zeigen, daß von einem bestimmten Pressungsverhältnis an eine einfache Mündung nicht genügt, daß vielmehr der Querschnitt zuerst auf einen kleinsten Wert eingeschnürt werden und dann wieder erweitert werden muß, so daß eine (kegelförmig oder in anderer Art) erweiterte „Düse" entsteht (Fig. 34).

Schreiben wir die Gleichung der adiabatischen Strömung in der Form

$$p^{\frac{1}{k}} v = p_1^{\frac{1}{k}} v_1 = C$$

[1]) Graphische Ausmittelung s. Abschn. 30.

Digitized by Google

und setzen wir den Wert von v in die Formel von L ein. Dann ist zwischen den Drücken p_1 und p

$$L = -\int_{p_1}^{p} v\,dp = +\int_{p}^{p_1} C p^{-\frac{1}{k}} dp = \frac{Ck}{k-1}\left[p_1^{\frac{k-1}{k}} - p^{\frac{k-1}{k}}\right],$$

woraus nach Ersatz von C und leichter Umrechnung

$$w = \sqrt{2g\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

folgt. In die Stetigkeitsbedingung $G = \frac{fw}{v}$ schieben wir

$$v = v_1\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{1}{k}} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

ein und erhalten

$$G = f\sqrt{\frac{2gk}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left[\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Diese Gleichung kann abkürzend in der Form

$$G_{sek} = f\varphi(p) \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

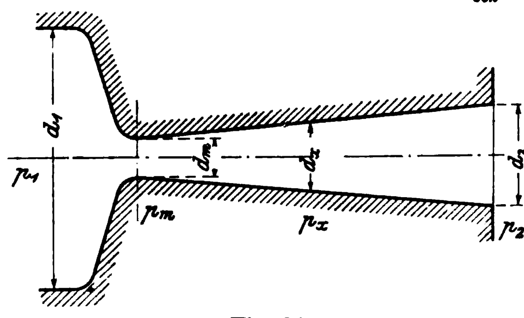


Fig. 34.

geschrieben werden, in welcher, wie man sich durch Ausrechnen überzeugt, die Funktion $\varphi(p)$ mit der Verkleinerung des Druckes zunächst wächst, ein Maximum erreicht und wieder abnimmt. Dieser Umstand ist von höchster Wichtigkeit. Da das Produkt $f\cdot\varphi(p)$ im Beharrungszustand konstant sein muß, so folgt nämlich, daß derjenige Wert von p, der $\varphi(p)$ zum Maximum macht, nur an der Stelle auftreten kann, an welcher f den kleinsten Wert f_m besitzt, wie sonst auch der Längenschnitt der Düse beschaffen sei.

Bestimmt man diesen sog. „kritischen Wert" p_m, indem man

$$\frac{d\varphi(p)}{dp} = 0$$

setzt und nach p auflöst, so erhält man mit Zeuner[1])

$$p_m = p_1\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

und hiermit hinwieder die Geschwindigkeit w_m an der engsten Stelle durch Einschieben von p_m in Gl. (9)

$$w_m = \sqrt{2g\frac{k}{k+1}p_1 v_1} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Ferner die sekundliche Durchflußmenge

$$G_{sek} = f_m\sqrt{2g\frac{k}{k+1}\left(\frac{p_m}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}}\frac{p_1}{v_1}} \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

[1]) Zeuner, Theorie der Turbinen, Leipzig 1899, S. 268f.

Digitized by Google

Es ist in hohem Maße bemerkenswert, daß diese Werte, vor allem G_{sek}, nur vom Anfangszustande des Dampfes und f_m abhängen. Weiter unten wird nachgewiesen, daß w_m identisch ist mit der Geschwindigkeit, die der **Schall** in Dampf von dem Zustand, der im engsten Querschnitt herrscht, erreicht.

Daß diese Eigenschaft jeder reibungsfreien Strömung zukommt, wurde zuerst von Hugoniot[1]) erkannt und kann wie folgt erwiesen werden.

Der Logarithmus der Kontinuitätsgleichung $\log G + \log v = \log f + \log w$ liefert durch Differentiation

$$\frac{dv}{v} = \frac{df}{f} + \frac{dw}{w},$$

wobei man sich alle Größen als Funktionen einer und derselben Unabhängigen, z. B. der Achsenlänge, dargestellt denkt. An der engsten Stelle ist $df = 0$, also

$$\frac{dv}{v} = \frac{dw}{w}.$$

Nun ist aber
$$\frac{w\,dw}{g} = -v\,dp, \quad \text{somit} \quad \frac{dv}{v} = -\frac{g}{w^2} v\,dp$$

oder
$$w^2 = -g v^2 \frac{dp}{dv} = \frac{dp}{d\frac{1}{gv}} = \frac{dp}{d\varrho},$$

wo ϱ die spezifische Masse der Flüssigkeit bedeutet. Diese Formel stellt aber, wie wir später nachweisen werden, nichts anderes dar, als die Schallgeschwindigkeit der Flüssigkeit.

Den Endquerschnitt f_2 erhält man aus der Gleichung

$$G_{sek} = \frac{f_2 w_2}{v_2}; \qquad f_2 = \frac{G_{sek} v_2}{w_2}$$

oder aus dem Verhältnis zu $f_m = \dfrac{G_{sek} v_m}{w_m}$

$$\frac{f_2}{f_m} = \frac{v_2}{v_m} \cdot \frac{w_m}{w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

nachdem w_2 und v_2 aus Gl. (9) und (10) ermittelt worden sind.

Zeuner fand für trocken gesättigten Anfangszustand mit $k = 1{,}135$

$$\left.\begin{aligned} p_m &= 0{,}5774\, p_1 \\ w_m &= 3{,}23 \sqrt{p_1 v_1} \\ G_{sek} &= 1{,}99 f_m \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

für m.kg.sek als Einheiten (d. h. p in kg/qm; f in qm).

Für das Verhältnis der Querschnitte als Abhängige des Druckverhältnisses berechnet Zeuner folgende Tabelle

$p_1/p_2 =$	1,732	2	4	6	8	10	20	50	80	100
$f_2/f_m =$	1	1,015	1,349	1,716	2,069	2,436	3,966	7,980	11,555	13,802

die in Fig. 34a graphisch dargestellt ist. Die spezifische Dampfmenge, die am Ende der Düse vorhanden ist, wurde ebenfalls eingetragen. Man ersieht hieraus, daß für ein kleines Druckverhältnis die Erweiterung ungemein klein ausfällt, und daß f_2/f_m mit dem Expansionsverhältnis nahezu linear wächst.

Zu diesen Werten fügen wir für überhitzten Dampf, d. h. $k = 1{,}3$, wenn die ganze Expansion im Überhitzungsgebiet verläuft, folgende Tabelle bei:

$p_1/p_2 =$	1,832	10	20	50	100
$f_2/f_m =$	1	2,075	3,214	5,958	9,680

[1]) S. Prandtl, Enzyklopädie der math. Wissensch. Thermodynamik, S. 294.

Digitized by Google

wobei allgemein

$$\frac{p_m}{p_1} = 0{,}5457\,,$$
$$w_m = 3{,}33\,\sqrt{p_1 v_1}\,,$$
$$G_{sek} = 2{,}090\,f_m\sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

gilt, für kg.m.sek als Einheiten. Die Endgeschwindigkeit w_2 kann in der Form

$$w_2 = \alpha\sqrt{p_1 v_1}\,. \qquad (18)$$

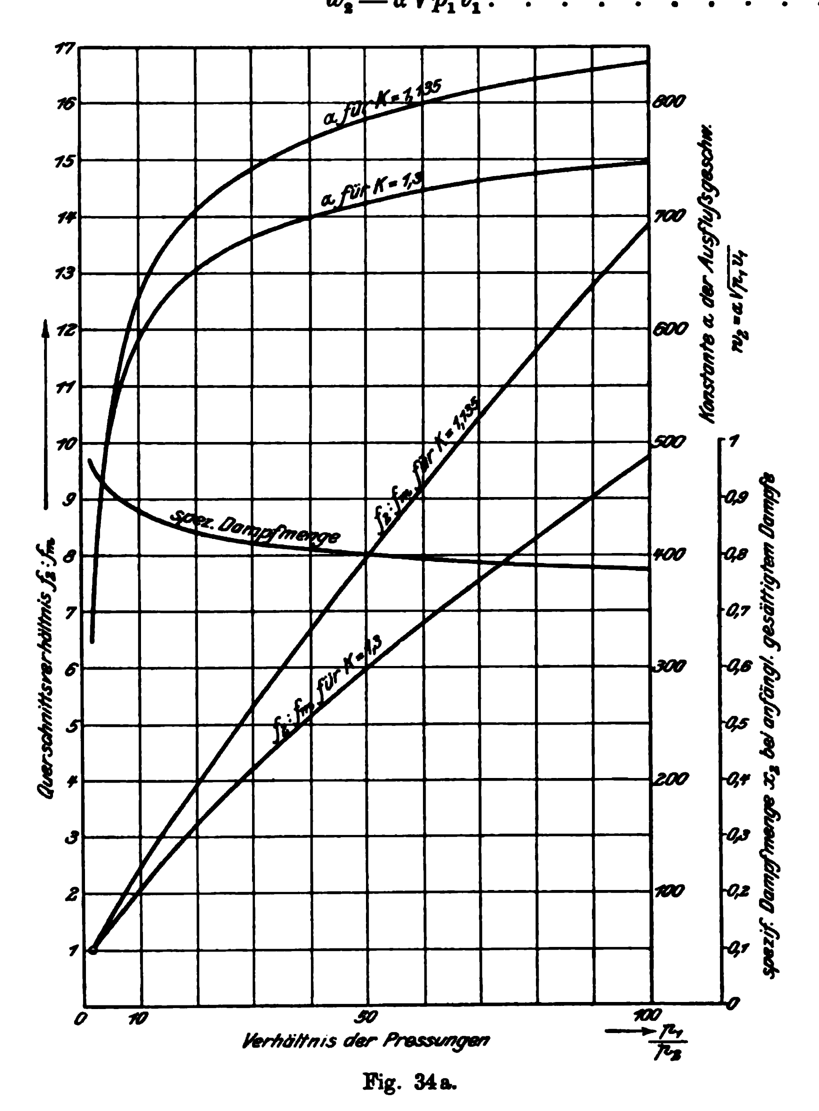


Fig. 34a.

dargestellt werden und finden sich die entsprechenden Werte von α in Fig. 34a für gesättigten und überhitzten Dampf eingetragen, wobei in (18) der Druck in kg/qcm, v_1 in cbm/kg gemeint sind.

Die Geschwindigkeit an der engsten Stelle, w_m, zeigt sich mit dem Anfangsdrucke nur wenig veränderlich, z. B. bei gesättigtem Dampf

für $p_1 = 5$ kg/qcm $\qquad w_m = 442{,}4$ m

„ $p_1 = 12$ „ $\qquad w_m = 454{,}3$ m.

Digitized by Google

Je mehr sich p_2 dem Werte p_m nähert, um so kleiner ist der Unterschied zwischen f_2 und f_m. Im Grenzfalle, daß $p_2 = p_m$ wird, erhält man auch $f_2 = f_m$, d. h. die Düse ist nicht mehr zu erweitern.

Ist aber der Gegendruck größer als der kritische Druck, d. h.

$$p_2 > p_m ,$$

so erreicht die Expansion den Wert p_m nicht mehr, und man rechnet mit Umgehung der Formeln (17) zunächst w_2 aus Gl. (9), hierauf v_2 nach Gl. (10) und erhält

$$f_2 = \frac{G v_2}{w_2} .$$

Die Düse wird in diesem Fall mit beliebiger Form ausgeführt, bleibt aber konvergent oder höchstens im Endquerschnitt zylindrisch.

24. Wiederholte Einschnürung.

Die verwickelten Erscheinungen, die sich in einer für das gegebene Druckverhältnis zu kurzen oder zu langen Düse abspielen, werden später besprochen werden. Hingegen gelten die entwickelten Formeln bei reibungsfreier adiabatischer Strömung auch für mehrfach eingeschnürte Leitungen, wie beispielsweise Fig. 34b. Nur ist es wichtig zu bemerken, daß der kritische Druck p_m nicht in jedem Minimum des Querschnittes auftritt. Dies findet vielmehr nur für das kleinste Minimum statt, da dort wegen $G = f \varphi(p)$ der Wert $\varphi(p)$ den größten Betrag erlangen muß, der möglich ist. In der doppelt eingeschnürten Düse (Fig. 34b), für die wir $f_m' > f_m$ voraussetzen, wird die Funktion $\varphi(p)$ von A ausgehend gegen f_m' zunehmen, aber nicht bis zum Maximum; jenseits von f_m' durchläuft $\varphi(p)$, daher auch p, dieselben Werte wie vorhin, aber in umgekehrter Richtung.

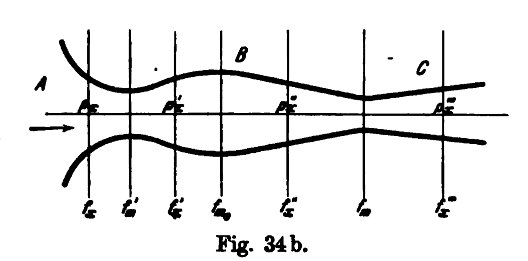


Fig. 34b.

In B, wo f ein Maximum besitzt, wird $\varphi(p)$ am kleinsten (ohne analytisch ein Minimum zu sein), der Druck hat einen Höchstwert. Von B gegen f_m findet wieder Abnahme statt, und wenn $f_x'' = f_x$, so haben wir auch dasselbe p_x wie vorhin. Hinter f_m aber erfolgt eine Expansion, und wenn wieder $f_x''' = f_x$, so ist wohl $\varphi(p_x''') = \varphi(p_x)$, hingegen entsprichtder Druck selbst einem Punkte jenseits des Maximums von $\varphi(p)$ und ist kleiner als p_x. Würde $f_m' = f_m$ sein, so müßten auch die Pressungen an beiden Orten übereinstimmen.

Höchstwert von G.

Die Formel $G_{sek} = f_m \varphi(p_m)$ stellt den größten Wert von G_{sek} dar, der durch den gegebenen Querschnitt f_m unter den gegebenen Druckverhältnissen strömen kann. Es ist indes eine Strömung mit einem Gewicht

$$G'_{sek} < G_{sek}$$

sehr wohl möglich. In diesem Falle nimmt der Druck gegen den Querschnitt f_m hin ab, $\varphi(p)$ nimmt zu, allein ohne bei f_m das Maximum zu erreichen. Daher müssen jenseits von f_m dieselben Werte von $\varphi(p)$ und von p wie von f_m durchlaufen werden, d. h. der Dampf wird jenseits des engsten Querschnittes wieder verdichtet, und würde theoretisch bei genügender Erweiterung der Düse den gleichen Wert wiedererlangen wie im Ausflußgefäß. Es könnte also eine Strömung, wenn einmal in Bewegung gesetzt, theoretisch ohne Druckgefälle fortdauern. Allein

Digitized by Google

dies ist eine Betrachtungsart, die der Annahme idealer Flüssigkeiten in der Hydraulik entspricht.

In Wirklichkeit sind stets Reibungen vorhanden, die nicht außer acht gelassen werden dürfen. Außerdem ist zu bemerken, daß obige Formeln nur gelten, falls die Expansion ganz im gesättigten oder ganz im überhitzten Gebiete verläuft.

25. Mit Reibung verbundene Strömungen.

Wollen wir mit Reibung behaftete Strömungen untersuchen, so müssen wir die allgemeinen thermodynamischen Energieformeln (Abschn. 20) verwenden. Wir beschränken uns zunächst auf ruhende Kanäle mit Vernachlässigung der Schwere, so daß die Massenkraftarbeit $dh=0$ gesetzt werden kann. Ferner machen wir die Annahme, daß auch die Wärmeableitung und Strahlung vernachlässigbar seien, so daß nur die Reibungswärme in Betracht kommt, die wegen der undurchlässigen Kanalwand ganz dem strömenden Dampfe einverleibt wird. Unter diesen Umständen lautet die Gleichung der Gesamtenergie (mit $dq=AdR$)

$$A\frac{wdw}{g}=-di \quad \text{. . . . . (1)}$$

Die Gleichung der lebendigen Kraft

$$\frac{wdw}{g}=-vdp-dR \quad \text{. . . . . (1a)}$$

Die Wärmegleichung

$$AdR=di-Avdp \quad \text{. . . . . (1b)}$$

Die Kontinuitätsgleichung für den Beharrungszustand

$$Gv=fw \quad \text{. . . . . (1c)}$$

Von diesen kann die erste allgemein, ohne Rücksicht auf die besondere Art des Reibungsgesetzes, integriert werden.

Betrachten wir zwei Querschnitte mit dem Anfangszustand p_1, v_1, w_1, i_1 und dem Endzustand p_2, v_2, w_2, i_2, so ergibt die Summation der Elementaränderungen nach Gl. (1)

$$A\frac{w_2^2-w_1^2}{2g}=i_1-i_2 \quad \text{. . . . . (2)}$$

in Worten: **Die Zunahme der kinetischen Energie** (in Wärmemaß) **ist gleich der Abnahme des Wärmeinhaltes.**

Dieser äußerst wichtige Satz wurde zuerst von W. Thomson und Joule (1856), später von Grashof und Zeuner abgeleitet.

Ist der Zustand im Querschnitt 2 experimentell ermittelt, so kann mit Hilfe von (1c) die Geschwindigkeit berechnet werden. Im anderen Fall ist das Reibungsgesetz heranzuziehen.

26. Reibungsarbeit und Verlust an kinetischer Energie im p-v- und im Entropiediagramm.

Betrachten wir eine reibungsfreie adiabatische Strömung zwischen den Zuständen A_1 und A_2', dargestellt durch Fig. 35 im p-v-Diagramm, durch Fig. 35a in der Entropietafel. Die gleichnamigen Punkte A_1, A_2' liegen in letzterer auf einer Senkrechten. Die Anfangs- und Endgeschwindigkeiten seien w_1 und w_2', welche mit den Wärmeinhalten i_1, i_2' durch die Formel

$$\frac{w_2'^2}{2g}=\frac{w_1^2}{2g}+\frac{1}{A}(i_1-i_2') \quad \text{. . . . . (3)}$$

zusammenhängen.



Digitized by Google

Hiermit vergleichen wir eine vom gleichen Anfangszustand ausgehende, indessen mit Widerständen verbundene Bewegung, welche bei **gleichem Enddruck** p_2 ein anderes Volumen v_2, eine andere, und zwar kleinere Geschwindigkeit w_2, einen anderen Wärmeinhalt i_2 aufweist, und für die

$$\frac{w_2^2}{2g}=\frac{w_1^2}{2g}+\frac{1}{A}(i_1-i_2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

gilt. Der **Verlust an lebendiger Kraft** Z, auf welchen es uns vor allem ankommt, ist

$$Z=\frac{w_2'^2}{2g}-\frac{w_2^2}{2g}=\frac{1}{A}(i_2-i_2')$$

oder

$$AZ=i_2-i_2' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

d. h. **der Wärmewert des Energieverlustes** (Z) **ist die Wärmemenge, die notwendig ist, um 1 kg Dampf aus dem Endzustande der reibungsfreien adiabatischen Expansion bei konstantem Drucke in den wirklichen Endzustand überzuführen.**

Denken wir uns den wirklichen Dampfzustand Punkt für Punkt ermittelt, so wird sich die Zustandskurve A_1BA_2 ergeben, welche man im Entropiediagramm (Fig. 35a) abbilden kann. Der Gesamtbetrag der Reibungsarbeit kann aus der Wärmegleichung durch Integration als

$$AR=i_2-i_1-A\int_{p_1}^{p_2} v\,dp$$

ermittelt werden. Für die reibungsfreie Expansion ist aber $R=0$, daher

$$0=i_2'-i_1-A\int_{p_1}^{p_2} v'\,dp,$$

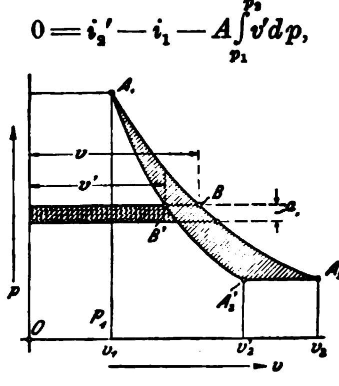


Fig. 35.

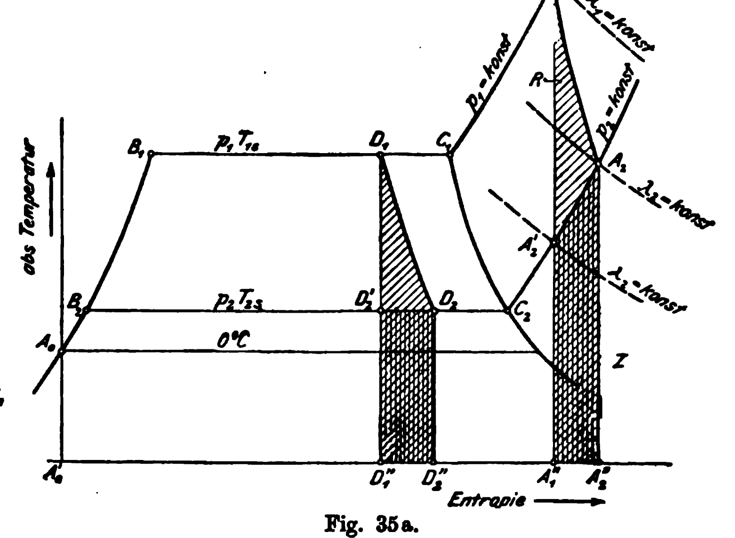


Fig. 35a.

worin v' ein zu p gehörendes Volumen der umkehrbaren Adiabate ist. Ziehen wir diese Gleichung von der vorhergehenden ab, so erhalten wir bei gleichzeitiger Umkehrung der Integrationsgrenzen

$$AR=i_2-i_2'+A\int_{p_2}^{p_1}(v-v')\,dp \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Mit Rücksicht auf Fig. 35 folgt:

$$R=Z+\text{Arbeitsfläche } A_1A_2A_2' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

d. h. R und Z sind durchaus nicht identisch; vielmehr ist **der effektive Verlust an kinetischer Energie gegenüber der reibungsfreien adiabatischen Expansion um den Inhalt der Arbeitsfläche** $A_1A_2A_2'$ **geringer als der**

Digitized by Google

Betrag der Reibungs- (und Wirbelungs-) Arbeit. Diese wohl zu beachtende Erscheinung hat ihren Grund darin, daß die Reibungsarbeit stets unmittelbar in Wärme umgewandelt wird und hierdurch während der nachfolgenden Expansion noch einen Beitrag zur Nutzarbeit liefern kann.

Abschätzung der Reibungsarbeit.

Obwohl die Kurve A_1BA_2 nicht umkehrbarer Änderung entspricht, so sind dennoch die Inhalte der gleichnamigen Flächen $A_1A_2A_2'$ im p–v- und im T–S-Diagramm gleich groß, was man am leichtesten einsieht, wenn man annimmt, daß 1 kg Dampf unter geeigneter Wärmezufuhr einen umkehrbaren Kreisprozeß längs des Kurvendreieckes $A_1A_2A_2'A_1$ beschrieben hätte.

Nun ist nach der Grunddefinition

i_2 numerisch = dem Flächeninhalt $A_0'A_0B_2C_2A_2A_2'A_0'$,
i_2' „ = „ „ $A_0'A_0B_2C_2A_2'A_1''A_0'$,

woraus hervorgeht, daß

der Verlust an kinetischer Energie in Wärmemaß $= i_2 - i_2'$ numerisch = Flächeninhalt $A_1''A_2'A_2A_2''$ (senkrecht schraffiert),
die eigentliche Reibungsarbeit (in Wärmemaß) = Flächeninhalt $A_1A_2A_2''A_1''A_1$ (schräg schraffiert).

Die gleiche Darstellung gilt für D_1 als Ausgangspunkt im gesättigten Gebiet, wobei R und Z durch gleiche Schraffur hervorgehoben sind wie oben.

Für die im Dampfturbinenbau üblichen Temperaturgrenzen sind die Temperaturunterschiede $D_2'D_1''$ mindestens 300° und D_1D_2' selten höher als 150°. Der Inhalt von $D_1D_2D_2'$ kann angenähert als Dreieck gerechnet werden, und macht hiernach selten mehr als $^1/_4$ der Verlustfläche Z aus. Ähnlich liegen die Verhältnisse auf Seite der Überhitzung. Demnach wird im allgemeinen **die eigentliche Reibungsarbeit den kinetischen Energieverlust auch bei den äußersten Expansionsgrenzen selten um mehr als 25 v. H. übertreffen.**

Da dieser Unterschied bei engeren Druckgrenzen auch weit geringer wird, ziehen wir es in den meisten Fällen vor, nicht mit der Reibungsarbeit, sondern unmittelbar mit dem kinetischen Verlust zu rechnen. Wir schreiben daher die Strömungsgleichung (2), indem wir i_2 aus 5 einsetzen in der Form

$$i_1 - i_2' = A\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + AZ \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

oder in Worten:

Das verfügbare Gefälle (das der verlustfreien adiabatischen Strömung entspricht) findet sich wieder als Zunahme der kinetischen Energie und als kinetischer Verlust.

Diese Beziehung wird uns in den meisten Fällen die weit unbequemere Reibungsgleichung ersetzen.

27. Neuere Untersuchungen über die Reibung der geradlinigen Strömung.

a) Im Poiseuilleschen Gebiete.

Poiseuille fand im Jahre 1844 das experimentelle Gesetz, daß in engen Röhren innerhalb gewisser Grenzen der durch Reibung bewirkte Druckabfall der Geschwindigkeit einfach proportional ist. Hagenbach gab im Jahre 1860 die Theorie der Erscheinung und stellte für ein zylindrisches Rohr die Beziehung

$$p_1 - p_2 = \frac{32\,\eta l w}{d^2} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Digitized by Google

auf, worin $p_1 - p_2$ den Druckabfall (kg/qm), l die Rohrlänge (m), d den Durchmesser (m), w die mittlere Geschwindigkeit (m/sek) und η die unten angegebene „Zähigkeit" bedeuten.

In den engen spaltförmigen Hohlräumen, die bei vielen Dampfabdichtungen der Turbinen vorkommen, finden ähnliche Verhältnisse statt. E. Becker[1]) findet, daß die Formel

$$(p_1 - p_2) = 12\eta \frac{lw}{s^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wo s die unveränderlich vorausgesetzte Spaltbreite (in m) bedeutet, auf seine Versuche für Wasser, Luft und Dampf gut anwendbar ist. Mit der Ableitung dieser Formel, wie auch mit der Berechnung der Undichtheitsverluste durch Spalte werden wir uns im X. Teil beschäftigen.

Der Wert der Zähigkeitskonstanten ist nach den Tabellen von Landolt und Börnstein im absoluten Maßsystem (Dimension $\mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{g}\cdot\mathrm{sek}^{-1}$)

$$\text{für Wasser } \eta_{abs} = \frac{0{,}01775}{1 + 0{,}0331\,t + 0{,}000244\,t^2} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

$$\text{„ Luft } \eta_{abs} = 1720\cdot 10^{-7}(1 + 0{,}003665\,t) \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

wobei t Celsiusgrade bedeutet;

für Rüböl (umgerechnet von Biel)

bei $t =$ 0° 5° 10° 20° 30° C

$\eta_{abs} =$ 25,3 6,27 3,7 1,8 0,99

„ Dampf

bei $t =$ 20° 100° C

$\eta_{abs} = 975\cdot 10^{-7}$ $1320\cdot 10^{-7}$.

Rechnet man in technischen Maßeinheiten (kg·m·sek), so ist an Stelle von η_{abs} der Wert

$$\eta_{tech} = \frac{\eta_{abs}}{98{,}1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

einzusetzen.[2])

b) Kritische Strömungsgeschwindigkeit.

Reynolds[3]) hat durch klassisch gewordene Versuche nachgewiesen, daß das Poiseuillesche Gesetz nur bis zu einer gewissen „kritischen" Geschwindigkeit gilt. Darüber hinaus ist der Druckabfall einer höheren, und zwar nach seinen Versuchen für Wasser der 1,7fachen Potenz der Geschwindigkeit proportional.

---

[1]) Mitteil. üb. Forschungsarbeiten, Berlin 1907. Heft 48.

[2]) Für den mit dem absoluten Maß seltener in Berührung kommenden praktischen Ingenieur sei in betreff dieser Umrechnung folgendes in Erinnerung gebracht. Gemäß Formel (1), die für jedes Maßsystem gilt, ist $\eta = (p_1 - p_2)\, d^2/(32\,l w)$ und da $w =$ Länge : Zeit, so ist die Dimension von $\eta =$ spezif. Druck $\times$ Zeit, d. h. $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{sek}$. Wollen wir die technischen Maße kg·m·sek durch die Absoluten, d. h. g (Masse) cm·sek ersetzen, so müssen wir uns erinnern, daß in letzterem die Krafteinheit, das Dyn, diejenige Kraft ist, die der Einheit der Masse (1 g) die Einheit der Beschleunigung ($1\ \mathrm{cm}\cdot\mathrm{sek}^{-2}$) erteilt. In technischem Maß ist 1 g Masse $= 0{,}001$ kg : 9,81 und $1\ \mathrm{cm}\cdot\mathrm{sek}^{-2}$ Beschleunigung $= 0{,}01\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{sek}^{-2}$, daher 1 Dyn $= (0{,}001/9{,}81) \times 0{,}01 = 1/981000$ kg. Die in der Formel für η_{tech} vorkommende Zahl der Kilogramme wird also ersetzt durch: Zahl der Dyn geteilt durch 981000, ebenso die Zahl der m durch: Zahl der cm geteilt durch 100, und so wird $\eta_{tech} = \left(\frac{\mathrm{Dyn}}{981000}\right)\left(\frac{10000}{\mathrm{cm}^2}\right)\mathrm{sek} = \frac{\mathrm{Dyn\ sek}}{\mathrm{cm}^2\ 98{,}1} = \frac{\eta_{abs}}{98{,}1}$ wie oben angegeben.

[3]) Philos. Trans. of R. Soc., London 1883, S. 995.

Digitized by Google

Als Wert der kritischen Geschwindigkeit fand Reynolds für zylindrische Röhren:

$$w_k = \frac{K \eta_{tech}}{d \gamma} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (6)$$

wobei K allgemein $= 20000$, wenn d in m, γ in kg/cbm, η in techn. Maß eingesetzt werden.

Nach Becker ist der kritische Wert (a. a. O.) für enge Spalte bei der Breite s von 0,42 bis 0,62 mm

$$w_k = \frac{K' \eta_{tech}}{2 s \gamma} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (7)$$

in welcher Formel nach seinen Versuchen K' für Wasser und Luft etwa $= 27000$ zu setzen ist (s in m, γ in kg/cbm).

Für Dampf fand Becker die Grenze nicht scharf ausgeprägt. Auch über η sind wir bei Dampf für Temperaturen, die 100° C übersteigen, im unklaren. Dürfte man die oben mitgeteilten Beobachtungen linear extrapolieren, so wäre für

$$t = \quad 100 \qquad 200 \qquad 300^\circ \text{ C}$$
$$\eta_{tech} = 1{,}3 \cdot 10^{-6} \quad 1{,}65 \cdot 10^{-6} \quad 2{,}0 \cdot 10^{-6}$$

und man kann in Beckers Versuchen immerhin für $s = 0{,}5$ mm eine untere Grenze mit $K' \cong 17000$ unterscheiden, unterhalb welcher sicher das Poiseuillesche Gesetz, und eine obere mit $K' = 47000$, oberhalb welcher sicher das Potenzgesetz gilt.

Reynolds beobachtete eine zweite Art von kritischer Geschwindigkeit, indem er bei möglichst wirbelfreier Strömung in der Rohrachse einen gefärbten Strahl einführte. Bei einem Grenzwert, der 6—7 mal so groß ist als das oben bestimmte w_k, zeigt sich nach kurzem Parallellauf plötzliche Wirbelbildung; der farbige Strahl löst sich auf und vermischt sich. Reynolds nimmt an, daß dies der Ausdruck einer Labilität der Strömung ist. In technischen Anwendungen werden der Regel nach durch Absperrventile u. a. von Anfang an Wirbel geschaffen, daher man sich an das kleinere w_k halten wird.

c) Über der kritischen Geschwindigkeit.

Im Bereiche der Grenzen, in welchen das Potenzgesetz gilt, führte O. Fritzsche[1]) eine sehr vollständige und wertvolle Untersuchung durch, als deren Endergebnis für zylindrische Rohre die Formel

$$\Delta p = 0{,}938 \cdot 10^{-3} \cdot \gamma^{n-1} \frac{w^n}{D^\alpha} l \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

aufgestellt wird. Hierin bedeuten

Δp den Druckabfall in kg/qm,
γ das mittlere spez. Gewicht in kg/cbm,
w die mittlere Geschwindigkeit in m/sek,
D den Durchmesser in m, l die Rohrlänge in m, $n = 1{,}852$, $\alpha = 1{,}269$.

Die Versuche wurden mit Luft ausgeführt; gelten indes mit großer Näherung für andere Flüssigkeiten. Die Versuchsleitung bestand aus 1″ bzw. 1½″ weiten gewöhnlichen Gasrohren, doch sind in der Formel alle bisher bekannten anderweitigen Versuche berücksichtigt. Wo glattere oder rauhere Rohre zur Verwendung gelangen, ist die Beizahl in Formel (8) entsprechend abzuändern. So fand Reynolds für Wasser, aber in glattgezogenen Röhren, bei sonst nahezu identischer Gleichungsform einen um 20 v. H. geringeren Druckabfall. Hierüber wäre zu vergleichen die beachtenswerte Studie von Biel[2]), der zu einem anderen, ebenfalls gut übereinstimmenden Ergebnis gelangt und ausgedehnte Literaturübersicht bringt.

---

[1]) Mitteil. üb. Forschungsarbeiten, Heft 60, S. 49.

[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1908, I., S. 1035.

Digitized by Google

Die in großem Maßstabe durchgeführten Versuche von Chr. Eberle[1]) mit gesättigtem und überhitztem Dampf an langen Leitungen von 70 und 150 mm Durchmesser mit Dampfgeschwindigkeiten von 7 bis 100 m/sek haben auf die einfachere ältere Form geführt

$$\varDelta p = \beta \frac{l}{d} w^2 \gamma \quad \dots\dots\dots\dots \quad (8a)$$

wobei die Konstante β in m·kg·sek-Maßeinheiten von Rohrdurchmesser, Druck, Temperatur und Geschwindigkeit unabhängig den Wert

$$\beta = 10{,}5 \cdot 10^{-4} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (8b)$$

zu erhalten hat.

Für enge Spalte von 0,2 bis 0,6 mm findet Becker (a. a. O.) eine Zunahme des Abfalles bei Wasser mit der 1,9ten, für Luft und Dampf der 2. Potenz der Geschwindigkeit gemäß Gleichung

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma_m} = \zeta \frac{2l}{s} \frac{w^2_{\text{mittel}}}{2g} \text{ oder } = \zeta_r \frac{l}{2s} \frac{w_m^2}{2g} \quad \dots\dots\dots \quad (9)$$

wobei in kg·m·sek gerechnet für alle drei Flüssigkeiten

$$\zeta = 0{,}0083 \text{ bis } 0{,}01, \text{ daher } \zeta_r = 4\zeta = 0{,}033 \text{ bis } 0{,}040$$

und sozusagen unabhängig von der Spaltbreite ist, sofern man den kritischen Wert überschritten hat. Bei Luft erreichte die mittlere Geschwindigkeit bis 110, bei Dampf bis 160 m/sek, die Formel ist demnach auch für größere Druckabfälle gültig.

Die Reibungsarbeit im Potenzgebiete kann aus obigen Ausdrücken für den Druckabfall abgeleitet werden, indem wir ein Element der Strömung von der Länge dl betrachten. Die Formel von Fritzsche bezieht sich auf wenig veränderliche Geschwindigkeit, so daß in der Gleichung der lebendigen Kraft wdw neben $-vdp$ vernachlässigbar ist, und

$$dR = -vdp = \text{konst.}\, \gamma^{n-2} \frac{w^n}{D^\alpha} dl$$

gelten wird. Verbinden wir hiermit die Kontinuitätsgleichung

$$G = f w_0 \gamma_0 = f w \gamma \quad \text{oder} \quad w\gamma = w_0 \gamma_0,$$

so kann $\gamma^{n-2} w^n = (\gamma w)^{n-2} w^2 = (\gamma_0 w_0)^{n-2} w^2$ geschrieben werden, und wir erhalten

$$dR = \frac{0{,}938 \cdot 2g \cdot 10^{-3}}{D^{0{,}269} (w_0 \gamma_0)^{0{,}15}} \frac{dl}{D} \frac{w^2}{2g} \quad \dots\dots\dots \quad (10)$$

in m·kg·sek-Einheiten einzusetzen sind. Der nach Eberle noch immer gültige gewöhnliche Ansatz für die Reibungsarbeit lautet

$$dR = \zeta_r \frac{dl}{D} \frac{w^2}{2g} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (11)$$

oder wenn Rohre von anderem als kreisförmigem Querschnitt vorliegen

$$dR = \zeta_r \frac{U}{4F} \frac{w^2}{2g} dl \quad \dots\dots\dots\dots \quad (12)$$

worin U den Umfang, F den Inhalt des Querschnittes bedeuten. Formel (10) lehrt nun, daß dieser Ansatz auch für Fritsches Versuche glücklicherweise beibehalten werden kann, daß aber ζ_r abhängt von der anfänglichen Geschwindigkeit $w_0 \gamma_0 = G/f$ und dem Rohrdurchmesser. Nach Eberle ist ζ_r unveränderlich $\cong 0{,}021$.

[1]) Mitteil. üb. Forschungsarbeiten. 1909. Heft 78.


Digitized by Google

28. Integration der Strömungsgleichungen.

Eine Integration zu Strömungsgleichungen ist bis jetzt nur für Luft als Strömungsflüssigkeit durchgeführt worden. Grashof[1]) und Zeuner[2]) gaben die Resultate für ein zylindrisches Rohr in der Form

$$\left(\frac{RT_0}{H_0}+\frac{k-1}{k}\right)\left(1-\frac{H_0}{H}\right)-\frac{k+1}{k}\lg n\,\frac{H}{H_0}=\zeta_r\frac{l}{r}\quad \ldots \quad (1)$$

worin $H=w^2/2g$ und $H_0=w_0{}^2/2g$ mit w_0 als Eintrittsgeschwindigkeit, l die Rohrlänge bedeuten. Aus dieser Gleichung kann die Geschwindigkeit, die an einer im Abstande l gelegenen Rohrstelle herrscht, durch Probieren gefunden werden, worauf die Kontinuitätsgleichung v, — die Zustandsgleichung T ergibt.

Proell[3]) stellte das Integral für die Strömung in einem kegelförmig erweiterten Rohr auf, deren Eigenschaften von Prandtl[4]) diskutiert worden sind.

Für Dämpfe muß man sich, wie Grashof a. a. O. gezeigt hat, mit Annäherungen begnügen. Nur im Falle des zylindrischen Rohres ist bei beliebigem Reibungsgesetz mit Hilfe der Kurven von Fanno (s. unten) eine allgemeine graphische Behandlung möglich.

Die Kurven von Fanno[5]) für konstanten Rohrquerschnitt.

Die Gleichung der Gesamtenergie

$$A\frac{w_x{}^2-w_1{}^2}{2g}=i_1-i_x\quad \ldots \quad (2)$$

und die Kontinuitätsgleichung

$$Gv_x=fw_x\quad \ldots \quad (3)$$

enthalten nichts, was auf das Gesetz der Reibungsarbeit Bezug hätte. Ist also f unveränderlich, so können wir w_x mit Hilfe der zweiten ausscheiden, und erhalten eine Beziehung zwischen den Zustandsgrößen allein, welche im Entropiediagramm leicht eingezeichnet werden kann. Ist $w_1 i_1$ durch den Anfangszustand festgelegt, so wählen wir ein beliebiges v_x, bestimmen aus (3) w_x und mit diesem aus (2) i_x, deren Schnitt im Entropiediagramm den betreffenden Zustandspunkt darstellt. Über die Länge des zurückgelegten Weges sagt die Zustandskurve freilich nichts aus.

In Fig. 36 ist ein System von Linien $G/f=$ konst. für denselben Anfangszustand $i_0=720$ WE aufgezeichnet. Die Linien i konst sind zugleich Linien konstanter Geschwindigkeit $w=$ konst. Die dick ausgezogene gibt $w=a_0$, wobei a_0 die überall gleiche Schallgeschwindigkeit für den betreffenden Dampfzustand bedeutet und die Tangenten an die Linien $f=$ konst. alle vertikal sind.[6]) Da die wahre Zustandsänderung stets mit einer Vermehrung der Entropie verbunden sein muß, kann also die Strömung im zylindrischen Rohr nie die Schallgeschwindigkeit überschreiten. Befinden wir uns oberhalb der Linie $a_0=$ konst., so erfolgt eine Expansion, sind wir unterhalb derselben, d. h. ist $w>a_0$, so erfolgt, wenn die Entropie wachsen soll, ein Druckanstieg, eine Verdichtung.

---

[1]) Theoret. Maschinenlehre. Bd. I, S. 593.
[2]) Techn. Thermodyn., Bd. I, S. 273.
[3]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1904, S. 161; 1905, S. 151.
[4]) Encyklopädie d. math. Wiss., V, S. 311.
[5]) Von Ing. Fanno in einer Diplomarbeit am Eidgen. Polytechnikum i. J. 1904 beschrieben.
[6]) Diese Eigenschaft kann für Gase auch rechnerisch leicht nachgewiesen werden.

Digitized by Google

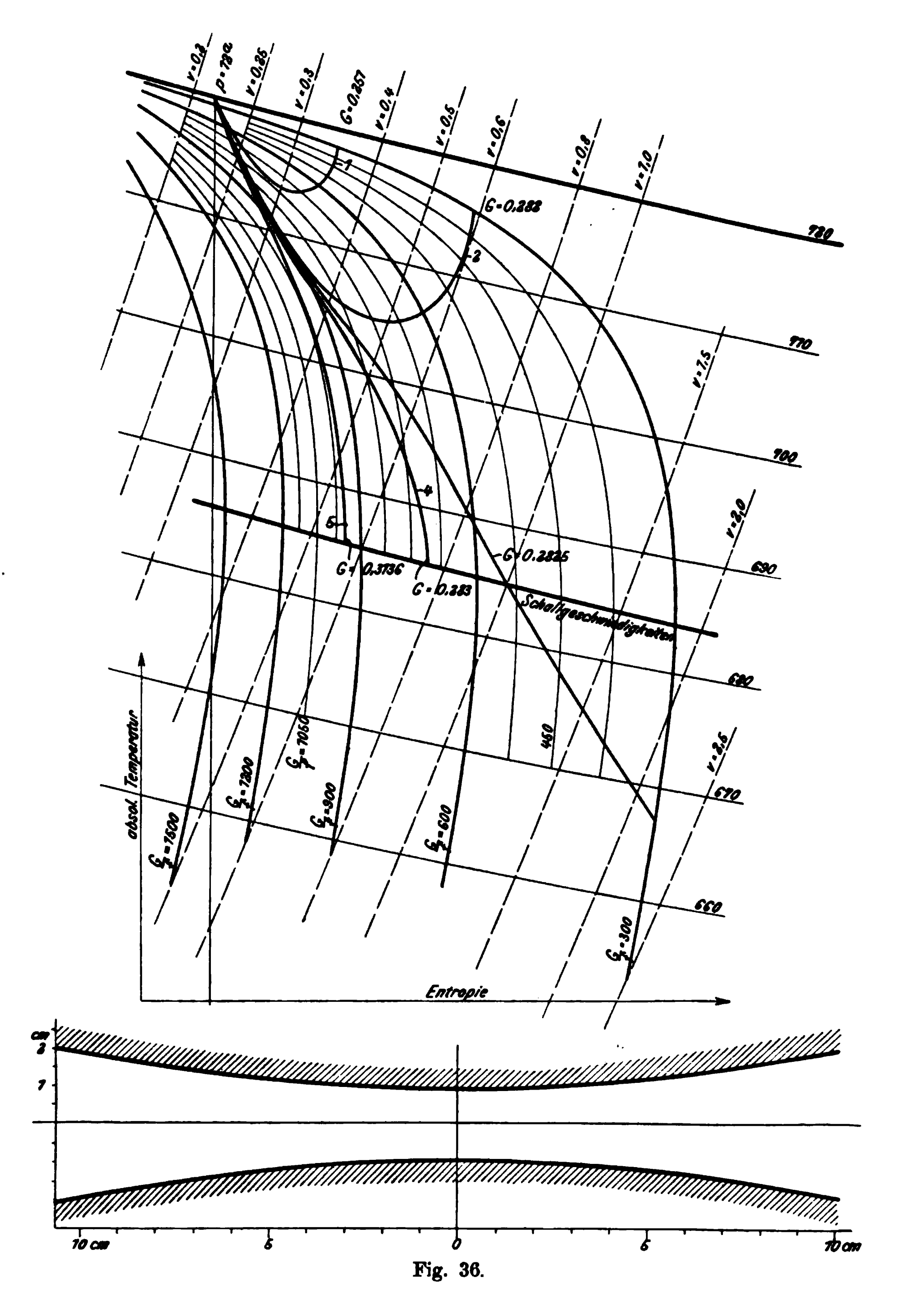


Fig. 36.

Darstellung des Druckverlaufs bei beliebigem Reibungsgesetz für eine Leitung von konstantem Querschnitt.

Für irgendeine Kurve $G/f =$ konst. wird zwischen den Punkten A_1 und A_2 (Fig. 37) die Reibungsarbeit durch die unter der Zustandskurve liegende schraffierte Fläche des Entropiediagrammes dargestellt. Für das Element BB' ist

$$dR = T\,ds = \zeta w^2 dz,$$

Digitized by Google

wo w die im Punkt B herrschende, aus der Abnahme des Wärmeinhaltes zu rechnende Geschwindigkeit bedeutet. Nun bilden wir

$$z = \int_1^2 \frac{T\,ds}{\zeta w^2}.$$

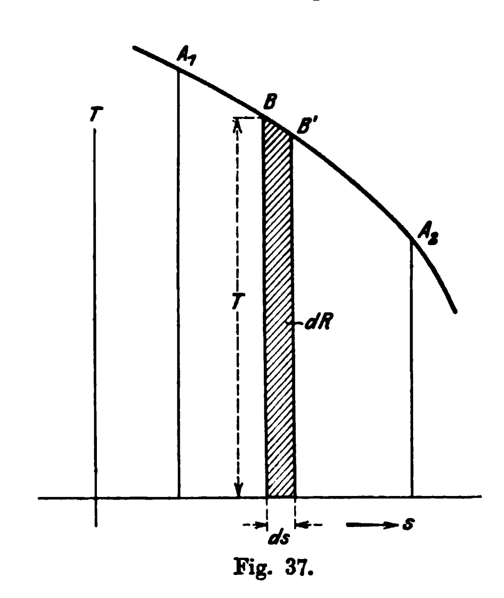


Fig. 37.

Hier steht unter dem Integralzeichen eine bekannte (graphisch vorliegende) Funktion

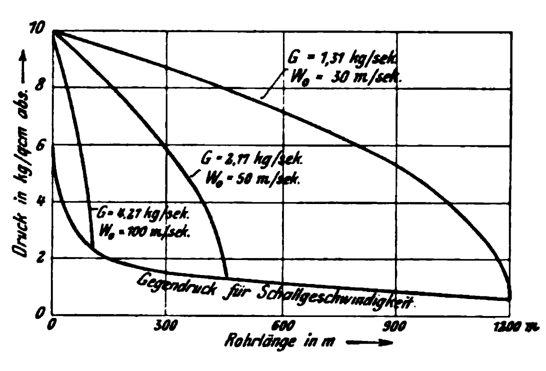


Fig. 38.

von s, wir können die Integration graphisch ausführen und erhalten die Länge z der Rohrstrecke, in welcher der Druck von p_1 auf p_2 sinkt. Indem wir dies für mehrere Punkte durchführen, erhalten wir allgemein p als Funktion von z.

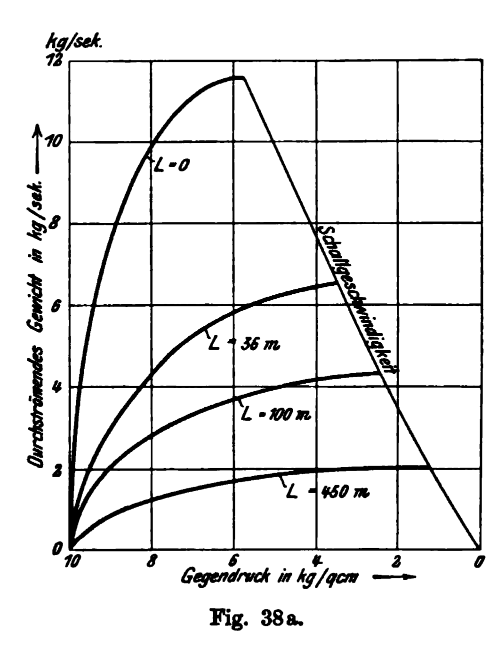


Fig. 38a.

Beispielsweise ist in Fig. 38 der Druckverlauf in einer Leitung von 100 mm Durchmesser bei 10 Atm. abs. und gesättigtem Anfangszustand dargestellt. Der kleinere Abfall entspricht kleineren (in die Figur eingeschriebenen) Eintrittsgeschwindigkeiten w_0. Bei genügender Verlängerung tritt am Rohrende Schallgeschwindigkeit ein. Unter den entsprechenden Druck kann mit der vorgeschriebenen Dampfmenge nicht expandiert werden — man muß die Dampfmenge verkleinern. In Fig. 38a wurden die durchfließenden Gewichte als Abhängige des Gegendruckes und der Rohrlänge dargestellt. Wie ersichtlich, nimmt das sekundliche Gewicht mit wachsender Rohrlänge, d. h. mit wachsender Reibung stetig ab und befolgt, was den Einfluß des Gegendruckes anbelangt, ein ähnliches Gesetz wie die einfache Mündung ($L = 0$), nur daß der Höchstwert von G bei immer kleineren Gegendrücken auftritt. Nimmt der letztere unter die Schallgeschwindigkeitsgrenze ab, so bleibt das sekundliche Gewicht konstant, was in die Figur durch horizontale Linien nachzutragen wäre.

Sobald der Querschnitt veränderlich ist, bleibt nur die Einzelrechnung mit „kleinen Differenzen“ übrig.

Digitized by Google

29. Experimentelle Bestimmung des Reibungsverlustes in Düsen.

Unter den älteren Versuchen über die Dampfströmung durch Mündungen und Düsen sind zu erwähnen diejenigen von Parenty[1]), Rosenhain[2]), Fliegner[3]), Rateau[4]), Gutermuth und Blaeß[5]), P. Emden[6]).

Die Mehrheit der Experimentatoren neigte im Jahre 1902 zu der Ansicht, daß der Dampf beim Durchströmen der Düse sich von der Wand ablöst und keine höhere als die Schallgeschwindigkeit erreichen könne. Der Überschuß der verfügbaren Energie sollte durch Schallschwingungen vernichtet worden sein. Die damals schon hinlänglich verbürgten Ergebnisse der Lavalturbine konnten aber unter Annahme so großer Verluste nicht erklärt werden, und veranlaßten den Verfasser zu den nachfolgend beschriebenen Untersuchungen.

Die benutzte Versuchseinrichtung (Fig. 39) besteht aus der eigentlichen Düse mit einem zentrisch durchgeführten dünnen Meßrohre, das an einem Ende verschlossen, am anderen mit einem Mano- (bzw. Vakuum)meter verbunden wird und in der Mitte eine 1—1,5 mm weite Querbohrung besitzt. Durch eine Mikrometerschraube kann das Röhrchen hin und her geschoben und die Meßöffnung an irgendeine Stelle der Düsenachse gebracht werden. Außerdem befinden sich zur Kegelfläche senkrechte Bohrungen in der Wand der Düse, welche ebenfalls mit Manometern verbunden werden.

Um die Druckmessung auf ihre Zuverlässigkeit zu prüfen, wurden u. a. zwei Meßröhrchen von 5 mm Außendurchmesser erprobt, welche in einem mittleren dickwandigen Teile um 45° gegen die Achse geneigte rund 1,2 mm weite Bohrungen besaßen (Fig. 39a). Wie zu erwarten stand, erzeugte die dem Strome eine scharfe Kante zukehrende Bohrung *a* einen Wirbel mit Stau, und sie gibt demzufolge eine höhere Druckanzeige als *b*. Die dazwischen liegende Angabe des gewöhnlichen (dünnwandigen) Röhrchens mit normaler Anbohrung wird mithin vom wahren Drucke nicht wesentlich verschieden sein können. Nach anderen Experimentatoren scheint es zu genügen, wenn man den Rand der Bohrungen gut abrundet.

Die Bewegungswiderstände sollen aus den Beobachtungen unter Einführung von Mittelwerten des Druckes in einem Querschnitt ermittelt werden.

Beobachtet man den austretenden Strahl im Freien, so ist deutlich eine hellere Außenschicht und ein milchig getrübter Kern wahrnehmbar, zum Zeichen, daß am Rande die Wandungsreibung eine teilweise Überhitzung bewirkt hat, während in der ungestörten Strahlmitte die adiabatische Expansion mit stärkerem Flüssigkeitsniederschlag vor sich geht.

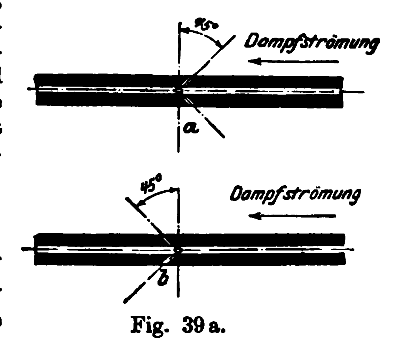


Fig. 39a.

Fig. 39.

Es seien

p_1, t_1, x_1 Druck, Temperatur, spezifische Dampfmenge vor der Düse (beobachtet),

p_x der beobachtete Druck im Querschnitt f_x,

G das durchströmende Dampfgewicht in kg/sek (gemessen),

i_1 der Wärmeinhalt vor der Düse,

w_1 die Geschwindigkeit vor der Düse.

---

[1]) Comptes r. Paris, Bd. 113, 116, 119; Ann. chim. phys., Bd. 8, 1896, Bd. 12, 1897.
[2]) Proc. Instit. of Civ. Eng., Bd. 140, Jahrg. 1900, S. 199.
[3]) Schweizer Bauztg., Bd. 31, Jahrg. 1898, S. 68 u. f.
[4]) Rev. de méc. 1900, S. 167.
[5]) Phys. Zeitschr. 1902, S. 82; Z. Ver. deutsch. Ing. 1904, S. 75.
[6]) Ausströmungsersch. des Wasserdampfes. Inaug.-Diss., München 1903.

Digitized by Google

Im Querschnitt f_x sei der Dampf naß, mit der unbekannten spezifischen Dampfmenge x; es ist $i_x = i_f + xr$, wenn i_f den Wärmeinhalt des flüssigen Wassers bedeutet.

Die Energiegleichung liefert

$$A\frac{w_x^2}{2g} = A\frac{w_1^2}{2g} + i_1 - (i_f + xr) \quad \ldots \ldots \ldots (1)$$

Die Stetigkeit verlangt

$$G = \frac{f_x w_x}{v_x} \text{ oder annähernd } = \frac{f_x w_x}{x\sigma} \quad \ldots \ldots \ldots (2)$$

wo σ die Differenz des Volumens von 1 kg Dampf gegen 1 kg Wasser gleichen Zustandes bezeichnet. Man setzt x aus Gl. (2) in Gl. (1) ein und erhält:

$$A\frac{w_x^2}{2g} = A\frac{w_1^2}{2g} + (i_1 - i_f) - \frac{f_x r}{G\sigma} w_x \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

aus welcher quadratischen Gleichung w_x zu berechnen ist; w_1 ist hierbei durch den Anfangszustand und G bestimmt; das Glied $w_1^2/2g$ bildete indes bei den Versuchen nur eine unbedeutende Berichtigung.

Aus Gl. (2) findet man $x = \frac{f_x w_x}{G\sigma}$ und schließlich

$$i_x = q + xr.$$

Nun wird auf bekannte Weise die spezifische Dampfmenge x' bei adiabatischer Expansion vom Anfangszustande auf den Druck p_x berechnet oder der Entropietafel entnommen und liefert

$$i_x' = i_f + x'r.$$

Der Energieverlust beträgt somit

$$Z = i_x - i_x' = (x - x')\,r.$$

Ergäbe sich $x > 1$, so wäre dies ein Zeichen, daß der Dampf überhitzt ist. Man müßte dann die Rechnung wiederholen und sich freilich auf eine Auflösung durch Probieren verlegen, wenn man c_p veränderlich annimmt.

Zur Veranschaulichung stellen wir in Fig. 39b den Verlauf dar, welchen der Druck in der untersuchten Düse einmal bei adiabatischer, das andere Mal bei einer Zustandsänderung mit 10 v. H. und 20 v. H. Energieverlust aufweisen müßte.

Die Düse war im engen Ende etwas unregelmäßig, deshalb für Messungen bei höheren Drücken weniger geeignet. Die Beobachtungen[1]) sind aus diesem Grunde nur für den erweiterten Teil eingetragen und entsprechen den Anfangswerten $p_1 = 10{,}48$ kg/qcm, $t_1 = 198^\circ$ C, d. h. einer leichten Überhitzung, um Zweifel über die Dampfnässe auszuschließen. Das Meßröhrchen hatte hierbei 5 mm Durchmesser und wurde in seiner äußeren Führung, welche mit dem Eintrittsdampf in Verbindung steht, durch Aufgießen von kaltem Wasser gekühlt. Immerhin mag es sich einmal mehr, einmal weniger ausgedehnt haben, so daß hierin eine weitere Fehlerquelle zu erblicken ist.

Ein Zwischendurchmesser der Düse kann durch die Formel $d = 12{,}19 + \frac{L}{6{,}485}$ mm dargestellt werden, wenn L den Abstand eines Querschnittes von dem vorderen Stirnende der Düse (in Millimetern) bedeutet, und zwar zwischen den Grenzen $L = 60$ bis 160. Für kleinere L war die Meridianlinie nicht genau geradlinig. Das sekundlich durchströmende Dampfgewicht betrug $G = 0{,}153$ kg. Die engste Stelle der Düse hatte einen Durchmesser von 12,5 mm. Hiermit ergibt sich nach der Zeunerschen Formel für gesättigten Dampf

$$G = 199 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} = 0{,}151 \text{ kg/sek.}$$

Die leichte Überhitzung bewirkt mithin eine Vergrößerung des konstanten Faktors, indessen bloß um rd. 1,5 v. H., während Lewicki für hochgradige Überhitzung 6 v. H. gefunden hat.

[1]) Bei diesen und den folgenden Versuchen wurde ich in dankenswerter Weise unterstützt von den Herren Ing. Keller, Konstrukteur, und Ing. Merenda, ehem. Assistent am Eidgen. Polytechnikum.


Digitized by Google

Die graphische Zusammenstellung (Fig. 39b) widerlegt die früher verbreitet gewesene Anschauung, als wäre die Bewegung in der Düse mit außergewöhnlich hohen Widerständen verbunden. Neuere Versuche führen mich zur Ansicht, daß der Gesamtverlust an kinetischer Energie für die unter-

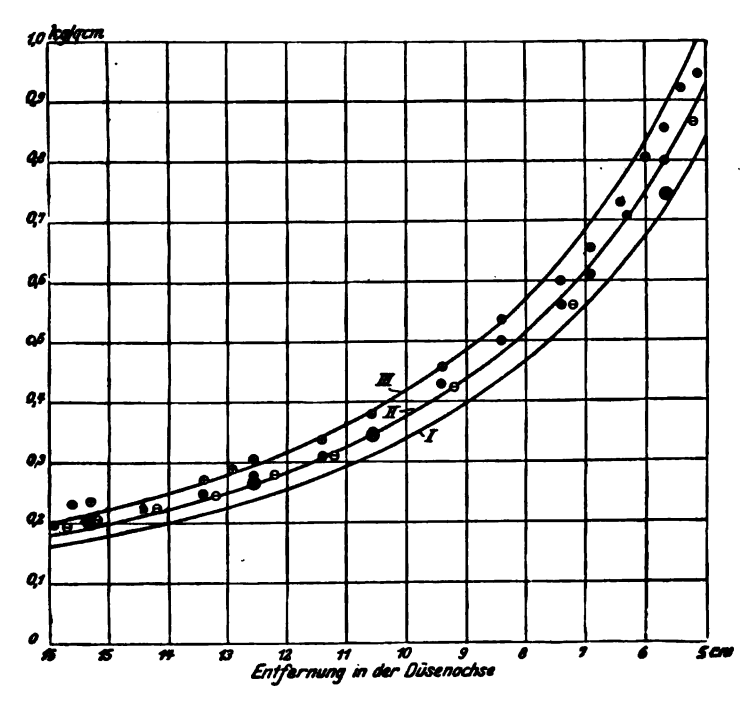


Fig. 39b. Druckabfall in der Düse.

- • Bohrung am Meßröhrchen schräg in der Richtung des Stromes (Druckanzeige zu klein).
- • Bohrung am Meßröhrchen senkrecht.
- ● Bohrung am Meßröhrchen schräg gegen den Strom gerichtet (Druckanzeige zu groß).
- ʘ Druck am Rande des Strahles (Bohrung senkrecht).

Schaulinie I: adiabatische widerstandsfreie Strömung.
„ II: Strömung mit 10 v. H. Energieverlust.
„ III: „ „ 20 v. H. „

suchte Düse 15 v. H. nicht überschreitet und wohl auf 10 v. H. herabgehen kann.

Weitere Versuche sind von Delaporte mit einer Düse von 6 auf 9 mm Durchmesser mit einer auf 50 mm zu schätzenden Länge nach Revue de Mécanique, Mai 1902 veranstaltet worden, wobei sich für den Ausfluß in die freie Atmosphäre der Verlust an kinetischer Energie durch Wägung des vom Strahle ausgeübten Druckes auf 5,2 v. H. feststellen ließ.

Lewickis Versuche in der Z. Ver. deutsch. Ing. 1903, S. 49, sind unter ähnlichen Umständen angestellt. Das Druckverhältnis war rd. 6,86, der Düsendurchmesser 6,06 auf 6,75 mm, die Länge etwa 30 mm, das Verhältnis des Ausflußquerschnittes zum engsten Querschnitt 1,26 (mithin etwas zu klein), und es ergab sich bei wenig überhitztem Dampf ein Energieverlust von im Mittel 8 v. H.

H. Frederic und Kemble[1]) bestimmten die „Reaktion" des austretenden Strahles durch Messung des Rückdruckes, den die aus ziemlich langem nachgiebigen Rohre A (Fig. 39c) aufgehängte Düse C ausübt, mittels Feder T. Im geschlossenen Gefäß D konnte beliebig tiefer Unterdruck erzeugt werden. Die verwendeten

[1]) Transact. of the Amer. Soc. of Mec. Eng. 1909.

Düsen (Fig. 39d, e) hatten nachfolgend angegebene Abmessungen und führten auf den unten angegebenen Energieverlust.

	Nummer der Düse								
	9	10	11	12	13	14	15	16	18
Engster Durchmesser . . . . mm	10,01	7,72	7,72	7,72	10,01	7,72	7,72	15,88	7,72
Enddurchmesser . . . . . . „	36,85	36,16	36,16	36,16	29,36	28,65	25,42	28,70	36,16
Länge . . . . „	162,7	164,7	139,7	79,8	76,8	73,8	74,8	76,2	140,5
Kegelwinkel	9° 26′	9° 53′	11° 41′	20° 31′	14° 30′	16° 18′	13° 37′	9° 41′	11° 36′
Beschaffenheit	glatt poliert						rauh	glatt	rauh
Mittlerer Energieverlust . . v. H.	4	10	10	10	3	6	(6)	(6)	13

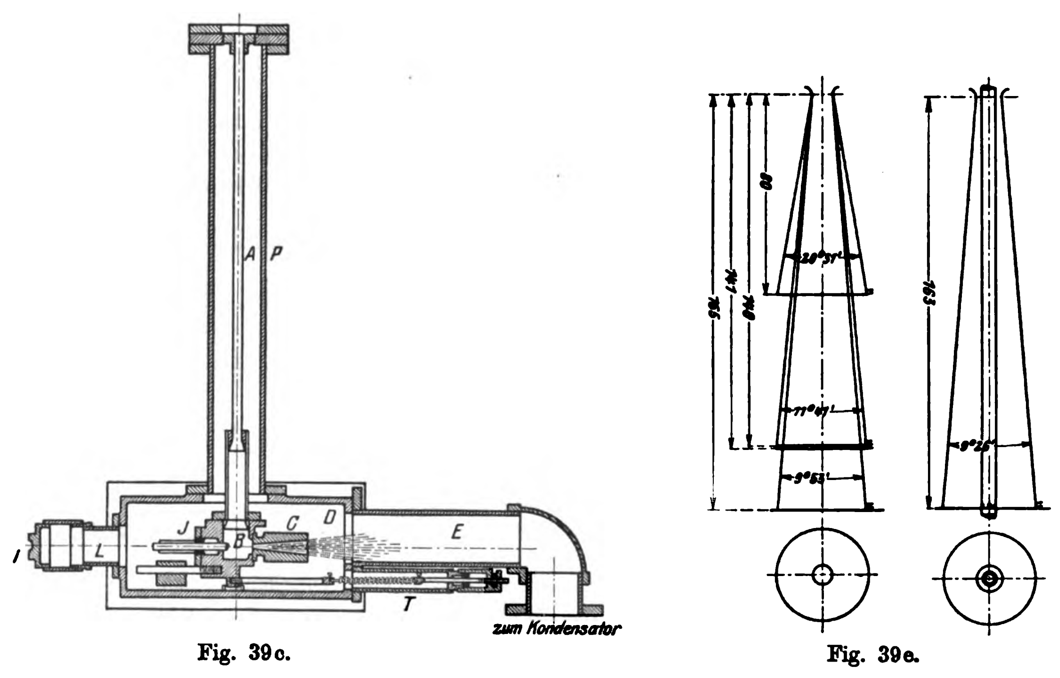


Fig. 39c. Fig. 39e.

Das nur bei Nr. 9 und 13 (als Kontrolle) angewendete Meßröhrchen besaß 6,35 mm Durchmesser. Der Anfangsdruck wurde von 7,0 auf 8,1, 9,15 und 10,4 Atm. abs. gesteigert; der Gegendruck so eingestellt, daß er mit dem Drucke in der Düsenmündung genau übereinstimmte, so daß für den Rückdruck die Formel

$$P = Mw$$

benutzt werden konnte, wo M die sekundliche Masse, w die effektive Geschwindigkeit bedeuten. Der Vergleich mit der theoretischen Geschwindigkeit, die der adiabatischen reibungslosen Expansion auf diesen Gegendruck entspricht, ergab die Größe des Energieverlustes.

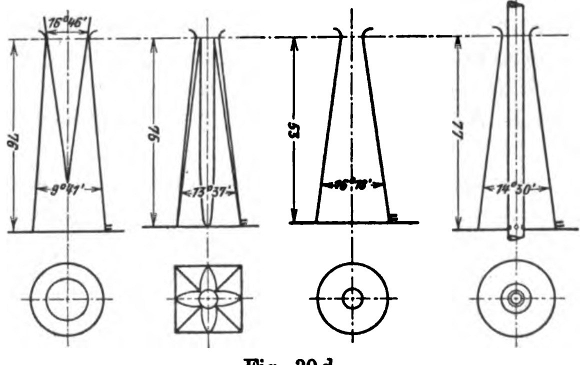


Fig. 39d.

Aus der Gesamtheit dieser Ergebnisse kann gefolgert werden, daß der Düsenverlust wie die einfache Rohrreibung zu beurteilen ist. Im großen ganzen kann man bei 50 mm Länge etwa 4—5 v. H., bei 100 mm Länge 6—8 v. H., bei 150 mm

Digitized by Google

Länge 10—15 mm v. H. Energieverlust annehmen. Die Gestalt der Düse beeinflußt den Verlust weniger, die Beschaffenheit der inneren Oberfläche (Rauheit) um so mehr.

Sobald noch genauere Versuchsergebnisse bekannt sein werden, wird man die Widerstandszahl der Düsenreibung berechnen können. Auch der kinetische Energieverlust am Düsenende kann unter Verwendung der älteren Reibungsformel durch den Ausdruck

$$AZ = \int \zeta_r' \frac{dl}{D} A \frac{w^2}{2g}$$

dargestellt werden, wo ζ_r' eine Art (uneigentlichen) Rohrreibungskoeffizient darstellt und unveränderlich vorausgesetzt werden soll. Wir führen die Rechnung für die Werte $p_1 = 10$ kg/qcm abs. $t_1 = 300^0$; $p_2 = 0{,}05$ kg/qcm; und eine Düse, die sekundlich $G = 0{,}1$ kg/sek aufnimmt, durch. Nach dem Mittelwertsatz ist

$$\int \frac{dl}{D} A \frac{w^2}{2g} = \frac{l}{D_m} A \frac{w_m^2}{2g}$$

und wenn D_m den mittleren Durchmesser der Düse (d. h. das arithmetische Mittel des engsten und des Enddurchmessers), w_m^2 das mittlere Geschwindigkeitsquadrat bedeutet, so stellt sich heraus, daß auf w_2 als Endgeschwindigkeit bezogen

$$w_m^2 = k^2 w_2^2 \quad \text{mit} \quad k^2 = 0{,}77$$

gesetzt werden kann. Lassen wir vom gleichen Anfangszustand auf $p_2 = 1$ kg/qcm expandieren, so erhalten wir

$$k^2 = 0{,}57.$$

Nun ist aber, durch das adiabatische Gefälle H_0 ausgedrückt, $A w_2^2/2g = (1 - \zeta) H_0$, also wird $AZ = \zeta_r' \frac{l}{D_m} (1 - \zeta) k^2 H_0$; anderseits ist nach Definition $AZ = \zeta H_0$, und hieraus folgt

$$\zeta = \frac{1}{1 + \frac{D_m}{\zeta_r' l k^2}}.$$

Man kann also den Energieverlust aus dem Reibungskoeffizienten ζ_r' und umgekehrt ermitteln. Für 10 v. H. Energieverlust ergibt sich in obigem Beispiele $\zeta_r' =$ rd. 0,02, stimmt demnach mit dem mittleren Werte des Reibungskoeffizienten für Dampf ziemlich befriedigend überein.

Zulässiger Kegelwinkel. Im allgemeinen finden wir einen Erweiterungswinkel von rd. 10° vor. Die Versuche von Frederic (Düse Nr. 12) bringen den wertvollen Nachweis, daß auch bei 20° noch keine Strahlablösung erfolgen muß, wenn schon hierbei die äußersten Dampffäden mit ungünstiger Schräge in die Schaufeln eintreten würden. Die Grenze für die Erweiterung wäre wohl die Form, die ein frei austretender Dampfstrahl annimmt, doch liegen hierüber bei großen Pressungsunterschieden keine Beobachtungen vor.

Messung des Temperaturverlaufes in der Düse; Versuche von Batho.

Es ist die Frage aufgeworfen worden, ob bei der geringen Zeit, welche für die Expansion des Dampfes verfügbar ist, die der Druckabnahme entsprechende Kondensation vollständig eintreten kann, d. h. ob der Dampf die rechnungmäßige latente Energie voll abgibt. Für den Ausfluß heißen Wassers ist die Erscheinung des „Siedeverzuges“ durch Prof. Knoblauch in München experimentell nachgewiesen worden. Bei Dampf dürfte die Abweichung indes bloß minimal sein, da sonst die Ausflußmenge nicht mit dem theoretischen Werte so nahe übereinstimmen könnte. Versuche des Verfassers mit einem an Stelle des Meßröhrchens eingeführten Quecksilberthermometers ergaben auch ein negatives Resultat[1]) insofern, als die Temperatur überall höher war als die gerechnete, während wenn der Dampf unterkühlt wurde, die Expansion gemäß der Adiabate

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1903, S. 1787.

Digitized by Google

$pv^k =$ konst., mit $k = 1{,}3$ erfolgen und auf sehr tiefe Temperaturen führen müßte. Beispielsweise für unsere Düse mit $p_1 = 10{,}5$ kg/qcm, $t_1 = 198^\circ$ C bei $p_2 = 0{,}2$ kg/qcm auf $t_2 = -85^\circ$ C.

Genauere Messungen liegen von C. Batho[1]) vor, der in der Achse der in Fig. 39f abgebildeten Bronzedüse den Meßdraht eines Thermoelementes gespannt hatte und die Lötstelle in der Längenrichtung verschob. Der Anfangsdruck betrug 6,65 kg/qcm abs. bei trocken gesättigtem Zustande; der Enddruck 1,125 kg/qcm abs. Die theoretische Temperatur bei adiabatischer Expansion ist punktiert, die tatsächlich gemessene voll eingezeichnet; letztere liegt bis auf den Endpunkt unter der theoretischen. Die Verluste wären hiernach fast vernachlässigbar.

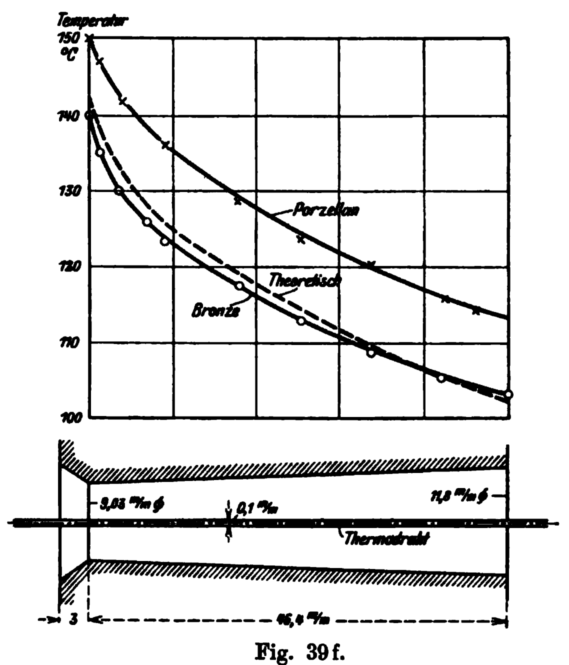


Fig. 39f.

Um den Einfluß der Strahlung zu studieren, wurde ein zweiter Versuch mit einer Porzellandüse und gleichen Druckgrenzen vorgenommen. Die Düse maß 10,8 mm an der engsten Stelle, 14,1 mm am Ausflußende bei 46 mm Entfernung dieser Schnitte, und wurde mittels Stahldorn und Sand sorgfältig geschliffen. Die theoretische Kurve stimmt mit der vorhin gerechneten überein, die beobachtete ist durch Kreuzpunkte gekennzeichnet. Sie liegt durchweg höher als bei der Bronzedüse, und Batho berechnet, daß der Endpunkt 40 v. H. Energieverlust entspricht. Auffallend ist indes, daß schon an der engsten Stelle die effektive Temperatur fast um ebensoviel die theoretische übertrifft, wie am Ende. Es kann nicht gut angenommen werden, daß der Verlust bei dem ganz kurzen Einlauf so viel betragen haben solle, und es ist zu vermuten, daß noch weitere nicht entdeckte Faktoren die Messung beeinflußten.

Jedenfalls muß man Batho beipflichten, daß bei ganz genauen Messungen die durch Leitung zunächst entzogene und am Düsenende mitgeteilte Wärme berücksichtigt werden sollte.

30. Zeichnerische Ermittelung der Düsenabmessungen.

a) Gewöhnliche Methode.

Als vorgeschrieben betrachten wir G_{sek}, p_1, v_1, T_1 und p_k. Der Anfangszustand im Entropiediagramm (Fig. 40, Abb. a) sei A; die wahre Zustandskurve wird bis zum Grenzdruck p_m, den wir nach Zeuners Formel vorläufig berechnen können, von der Adiabate wenig abweichen, weil wir den Einlauf der Düse kurz machen. Der Endpunkt C besitzt den Wärmeinhalt i_k, und der Unterschied gegen den Wärmeinhalt i_k', der rein adiabatischen Ausdehnung in C', ist der Energieverlust AZ, der je nach der Länge und Weite der Düse den Teilbetrag

$$\zeta = 0{,}05 \ldots 0{,}10 \ldots 0{,}15$$

des „verfügbaren Gefälles", d. h. von $i_1 - i_2'$ ausmacht. Aus dem Ansatz $AZ = \zeta\,(i_1 - i_k')$ bestimmt sich

$$i_k = i_k' + AZ$$

und die Lage des Punktes C. Die Verbindung von B mit C erfolgt nach bloßer

[1]) Proc. of the Instit. of Civ. Eng., Vol. CLXXIV, 1907/8.

Digitized by Google

Schätzung. Indem wir $w_1 = 0$ voraussetzen, gilt für einen beliebigen Zwischenpunkt P mit dem Wärmeinhalt i

$$A\frac{w^2}{2g} = i_1 - i.$$

Wir berechnen w, entnehmen die zu P gehörenden p und v, d. h. γ. Dann liefert die Stetigkeitsbedingung $G_{sek} = fw\gamma$ den gesuchten Querschnitt

$$f = \frac{G_{sek}}{\gamma w},$$

welchen wir in Fig. 40, Abb. b mit w und γ als Abhängige von p auftragen. Wenn man beachtet, daß w im Anfang Null ist und dann stetig zunimmt, während γ im

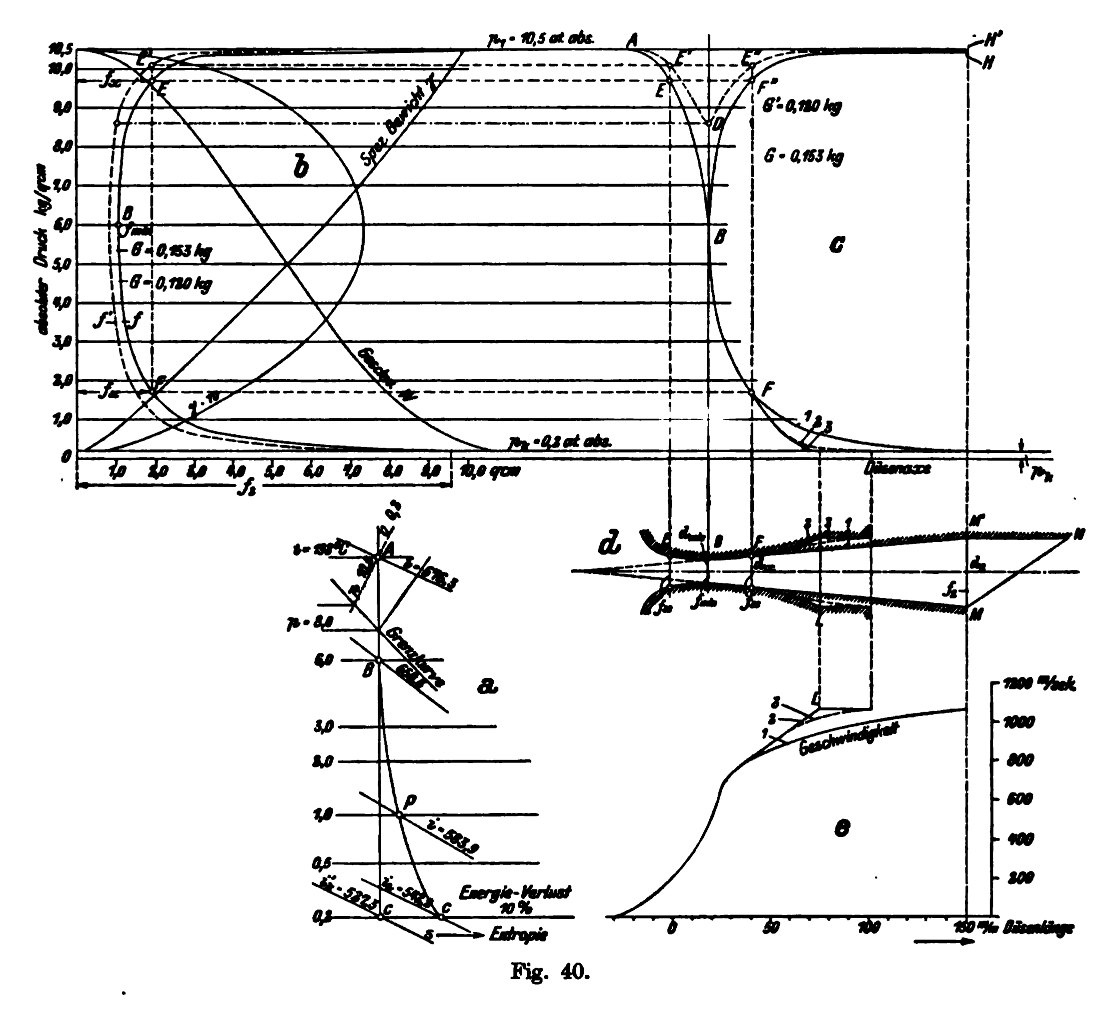


Fig. 40.

Anfang groß war und stetig abnimmt, so sieht man leicht ein, daß γw ein Maximum aufweisen muß, welchem das Minimum f_m entspricht. Letzteres finden wir durch Ziehen der zu p parallelen Tangente und erhalten in der Ordinate des Berührungspunktes auch den Grenzdruck p_m. Die Ordinate p_k bestimmt den Endquerschnitt f_2. Die Düse ist durch f_m und f_2 festgelegt. In bezug auf den Längenschnitt stellen wir zwei Forderungen auf:

a) daß der Strahl sich nirgends von der Wand loslöse,

b) daß der Verlust durch Reibung möglichst klein sei.

Digitized by Google

Je sanfter die Krümmung im engsten Teil ist und je kleiner wir den Divergenzwinkel machen, desto weniger ist Ablösung zu befürchten, aber desto länger und verlustreicher wird die Düse. Wir setzen als praktisches

Mittelmaß für den Erweiterungswinkel 10°

fest; bei kurzen Düsen noch weniger.

Über den zulässigen Grenzwert der Abrundung am Eintritt ist nichts Genaueres bekannt.

Wurde das Längenprofil der Düse festgelegt, so kann der Druckverlauf leicht ermittelt werden. Man braucht zu diesem Behufe nur nach Fig. 40, Abb. d zu jedem Querschnitt f_x der Düse aus dem Diagramm der $p - f$ das zugehörige p_x herüberzuprojizieren. Dabei ist zu beachten, daß der stetigen Ausdehnung entsprechend, vor dem engsten Querschnitt der obere — hinter diesem der untere Zweig der f-Kurve maßgebend ist.

So sind beispielsweise in der Düsenzeichnung Fig. 40d bei E und F zwei gleiche Querschnitte herausgegriffen; der erstere ist über dem Minimalpunkt B in Fig. 40b einzuschneiden und liefert den gleichnamigen Punkt in Fig. 40c, letzterer muß unterhalb von B eingeschnitten werden.

In Fig. 40, Abb. e sind die Dampfgeschwindigkeiten als Abhängige der Achsenlänge eingezeichnet. Linie 1 stellt den Verlauf derselben für die kegelförmige Düse dar. Von dieser Darstellung muß man ausgehen, wenn man für die Veränderung der Geschwindigkeit irgendein Gesetz vorschreiben will. Beispielsweise wurde eine Düsenform mit konstanter Beschleunigung empfohlen, für welche $dw/dt = k$ sein müßte. Da das Zeitelement gleich dem Wegelement, dividiert durch die Geschwindigkeit, d. h. $dt = ds/w$ ist, so müßte $w dw/ds = k$ sein, woraus sich $w^2 - w_0{}^2 = 2ks$ als Integral ergibt. Diese Regel hat indessen keine bessere Begründung als etwa die, daß die Geschwindigkeit mit der Weglänge gleichmäßig zunehmen solle, und dieser Verlauf ist in Fig. 40e durch die Schaulinie 2 dargestellt. Indem man in Fig. 40b zu den so vorgeschriebenen Geschwindigkeiten die Querschnitte aufsucht, entsteht die schärfer gekrümmte Düsenform 2 (Fig. 40d), die bei L endigt und wahrscheinlich einen zu stark divergierenden Dampfstrahl ergeben würde. Man müßte daher zu einer Abrundung, etwa nach Profillinie 3, schreiten, die das Strahlende parallel richtet. Die Verkürzung der Düse wäre erheblich, aber ob die starke Erweiterung ohne Strahlablösung möglich ist, kann nur die Erfahrung lehren.

Infolge des spitzen Winkels, unter welchem die Düse gegen das Laufrad gerichtet sein muß, wird das Ende zylindrisch mit dem Durchmesser d fortgesetzt und nach MN (Fig. 40d) abgeschrägt, wobei natürlich bei M' eine Hohlkehle eingeschaltet sein sollte. Sofern die Düse nicht genau auf den Druck der Umgebung expandiert, finden in dieser Fortsetzung eigentümliche Vorgänge statt, die weiter unten bei den Schaufelversuchen besprochen werden.

Zahlenbeispiel.

Es sei eine Düse zu entwerfen für $G = 0{,}153$ kg Dampf i. d. Sek., die von $p_1 = 10{,}5$ kg/qcm abs. bei 198° C Temperatur auf $p_k = 0{,}2$ kg/qcm abs. expandiert. Wir finden in der Entropietafel (Fig. 40a) im Anfangspunkt $i_1 = 676{,}3$ WE und im Endpunkt der adiabatischen Expansion $i_k' = 527{,}3$; das theoretische Gefälle ist also $676{,}3 - 527{,}3 = 149{,}0$ WE. Wir wollen als kinetischen Verlust 10 v. H., d. h. 14,9 WE, zulassen und finden $527{,}3 + 14{,}9 = 542{,}2 = i_k$ als den wahren Wärmeinhalt am Austritt, und die Linie i_k schneidet den Punkt C auf der Linie $p = 0{,}2$ Atm. heraus. Die nach Schätzung eingezeichnete Zustandslinie liefert beispielsweise im Punkte P den Wärmeinhalt $i = 583{,}9$ WE, also ist das bis dorthin aufgebrauchte Gefälle $H = 676{,}3 - 583{,}9 = 92{,}4$ WE und die erlangte Geschwindigkeit aus Formel $(w/91{,}5)^2 = 92{,}4$, gerechnet $w = 880$ m/sek. Die Entropietafel liefert $v = 1{,}54$ cbm/kg, und so folgt $f = Gv/w = 2{,}68 \cdot 10^{-4}$ qm $= 2{,}68$ qcm. Das Auftragen dieser Werte in Fig. 42b führt auf den Minimalquerschnitt $f_m = 1{,}040$ qcm bei etwa 6 kg/qcm abs. Druck. Am Düsenende berechnet sich ähnlich $w_2 = 1061$ m/sek, $v_2 = 6{,}65$ cbm/kg, $f_2 = 9{,}585$ qcm, und hieraus die Durchmesser $d_m = 1{,}15$ cm; $d_2 = 3{,}49$ cm, mit Hilfe deren die Düse in Fig. 40d mit 10° Kegelwinkel entworfen wurde. Das Aufzeichnen des Druckverlaufes erfolgt wie wir oben beschrieben haben.


Digitized by Google

b) Entwurf der Düse mittels der v-Quadrat-Methode.

Diese Methode benutzt zunächst ebenfalls die Zustandskurve im Entropiediagramm, auf welcher zusammengehörende Werte des Wärmeinhaltes und des spezifischen Volumens abgelesen und in einem Koordinatensystem so vereinigt werden, daß der Wärmeinhalt (in abnehmender Richtung) die Abszissen, das **Quadrat des Volumens** aber die Ordinaten bildet (Fig. 41).

Setzen wir die anfängliche Geschwindigkeit vor der Düse $w_0 = 0$, so gilt für einen beliebigen Querschnitt f_x, in welchem der Zustand durch die Größen p_x, v_x, w_x, i_x gekennzeichnet ist, die Energiegleichung

$$A \frac{w_x^2}{2g} = i - i_x = H_x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

und die Stetigkeitsbedingung

$$G v_x = f_x w_x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Wir haben daher aus der letzteren das Verhältnis:

$$v_x^2 : w_x^2 = f_x^2 : G^2 \qquad \text{oder} \qquad v_x^2 : A w_x^2/2g = (f_x/G)^2 : A/2g$$

oder wenn (1) benützt wird

$$v_x^2 : H_x = (f_x/G)^2 : A/2g \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

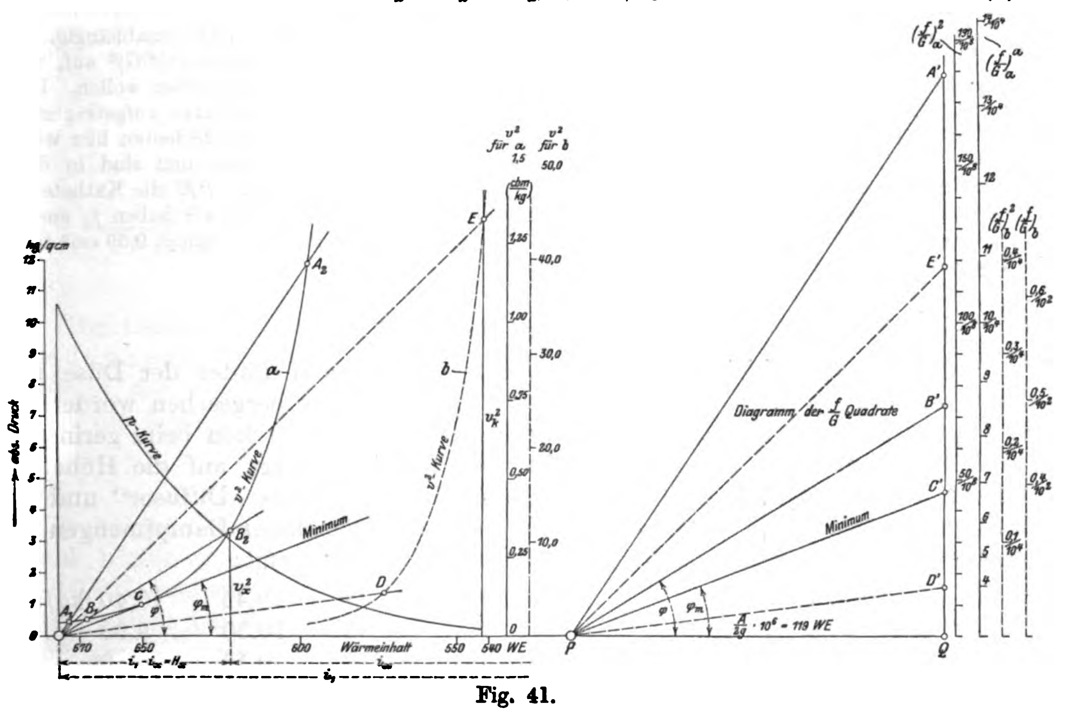


Fig. 41.

Nun ist G vorgeschrieben, und man kann in einer Nebenfigur mit dem willkürlich angenommenen f_x ein rechtwinkliges Dreieck konstruieren, in welchem die lotrechte Kathete $QB' = (f_x/G)^2$ und die wagerechte Kathete $PQ = A/2g$ ist. Zieht man unter dem Neigungswinkel φ, den die Hypotenuse bildet, eine Parallele durch den Anfangspunkt des v^2-Diagramms, so schneidet diese auf der v^2-Kurve den Punkt B_2 heraus, für welchen Gl. (3) zutrifft. Die zugehörigen Werte v_x, i_x sind also mit f_x Lösungen der Gl. (1) und (2); wir können aus (1) die Geschwindigkeit berechnen und aus der Zustandskurve den Druck entnehmen, der übrigens auch in das v^2-Diagramm als Abhängige von i von Anfang an eingetragen werden kann. Nun schneidet der Strahl OB_2 die v^2-Kurve noch einmal, im Punkte B_1; zu einer

Digitized by Google

bestimmten Querschnittsgröße gehören daher, wie wir schon oben gesehen haben, im allgemeinen zwei verschiedene Volumina und Drücke. Ziehen wir aber von O aus den berührenden Strahl OC, so haben wir nur eine Lösung, und der Parallelstrahl unter dem Winkel φ_m schneidet in der Nebenfigur die Kathete $QC' = (f_m/G)^2$ aus, die offenbar dem Minimalquerschnitt f_m entspricht. Wollen wir den Endquerschnitt ermitteln, so müssen wir bis zum Endpunkt der Zustandskurve i_k fortschreiten. Da die Volumina stark wachsen, ist der zweite Teil der v^2-Kurve als Ast b in 30mal kleinerem Maßstab aufgetragen, was eine entsprechende Maßstabänderung für $(f/G)^2$ erforderlich macht. Die Verbindung des Endpunktes von v_k^2 als Strahl OE liefert in der Nebenfigur parallel übertragen $QE' = (f_2/G)^2$. Da die Düse meist mit geradlinigen Erzeugenden ausgeführt wird, benötigen wir in Wirklichkeit nur den engsten Querschnitt, und die Hilfslinien beschränken sich auf die Tangente OC und PC' zur Ermittlung des Minimalquerschnittes. Für das Düsenende gibt (1) die Endgeschwindigkeit und (2) den Endquerschnitt unmittelbar, das graphische Auftragen ist überflüssig.

Zahlenbeispiel.

Die in Fig. 41 eingeschriebenen Zahlenwerte beziehen sich auf die gleichen Angaben wie im obigen Beispiel, und es erübrigt nur eine Bemerkung betreffs der **Maßstäbe.** Im v^2-Diagramm wählen wir die Einheiten für die Wärmeinhalte i und für v^2 willkürlich, wie durch die beigezeichneten Maßstäbe angegeben ist. In der Figur der $(f/G)^2$ sind wir davon aber nicht mehr unabhängig. Um klare Übersicht zu haben, tragen wir als Grundlinie $k^2 A/2g$ und als Ordinate $k^2 (f/G)^2$ auf, wo k eine willkürliche Zahl ist, der wir den Charakter einer Geschwindigkeit zuschreiben wollen. Dann bedeutet $k^2 A/2g$ ein Wärmegefälle und wird im Maßstabe der Wärmeinhalte aufgetragen. So ist im Beispiel $k = 10^3$, daher die Grundlinie $= 119$ WE. Die Ordinaten $(kf/G)^2$ bedeuten hier wieder gemäß der Stetigkeitsbedingung (2) Quadrate des spezifischen Volumens und sind in deren Maßstab aufzutragen, beziehungsweise abzulesen. So schneidet die Schlußlinie PE' die Kathete QE' ab, die, im Maßstabe der v^2 abgelesen, den Zahlenwert 39,4 cbm² ergibt, und wir haben f_2 aus der Gleichung $(f_2/G)^2\, 10^6 = 39{,}4$ zu rechnen, was mit $G = 0{,}153$ auf $f_2 = 9{,}59 \cdot 10^{-4}$ qm $= 9{,}59$ cm² führt, in Übereinstimmung mit unserer früheren Rechnung.

31. Die Düse als Diffusor.

Bei hinlänglich kleinen Druckunterschieden vor und hinter der Düse tritt eine Erscheinung auf, die von der älteren Theorie nicht vorhergesehen worden ist. Es zeigt sich nämlich, daß der Druck an der engsten Stelle schon beim geringsten Druckabfall hinter der Düse tief sinkt und sich keineswegs auf die Höhe des Gegendruckes einstellt.[1]) Die Düse wirkt gewissermaßen als „Diffusor“ und übt eine intensive Saugwirkung aus, so daß die durchströmenden Dampfmengen ungemein rasch zunehmen, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

Druck vor der Düse	$p_1 =$	10,45	10,48	10,45	10,40	kg/qcm
Druck hinter der Düse	$p_2 =$	10,40	10,36	10,30	9,90	„
Druckunterschied	$p_1 - p_2 =$	0,05	0,12	0,15	0,50	„
Druck an der engsten Stelle	$p_x =$	9,89	9,74	9,17	7,32	„
Sekundlich durchströmendes Dampfgewicht	$G =$	0,073	0,109	0,113	0,152	„

Die Entropie-Abbildung dieser Zustandsänderung ist (unmaßstäblich) Kurve ADH' in Fig. 42 und entspricht einem kleineren Dampfgewicht G' als dem, welches bei der Expansion unter den kritischen Druck durchströmt. Mit diesem kleineren Gewicht ergibt die Wiederholung des allgemeinen Verfahrens in Fig. 40 für reibungsfreie Strömung die punktierte f'-Linie der Querschnitte, und durch Übertragung des Druckes über den Düsenlängsschnitt den punktierten Druck-

[1]) Diese Beobachtung ist zuerst von A. Fliegner gemacht worden (s. Schweiz. Bauzeitung, Bd. XXXI, Nr. 10 bis 12).


Digitized by Google

verlauf. Hierbei muß im Querschnitte F der Düse derjenige Druck aufgetragen werden, der zum gleichen (d. h. dem oberen) Zweige der f'-Kurve gehört, wie der Druck im Querschnitte E. Die Grenze bildet Kurve BH, bei welcher gerade der kritische Druck erreicht wird. Die schraffierte Fläche in Fig. 42 stellt die Reibungsarbeit dar. Offenbar kann mit Hilfe der Druckbeobachtung vor der Düse und an der engsten Stelle ein dem Venturi-Wassermesser ähnlicher Dampfmesser konstruiert werden, der in der Tat seit einiger Zeit von der Firma J. Eckardt, Stuttgart, in den Handel gebracht wurde. Eine originelle Anwendung der Düse als Diffusor gab Z. de Ferranti, dessen Dampfabschlußventil Fig. 42a mit einer Einschnürung versehen ist, um die Dichtungsfläche möglichst zu verkleinern. Bei vollem Durchfluß wird Wirbelung durch den Führungsring a vermieden, die vergrößerte Dampfgeschwindigkeit im Diffusor b im Druck rückverwandelt.

Fig. 42.

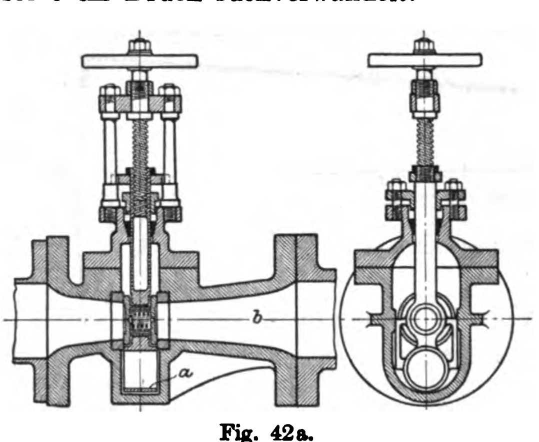


Fig. 42a.

Die Genauigkeit, die ein Dampfmesser dieser Art erreichen kann, wurde von Bendemann[1]) an einer Düse von 14,9 auf 30,9 mm Durchmesser bei rd. 96 mm Abstand des engsten und des größten Querschnittes untersucht. Bendemann findet die bemerkenswerte Beziehung, daß das Druckverhältnis

$$\frac{p_1 - p_m'}{p_1 - p_2} = \frac{1 - \beta}{1 - \beta'}$$

ist, wobei p_m' den Druck an der engsten Stelle, p_1 den Druck vor der Düse, p_2 den Druck hinter der Düse, β nahezu das kritische Druckverhältnis $= 0{,}56$, während $\beta' = 0{,}937$ dasjenige Verhältnis von p_2/p_1 bedeutet, von welchem ab das sekundliche Gewicht bei der Düse nicht mehr zunimmt, wenn der Gegendruck abnimmt. Das sekundliche Gewicht als Funktion des Gegendruckes in Kurvenform dargestellt, ergibt eine ellipsenähnliche Kurve, wie Schaulinie V in der nachfolgenden Fig. 64 der Gutermuthschen Versuche. Für die Düse von Bendemann war

$$\frac{p_1 - p_m'}{p_1 - p_2} = 7.$$

Ist p_2 vorgeschrieben, so kann p_m' berechnet und daraufhin mit Bendemanns weiter unten angeführten Ausflußformel G_{sek} ermittelt werden.

Bendemann rechnet bei 0,2 Atm. Druckabfall und $\pm$ 0,02 Atm. Genauigkeit der Manometerablesung auf $\pm$ 2 v. H. Genauigkeit der Dampfmessung. Da aber in den meisten Fällen ein Abfall von 0,5 Atm. unschädlich ist, wäre in Wahrheit die Genauigkeit bedeutend größer.

[1]) Mitteil. über Forschungsarbeiten. Berlin 1907. Heft 37.

Digitized by Google

32. Das Auftreten des Dampfstoßes.

Durch teilweises Schließen eines zwischen Düse und Kondensator angebrachten Ventiles konnte man hinter der Düse einen beliebig hohen Gegendruck erzeugen. Der Verlauf der sich hierbei ergebenden Druckkurven ist in Fig. 43 dargestellt. Man bemerkt, daß der Druck zunächst der Linie der freien Expansion folgt, um dann je nach der Höhe des Gegendruckes mehr oder weniger sprunghaft zuzunehmen. Stellenweise, wie z. B. bei Kurve E, beträgt die Druckzunahme $1^1/_2$ Atm. auf eine Rohrlänge von 3 mm. Ich erblicke in dieser ungemein heftigen Drucksteigerung eine Verwirklichung des von **Riemann**[1]) auf theoretischem Wege abgeleiteten „**Verdichtungsstoßes**", indem die mit großer Geschwindigkeit begabten Dampfteile gegen eine ungenügend rasch ausweichende Dampfmasse stoßen und hierbei auf höheren Druck verdichtet werden.

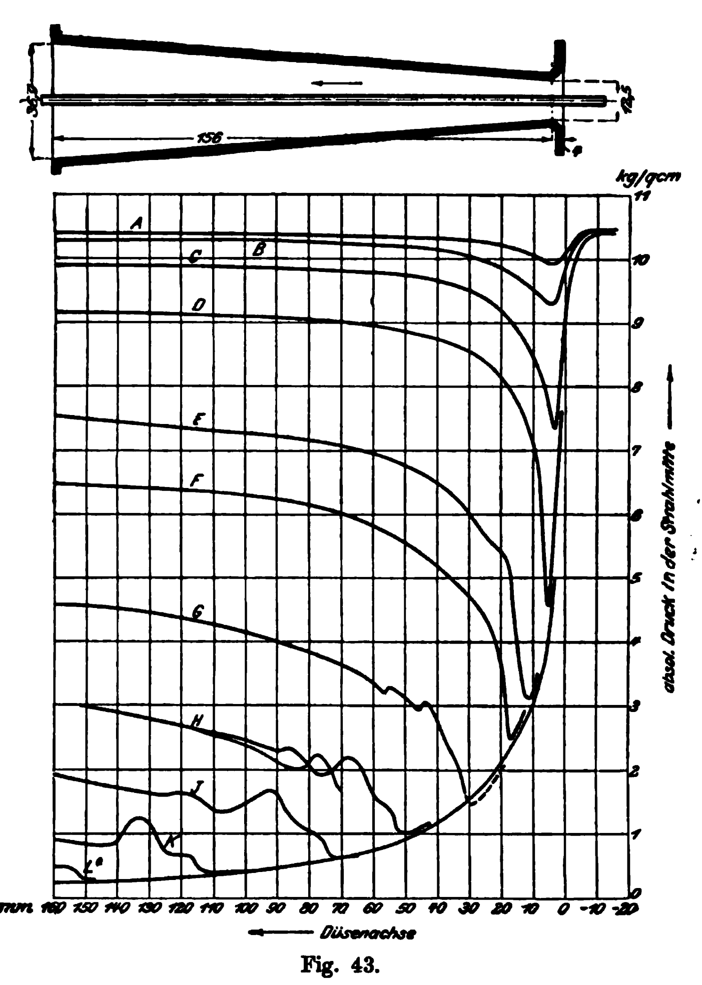


Fig. 43.

Derartige Verdichtungsstöße werden stets auftauchen, wenn die Düse eine größere Länge, d. h. eine stärkere Querschnittserweiterung besitzt, als dem Anfangs- und dem Enddruck entspricht.

Die bei niedrigen Pressungen hinter dem Sprunge auftretenden wellenförmigen Druckschwankungen sind beginnende, aber durch Reibung alsbald aufgezehrte Schallschwingungen und werden weiter unten näher besprochen. Der Ort des Sprunges ändert sich leicht, wenn der Anfangszustand (z. B. die Temperatur) vor der Düse die geringste Änderung erfährt; mit ihm verschieben sich auch die Schallwellen, wie an Kurve H angedeutet ist. Da es bei diesen Kurven mehr auf die Art der Vorgänge ankam, wurde von der genauen Erhaltung der Anfangstemperaturen Abstand genommen und Schwankungen in den Grenzen von 194 bis 200° C zugelassen. Auch sind in Fig. 43 Beobachtungen mit Meßröhrchen von 3 und von 5 mm Durchmesser zusammengetragen, weshalb nicht alle Kurven sich an die durchgehende Expansionslinie vollkommen anschließen.

Eine gute Bestätigung erfuhren unsere Beobachtungen durch die auch andere wertvolle Versuche enthaltende Abhandlung von K. **Büchner** „Zur Frage der Lavalschen Düse" in Z. Ver. deutsch. Ing. 1904, S. 1036.

[1]) **Riemann-Weber**, Die partiellen Differentialgleichungen der mathem. Physik, 1901, S. 469 f.

Digitized by Google

Zur Theorie des Dampfstoßes.

Es sei C die im Raume stillstehende Stoßebene (Fig. 44); von links ströme ihr der Dampf mit einer Geschwindigkeit w_1, dem Drucke p_1 und dem spezifischen Volumen v_1 zu; nach dem Stoße seien die entsprechenden Größen w_2, p_2, v_2. Wir setzen das Rohr zylindrisch voraus, allein bei unendlich schmaler Stoßzone wird das Nachfolgende auch für die konische Röhre gelten. Grenzen wir um C herum das unendlich kleine Element $A_1 B_1$ ab, so besteht die Riemannsche Theorie einfach in der Anwendung des Satzes vom „Antrieb". Der Zuwachs der Bewegungsgröße der im Zeitelement nach $A_2 B_2$ fortrückenden Masse des Elementes ist

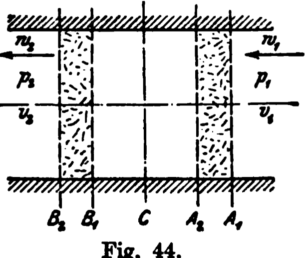


Fig. 44.

$$\left(\frac{f w_2 dt}{g v_2}\right) w_2 - \left(\frac{f w_1 dt}{g v_1}\right) w_1 = f(p_1 - p_2)\, dt$$

oder

$$\frac{w_2^2}{v_2} - \frac{w_1^2}{v_1} = g(p_1 - p_2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Gleichung der Stetigkeit liefert

$$\frac{w_1}{v_1} = \frac{w_2}{v_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und die Gleichung der Gesamtenergie bei Abwesenheit einer äußeren Wärmezufuhr

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = \frac{i_1 - i_2}{A} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Aus diesen Gleichungen sind bei gegebenen p_1, v_1, w_1 die Werte p_2, v_2, w_2 zu rechnen, was bei Dämpfen nur auf dem Wege des Probierens geht. Die Arbeit wird sehr abgekürzt, wenn man beachtet, daß alle Werte von p und v, welche den Gl. (2) und (3) genügen, auf einer Fannoschen Kurve liegen, die man von vornherein zeichnen kann. Man braucht dann nur zu untersuchen, für welchen ihrer Punkte Gl. (1) erfüllt ist, um den Endzustand zu erhalten.

Für ideale Gase hingegen ist die Auflösung stets möglich, und so erhalten wir, wie Prandtl abgeleitet hat,

$$w_2 = \frac{a_1^2}{w_1} \quad \text{wenn} \quad a_1 = \sqrt{\frac{(k-1)\, w_1^2 + 2gk\, p_1 v_1}{k+1}} \quad \ldots \quad (4)$$

bedeutet; v_2, p_2 berechnet man aus (2) und (1).

Aus diesen Formeln folgt aber nur bedingt die Möglichkeit des Verdichtungsstoßes, da nur das Energieprinzip verwendet worden ist, und es ist nachzuweisen, daß auch dem zweiten Wärmesatz, d. h. dem Prinzip der Vermehrung der Entropie, Genüge geleistet wird.

Lord Rayleigh[1]) hat die Möglichkeit des Verdichtungsstoßes in Abrede gestellt auf Grund folgender Überlegung. Er schreibt

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = -\int_{p_1}^{p_2} v\, dp$$

oder mit Gl. (2)

$$w_1^2\left(\frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} - 1\right) = w_1^2\left(\frac{v_2^2}{v_1^2} - 1\right) = -2g\int_{p_1}^{p_2} v\, dp.$$

Betrachten wir hier w_1, p_1 als gegeben, p_2, v_2 als veränderlich und bezeichnen wir letztere mit p, v, so ergibt eine Differentiation der vorstehenden Gleichung $\frac{w_1^2}{v_1^2}\, dv = -g\, dp$ und hieraus

$$p = -\frac{w_1^2}{g v_1^2} v + \text{konst.}$$

[1]) Theory of sound 1896, II, S. 32.

Digitized by Google

als dasjenige Gesetz, welches zwischen p und v bestehen müßte, wenn ein Verdichtungsstoß mit der Erhaltung der Energie im Einklang stehen sollte. Rayleigh meinte, daß dieses Gesetz den Tatsachen nicht entspricht und folgerte daher, daß auch ein Stoß in der Wirklichkeit nicht vorkommen könne.

Dem gegenüber wies Proell nach[1]), daß der Dampfstoß mit einer Vermehrung der Entropie verbunden ist, falls nur die Geschwindigkeit vor dem Stoße, d. h. w_1, größer war, als die dem betreffenden Dampfzustand entsprechende Schallgeschwindigkeit. Trotzdem schienen Zweifel nicht ausgeschlossen. Langrod machte[2]) den scheinbar sehr begründeten Einwand, daß, wenn man die Zwischenzustände an der Stoßstelle untersucht, die Entropie zunächst ein Maximum erreiche, von welchem ein Abstieg zu dem von Proell berechneten Endwerte durch den zweiten Hauptsatz ausgeschlossen sei. Diese Unklarheit wurde durch Prandtl[3]) behoben, der darauf hinwies, daß bei der Verdichtung in der Stoßstelle Schichten mit endlichem Temperaturunterschied aneinandergrenzen, daher eine intensive Wärmeübertragung stattfinden muß. Die hierauf Rücksicht nehmende Rechnung weist denn auch nach, daß die Entropie während des Stoßes stetig zunimmt und die von Rayleigh beanstandete Zustandsänderung gerade die in Wahrheit vorhandene ist.

Für die praktischen Anwendungen ist indessen nur die im nachfolgenden behandelte und allgemein leicht lösbare Aufgabe von Wichtigkeit.

33. Graphische Ermittelung des Dampfzustandes am Ende der Düse nach einem Verdichtungsstoß.

Ohne den Verlauf des Verdichtungsstoßes im einzelnen zu kennen, sind wir in der Lage, den Dampfzustand und die Geschwindigkeit am Ende der Düse,

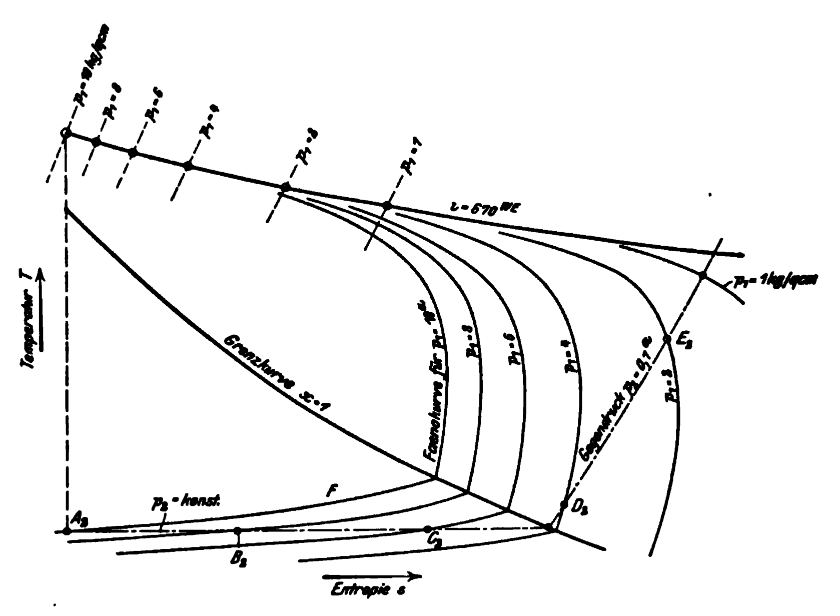


Fig. 45.

sobald der dort herrschende Gegendruck bekannt ist, unmittelbar anzugeben. Gilt für den Anfangszustand $w_1 = 0$, so ist für den Endquerschnitt

$$A\frac{w_2^2}{2g} = i_1 - i_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und

$$G v_2 = f_2 w_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Konstruieren wir wie in Fig. 45 die Fannosche Kurve F für G und f_2, so bildet diese den geometrischen Ort für die Lösungen der Gleichungen (1) und (2). Ihr

---

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1904, S. 164.
[2]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1905, S. 370.
[3]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1906, S. 241.

Digitized by Google

Schnittpunkt mit einer beliebigen Linie p_2 = konst. liefert daher den gesuchten End-Zustandspunkt, worauf aus (1) die Geschwindigkeit sofort berechnet werden kann. Die Kurve F muß auch durch den Endpunkt A_2 der stoßfreien Expansionslinie gehen, die hier der Einfachheit halber adiabatisch vorausgesetzt wurde.

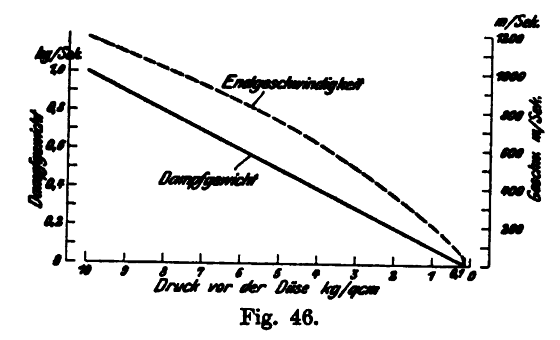


Fig. 46.

Dampfdrosselung vor der Düse.

Wird der Dampf vor der Düse gedrosselt, so liegen die den Anfangszustand darstellenden Punkte auf der Kurve i_1 = konst. = 670 WE (Fig. 45). Wir ermittelten den kritischen Druck, daraus die Durchflußmengen, die der adiabatischen Expansion bis zum engsten Querschnitt entsprechen, und konstruierten mit diesen Gewichten die Fannoschen Kurven für den Querschnitt f_2. Der Schnitt dieser Kurven mit der konstant gedachten Gegendrucklinie p_2 lieferte den jeweiligen Zustand $B_2 C_2 D_2 \ldots$ am Düsenende.

Auf diese Weise ist Fig. 46 die Kurve der Ausflußgeschwindigkeit für eine Düse mit dem Expansionsverhältnis 10 Atm. auf 0,1 Atm. entworfen worden, aus der wir die wichtige Regel ableiten, daß das sekundliche Gewicht dem Anfangsdrucke sehr nahezu proportional ist. —

34. Strömung mit abwechselnder Erweiterung und Verengerung.

Die Besonderheit der Strömung im zylindrischen Rohr.

Eine allgemeine Art der Dampfströmung ist an den in Fig. 47 und 47a dargestellten, mit ihren weiten Enden zusammengelegten Düsen untersucht worden. Schaulinie A stellt den Druckverlauf für den Fall dar, daß die Mündung der zweiten Düse gleiche Weite habe wie der engste Querschnitt auf der Einströmseite. Der Druck sinkt beim Eintritt in die engste Stelle von 10,5 auf etwa 6,5 kg/qcm abs., um in der konischen Erweiterung auf rd. 8 kg/qcm zu steigen. Erst in der zweiten Düse sinkt er wieder und fällt gegen die Mündung zu und darüber hinaus rasch bis auf den Vakuumdruck hinab. Nachdem die zweite Düse auf einen Mündungsdurchmesser d_2 von 10,8 mm ausgerieben worden war, während das weite Ende unverändert einen Durchmesser von d_3 = 12,1 mm und die Einströmung d_1 = 10,3 mm beibehielt, entstand Schaulinie B.

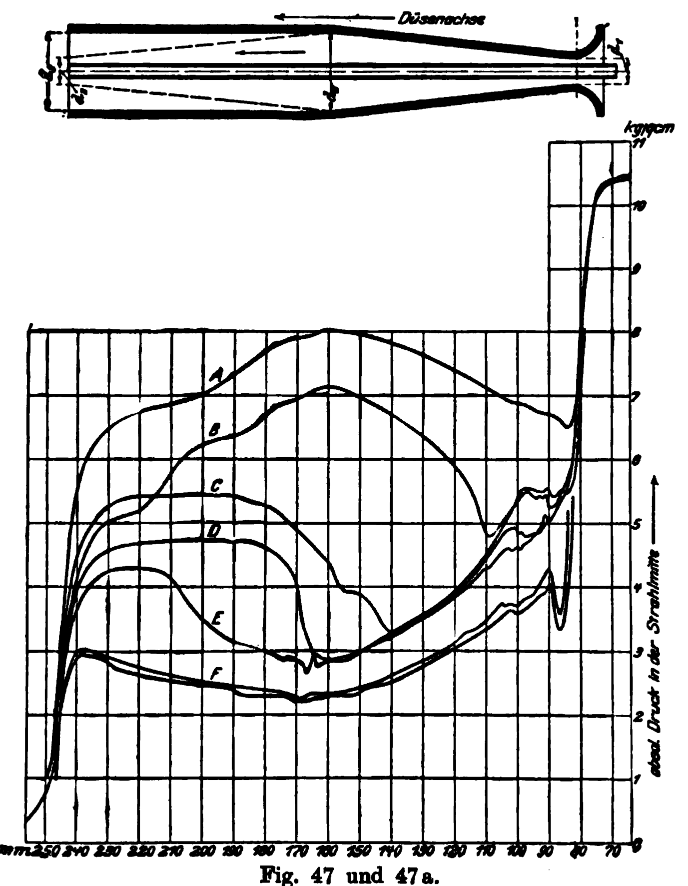


Fig. 47 und 47a.

Digitized by Google

In gleicher Weise entsprechen die Schaulinien C und D einer Erweiterung der Mündung auf 11,4 bzw. 12,0 mm. Schließlich wurde die zweite Düse vollkommen zylindrisch auf 12,1 mm Weite ausgebohrt und ergab die Schaulinie E, gemäß welcher der Druck beim Eintritt in die engste Stelle auf rd. 5,5 kg/qcm, von da bis an das Ende der Kegeldüse weiter auf rd. 3 kg/qcm sinkt. Im zylindrischen Rohr ergibt sich nun das scheinbar widersinnige Verhalten, daß der Druck nicht sinkt, sondern um mehr als eine Atmosphäre steigt; erst etwa 10 mm vor dem Rohrende macht sich das Vakuum geltend und zieht den Druck hinab.

Linie F erhielt man, nachdem die Abrundung an der Einmündungsstelle bei d_1 abgedreht war, so daß ein scharfkantiger Absatz entstand, der beim Eintritte eine Strahlkontraktion, auf die wir weiter unten zurückkommen, herbeiführen mußte. Der Erfolg ist eine tief herabreichende Zacke im Druckverlauf und eine Verminderung der durchströmenden Dampfmenge (wegen Verkleinerung des engsten Querschnittes), welche den Druck im ganzen tiefer hielt. Das Ansteigen des Druckes im zylindrischen Rohr ist auch hier vorhanden.[1])

35. Der Differentialquotient des Druckes nach dem Achsenabstand.

Eigenartige Rolle der Schallgeschwindigkeit.

Um auf den Grund der besprochenen mannigfachen Erscheinungen der Dampfströmung zu kommen, ist es erforderlich, auf die Theorie der Strömung näher einzugehen.

Für einen elementaren Strömungsvorgang gelten die Gleichungen

$$A\frac{w\,dw}{g} = -di \qquad (1)$$

$$\frac{w\,dw}{g} = -v\,dp - dR; \quad dR = \zeta_r \frac{dz}{2r}\frac{w^2}{2g} \qquad (2)$$

$$Gv = fw \qquad (3)$$

Da es nicht möglich ist, die Gleichungen allgemein zu integrieren, wollen wir zunächst die während einer unendlich kleinen Zeit eintretenden Änderungen, insbesondere die Änderung des Druckes in Richtung der Strömung untersuchen. Zu diesem Behufe denken wir uns die wahre Zustandsänderung etwa experimentell bestimmt und auf die Form

$$p = \Phi(v) \qquad (4)$$

gebracht, wodurch eine der Gleichungen oben überflüssig wird. Wir beseitigen Gl. (1) und bilden die Differentiale von (3) und (4):

$$\frac{dv}{v} = \frac{df}{f} + \frac{dw}{w} \qquad (3a)$$

$$dp = dv\frac{d\Phi(v)}{dv} = dv\,\Phi' \qquad (4a)$$

so daß nun aus (2), (3a), (4a) die Differentiale dv und dw ausgeschieden und dp als Abhängige von dz erhalten werden kann. Das Einsetzen von dw aus (2) in (3a) und hierauf das Einsetzen von dv in (4a) liefern

$$\frac{dp}{v\Phi'} = \frac{df}{f} - \frac{gv\,dp}{w^2} - \zeta_r\frac{dz}{4r},$$

woraus

$$\left[\frac{1}{gv^2\Phi'} + \frac{1}{w^2}\right]gv\,dp = \left[\frac{df}{f\,dz} - \frac{\zeta_r}{4r}\right]dz.$$

[1]) Die Unregelmäßigkeiten im Anfange der Schaulinien B bis E sind durch leichte Porosität des Gusses an der betreffenden Stelle verursacht.

Digitized by Google

Beachtet man, daß, wie wir im X. Teil dartun werden,

$$-gv^2\Phi' = w_s^2$$

das Quadrat der „Schallgeschwindigkeit" bedeutet, so wird, wenn noch

$$\frac{df}{fdz} = \frac{d(\pi r^2)}{\pi r^2 dz} = \frac{2dr}{rdz} = \frac{\varphi}{r}$$

mit φ als dem „Kegelwinkel" der Düse eingeführt wird,

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\zeta_r - 4\varphi}{w^2 - w_s^2} \cdot \frac{w^2 w_s^2}{4rgv} \quad \text{. . . . . (5)}$$

In den früheren Auflagen wurde an Stelle der wahren Zustandsgleichung $p = \Phi(v)$ die Annäherung $pv^k =$ konst. eingeführt, was ein etwas abweichendes Ergebnis lieferte.

Der Druck steigt oder sinkt im Sinne der Strömung, je nachdem das Vorzeichen von $dp:dz$ positiv oder negativ ausfällt. Da die tatsächliche Geschwindigkeit w beim Ausfluß anfänglich nahezu Null ist, so haben wir einen anfänglich negativen Nenner. Bei abgerundeter Einmündung ist $2dr:dz$, d. h. der „Kegelwinkel" φ, anfänglich negativ, mithin der Zähler wesentlich positiv; für den Anfang ist also $dp:dz$ negativ, der Druck sinkt. Der weitere Verlauf hängt davon ab, ob und wie bald es zu einem Zeichenwechsel kommt. Für die Schaulinie A (Fig. 47) tritt er im Zähler zuerst auf, da die kegelförmige Erweiterung φ positiv und den Zähler negativ macht. Die Verengung in der zweiten Düse bedeutet wieder negatives φ und positiven Zähler: der Druck nimmt wieder ab.

Was insbesondere das zylindrische Rohr anbelangt, so ist $\varphi = 0$, und das Vorzeichen hängt nur vom Nenner ab. Man kann mithin den Satz aussprechen: Im zylindrischen Rohr wird der Druck im Sinne der Strömung (unabhängig vom Betrage des Gegendruckes) wachsen oder abnehmen, je nachdem die tatsächliche Dampfgeschwindigkeit größer oder kleiner ist als die Schallgeschwindigkeit.

Ein ganz eigenartiges Spiel der Werte des Reibungskoeffizienten, des Kegelwinkels, der wahren und der Schallgeschwindigkeit bedingt mithin das Auf- und Absteigen des Druckes.

Der Fall, daß w allmählich wachsend w_s erreicht und übertrifft, ist besonders interessant, weil, da $dp:dz$ durch den Wert ∞ vom Negativen zum Positiven übergehen müßte, mithin eine Spitze mit senkrechten Tangenten zu erwarten sein würde, falls nicht gleichzeitig im Zähler ein Zeichenwechsel vor sich geht.

Ob dies stattfindet oder nicht, kann in einfacher Weise nur für vollkommene Gase beantwortet werden, wie Lorenz in einem bemerkenswerten Artikel der Physikalischen Zeitschr., IV. Jahrg. S. 333, mitgeteilt hat, in welchem die von uns benutzte Methode, den Differentialquotienten in Verbindung mit der Schallgeschwindigkeit zu diskutieren, weiter ausgeführt wird. Bei Gasen ist für i der Wert

$$i = \frac{k}{k-1} pv + \text{konst.}$$

einzuführen, und es gelten mithin folgende Grundgleichungen:

$$\frac{wdw}{g} = -vdp - \zeta_r \frac{dz}{2r} \frac{w^2}{2g} \quad \text{. . . . . (6)}$$

$$\frac{wdw}{g} = -\frac{k}{k-1} d(pv) \quad \text{. . . . . (7)}$$

$$Gv = fw \quad \text{. . . . . (8)}$$

Digitized by Google

Wenn wir die dritte Gleichung differenzieren und dv sowie dw aus den Gleichungen wegschaffen, so erhalten wir mit

$$a = \sqrt{kgpv} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9)$$

d. h. derjenigen Schallgeschwindigkeit, die adiabatischer Zustandsänderung entspricht, und mit der Bezeichnung

$$\alpha = \frac{w^2}{a^2}(k-1)+1; \qquad \zeta = \frac{\zeta_r}{4r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (10)$$

die Formel

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\alpha\zeta - \frac{df}{fdz}}{w^2 - a^2} kpw^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11)$$

Diese Formel ist gleichartig mit der für Dampf entwickelten Gl. (5) und bestätigt die von uns gezogenen Folgerungen in bezug auf die Rolle der Schallgeschwindigkeit und das eigentümliche Verhalten der Strömung im zylindrischen Rohr. An die Arbeit von Lorenz schlossen Prandtl und Proell interessante Mitteilungen an[1]), in welchen besonders die Verhältnisse diskutiert werden, die beim Eintritte der Schallgeschwindigkeit herrschen.

Um diese Beiträge beurteilen zu können, ist es zweckmäßig, auch für die Ableitung $dw:dz$ eine Formel aufzustellen. Indem wir aus (6), (7), (8) diesmal dv und dp wegschaffen, erhalten wir

$$\frac{dw}{wdz} = \frac{\zeta k \frac{w^2}{a^2} - \frac{df}{fdz}}{1 - \frac{w^2}{a^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12)$$

Nun bemerkt Lorenz, daß die Schallgeschwindigkeit a für einen gegebenen Anfangszustand bei beliebigen Widerständen und beliebigen Rohrformen stets einen und denselben Wert a_0 annimmt. Es ist nämlich das Integral von (7) bei anfänglich verschwindender Geschwindigkeit

$$w^2 = \frac{2gk}{k-1}(p_i v_i - pv) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (13)$$

wo $p_i v_i$ sich auf den Anfangszustand beziehen. Die Schallgeschwindigkeit a_0 wird bei einem bestimmten Wertepaar pv erreicht, für welches

$$w^2 = a_0^2 = kgpv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14)$$

ist, und hieraus folgt durch Wegschaffen von pv und w

$$a_0 = \sqrt{\frac{2gk}{k+1} p_i v_i} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (15)$$

so daß a_0 in der Tat nur vom Anfangszustand abhängt. Man kann, um Mißverständnisse zu verhüten, die allgemeine (einem beliebigen Zustand p, v entsprechende) Schallgeschwindigkeit a ausdrücken durch a_0, indem man in Gl. (13) pv durch $a^2:kg$ und $p_i v_i$ durch a_0 aus (15) ersetzt. Man erhält

$$a^2 = -\frac{k-1}{2} w^2 + \frac{k+1}{2} a_0^2.$$

und diesen Wert benutzen wir zur Einführung in Gl. (12), welche alsdann die Form

$$\frac{dw}{wdz} = \frac{\frac{2k}{k+1}\zeta - \frac{df}{fdz}\left[\frac{a_0^2}{w^2} - \frac{k-1}{k+1}\right]}{\frac{a_0^2}{w^2} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (16)$$

annimmt, die ihr von Proell gegeben worden ist. Wenn der Zähler dieses Ausdruckes verschwindet, so bleibt w für das betreffende Rohrelement konstant und kann ein Maximum oder Minimum werden.

Erreicht w den Wert a_0, so müßte $dw:dz$ unendlich groß werden. Allein eine unendlich große Beschleunigung ist physikalisch unmöglich, und so kann a_0 nur an einer solchen Stelle der Düse erreicht werden, wo auch der Zähler verschwindet, d. h. wo

$$\frac{df}{fdz} = k\zeta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (17)$$

---

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1904, Heft Nr. 10.

Digitized by Google

ist. Vollständiger kann dies, wie **Prandtl** getan hat, auf mathematischem Wege eingesehen werden, indem man zu jedem Punkte der Ebene w, z die aus Gl. (16) gerechneten Werte $dw:dz$ aufträgt, wobei f als gegebene Funktion von z anzusehen ist. In jedem Punkte gibt es nur einen Wert dieser Tangentenneigung, mit Ausnahme desjenigen, dessen Ordinate $w = a_0$ und dessen Abszisse z aus Beziehung (17) bestimmt wird. Hier entsteht die Form $dw/dz = {}^0/_0$, welche nach den Regeln der Differentialrechnung zu bestimmen ist, indem man das Verhältnis aus der Ableitung des Zählers und des Nenners bildet. Die gesuchte Größe, oder besser $d(\ln w):dz$ kommt dann nochmals im Zähler und Nenner vor und ergibt, wenn man mit letzterem heraufmultipliziert, eine quadratische Bestimmungsgleichung. Aus dieser erhält man mit **Proell**:

$$\frac{d\ln w}{dz} = -\frac{k\zeta}{2} \pm \sqrt{\frac{k^2\zeta^2}{4} + \frac{1}{k+1}\frac{d}{dz}\left(\frac{d\ln f}{dz} - k\zeta\right)},$$

d. h. zwei Werte für die Neigung $dw:dz$ oder mit anderen Worten einen Doppelpunkt. Aus dem erwähnten Bilde der Tangentenneigungen, welches in der Umgebung der Doppelpunkte durch Fig. 48 dargestellt wird, ersieht man nun, daß aus dem Gebiet $w < a_0$ in das Gebiet $w > a_0$, wenn dabei zugleich z wachsen soll, d. h., wenn wir in der Düse vorwärtsschreiten, nur ein einziger Übergang durch den oben definierten Doppelpunkt möglich ist. Alle anderen Kurven bleiben entweder unterhalb bzw. oberhalb $w = a_0$ wie Linien α und β, oder sie biegen sich wieder zurück wie γ und δ. Durch einen Vergleich der Formeln (11) und (12) findet man ferner

Fig. 48.

$$\frac{dp}{pk\,dz} = -\left(\zeta + \frac{dw}{w\,dz}\right)\frac{w^2}{a^2},$$

was für $dw:dz$ erwiesen worden ist, gilt also auch für $dp:dz$, d. h. auch für die Kurve, welche p als Funktion von z darstellt, gibt es einen Doppelpunkt bei demselben z wie vorhin und bei $w = a_0$, und nur dieser Doppelpunkt macht einen Übergang aus dem Gebiete hoher Pressungen und kleiner Geschwindigkeiten in das Gebiet niedriger Pressungen und hoher Geschwindigkeiten im Sinne des Fortschreitens in der Düse möglich. Dann ist also für eine wirkliche Expansionskurve der Punkt, der durch die Gleichung

$$\frac{df}{f\,dz} = k\zeta$$

bestimmt wird, diejenige einzige Stelle der Düse, an welcher w den Wert a_0 erreicht. Wie ersichtlich, stimmt diese Stelle nicht mit dem Minimalquerschnitt überein, sondern liegt, wenn auch sehr nahe bei ihm, in der Erweiterung.

Die Verhältnisse in der Umgebung des Doppelpunktes wollen wir uns schließlich noch anschaulicher machen am Beispiele der reibungsfreien adiabatischen Strömung. Hier ist wie schon oben benutzt

$$f = \frac{G}{\varphi(p)} = \psi(p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

wo ψ der Kürze halber eingeführt wird und für $p = p_m$ ein Minimum besitzt. Nun sei

$$f = F(z)$$

als Funktion des Achsenabstandes z willkürlich gegeben. Für ein bestimmtes $z = z_0$ wird F ein Minimum f_m, identisch mit $\psi(p_m)$. Man kann in Gl. (18) auf beiden Seiten nach **Taylor** entwickeln und erhält, wenn die Ableitungen mit Strichen bezeichnet werden, für die unmittelbare Nachbarschaft vom p_m:

$$\psi(p_m) + \psi'(p_m)(p - p_m) + \psi''(p_m)\frac{(p-p_m)^2}{2} = F(z_0) + F'(z_0)(z - z_0) + F''(z_0)\frac{(z-z_0)^2}{2}.$$

Da aber sowohl $\psi'(p_m) = 0$ als auch $F'(z_0) = 0$ ist, so wird

$$\psi''(p_m)(p - p_m)^2 = F''(z_0)(z - z_0)^2,$$

worin $\psi''(p_m)$, wie leicht nachzuweisen, einen endlichen Wert darstellt. Nun kann durch Auflösen und Differenzieren auch für den Punkt $p = p_m$ die Ableitung $dp:dz$ berechnet werden und ergibt sich zu

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{p=p_m} = \pm\sqrt{\frac{F''(z_0)}{\psi''(p_m)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Ändert sich der Querschnitt ungemein wenig, so daß F'' klein wird, dann ist auch $dp:dz$ klein. Im anderen Fall steigt dieser Wert und nähert sich theoretisch dem Unendlichen, wenn, wie bei einer scharfen Kante, die Krümmung der Profillinie unendlich scharf wird, daher dort eine Strahlablösung und Schallschwingungen eintreten werden.

Digitized by Google

Düse für konstanten Druck.

Soll der Dampf die Reibungswiderstände unter konstantem Druck überwinden, so kann die Erweiterung der Düse wie folgt berechnet werden.

Für Gase ist in Formel (11) dp beständig $=0$ zu setzen, und ergibt

$$\alpha\zeta = \frac{df}{f\,dz} = \frac{\varphi}{r}$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (10)

$$\varphi = \frac{\zeta_r}{4}\left[1 + (k-1)\frac{w^2}{a^2}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

Für Dämpfe darf als Zustandsgleichung nicht mehr die Form $p = \Phi(v)$ benutzt werden, da mit $p =$ konst. auch $v =$ konst. wäre. Beschränken wir uns auf das Sättigungsgebiet, so sind die Grundgleichungen mit $dp = 0$

$$\frac{A w dw}{g} = -di = -r dx; \quad \frac{w dw}{g} = -\frac{\zeta_r}{2r}\frac{w^2}{2g}dz; \quad Gv = fw$$

$$v = x\sigma + \sigma_0; \quad dv = \sigma dx$$

Aus diesen erhalten wir durch Ausscheiden von dv, dw, dx

$$\varphi = \frac{\zeta_r}{4}\left[1 + \frac{A w^2 \sigma}{g r v}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (21)$$

Falls w wesentlich kleiner ist als a, so darf hier (wie auch für Gase) die Annäherung

$$\varphi = \frac{\zeta_r}{4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

benutzt worden.

36. Isentropische Linien.

Die Vorgänge beim Dampfstoß werden, wie **Prandtl** gezeigt hat, sehr veranschaulicht durch Verzeichnen der sog. **isentropischen Linien**, d. h. der Drucklinien für reibungsfreie adiabatische Ausdehnung oder Verdichtung des Dampfes in einer gegebenen Düse mit verschiedenen Anfangszuständen.

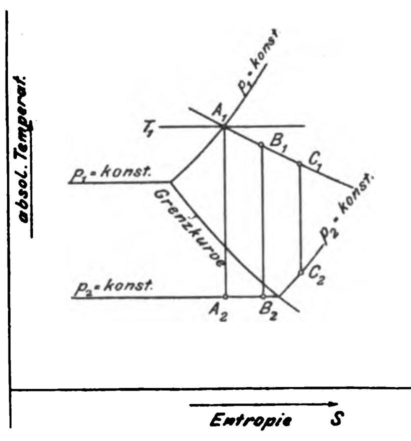


Fig. 49.

Setzen wir voraus, der Dampf expandiere zunächst adiabatisch vom Anfangszustande A_1 auf den Enddruck bei A_2 gemäß Fig. 49, in welcher die Koordinaten Entropie und absolute Temperatur sind. Durch das früher angegebene Verfahren ermitteln wir für die Ausgangsgeschwindigkeit $w_1 = 0$ die Querschnitte f_x, die für 1 kg Dampf bei dem jeweiligen Druck p_x erforderlich sind.

Nun denke man den Dampf vor dem Eintritt in die Düse auf einen kleineren Druck mit Zustand B_1 abgedrosselt. Der Wärmeinhalt ändert sich nicht, d. h. B_1 liegt auf der Kurve $i_1 =$ konst., die durch A_1 hindurchgeht, aber die Entropie hat zugenommen. Expandiert der Dampf von hier adiabatisch nach B_2, so läßt sich in gleicher Weise eine neue Querschnittsfolge als Funktion von p ermitteln, ebenso die weiteren zu C_1, D_1 usw. gehörenden Kurven. Statt 1 kg Dampf wählen wir nun die tatsächlich durch unsere Düse pro Sekunde durchgeströmte Dampfmenge als Bezugseinheit, statt des Querschnittes aber seinen Abstand von einem festen Punkt in der Düsenachse als unabhängige Variable. Auf diese


Digitized by Google

Weise erhält man die fest ausgezogenen Kurven der Fig. 50, welche mithin zu jedem Punkte der Düsenachse zwei mögliche Pressungen ergeben. Eine reibungsfreie Strömung wäre umkehrbar, d. h. der Dampf könnte die Düse sowohl expandierend als auch sich verdichtend durchströmen. Die oberen Zweige der Isentropen entsprechen verdichtetem Dampf und kleinen Geschwindigkeiten, die unteren einem Zustande starker Expansion und großer Geschwindigkeit. Die wahre Strömung aber findet stets unter Vermehrung der Entropie statt und so muß die wahre Zustandskurve, ob sie ab- oder aufsteigt, die Adiabaten im Sinne wachsender Entropie schneiden. Um dies an der Wirklichkeit festzustellen, sind in das Bild auch die experimentell gefundenen Kurven aus Fig. 43 gestrichelt eingetragen, und es zeigt sich z. B. bei Kurve B und A eine schöne Übereinstimmung mit der Adiabate, während C einen merklich abweichenden Charakter aufweist. Über

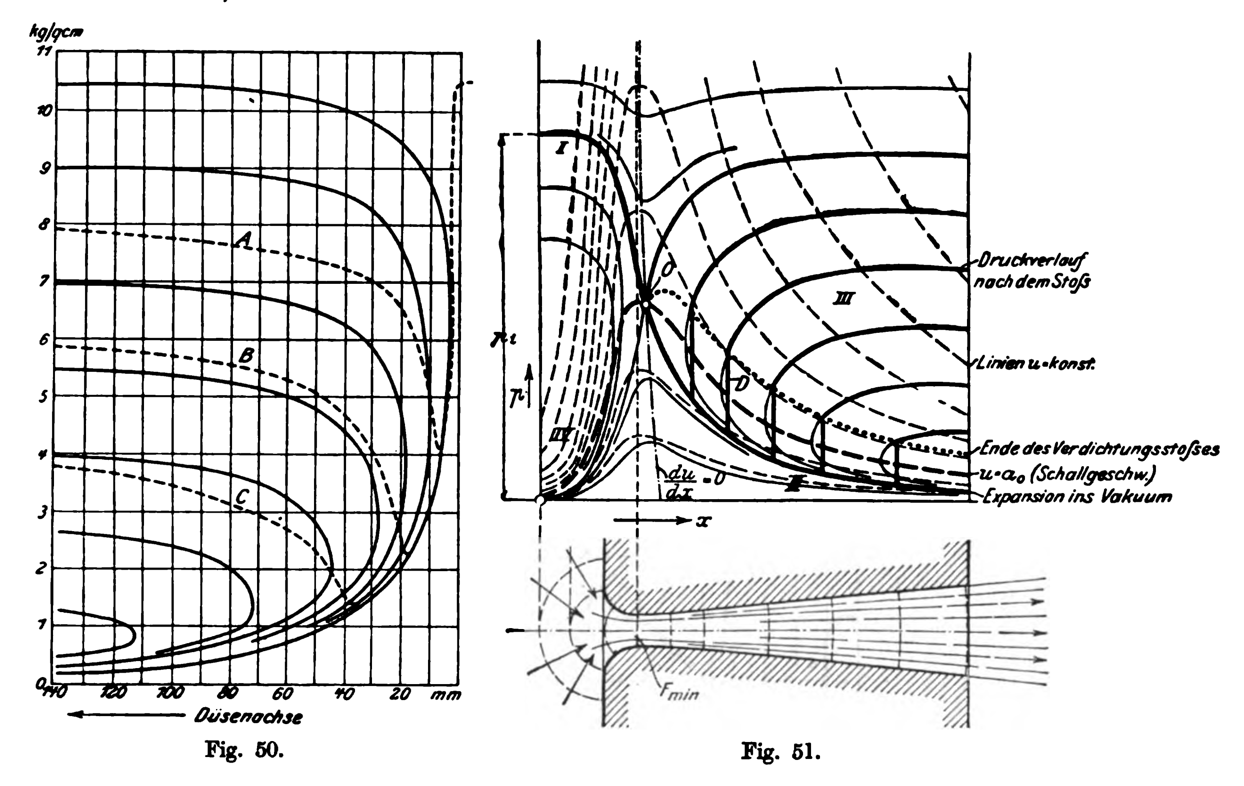


Fig. 50.

Fig. 51.

den wahrscheinlichen Grund dieser Erscheinung wird weiter unten Näheres mitgeteilt. Hier genügt es, darauf hinzuweisen, daß in der Tat während der Periode des eigentlichen Dampfstoßes mehrere Isentropen überschritten werden, als Beweis des großen Stoßverlustes, der hier stattfindet. Auch die Analogie mit dem Bidoneschen Wassersprung drängt sich unwillkürlich auf.

Die Isentropen lassen sich bei Gasen mit der Berechnung der Stoßkurven bequem verbinden, wie Prandtl a. a. O. gezeigt hat. In Fig. 51 sind die von ihm für die rechte und linke Seite der mitabgebildeten Düse entworfenen Isentropen dargestellt, wobei als Stromquerschnitte die punktierten Kugelflächen vorausgesetzt wurden. Die dickgezogene Linie stellt eine Expansionskurve mit willkürlich angenommenem ζ_r dar, welche als einzige für das gewählte sekundliche Dampfgewicht aus dem Gebiet I der hohen Drücke und kleinen Geschwindigkeiten in das rechtsseitige Gebiet II der niederen Drücke und hoher Geschwindigkeiten herüberleitet. Wenn man in Gl. (7) des vorigen Abschnittes v durch die Kontinuitätsgleichung wegschafft, so zeigt sich, daß w konstant bleibt für konstante

Digitized by Google

Werte von pf/G, so daß es leicht ist, die Linien konstanter Strömungsgeschwindigkeit (in Fig. 51 mit u bezeichnet) aufzutragen. Unter diesen ist wichtig die stark gestrichelt gezeichnete Kurve der Schallgeschwindigkeit $u = a_0$. Auch die Linie $dw/dz = 0$ (in der Figur $du/dx = 0$), aus welcher die Konizität der Düse für konstante Geschwindigkeit ermittelt werden kann, ist strichpunktiert angegeben und trifft mit der wirklichen Expansionslinie und der Linie $u = a_0$ im oben definierten Doppelpunkte (0) zusammen.

37. Die Düse mit verlängertem Einströmhals,

Fig. 52 und 53, durch Zusammenlegen zweier kongruenter Düsen gebildet, sollte dazu dienen, die Vorgänge, die an der engsten Stelle stattfinden, und die sich bei gewöhnlichen Düsen auf einer Länge von wenigen Millimetern abspielen, gleichsam durch Vergrößerung des Horizontalmaßstabes zu klarem Ausdruck zu bringen.

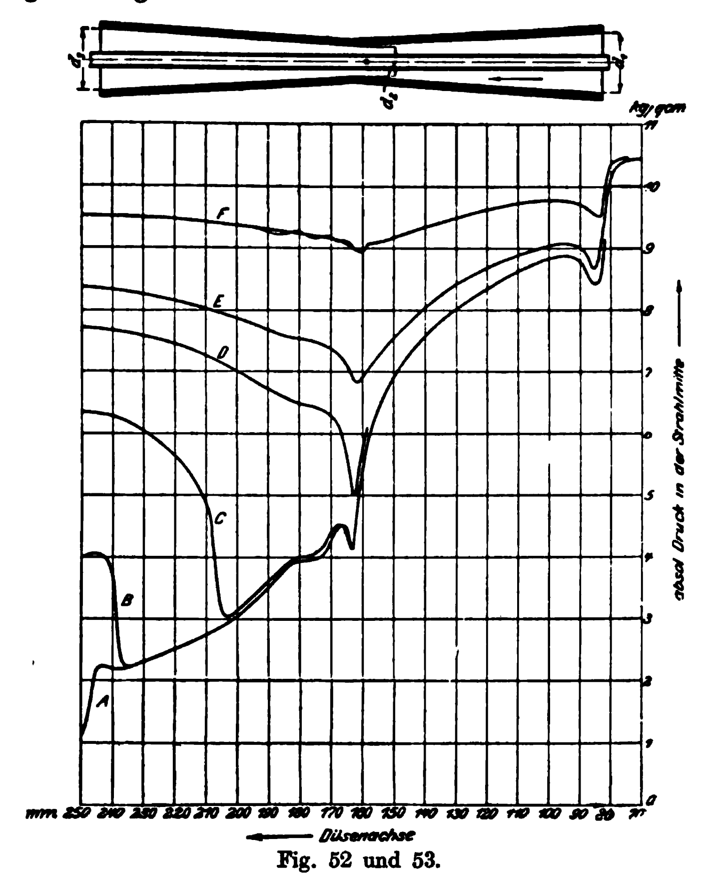


Fig. 52 und 53.

Schaulinie A zeigt den Druckverlauf bei freier Expansion, Linie B bei auf 4 Atm. abs. eingestelltem Gegendruck. Der Verdichtungsstoß ist im letzteren Falle knapp vor der Mündung aufgetreten und zeigt einen höchst ausgeprägten Druckanstieg. Linien C, D, E, F sind mit mehr und mehr erhöhtem Gegendruck aufgenommen. Das Eigentümliche dieser Versuche liegt in den Zacken, welche die Schaulinien beim Übergange aus dem verengten in den erweiterten Kegel aufweisen. Anfänglich war die vordere Düse an der engen Stelle um rund 0,1 mm weiter als die andere, so daß sich ein wenn auch kaum merkbarer Absatz bildete. Aber auch nachdem man die Düsen mit einer gemeinschaftlichen Reibahle auf genau gleichen Durchmesser gebracht hatte, verschwand die Zacke nicht. Nur das Polieren mittels Schmirgels, und zwar in der Strömungsrichtung, brachte die mittleren Zacken schließlich für gewisse Überhitzungsgrade weg, während sie für andere noch immer auftraten. Offenbar liegt hier der am Ende des Abschn. 35 besprochene Fall vor, daß sich der Strahl der scharfen Krümmung nicht anschmiegen kann und, örtlich abgelöst, in Schwingungen gerät.

Digitized by Google

38. Unstabile Dampfströmung.

Es gelang dem Verfasser zufällig zu beobachten, daß in einer und derselben Düse bei zu hoch eingestelltem, aber konstant bleibendem Gegendrucke und sonst unveränderten Umständen zwei verschiedene Druckkurven entstehen können.

Die in ihren Abmessungen mit der früher beschriebenen ziemlich übereinstimmende Düse wurde mit einer größeren Zahl zum Kegelmantel senkrechter Bohrungen versehen, um den Druck am Rande festzustellen, während der Druck in der Düsenachse durch ein 5 mm weites Röhrchen gemessen wurde. Während nun die Expansion (von 10,5 Atm. abs. bei rd. 200° C ausgehend) stets dieselbe Drucklinie (Fig. 54) ergab, stellt sich für den Verdichtungsstoß einmal die Linie $A - A_1$, dann plötzlich bei ganz geringer äußerer Veranlassung, z. B. Hin- und Herschieben des Meßröhrchens Linie $B_1 - B$ ein. Durch Öffnen der Hähne für die Randbohrungen kann man den entgegengesetzten Wechsel einleiten. Linie $B - B$ erweist sich hierbei eigentümlicherweise als die labilere, obwohl sie im Charakter den früher beobachteten Stoßkurven näher kommt, die sich als ganz stabil erwiesen haben. Die Pressungen am Strahlrande sind in das Schaubild mit eingetragen und zeigen, daß im ersten Momente des Verdichtungsstoßes offenbar eine Loslösung des Strahles von der Wand eingetreten ist. Die Randpressungen sind bald wesentlich tiefer, bald höher als der Druck in der Strahlmitte. Im weiteren Verlaufe schwindet die Verschiedenheit mehr und mehr, und gegen das Ende der Düse endlich ist die Übereinstimmung vollständig.

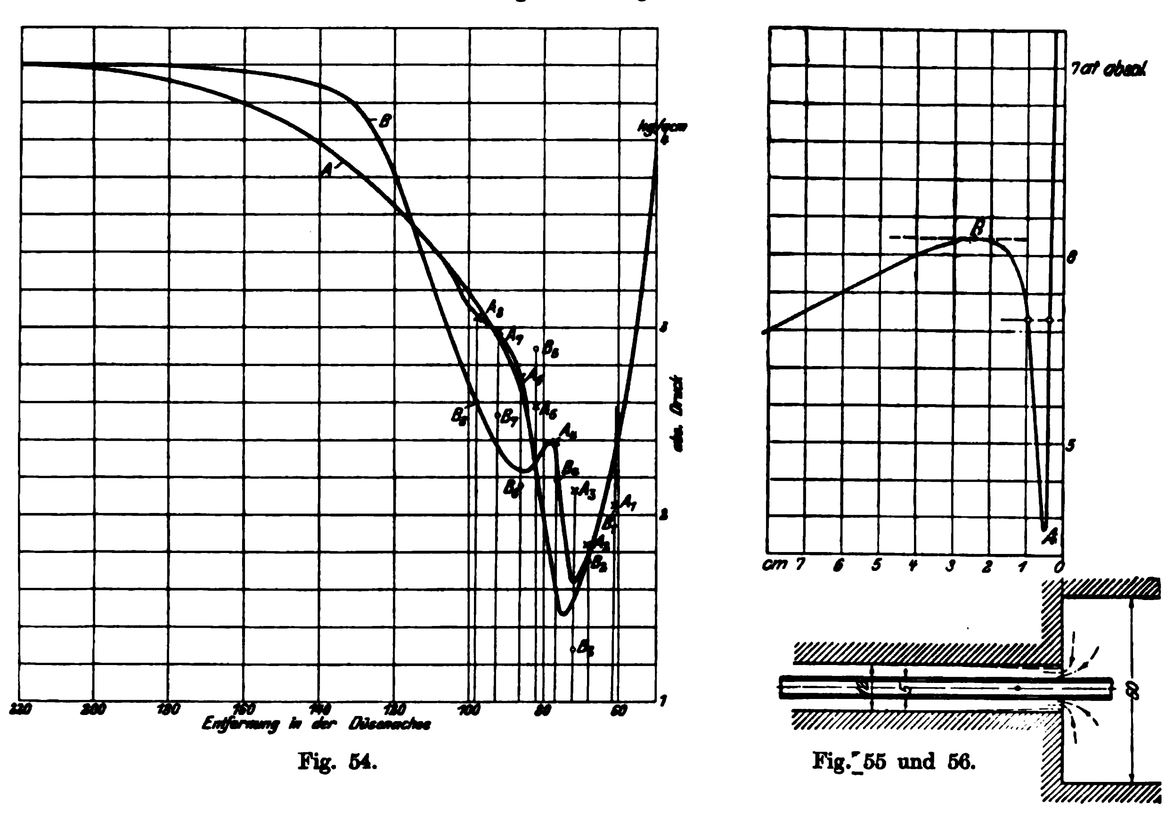


Fig. 54. Fig. 55 und 56.

39. Die Strahlkontraktion

bei der Einmündung tritt stets bei scharfkantigem Rohransatz auf und kommt bereits bei den Schaulinien F in Fig. 47 zum Vorschein. Ebenso ist sie an den Drucklinien A bis E in Fig. 53 gut wahrnehmbar, ganz besonders in die Augen springend aber schließlich bei einem geraden zylindrischen Rohr von 12 mm Weite mit 5 mm weitem Meßrohr und scharfen Kanten, welches in die Versuchseinrichtung an Stelle der Düse eingefügt wurde. In Fig. 55 ist der mutmaßliche Umriß des Strahles mit darüber liegender beobachteter Druckkurve (Fig. 56) aufgezeichnet.

Digitized by Google

Die wahrscheinlichste Erklärung des Druckverlaufes dürfte die folgende sein: Bei ungefähr 5,6 Atm. erreichen wir die Schallgeschwindigkeit, erhalten also Nullstellen des Zählers und Nenners im Ausdrucke von $dp:dz$. Von da bis zum Punkte A ist der Zähler negativ, wegen starker Konizität des Strahles, der Nenner positiv. Bei A beginnt ein Verdichtungsstoß. Der Druck steigt, die Geschwindigkeit sinkt unter die Schallgeschwindigkeit, der Nenner wird negativ; der Zähler ist es ebenfalls, da φ noch einen verhältnismäßig großen Wert besitzt. Da aber die Erweiterung schließlich aufhört, geht bei B der Zähler durch die Null ins Positive, der Nenner bleibt negativ und der Druck sinkt wieder.

Immerhin ist zu beachten, daß die Formel für die kontrahierte Stelle nur annäherungsweise zutrifft, indem der Strahl hier nicht allseitig durch feste Wandungen begrenzt ist, mithin der Druck in der Mitte und am Rande merklich verschieden sein wird.

Die Formel $dp:dz$ eignet sich auch zur Berechnung des Reibungskoeffizienten ζ_r aus der Neigung der Tangente an die Druckkurve. Indessen ist in jedem Falle die experimentelle Bestimmung von G, um daraus w zu berechnen, unerläßlich, und wenn w bekannt ist, so berechnet sich der Energieverlust unmittelbar, ohne daß man auf $dp:dz$ zurückzukommen braucht.

40. Plötzliche Erweiterung im zylindrischen Rohr.

Ein zylindrisches Rohr von 17,9 mm Durchmesser mit einer zentralen Spindel von 10,95 mm Durchmesser wurde nach Fig. 57 gegen das Ende hin auf eine Länge von 11 mm unterbrochen, so daß der von rechts nach links strömende Dampf hier eine Erweiterung antraf. Die unmittelbar darunter gezeichneten Schaulinien I, II, III des Druckverlaufes beziehen sich auf die Anfangszustände 11 Atm. abs. 222° C, bzw. 8 Atm. abs. 213° C, bzw. 4 Atm. abs. 190° C vor dem Eintritt, wobei die durchfließenden Dampfgewichte 818, bzw. 591, bzw. 299 kg/st betragen haben. Beim Eintritt in die Erweiterung findet zunächst ein Stau statt, offenbar weil der Strahl teilweise in Wirbeln von der Achse in die Erweiterung abgedrängt wird.

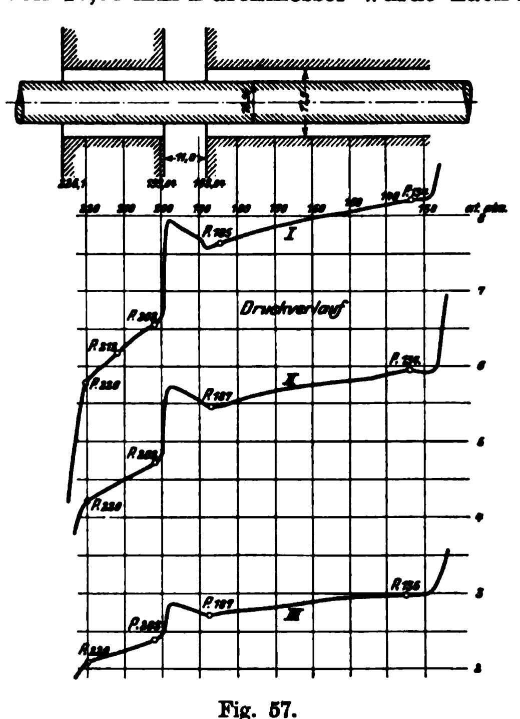


Fig. 57.

In Fig. 57a sind die entsprechenden Fanno-Kurven im Entropiediagramm entworfen, mit deren Hilfe die technisch wichtige Frage nach der Größe des Wirbelungsverlustes in der Erweiterung beantwortet werden kann. An diesen Kurven kann man nämlich den Zustand vor und nach der Erweiterung abgreifen (für Kurven II und III sind dies die Punkte P 187 und P 202) und die Entropievermehrung ΔS ausmessen. Der Verlauf der Zustandsänderung in der Erweiterung weicht natürlich von der Fanno-Kurve ab; allein die mittlere Temperatur derselben wird von dem arithmetischen Mittel T_m des Anfangs- und des Endwertes wenig abweichen und liefert uns im Produkt $T_m \Delta S$ den Betrag der Wirbelungswärme AR. Bestimmen wir die kinetische Energie $w^2/2g$ unmittelbar vor der Erweiterung, so stellt sich heraus, daß die Wirbelungsarbeit in den drei Fällen ungefähr 13 bis 10 v. H. der kinetischen Energie ausmacht, bei Eintrittsgeschwindigkeiten die nahezu 400 m/sek erreichten. Um genauere Messungen zu ermöglichen, müßte die Methode verfeinert werden. Bei hinlänglich kleinem Gegendruck muß am Rohrende die Schallgeschwindigkeit erreicht werden; der zugehörige Punkt der Fanno-Kurve muß also eine senkrechte Tangente besitzen. Allein die zugehörige Rohrstelle ist wegen möglicher Strahlablösung nicht mit Sicherheit angebbar.

Digitized by Google

41. Ausfluß durch einfache Mündungen.

Bei der **abgerundeten** Mündung darf man die Dampffäden als parallel gerichtet ansehen, so daß der Mündungsquerschnitt zugleich Querschnitt des Dampfstrahles ist. Wegen der Kürze des Dampfweges werden sich Reibungen nur in ganz geringem Maße geltend machen können. Die Ausflußgeschwindigkeit und Menge könnten daher nach den Formeln der reibungsfreien Strömung berechnet werden, wenn der Druck p'_m in der Mündung bekannt wäre. Bei Wasser darf man bekanntlich p'_m dem Drucke der Umgebung gleich setzen — bei elastischen Flüssigkeiten eigentümlicherweise nur unter bestimmten Umständen. Holtzmann hat (1861) wohl als erster darauf hingewiesen, daß sich ein Drucksprung in einer elastischen Flüssigkeit mit Schallgeschwindigkeit fortpflanzt. Es kann daher ein endlicher Druckunterschied zwischen der Mündungsebene und der Umgebung bestehen, falls der Strahl die Schallgeschwindigkeit erreicht hat.

Nach einer eigenartigen Methode aufgenommene Lichtbilder des Strahles von Mach[1]), später von Emden[2]) haben das Vorhandensein von regelmäßig aufeinanderfolgenden hellen und dunklen Linien aufgedeckt, die folgerichtig nicht anders denn als Schallschwingungen gedeutet werden konnten; allein über die Größe des herrschenden Druckes und der Geschwindigkeit war man vollkommen im unklaren.

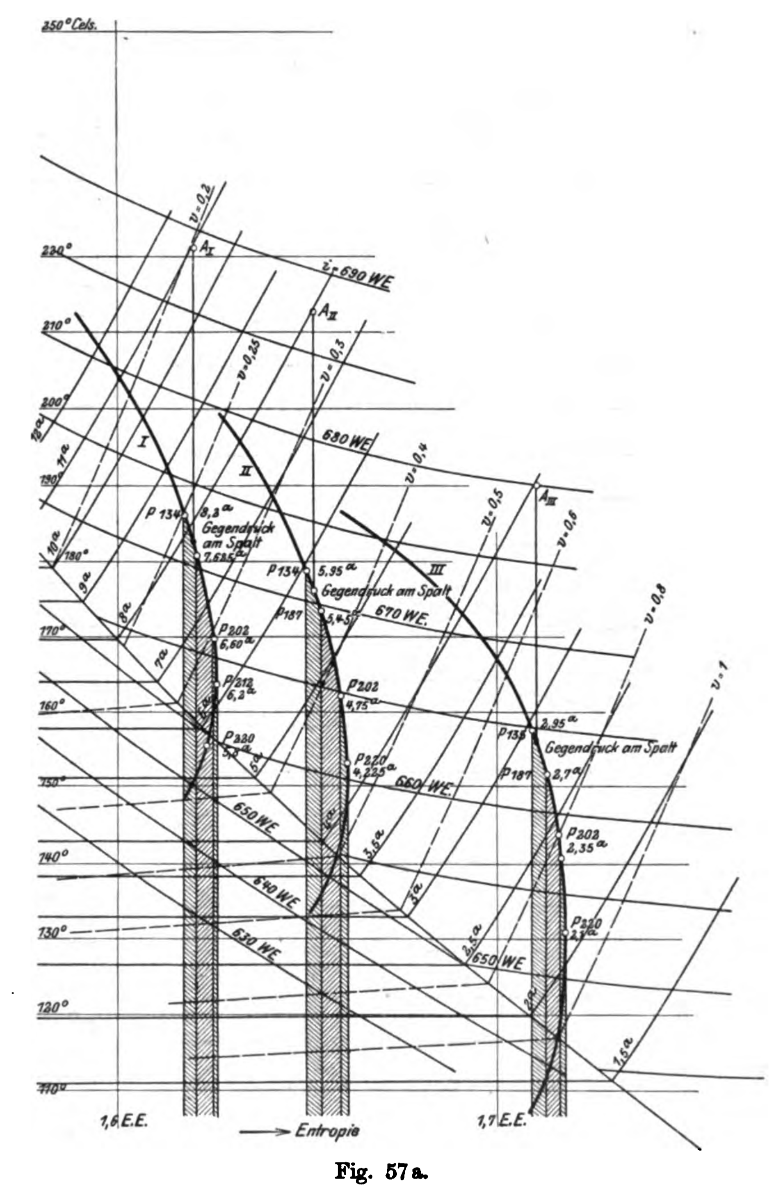


Fig. 57a.

Emden glaubte den Nachweis erbracht zu haben, daß nur der Unterschied zwischen Anfangs- und Mündungsdruck zur Erzeugung von fortschreitender Geschwindigkeit verwendet wird; der Restbetrag der verfügbaren Arbeitsfähigkeit sollte in „Schallenergie“ umgesetzt werden; eine Ansicht, die in der Folge noch viele Anhänger hatte.

[1]) E. Mach und E. Salcher, Optische Untersuchungen der Luftstrahlen. Wiedemanns Annalen 1890, Bd. 41, S. 144.

[2]) Dr. R. Emden, Über die Ausströmungserscheinungen permanenter Gase. Wiedemanns Annalen 1899, Bd. 69, S. 264.

Digitized by Google

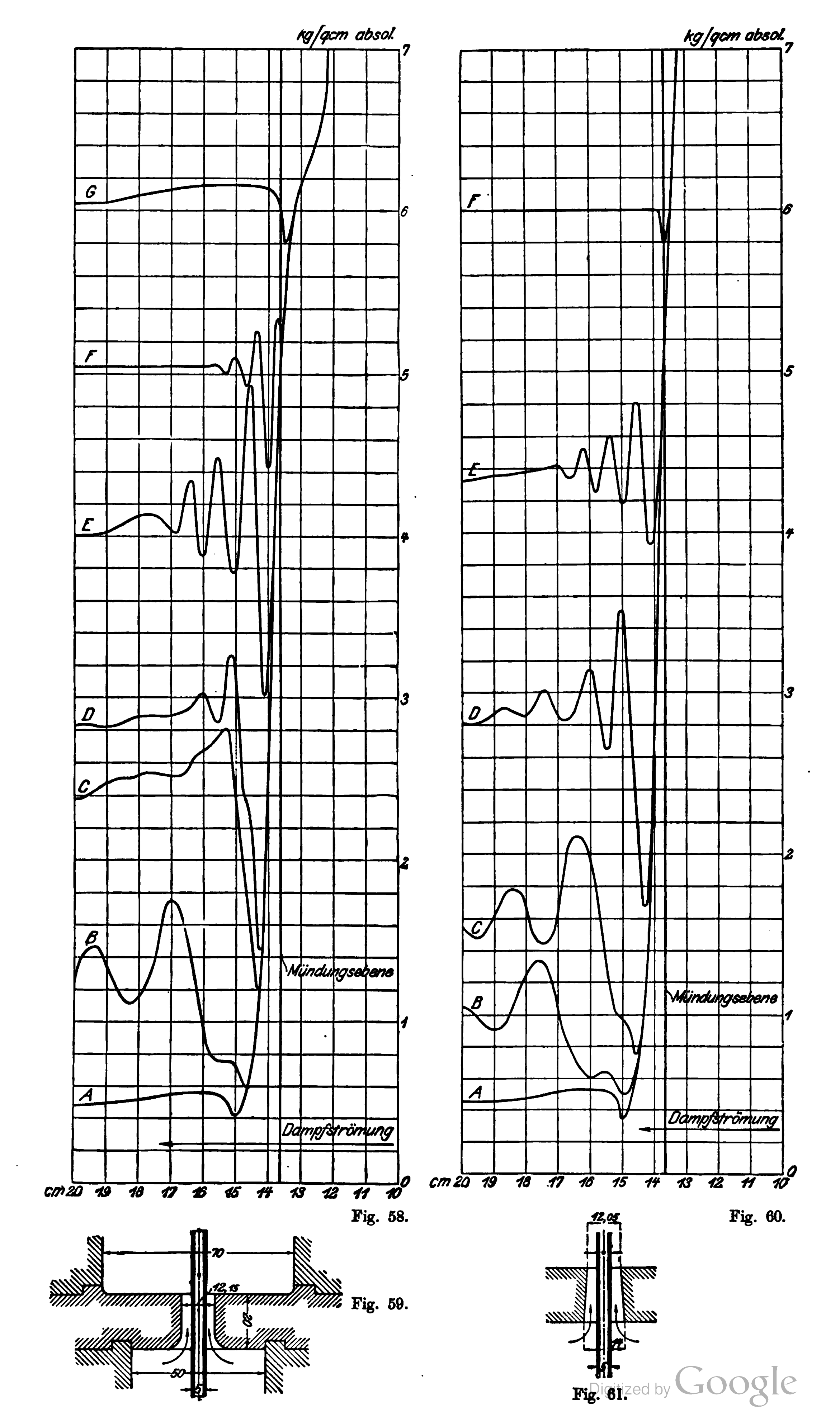


Fig. 58.

Fig. 59.

Fig. 60.

Fig. 61.

Digitized by Google

Versuche über den Dampfausfluß aus Mündungen.

Um diese Unklarheiten zu beheben, wurden vom Verfasser mit dem oben beschriebenen Meßgerät folgende Versuche angestellt.

Die Mündungen wurden als Bronzeplatten von 20 mm Dicke mit rd. 12 mm Bohrung zwischen ein 50 mm weites Zufluß- und ein 70 mm weites Abflußrohr eingebaut. Das zentrale Meßröhrchen hatte 5 mm Dicke und war mit zur Oberfläche senkrechten Bohrungen von 1,5 mm Weite versehen.

In Fig. 58 ist der Druckverlauf für die von rechts nach links gerichtete Strömung bei Anwendung einer abgerundeten Mündung (Fig. 59) dargestellt. Beim Ausfluß in Vakuum von rund 0,4 kg/qcm abs. Druck ist dem Anscheine nach ein aperiodischer Zustand vorhanden. Hingegen bei den Schaulinien *E* und *F* finden wir ungemein heftig und vollkommen regelmäßig auftretende „gedämpfte" Schwingungen, die bei *F* abnehmen und bei *G* gänzlich aufhören.

Ganz ähnliche Druckkurven erhält man bei der in Fig. 61 abgebildeten konischen Mündung mit beiderseits scharfen Rändern. Der Eintritt verursacht eine kleine in Fig. 60 nicht mehr zur Darstellung kommende Einbuchtung; beim Austritt ist der Druckabfall noch gleichmäßiger als bei der abgerundeten Mündung. Auch hier ist die Periodizität bei Kurve *A* fraglich, bei *D* stark ausgeprägt, bei *F* hingegen nicht mehr vorhanden.

Die Abweichung, die man bei der beiderseits scharfkantigen zylindrischen Mündung (Fig. 63) im Eintrittsteil bemerkt, ist die Wirkung der von der scharfen Kante herrührenden Strahlkontraktion, mit der wir uns schon befaßt haben. Wie aus Fig. 62 erhellt, findet zunächst eine Expansion in eine bis auf rund 3,3 kg/qcm herabreichende Spitze statt. Hierauf schnellt der Druck auf 4,4 kg/qcm hinauf, um nach einigen kleinen Schwankungen gegen das Vakuum abzufallen. Die Kontraktion hat zur Folge, daß die Mündung in ihrem Eintrittsteil wie eine kegelig divergente Düse wirkt und den Mündungsdruck gegenüber den früheren Versuchen herabzieht. Der Druckverlauf hinter der Mündung ist wieder derselbe und zeigt insbesondere bei Kurve *D* prachtvoll ausgeprägte Schwingungen. Bei *H* haben wir nur noch die tiefe Druckfurche der Strahlkontraktion.

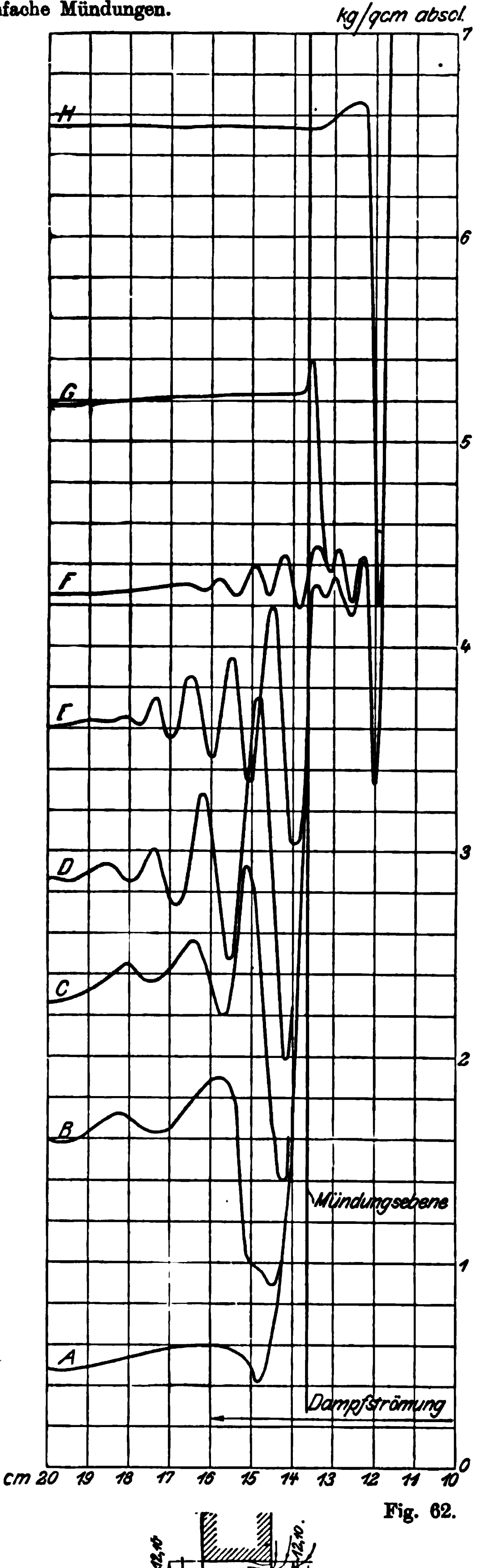


Fig. 62.

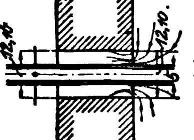


Fig. 63.

Aus diesen Versuchen geht hervor, daß die Anschauung, als ob der Dampf nicht vollständig entspannt werden könnte, gegenstandslos ist. Es zeigt sich vielmehr, daß er zunächst unter den vor der Mündung herrschenden Druck expandiert, daß mithin im ersten Anlaufe (wie etwa bei einer plötzlich frei werdenden gespannten Feder) zu viel potentielle Energie in lebendige Kraft

Digitized by Google

umgesetzt wird. Nur dieses Zuviel geht in Schallschwingungen über und wird durch die Reibung und Wirbelung am Strahlrande in Wärme rückverwandelt.

Übrigens findet die Schwingung offenbar sowohl in axialer wie in radialer Richtung statt. Der Strahl tritt plötzlich mit dem Mündungsdrucke in eine Umgebung mit viel geringerer Pressung aus, wird also auch in radialer Richtung zu expandieren anfangen. Die schönen hierauf bezüglichen Untersuchungen Prandtls werden wir weiter unten besprechen.

All diese Erscheinungen können aber nur auftauchen, wenn der Außendruck kleiner ist als die zum Anfangsdruck gehörende kritische Pressung. Bis zu diesem Gegendruck stellt sich in der Mündungsebene angenähert der kritische Druck selbst ein. Steigern wir den Gegendruck darüber hinaus, so folgt ihm der Druck p_m' nach.

Diese Folgerungen waren schon früher aus der eigentümlichen Tatsache gezogen worden, daß bei genügendem Druckunterschied die wirkliche Ausflußmenge G dem Werte des Mündungsdruckes p_m' entspricht, der G zu einem Maximum macht. Da nun gemäß Formel (12) Abschn. 23

$$G = f\varphi(p)$$

ist, so wird dieser bestimmte Druck bei konstantem f aus der Gleichung

$$\frac{d\varphi(p)}{dp} = 0$$

zu ermitteln sein, und diese führt in der Tat auf den alten Wert des kritischen Druckes

$$p_m' = p_m .$$

War aber $p_2 > p_m$, so wird $p_m' = p_2$ und für G gilt die allgemeine Formel (11) Abschn. 23. Der eigentümliche Wechsel im Ausflußgesetz ist daher wohl im Auge zu behalten: Die Ausflußmenge nimmt mit abnehmendem Gegendruck nur so lange zu, bis dieser den kritischen Wert p_m erreicht hat. Von da ab bleibt die Ausflußmenge unverändert, wie stark auch der Gegendruck erniedrigt werden mag.

Die Genauigkeit der Ausflußformel wurde durch mannigfache Versuche nachgeprüft, unter welchen wir die von Rateau, Gutermuth und Bendemann anführen wollen.

Rateau[1]) findet die wahre Ausflußmenge um etwa 0,5 v. H. höher als die theoretische.

Gutermuth[2]) untersuchte die in Fig. 64 angeführten Mündungsformen, vornehmlich um die Verhältnisse der Strömung in Steuerungskanälen zu erforschen.

In Fig 65 sind die ermittelten Ausflußmengen in kg/min. bei 9 kg/qcm abs. Druck vor der Mündung und trocken gesättigtem Dampf als Funktion des hinter der Mündung eingestellten Druckes verzeichnet.

Mündungen II und V werden ohne Kontraktion gearbeitet haben, bei allen übrigen ist eine Kontraktion vorhanden, was sich deutlich in der gegenüber II kleineren Ausflußmenge kenntlich macht. Gutermuth versteht unter „Kontraktionskoeffizient" das Verhältnis des wirklichen Dampfgewichtes zu demjenigen, das bei Ausführung nach Form II durchströmen würde, und findet folgende Werte:

Druck hinter der Mündung Atm. abs.	8,8	8,5	8,0	7,0	6,0	5,2
Kontraktionskoeffizient für Münd. I	0,70	0,78	0,80	0,85	0,86	0,88
„ „ „ III	0,71	0,80	0,83	0,90	0,91	0,93

[1]) Recherches experimentales sur l'écoulement de la vapeur d'eau. Paris 1902.

[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1904, S. 75.


Digitized by Google

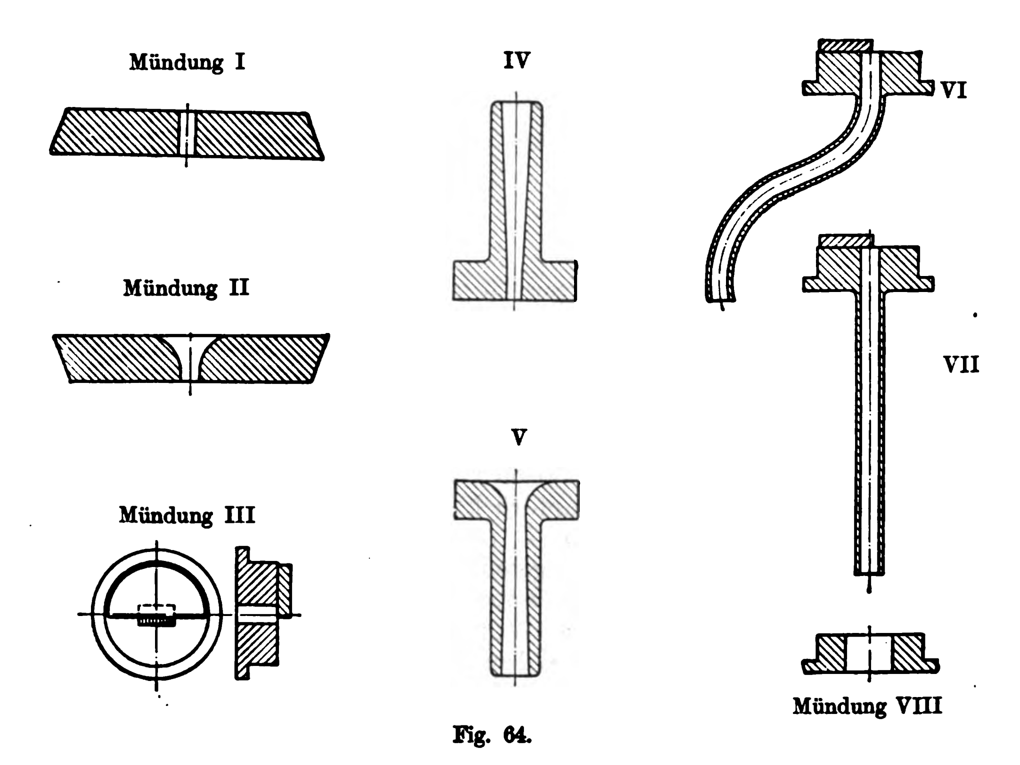


Fig. 64.

I = Kreisrundes Loch von 5,4 mm Durchmesser mit scharfen Kanten in einer Platte von etwa 13 mm Dicke.
II = Kreisrundes Loch von 5,4 mm Durchmesser mit trichterförmigem Einlauf.
III = Rechteckiger Kanal, der durch eine vorgelegte Platte verengt wird, mit gleich großem reinem Durchflußquerschnitt wie bei I und II.
IV = Kreisöffnung I mit angesetzter Lavaldüse von 2,5° Erweiterung.
V = Kreisöffnung II mit derselben Lavaldüse.
VI = Kanal III mit gebogenem rechteckigem Ansatzrohr.
VII = Kanal III mit geradem rechteckigem Ansatzrohr.
VIII = Kreisrundes Loch von 16,2 mm Durchmesser.

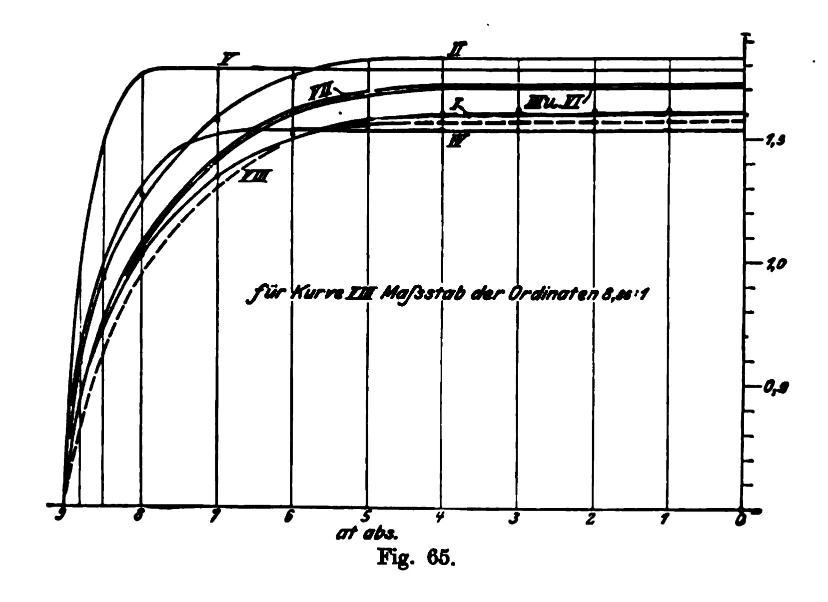


Fig. 65.

Digitized by Google

Daß hiernach der rechteckige Kanal eine geringere Kontraktion ergibt als der zylindrische liegt wohl an der vorgelagerten Platte, welche bei letzterem sozusagen nur „halbe" Kontraktion zuließ.

Bendemann schreibt die Zeunersche Formel für das sekundlich ausströmende Gewicht in der Form

$$G_{sek} = \psi F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

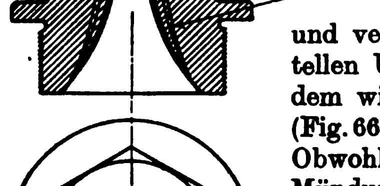


Fig. 66.

und vergleicht auf Grund einer sehr gründlichen experimentellen Untersuchung[1]) den theoretischen Wert von ψ mit dem wirklichen. Die aus Bronze hergestellten Mündungen (Fig. 66) hatten Durchmesser von 7,61; 10,01; 14,82; 17,81 mm. Obwohl der Mittelpunkt der Abrundung nur gerade in die Mündungsebene fällt, glaubt Bendemann genügend sicher eine Kontraktion vermieden zu haben. Die Versuche umfaßten Dampfdrücke bis zu 9 kg/qcm und eine Überhitzung von 20—50° C (vereinzelt bis 120°) über die Sättigung. Als Gesamtergebnis stellt sich heraus, daß die größte Ausflußmenge unabhängig von der Überhitzung mit dem Mittel-Werte $\psi = 2{,}03$ in kg-m-sek-Einheiten gerechnet werden kann. Die Ausflußmenge ist demnach bei gesättigtem Dampf um etwa 2 v. H. größer als die theoretische. Für Gegendrucke, die über dem kritischen Werte liegen, ist es Bendemann gelungen, eine vorzügliche empirische Näherungsformel

$$G_{sek} = \frac{\psi_1 f}{1-\beta} \sqrt{\frac{p_1}{v_1}\left[1 - 2\beta\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2\right]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

aufzustellen, so daß G als Funktion von p_2 eine Ellipse bildet, wobei $\psi_1 = 2{,}03$ der obige Ausflußkoeffizient ist, und der Wert von $\beta = 0{,}545$ dem kritischen Druckverhältnis sehr nahe kommt. Mit diesen Werten wird

$$G_{sek} = 4{,}462 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}\left[1 - 1{,}09\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2\right]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei f in qm, p_1, p_2 in kg/qm, v_1 in cbm/kg einzusetzen sind.

42. Schallschwingungen beim Ausströmen aus einer erweiterten Düse ins Freie.

Der aus einer erweiterten Düse austretende Strahl weist genau dieselben Erscheinungen auf, wie bei der einfachen Mündung. In Fig. 67 ist der Druckverlauf für den aus einer Düse von ungefähr 7 auf 12 mm Weite der in den Hohlraum der unten besprochenen Versuchsbombe austretenden Strahl dargestellt. Wurde Vakuum hergestellt, so expandiert der Dampf gemäß Kurve A, bei geringerem Unterdrucke gemäß B. Der allerkleinste Überdruck wie bei C ließ schon kleine Schwankungen auftreten, bei etwas größerem Überdrucke erschienen die sehr ausgeprägten Schallschwingungen gemäß Schaulinie D. In Fig. 68 ist eine zweite Versuchsreihe dargestellt, wobei sich sehr regelmäßige Schallschwingungen nach Kurve A ergaben. Bei B gelang es, den Gegendruck so einzustellen, daß jede Spur einer Schwingung verschwand. Linie D entspricht schließlich einem so hohem Gegendruck, daß sich die Stauung in das Innere der Düse erstreckt, und die Schwingung wohl zufolge dieses Umstandes bedeutend geringere Intensität

[1]) Mitteil. über Forschungsarbeiten. Berlin 1907. Heft 37.

Digitized by Google

aufweist, wie im ersten Versuch. Der Verlauf der regelmäßigen Expansionslinie im Innern der Düse wird durch den Gegendruck nicht beeinflußt, und es treten dortselbst keine Schwingungen auf.

Aus diesen Versuchen ist die Folgerung zu ziehen, daß der Dampf in der Düse zunächst unabhängig vom Gegendrucke nahezu adiabatisch expandiert. Strömt der Strahl in einen Raum aus, in welchem ein Gegendruck herrscht, der dem Enddrucke der Expansion genau gleich ist, so ändert sich die Pressung im Strahl durchaus nicht. Ist der Gegendruck niedriger, so entstehen Schallschwingungen, wie bei der einfachen Mündung; ist der Gegendruck zu hoch, so entsteht ein Dampfstoß mit mehr oder weniger stark ausgeprägten Schwingungen. Auch wenn im Innern der Düse Schwingungen auftreten, so ist anzunehmen, daß der Strahl sich an solchen Stellen von der Wandung ablöst. Die Abwesenheit jeder Druckschwankung einer Expansionslinie ist umgekehrt ein weiterer Beweis dafür, daß der Strahl den Querschnitt vollständig ausfüllt.

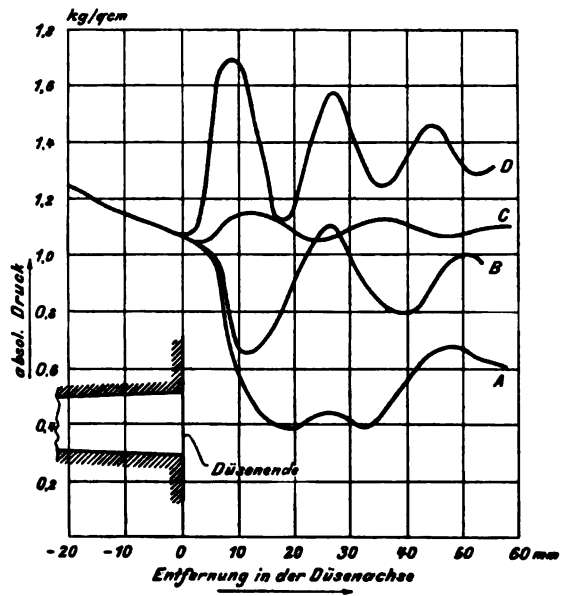


Fig. 67.

Das Vorhandensein von Schwingungen beim Austritte des Dampfes aus Düsen haben auch schon Oberingenieur Kienast, Prof. Gutermuth und P. Emden beobachtet. Über die Versuche

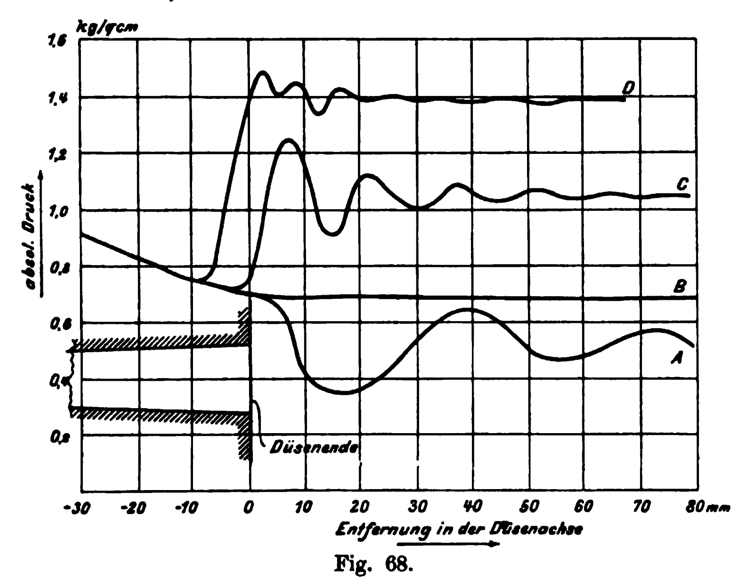


Fig. 68.

des letzteren wurde von A. Fliegner in der Schweiz. Bauzeitung 1903, Bd. XLI, S. 173 berichtet. Die von Emden benutzte Düse hatte eine Weite von 5,5 auf 11 mm bei etwa 30 mm Länge, sie war mithin für einen Anfangsüberdruck von bis zu 5 kg/qcm und atmosphärischen Gegendruck viel zu stark erweitert, und dieser Umstand, unterstützt durch den scharfen Ansatz beim Eintritt, läßt es nach obigem begreiflich erscheinen, daß der Strahl, wie aus den Lichtbildern hervorgeht, sich von der Düsenwand ablöste. Eine Übertragung der sich hieraus ergebenden ungünstigen Folgerungen auf richtig bemessene Düsen ist, wie unsere Versuche beweisen, unstatthaft.

Digitized by Google

43. Prandtls Untersuchungen über die Vorgänge bei Überschallgeschwindigkeit in freien Luftstrahlen.

Für unendlich kleine Schwankungen des Druckes und der Geschwindigkeit während der beschriebenen Schallschwingung in freien Strahlen gelang es Prandtl, die hydrodynamischen Gleichungen zu integrieren[1]) und die Wellenlänge λ zu bestimmen. Er findet für eine kreisrunde Mündung vom Durchmesser d, aus welcher der Dampf mit der mittleren Geschwindigkeit w_m ausströmt, während c die dem Dampfzustande entsprechende Schallgeschwindigkeit ist.

$$\lambda = 1{,}307\, d \sqrt{\frac{w_m^2}{c^2} - 1}\,.$$

Gegenüber der von R. Emden für Luft aufgestellten Formel liefert die Gleichung von Prandtl eine rd. 1,35mal so große Wellenlänge. Bei einem flachen Strahl

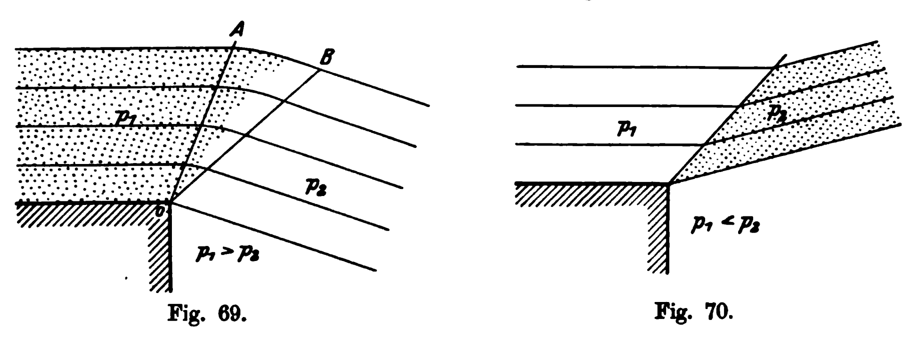


Fig. 69. Fig. 70.

von der Höhe h und sehr großer Breite ist der Faktor vor dem Wurzelzeichen $2h$. Aus der Formel geht die wichtige Tatsache hervor, daß **Schwingungen nur auftreten können, wenn die mittlere Geschwindigkeit des Strahles über der Schallgeschwindigkeit liegt.**

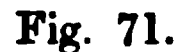


Fig. 71.



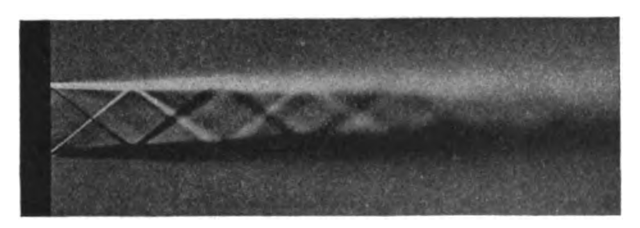


Fig. 72.

Später gab Prandtl die Lösung[2]) für die Erscheinungen der Strömung, die an einer Austrittskante der Düse (Fig. 69) bei Überschallgeschwindigkeit stattfinden. Beim Übergang von höherem zu kleinerem Druck ($p_1 > p_2$) geht von der Kante eine keilförmige Verdünnungswelle aus, wobei eigentümlicherweise die Pressung in allen Punkten eines von der Ecke ausgehenden Fahrstrahles die gleiche ist. Hingegen ist selbstverständlich senkrecht zu der Strömungslinie das durch die Krümmung geforderte Druckgefälle vorhanden. Bis zum Strahle OA bleibt die Strömung ungestört, im Raume AOB sind die Bahnen gekrümmt, und die Pressung nimmt ab. Rechts vom Strahle OB ist die Strömung wieder geradlinig, der Druck dem der Umgebung gleich.

---

[1]) Physik. Zeitschr. 1904, S. 599f.

[2]) Physik. Zeitschr. 1907, 8. Jahrg., S. 23, der auch die Fig. 71 u. ff. entnommen sind.

Digitized by Google

Tritt der Strahl umgekehrt mit Überschallgeschwindigkeit in einen Raum mit höherem Drucke aus, dann stellt sich ein Verdichtungsstoß längs einer gegen die Strahlrichtung **schief stehenden Ebene** ein (Fig. 70).

Der auf beiden Seiten begrenzte (Parallel-)Strahl wird im ersten Falle verbreitert, im zweiten verengt. Die Störungen gehen von beiden Kanten-Eckpunkten aus, durchkreuzen sich und werden am gegenüberliegenden Strahlrand reflektiert. Dies geht klar aus den von Prandtl nach der Machschen Methode gewonnenen Lichtbildern eines (ebenen) Luftstrahles hervor, von welchen Fig. 71 das Beispiel des Divergenz, Fig. 72 dar Beispiel der Konvergenz bieten.

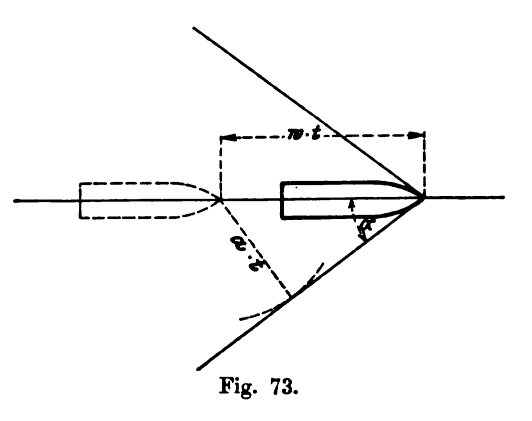


Fig. 73.

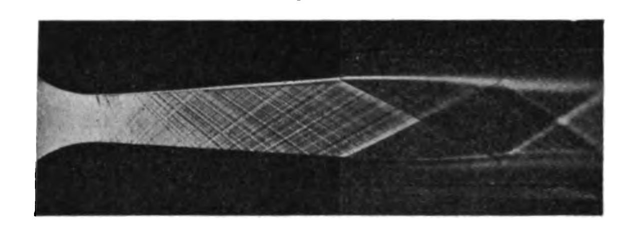
Ähnliche Linienzüge lassen sich auch im Inneren der Düse nachweisen, und sind auf gleiche Weise zu deuten, wie die Verdichtungswelle eines Geschosses. Ist nämlich in Fig. 73 die Geschwindigkeit w des Geschosses größer als die Schallgeschwindigkeit a, so pflanzt sich die von der Spitze O_1 ausgehende Verdichtung als Kugelwelle nur um die Strecke $a\,dt$ fort, während die Spitze um den Betrag $w\,dt$ fortrückt. Es entsteht also ein schiefer Wellenzug, dessen Neigung α der Machsche Winkel heißt und mittelst der Beziehung

$$\frac{a}{w} = \sin \alpha$$

die Geschwindigkeit w aus a zu berechnen gestattet.

Ein Vorsprung im Innern der Düse wird bei Überschallgeschwindigkeit des Dampfes dieselbe Rolle spielen, wie die Geschoßspitze, nur daß hier das Geschoß ruht und die Umgebung sich bewegt. Die Fig. 74, 75 stellen die nach gleicher Methode hergestellten Lichtbilder eines zwischen Glasplatten eingeschlossenen Luftstrahles dar. Der schwarze Hintergrund sind die Düsenseitenwände, der hellere die Umgebung am Austritt. Die mit Grobfeile etwas aufgerauhten Düsenwände haben ein ganzes System von Schallwellenzügen ausgelöst. Sehr deutlich bilden sich die Verdichtungsstöße in den Fig. 76, 77 ab, die in zwei verschiedenen Beleuchtungsarten genommen worden sind. Die Düse wurde hier am Austritt durch vorgeschobene Plättchen verengt, daher die starke Verbreiterung des Strahles im Freien. Die Abschattierung am Rande der Fig. 77 rührt nicht von Druckdifferenzen her, welche bei den fast geradlinigen Stromfäden nicht bestehen konnten; sie bringen vielmehr die Dichteänderung des Strahles infolge Reibung an der Wand zum Ausdruck.

Fig. 74.



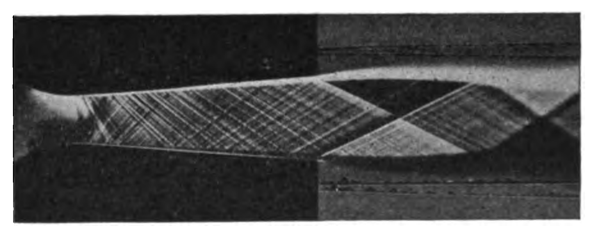


Fig. 75.

Auf diesen von Prandtl geschaffenen Grundlagen fußt die in seinem Labo-

Digitized by Google

ratorium durchgeführte Untersuchung von Th. Meyer[1]) über die Vorgänge beim Strahlaustritt mit Überschallgeschwindigkeit. Ganz besonders anschaulich ist die Untersuchung Meyers über die Vorgänge an der engsten Stelle der Düse, an welcher die Unebenheiten der Wand Schallwellen erst dann aussenden können, wenn die Strömung die Schallgeschwindigkeit erreicht und überschritten hat. Dabei muß der Machsche Winkel anfänglich ein rechter sein und allmählich zunehmen. Dies wird durch das Lichtbild (Fig. 78) aufs schönste bestätigt. Die Abbildung betrifft im übrigen eine vorher auf Grund der Potentialfunktion theoretisch entworfene Strömungsform, die mit der Aufnahme sehr gut übereinstimmt.

Fig. 76.

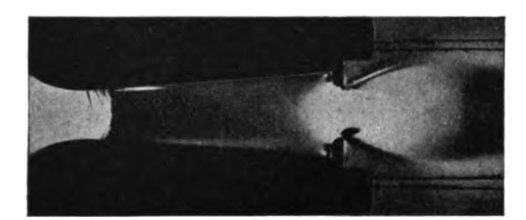


Fig. 77.



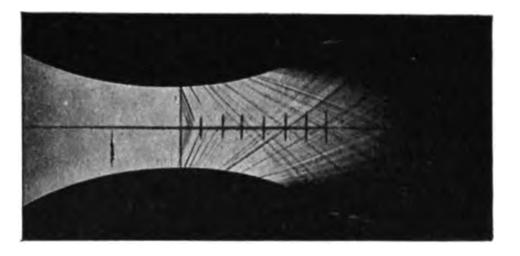


Fig. 78.

Gleichfalls aus Prandtls Laboratorium stammt die Arbeit von E. Magin[2]), in welcher die Machschen Wellenzüge zu einer Auswertung der Reibungsverluste benutzt werden. Magin zeigt, daß die Neigung dieser Wellen von derjenigen, die der reibungsfreien Adiabate entspricht, abweicht, und daß die Abweichung nicht durch die Gegenwart der Luftfeuchtigkeit erklärt werden kann. Für eine Düse von $7{,}3 \times 30$ mm Querschnitt an der engsten und $12{,}8 \times 30$ mm an der Austrittsstelle bei rund 40 mm Abstand dieser Querschnitte, bei einer Expansion von 8,3 kg/qcm auf 1 kg/qcm wird die Einbuße an Geschwindigkeit für Luft zu 1,5 bis 2 v. H. ermittelt. Dies ergibt einen Energieverlust von 3 bis 4 v. H., was mit unseren Angaben in Anbetracht der Kürze der von Magin untersuchten Düse gut übereinstimmt.

So gewinnen diese bewunderungswürdigen Arbeiten, obwohl vor allem physikalisches Interesse bietend, auch für den Techniker hohe Wichtigkeit, da nunmehr alle Zweifel an der Richtigkeit der Grundsätze, auf welchen die Theorie der Strömung aufgebaut ist, als beseitigt gelten müssen.

---

[1]) Mitteil. über Forschungsarbeiten. Berlin 1908. Heft 62.
[2]) Mitteil. über Forschungsarbeiten. Berlin 1908. Heft 62.

Digitized by Google

B. Strömung in krummlinigen Kanälen (Schaufeln).

44. Turbulenz; Verdichtung in der Krümmung.

Die Strömung in den Schaufeln einer Dampfturbine ist wesentlich verwickelter als die in der Düse, da durch die meist scharfe Krümmung sofort starke Wirbel verursacht werden, die Bewegung ist „turbulent". In einen schaufelförmigen Kanal (Fig. 79) wurde bei A durch eine mittlere Abteilung Luft, die durch Verbrennen von Phosphor weißlich gefärbt war, mit rd. 60 m Geschwindigkeit eingeführt. Durch die Seitenabteilungen $B_1 B_2$ strömte reine Luft mit ebenfalls 60 m Geschwindigkeit ein. Der Versuch zeigte, daß sogleich beim Beginn der Krümmung die „Turbulenz" eintrat. Irgendein bestimmtes Teilchen bewegt sich nicht auf einer einfachen, den Umrissen der Schaufel ähnlichen „Stromlinie". Man wird daher dessen eingedenk sein müssen, daß die Masse eines Elementes, das wir uns längs der „mittleren" Stromlinien fortbewegt denken, Teile an Nachbarelemente abgibt und solche von ihnen aufnimmt. Es dürfte indes, wie in der kinetischen Gastheorie auch hier zulässig sein, diesen Einfluß durch einen entsprechenden Ansatz über die Reibung zu berücksichtigen.

Bei sehr engen Kanälen wird man die Formeln für die Strömung in geraden Kanälen anwenden dürfen mit einem durch Versuche zu gewinnenden Ansatz für die Reibungswiderstände.

Bei weiteren Kanälen muß die Verdichtung an der hohlen Schaufelseite in Betracht gezogen werden.

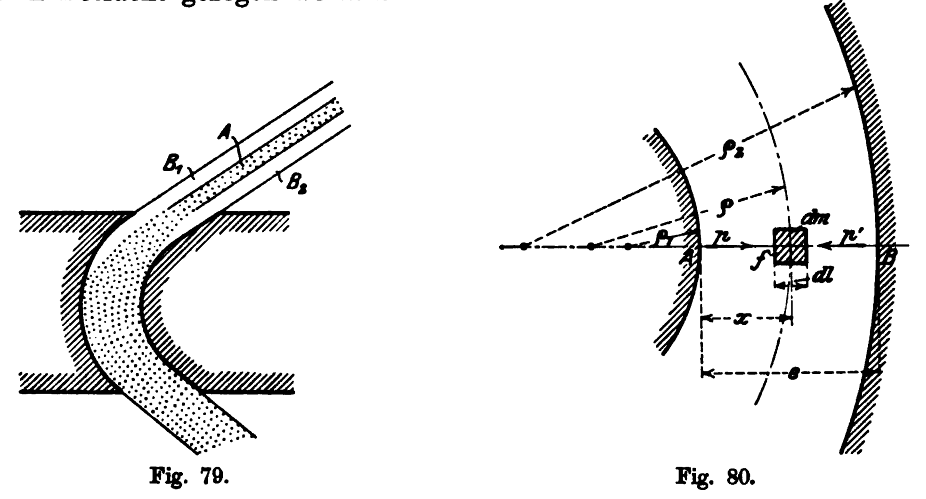


Fig. 79. Fig. 80.

In angenäherter Weise kann diese Verdichtung wie folgt bestimmt werden. Es sei in Fig. 80 ϱ der Krümmungsradius der Bahn des Massenelementes dm; ebenso seien die Krümmungsradien in allen Punkten des Normalschnittes AB bekannt, insbesondere sei der innere Rand nach dem Radius ϱ_1, der äußere nach dem Radins ϱ_2 gekrümmt.

Die Strömung durch diesen Schnitt darf nun unter keinen Umständen als eine „Rotation" aufgefaßt werden, bei der die Geschwindigkeit gegen den Außenrand zunimmt. Schon bei unzusammendrückbarer Flüssigkeit ist (für reibungsfreie Strömung), wie wir später nachweisen, die Geschwindigkeit innen größer als außen. Hier kommt die Verdichtung am Außenrande hinzu, wodurch die Geschwindigkeit dort noch mehr vermindert wird.

Man muß daher zu den allgemeinen Strömungsgleichungen greifen, die sich indes, wenn wir uns auf den Zustand im betrachteten Querschnitt beschränken, wie folgt vereinfachen. Die zentripetale Beschleunigung des Massenteilchens dm ist w^2/ϱ. Die Beschleunigungskraft ist $f(p'-p)$, und so haben wir als erste Grundgleichung für den Beharrungszustand, wenn noch $dm = f dx \mu$ eingesetzt wird

$$\frac{dx f \mu w^2}{\varrho} = f(p'-p),$$

und da $(p'-p)/dx = dp/dx$, so folgt

$$\mu \frac{w^2}{\varrho} = \frac{dp}{dx} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Digitized by Google

Die zweite Grundgleichung liefert das Gesetz der lebendigen Kraft, und zwar wollen wir annehmen, der Zustand vor dem Eintritt in die Leitschaufel sei durch $p_0 v_0$ bedingt, und die Geschwindigkeit w_0 sei $= 0$. Dann gilt

$$\frac{w^2}{2g} = -\int_{p_0}^{p} v\,dp - R.$$

Um das Reibungsglied wegzuschaffen, multiplizieren wir den Ausdruck der Expansionsarbeit mit $\varepsilon < 1$, welche Größe eine Art Wirkungsgrad der Strömung darstellt, so daß die Gleichung

$$\frac{w^2}{2g} = -\varepsilon \int_{p_0}^{p} v\,dp \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

lautet. Wir wollen nun eine Dampfart voraussetzen, für die als Zustandsgleichung

$$p v = k = p_0 v_0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

gelten kann. Dann liefert (2)

$$w^2 = 2 g \varepsilon p_0 v_0 \lg n \frac{p_0}{p} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

und indem wir dies, wie auch $\mu = \gamma/g = 1/gv$ in (1) einsetzen, entsteht nach Trennung der Variablen

$$\frac{dp}{p\,[\lg n\, p_0 - \lg n\, p]} = 2\varepsilon \frac{dx}{\varrho} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Da aber $dp/p = d\,(\lg n\, p)$, so kann (5) mit der einstweiligen Bezeichnung

$$U_0 = \lg n\, p_0; \qquad U = \lg n\, p \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

auch

$$\frac{dU}{U_0 - U} = 2\varepsilon \frac{dx}{\varrho}$$

geschrieben werden, woraus sich durch Integration zwischen den Grenzen $x = 0$ bis $x = e$ oder $\varrho = \varrho_1$ und $\varrho = \varrho_2$

$$\lg n \frac{U_0 - U_2}{U_0 - U_1} = -2\varepsilon \int_{\varrho = \varrho_1}^{\varrho = \varrho_2} \frac{dx}{\varrho} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

ergibt. Man kann daher die Integration allgemein lösen, sofern ϱ als Funktion von x bekannt ist. Angenähert wird man

$$\varrho = \varrho_1 + \beta x, \quad \text{mit } \beta = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{e} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

setzen dürfen, und dies liefert

$$\lg n \frac{U_0 - U_2}{U_0 - U_1} = -\frac{2\varepsilon}{\beta} \lg n \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right) = -\lg n \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right)^{\frac{2\varepsilon}{\beta}}.$$

Von den Logarithmen zu den Zahlen übergehend und den Wert von U einsetzend, erhalten wir

$$\frac{U_0 - U_1}{U_0 - U_2} = \frac{\lg n\,(p_0/p_1)}{\lg n\,(p_0/p_2)} = \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right)^{\frac{2\varepsilon}{\beta}} = \lambda \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

wo λ die abgekürzte Bezeichnung der als Zahlenwert bekannten rechten Seite ist; hieraus endlich

$$\lg n \left(\frac{p_0}{p_1}\right) = \lambda \lg n \left(\frac{p_0}{p_2}\right) = \lg n \left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\lambda}; \text{ oder } \frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\lambda} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Sind die Begrenzungszylinder koaxial, so bedeutet dies $\beta = 1$.

Ist also einer der Randdrücke p_1 oder p_2 bekannt, so kann der andere berechnet werden. Wären das sekundliche Gewicht und die Schaufeltiefe bekannt, so könnte man mit Hilfe der Gleichung der Stetigkeit beide Pressungen bestimmen. Doch ist die Lösung dieser Aufgabe rechnerisch viel zu umständlich, und wir ziehen vor, uns durch den Versuch eine Anschauung der Druckverteilung zu verschaffen.

45. Experimentelle Untersuchung der Druckverteilung.

Das Schema der benützten Vorrichtung ist in Fig. 81 dargestellt. Der Oberteil der Schaufelbegrenzung ist durch einen dicht aufgeschliffenen Bronzeschieber ersetzt, der nach zwei zueinander senkrechten Richtungen durch Schrauben und Handräder bewegt werden kann. Auf diese Weise kann die Meßbohrung mit Manometeranzeige auf irgendeinen Punkt des Kanales hingeschoben und der Druckverlauf ebenso stetig beobachtet werden, wie wir das bei der Düse getan. Da die Strömung in parallelen Ebenen vor sich geht, gilt eine Druckablesung für alle Punkte in einer Vertikalen, was durch Probebohrungen in der unteren Schaufelwand direkt erwiesen wurde.


Digitized by Google

a) Schaufeln für Leitvorrichtungen und Überdruckturbinen.

Fig. 81a stellt den Druckverlauf in einer Leitschaufel gewöhnlicher Art für ein unter dem kritischen gelegenes Druckverhältnis dar. Im Aufriß (Mittelfigur) sind die Drücke in Schnitten aufgezeichnet, die der Ausströmungsfläche parallel gelegt und mit den Schnittlinien (47, 42, 37 usw.) im Grundriß gleichnamig bezeichnet sind. Die seitlichen Aufrißfiguren stellen den Druck in den (römisch I—V numerierten) Normalschnitten dar, und lassen erkennen, daß in der Tat nach der hohlen Seite eine, wenn auch schwache, Verdichtung vorhanden ist. Der Endschnitt Nr. 47 weist in Schaufel A, wie sein muß, atmosphärischen Druck auf. In Schaufel B ist am Rande ein Überdruck wahrnehmbar, der indessen in nicht ganz richtiger Einstellung seinen Grund haben dürfte. Da wir uns unter der Schallgeschwindigkeit befinden, kann in der Tat ein Druckunterschied in der Mündung gegen die Umgebung nicht bestehen. Damit ist auch die Frage beantwortet, ob die Verdichtung als solche die Ausflußmenge ändern kann. Dies findet nicht statt, der Zentrifugaldruck gleicht sich vor der Mündung aus.

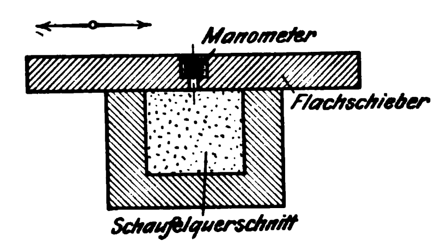


Fig. 81.

Fig. 81a.

Ganz anders ist das Bild, wenn das Ausströmen nicht in den freien Raum erfolgt wie oben, wenn vielmehr Laufschaufeln dem Leitrad gegenüberstehen. Wie in Fig. 81b erkennbar ist, expandiert der Dampf zu tief, obwohl die (nach zwei Seiten offene) Spaltweite 3 mm betragen hat, und obwohl auf der linken Seite der Strahl sogar gegen die Kante stößt. Der Spalt bildet also gewissermaßen

Digitized by Google

eine **Erweitung** und veranlaßt eine Druckverminderung, die ein **Ansaugen** der Laufschaufeln zur Folge hat, über die wir noch weiter unten zu berichten haben werden.

Im Grundriß der Fig. 81a sind endlich Horizontalschnitte durch den „Druckkörper“, d. h. Linien gleichen Druckes (von 0,1, 0,2, 0,3, 0,4 Atm. Überdruck), eingezeichnet, welche das Sinken der Pressung besonders deutlich zu erkennen gestatten.

Ähnlich dürfte der Druckverlauf in der Schaufel der Überdruckturbine beschaffen sein, die gleiche Form besitzt und mit ähnlich kleinen Druckunterschieden zu arbeiten pflegt.

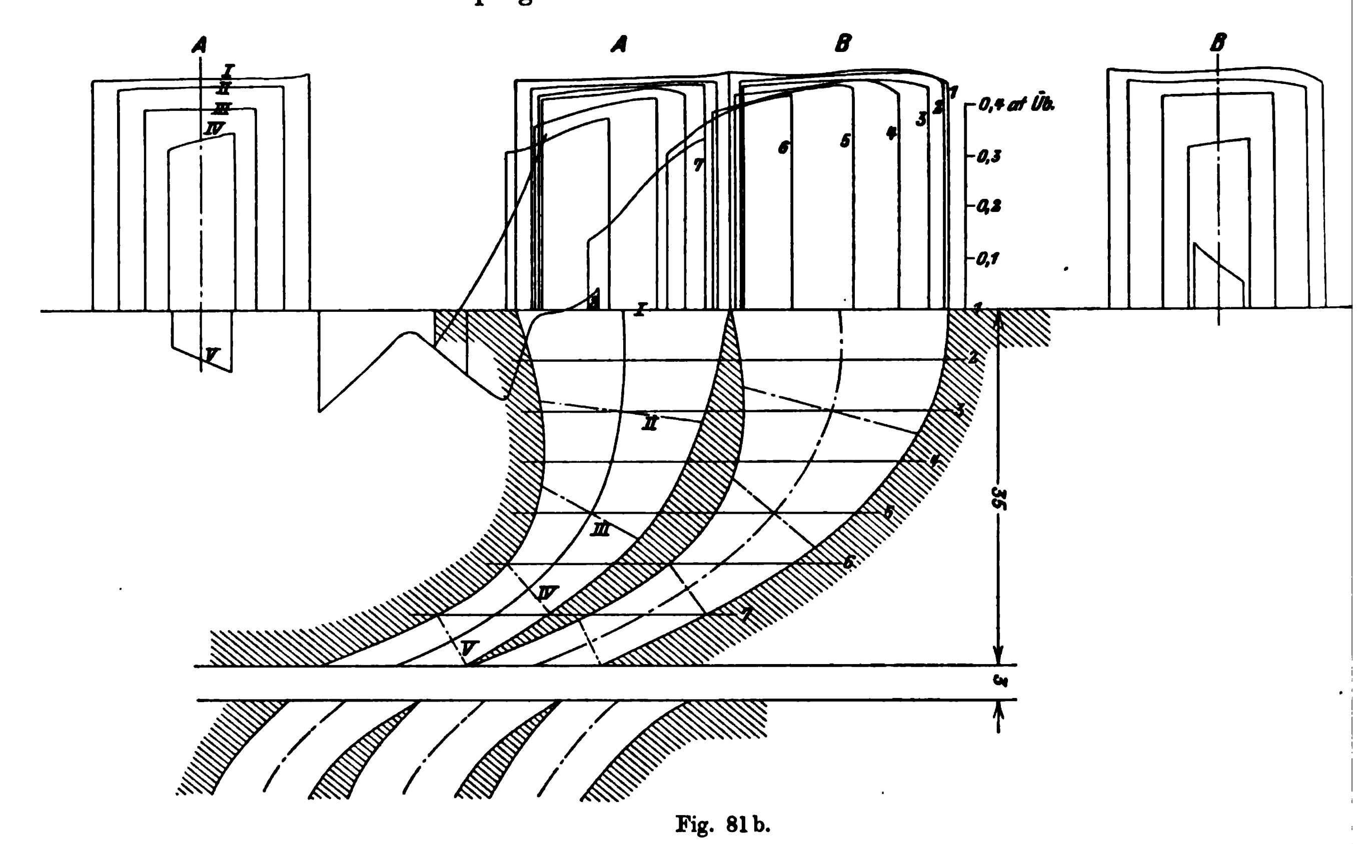


Fig. 81b.

b) Mit Überdruck arbeitende Düse als Leitvorrichtung.

Die **Curtisturbine** benutzt Düsen, die nicht bis auf den Gegendruck der zugehörigen Stufe expandieren, und es schien daher von praktischer Wichtigkeit, festzustellen, welche Vorgänge sich bei dieser **Überdruckdüse** abspielen. Fig. 82 enthält die topographische Druckdarstellung, d. h. die Linien gleichen Druckes, wobei vor der Düse 11 kg/qcm abs. und 240° C Temperatur herrschte. Die eingeschriebenen Zahlen bedeuten absolute Drücke. Links ist ein Längenschnitt angefügt. Die Figur läßt erkennen, daß das Druckgefälle im Inneren der Düse infolge des schiefen Einlaufes nicht genau den Normalschnitten folgt. Das meiste Interesse beansprucht der Verlauf an der **schiefen** Mündung, in welcher sich die Drucklinien allmählich dem Endquerschnitt parallel stellen, und wie ersichtlich, erst in etwa 6 mm Entfernung hiervon auf den Druck der Umgebung, d. h. 1 kg/qcm abs., expandieren, während im Endquerschnitt 2 kg/qcm abs. herrschen. Es hängt also ganz von der Spaltweite ab, ob sich der Überdruck in die Schaufel

Digitized by Google

fortpflanzt; doch wird die Druckverteilung, wie wir weiter unten besprechen, durch die Laufschaufeln stark beeinflußt.

Wie feinfühlig die Dampfströmung auf alle Umstände reagiert, wird hier durch die auffallende Erscheinung bewiesen, daß der Enddruck der Expansion bei Z nicht dem Verhältnis dieses Quer-

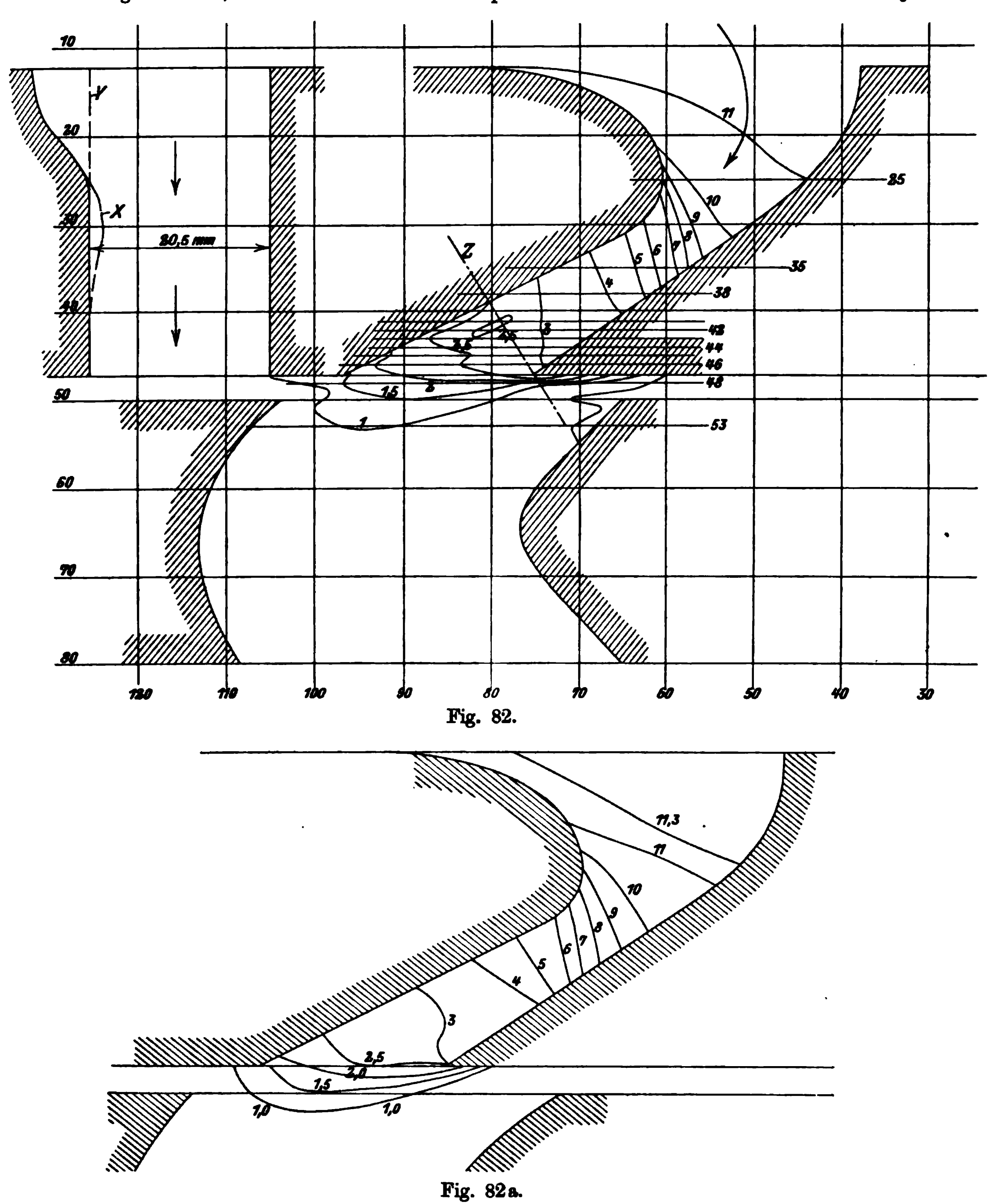


Fig. 82.

Fig. 82a.

schnittes zum minimalen Querschnitt entspricht, vielmehr zu tief ist. Die Erklärung wurde bald in der Kontraktion gefunden, die sich hinter der Hohlkehle bei X ausbildet. Schon die geringe Krümmung der Dampfbahnen an dieser Stelle, obwohl die Geschwindigkeit verhältnismäßig klein ist, genügte zu einer Strahlablösung. Indem man die Hohlkehle, wie bei Y punktiert wurde, ausfüllte, ergab sich in der Tat sofort das Strömungsbild Fig. 82a, das der Theorie genügend genau entspricht.

Digitized by Google

c) Schaufel für Gleichdruckturbinen.

Der Dampf strömt der Schaufel mit überall gleichmäßiger Geschwindigkeit und unter demselben Druck zu, der am Ausflußende herrscht. Die Vorgänge in der Schaufel sind wesentlich verschieden, je nachdem ob wir mit **Überschallgeschwindigkeit** eintreten oder nicht. Im ersten Fall führt man die Schaufel häufig als Kanal mit überall gleichem Querschnitt aus, wobei wie im geraden

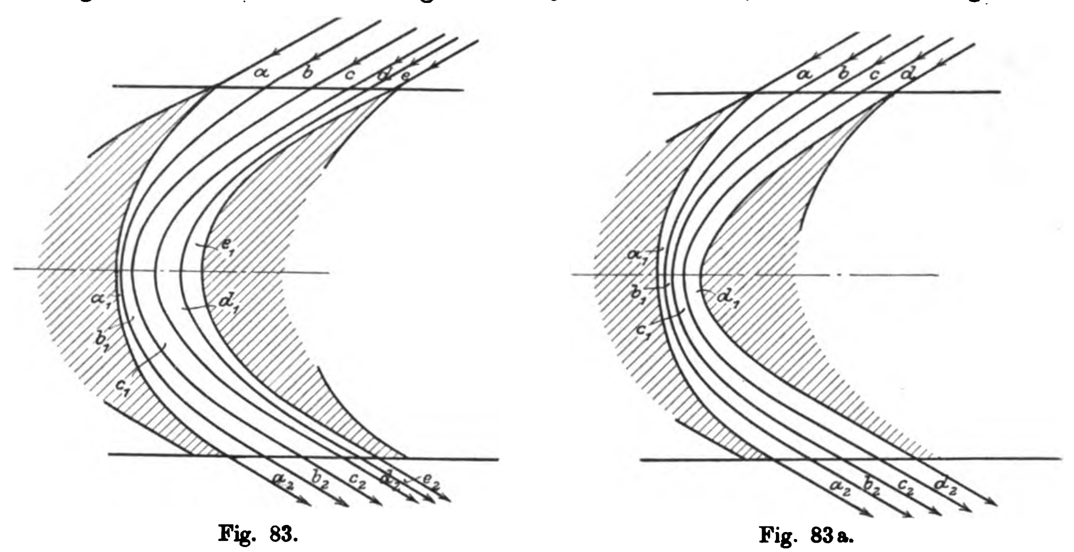


Fig. 83. Fig. 83a.

Rohr infolge der Reibung eine gegen das Schaufelende wachsende Verdichtung zu erwarten sein wird, die zwar beim Austritt sofort ausgeglichen wird, aber eine Abflußgeschwindigkeit erzeugt, die kleiner ist, als die Eintrittsgeschwindigkeit. Zu diesem Druckunterschied kommt nun die zentrifugale Verdichtung hinzu, die die Dampfbahnen an der hohlen Stelle stark zusammendrängt (Fig. 83), während bei e_1, d_1 wahrscheinlich eine Verdünnung stattfindet, von der man vielfach annimmt, daß sie mit

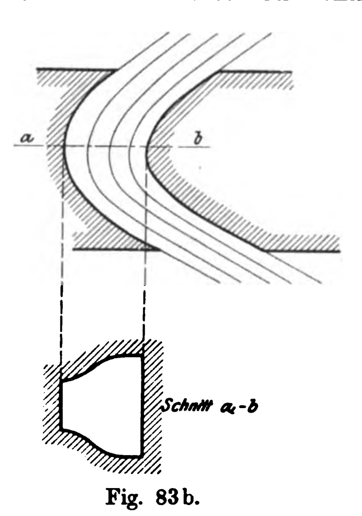


Fig. 83b.

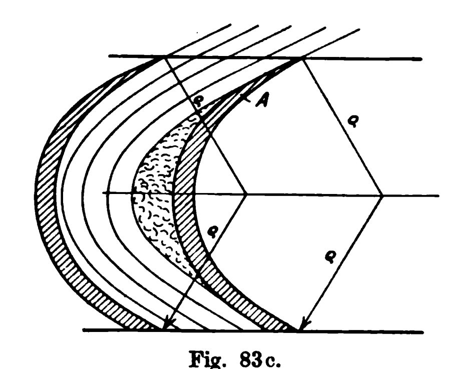


Fig. 83c.

Verlusten verbunden ist. Man hat daher die eingeschnürte Schaufelform Fig. 83a vorgeschlagen, der man den Namen „Übergrenzschaufel" beilegen könnte. Recke[1]) will die Einschnürung — um dem Schaufelrücken entlang konstanten Druck zu erzielen — durch geeignete Formgebung der Seitenwände (Fig. 83b) ersetzen. Im großen ganzen behauptet sich in der Praxis die aus Blech von

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1906, S. 262.

Digitized by Google

gleicher Dicke gebogene, mit zugeschärftem Rand versehene Schaufel (Fig. 83c), die in der Mitte eine Erweiterung aufweist. Obwohl es wahrscheinlich ist, daß sich der Dampfstrahl vom Schaufelrücken bei A loslöst und einen Wirbelraum bildet, so sind doch nach Mitteilungen von verschiedenen Seiten die Verluste dieser Schaufel, zumindest bei niederen Drucken ($<$ 2 Atm.), überraschenderweise kleiner als die der Grenzschaufel, während die „Übergrenzschaufel" ganz schlechte Ergebnisse liefert.

Betrachten wir nun eine Schaufel mit Unterschallgeschwindigkeit, so ist vor allem zu betonen, daß der Schaufelkanal nicht mehr mit überall gleichem Querschnitt ausgeführt werden darf, wenn man Überdruck vermeiden will. — Denn in diesem Falle muß ein Druckgefälle im Sinne der Strömung vorhanden sein. Man kann wohl den Druck auf beiden Seiten des Rades ausgleichen, indem man die Laufräder mit weiten Bohrungen versieht, doch wird ein Teil des Dampfes im Spalte als Undichtheit verloren gehen. Daher ist es günstiger, ohne jeden

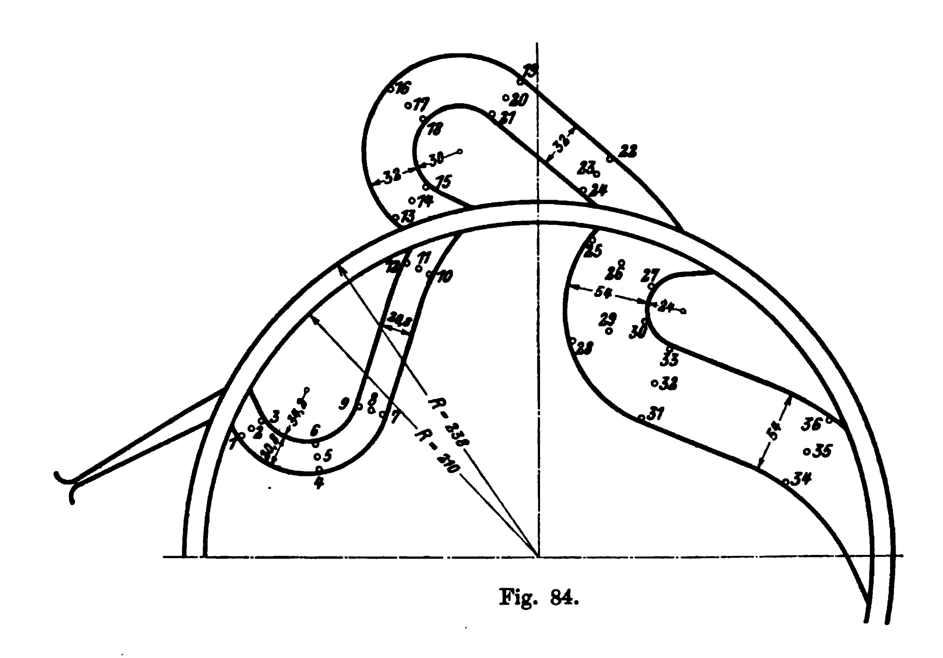


Fig. 84.

Überdruck zu arbeiten, indem man die Schaufel derart erweitert, daß sie ähnlich wirkt wie die früher beschriebene Düse für konstanten Druck (abgesehen natürlich von der unvermeidlichen Verdichtung auf der hohlen Seite).

Dank dem Entgegenkommen der Gesellschaft für elektrische Industrie in Karlsruhe war ich in der Lage, an einer in Betrieb befindlichen „Elektra"-Turbine die Druckverhältnisse bei Überschallgeschwindigkeit durch Beobachtung festzustellen.

Diese Turbine arbeitet mit Düsen, in welchen der Dampf bis nahezu auf Kondensatorspannung expandiert. Nachdem er das Rad in radialer Richtung einmal durchströmt hat, wird er durch einen Umleitkanal gefaßt und wieder aufs Rad geleitet. Dies wiederholt sich dreimal, wie die schematische Fig. 84 zeigt. An den mit Punkten bezeichneten Stellen wurde der Druck mittelst Quecksilbermanometer gemessen. Die Beobachtungen sind für „Überlast" in Fig. 85, für „schlechtes Vakuum" in Fig. 86 zusammengetragen. Außerdem gibt Fig. 87 eine körperliche Darstellung der Spannungen. Durch Vermerke ist angegeben, ob sich die Spannungen auf die Mitte des Kanales, oder auf seine hohle Seite, oder auf den „Schaufelrücken" beziehen. Die Abszisse bildet die Länge des wirklichen Dampfweges. Da, wo der Dampf die Laufschaufel durchsetzt, ist in der Figur eine Verdickung angebracht. Die Umleitkanäle haben je konstanten Querschnitt.

Digitized by Google

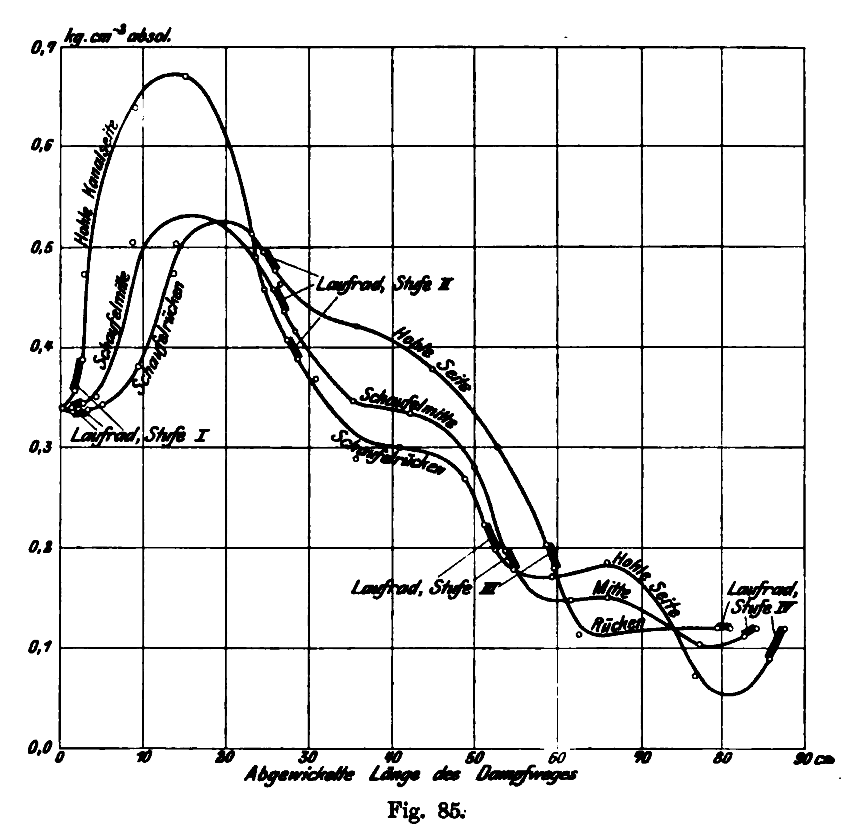


Fig. 85.

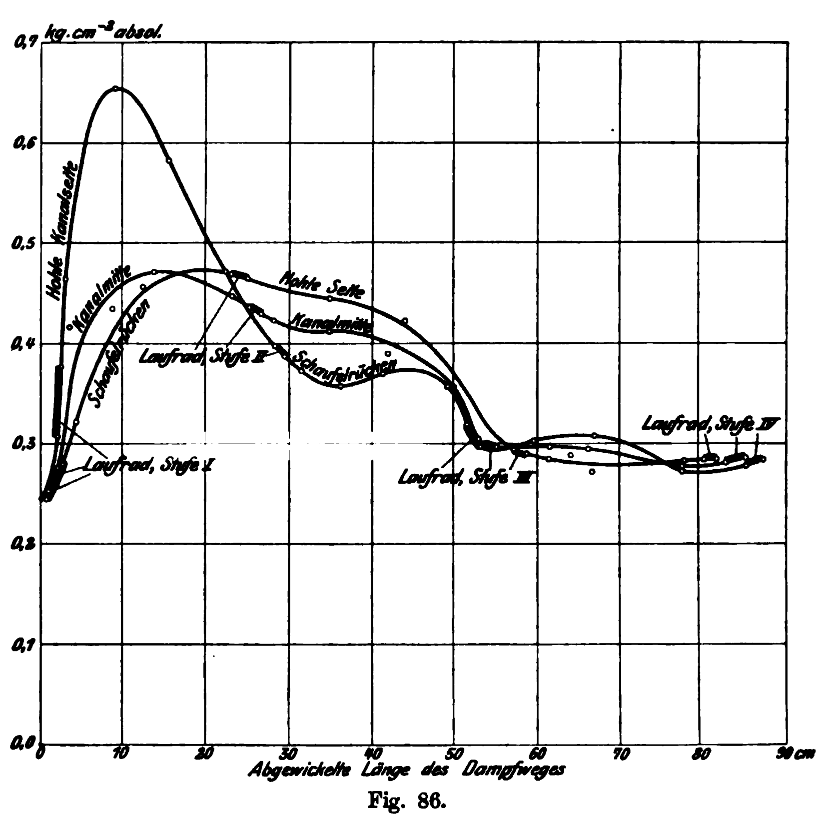


Fig. 86.

Digitized by Google

Es zeigt sich, daß die von der Theorie geforderte Verdichtung sowohl an der hohlen Seite als auch in Richtung der Strömung, soweit Überschallgeschwindigkeit herrschte, sich deutlich ausprägt. Beispielsweise expandierte man bei Überlast auf etwa 0,34 kg/qcm abs. und erhielt am Ende des ersten Umleitkanales im ganzen Querschnitt rund 0,5 kg/qcm, auf der hohlen Kanalseite aber, in der stärksten Krümmung fast 0,7 kg/qcm. Im zweiten Kanal, in welchem keine Überschallgeschwindigkeit mehr vorhanden ist, zeigt sich stetiger Abfall in Richtung der Strömung, indes Druckverschiedenheit auf der hohlen und der vollen Schaufelseite.

Der Druckverlauf bei Überschallgeschwindigkeit in der normalen Schaufel wurde mit Hilfe der oben beschriebenen Vorrichtung in Verbindung mit der Überdruckdüse ermittelt und in Fig. 88 dargestellt. Von den drei mit mäßig verdicktem Steg ausgeführten Schaufeln erhält die mittlere einen vollen Dampfstrahl, die linksstehende ist teilweise, die rechtsstehende gar nicht beaufschlagt.

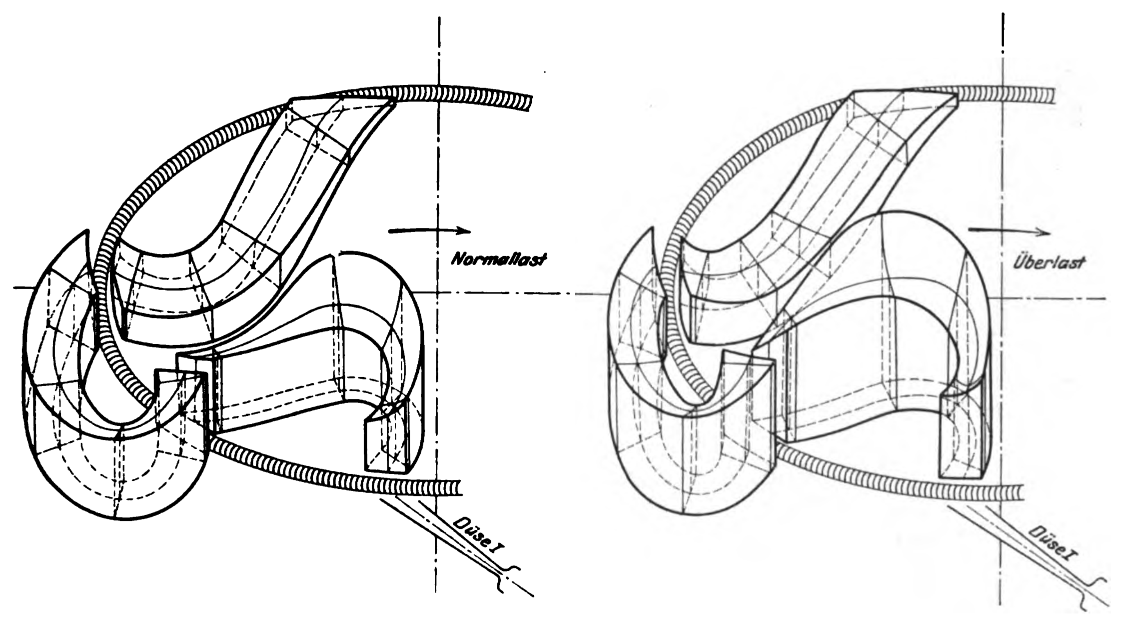


Fig. 87.

Der Druckverlauf im Innern der Düse erscheint, wie zu erwarten, wenig verändert, und zwar besaß der Einlauf eine Hohlkehle wie oben bei X, hingegen sind die Druckverhältnisse im Spalt wesentlich andere.

Im Inneren der mittleren Schaufel konnte mit jeden Zweifel ausschließender Sicherheit eine Verdichtung bis auf 7,5 kg/qcm abs. beobachtet werden, ein gewiß unerwartetes Resultat, welches indes gestützt werden kann durch die theoretische Untersuchung des Verdichtungsbetrages.

Der Anfangszustand des Versuches war $p_0 = 11$ kg/qcm abs., $t_0 = 220^0$ C. An einem Abklatsch der wirklichen Schaufel fanden wir $\varrho_1 = 7{,}5$ mm, $\varrho_2 = 10{,}5$ mm, $e = 10$ mm. Ferner ist nach Beobachtung am Innenrand $p_1 = 2{,}5$ kg/qcm abs., $p_2 = 7{,}5$ kg/qcm abs. Wir erhalten demnach gemäß Formel (10), Abschn. 44

$$\lambda = \frac{\lg (p_0/p_1)}{\lg (p_0/p_2)} = 3{,}86. \quad \text{Hieraus nach Gl. (9)} \quad \frac{2\varepsilon}{\beta} = \frac{\lg \lambda}{\lg (\varrho_2/\varrho_1)} = 4{,}02.$$

Da aber $\beta = (\varrho_2 - \varrho_1)/e = 0{,}30$ beträgt, so folgt der „Wirkungsgrad“

$$\varepsilon = 0{,}60.$$

Digitized by Google

Dies ist ein Wert, dem bei der sehr vereinfachten Zustandsgleichung, die wir vorausgesetzt haben, genügende Wahrscheinlichkeit zukommt.

Rechnen wir nun nach Gl. (4), Abschn. 44, die Geschwindigkeiten aus, so ergibt sich mit $v_0 \sim 0{,}192$ cbm/kg an der Außenseite

$$w_2 \cong 310 \text{ m/sek},$$

an der Innenseite

$$w_1 \cong 610 \text{ m/sek}.$$

Bei adiabatischer Expansion wäre w_1 etwa 740 m/sek und am Düsenaustritt nahezu 800 m/sek. Infolge der starken Verdichtung erhalten wir daher **an der Innenseite eine doppelt so hohe Geschwindigkeit, als an der Außenseite.**

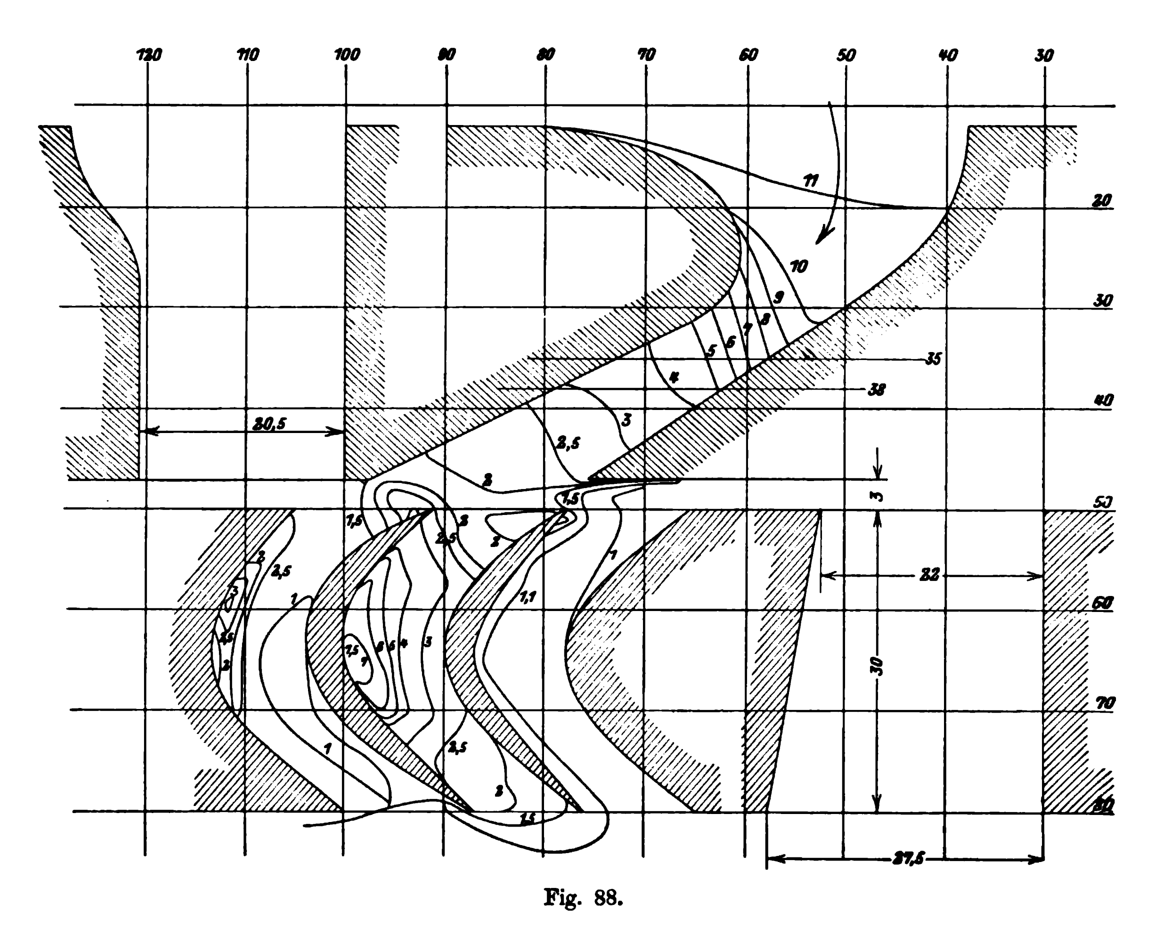


Fig. 88.

Es ist natürlich die Möglichkeit offen zu halten, daß sich der Strahl im Inneren des Kanales vom Schaufelrücken ablöst, was aber bei dem in der Krümmung der Quere nach vorhandenen starken Druckgefälle kaum in weitgehendem Maße vorkommen dürfte. Der Unterschied der Geschwindigkeiten bleibt auch dann bestehen und erzeugt in der ganzen Strahlmasse schärfste Wirbelung mit entsprechendem Verlust an kinetischer Energie. Hier ist wohl **der Hauptgrund der „Schaufelreibung“ zu suchen,** und wir erkennen, wie sehr **die Krümmung der Schaufel,** wenn übermäßige Verdichtung vermieden werden soll, **der Dampfgeschwindigkeit angepaßt** sein sollte.

Digitized by Google

46. Die Reibungsverluste in Schaufelkanälen.

Die Reibungsarbeit für 1 kg der strömenden Flüssigkeit auch in krummen Kanälen wird in der Hydraulik nach Formel

$$R = \zeta \frac{U}{4F} \frac{w^2}{2g} l$$

beurteilt, wo F den Inhalt,
U den Umfang des Kanalquerschnittes,
l die Länge

bedeuten. Der Widerstandskoeffizient ζ ist für den Kreisquerschnitt durch Versuche bestimmt worden, was aber für uns belanglos ist, da unsere Kanäle ohne Ausnahme länglich rechteckigen Querschnitt besitzen, ferner hängt ζ in Wirklichkeit vom spezifischen Gewicht und der Geschwindigkeit ab, und endlich ist der Querschnitt unserer Kanäle in den meisten Fällen, die Geschwindigkeit immer veränderlich, so daß die Reibungsarbeit als Integral

$$R = \int \zeta \frac{U}{4F} \frac{w^2}{2g} dl$$

ermittelt werden müßte, wobei sich ζ als eine sehr verwickelte Abhängige der Kanalform, der Abmessungen usw. darstellen würde.

Man hat sich daher bis jetzt mit einer Gesamtschätzung des Widerstandes begnügt, indem man die am Schaufelaustritt vorhandene kinetische Energie mit derjenigen vergleicht, die bei gleichem Druckgefälle und reibungsfreier adiabatischer Zustandsänderung in der Schaufel vorhanden wäre. Der Unterschied ist der „Energieverlust".

Bei Gleichstromturbinen hat sich ein noch einfacherer Wert: das Verhältnis der tatsächlichen Geschwindigkeit zur theoretischen oder der „Geschwindigkeitskoeffizient" eingebürgert.

Briling versucht in seiner unten angeführten Arbeit den Reibungsverlust zu trennen in

Kantenwiderstand, der der Wirbelbildung an der Kante beim Eintritt entspricht,

Reibungswiderstand, als Arbeit der Reibungskräfte den Kanalwänden entlang,

Krümmungswiderstand, der durch die Umlenkung der Strahlrichtung allein bedingt wäre.

Die Schwierigkeit, eine Trennung dieser Art korrekt durchzuführen, liegt in der großen Verschiedenheit der Geschwindigkeiten an der Innen- und Außenseite des Kanales, die wir vorhin durch den Versuch nachgewiesen haben.

Versuche über die Reibungsverluste in Schaufeln.

Die ersten systematischen Versuche über Schaufelreibung stammen wohl von Rateau her, der ein geradliniges Kranzstück in freier Luft an einer Wage befestigte und die durch einen Dampfstrahl ausgeübte, in die Richtung des Umfanges fallende Druckkomponente wog.

Um bei beliebigen Dampfdrücken arbeiten zu können, benutzt der Verfasser die in Fig. 89, 90 dargestellte Vorrichtung.

Diese besteht aus einem geschlossenen Hohlgefäß, in welchem zur Aufnahme der Laufschaufeln ein in kardanischer Aufhängung festgemachter Rahmen untergebracht ist. Die Reibung der Körnerspitzen wird durch die Erschütterungen unschädlich gemacht. Zweck der zwei zueinander senkrechten Drehachsen ist die gleichzeitige Ermittelung der Umfangskomponente und des Axialdruckes der Dampfreaktion. Zu diesem Behufe greifen am Rahmen eine senkrechte und eine wagerechte Federwage an. Der Rahmen bewegt einen leichten Zeiger, der jede Verschiebung mit 10facher Übersetzung anzeigt und mittels festgelegter Marke, welche durch zwei Glasfenster beobachtet werden kann, den Rahmen auf genau denselben Punkt sowohl in der Lot- wie in der Wagerechten einzustellen gestattet. Nachdem die in der Nullstellung vorhandene Federspannung des unbelasteten Rahmens notiert ist, läßt man Dampf eintreten und führt den Rahmen in die Nullstellung zurück.

Digitized by Google

Der Unterschied der Federspannungen gibt die ausgeübten Kräfte, und auf diese Weise werden die tangentiale und die axiale Komponente T und A der „Gesamtreaktion" des Dampfes gemessen (Fig. 90a).

Später wurde die gleiche Bombe zur Aufnahme einer zweiten Meßvorrichtung umgebaut, bei der nur die Umfassungskomponente des Druckes gemessen wurde, daher die bewegliche Schaufel nur eine Parallelogrammführung erhielt, und alle Drehachsen mit gehärteten Stahlschneiden versehen waren. Der Druck konnte durch Wägung sehr genau bestimmt werden.

Beide Vorrichtungen waren zur Prüfung von Gleichdruckschaufeln bestimmt, daher angenommen wurde, daß bei genügender Spaltbreite die Pressung vor und nach der Schaufel die gleiche ist. Alsdann läßt sich der Schaufelverlust wie folgt berechnen.

Aus der sekundlichen Dampfmasse M, die man beobachtet, und aus dem Dampfdruck vor und hinter der Leitschaufel kann mit der theoretischen Geschwindigkeit w_0 auch der „theoretische" Druck auf die Laufschaufel

$$P_0 = 2 M w_0 \cos\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

in tangentialer Richtung für die reibungslose Strömung berechnet werden (wobei α der in unseren Versuchen gleiche Ein- und Austrittswinkel an der Laufschaufel ist).

In Wirklichkeit ist die Geschwindigkeit am Austritt aus dem Leitrad

$$w_1 = \varphi w_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und im Laufrad findet eine weitere Verminderung auf

$$w_2 = \varphi w_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

statt, wo φ und ψ „Geschwindigkeitskoeffizienten" bedeuten.

Der wirkliche Schaufeldruck wird hiernach

$$P = M (w_1 + w_2) \cos\alpha = M \varphi (1 + \psi) w_0 \cos\alpha \quad (4)$$

mithin erhalten wir durch Division von (4) und (1)

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\varphi (1 + \psi)}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Ist φ bekannt, so kann obige Gleichung zur Berechnung von ψ benutzt werden.

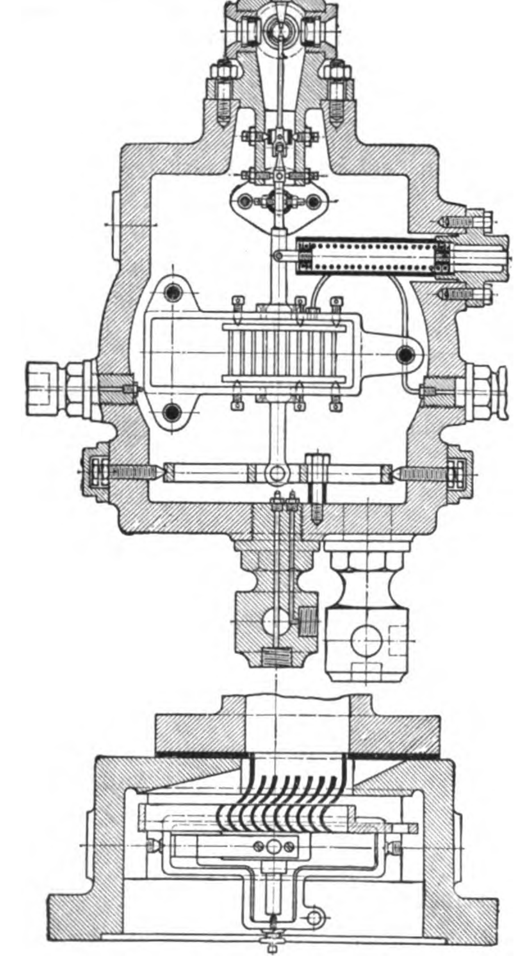


Fig. 89/90.

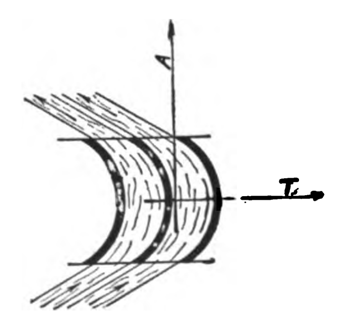


Fig. 90a.

Wünscht man mit den Widerstandskoeffizienten, wie sie die Hydraulik definiert, zu rechnen, so muß die Reibungsarbeit in Teilen der lebendigen Kraft am Austritt aus der Schaufel dargestellt werden. Statt der wirklichen Reibungsarbeit nehmen wir angenähert wie bei der Düse den kinetischen Energieverlust und schreiben für das Leitrad

$$\frac{w_0^2 - w_1^2}{2g} = \zeta_1 \frac{w_1^2}{2g}, \quad \text{woraus} \quad \zeta_1 = \frac{w_0^2 - w_1^2}{w_1^2} = \frac{1}{\varphi^2} - 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

folgt. Ähnlich gilt für das Laufrad

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = \zeta_2 \frac{w_2^2}{2g} \quad \text{und} \quad \zeta_2 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{w_2^2} = \frac{1}{\psi^2} - 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$


Digitized by Google

Rateau benützt neuerdings[1]) ein Verfahren, das die Messung der Dampfmenge entbehrlich macht. Man bestimmt zunächst P in der oben beschriebenen Anordnung. Hierauf wird die Laufschaufel mit der Leitvorrichtung fest verbunden und eine zweite, ganz gleiche Schaufelgruppe verkehrt aufgestellt, so daß der Dampf, der die feststehende Schaufel verläßt, stoßfrei in dieselbe eintritt. Der auf diese ausgeübte Umfangsdruck P' wird gewogen. Hier ist

$$P = M(w_1 + w_2)\cos\alpha = M(1+\psi)\,w_1\cos\alpha,$$
$$P' = M(w_1 + w_2)\cos\alpha = M(1+\psi')\,w_2\cos\alpha.$$

Rateau setzt $\psi' = \psi$, was für kleine Abweichungen wohl gestattet ist, und findet durch Division

$$\frac{P'}{P} = \frac{w_2}{w_1} = \psi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Lewicki[2]) bestimmt den Druck des freien Dampfstrahles auf eine senkrecht getroffene ebene Platte und rechnet hieraus und aus der sekundlichen Masse M die Geschwindigkeit w_1. Unter der Annahme, daß nach der Ablenkung am Scheibenrande die Geschwindigkeit in die Richtung der Scheibenebene fällt, und daß Saugwirkungen auf der Vorder- oder der Rückseite der Scheibe vermieden werden, ist

$$P = M w_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Dieselbe Methode benützt **Briling**[3]) und mißt zunächst die Eintrittsgeschwindigkeit w_1, hierauf nach Zwischenschaltung der Schaufel, indem die Platte in den abfließenden Dampfstrom gehalten wird, w_2.

Bánki[4]) läßt den Umfangsdruck durch einen Indikator aufzeichnen (Fig. 91) und zwar zunächst für die normale Schaufel, so daß

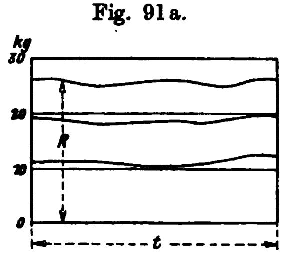
$$P = M(w_1 + w_2)\cos\alpha = M(1+\psi)\,w_1\cos\alpha$$

wird; dann für die vordere Hälfte der entzweigeschnittenen Schaufel allein, was

$$P' = M w_1 \cos\alpha \quad \text{und durch Division} \quad \psi = \frac{P}{P'} - 1 \quad . \quad (10)$$

ergibt. Die Umfangskraft der ruhenden Schaufel hängt von der Lage der Laufstege gegen die Leitstege ab und kann nach den Versuchen von **Bánki** (Fig. 91a) um 30 v. H. verschiedene Werte ergeben.

Fig. 91a.



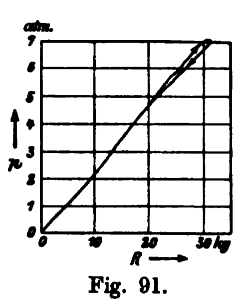


Fig. 91.

Der einzige Weg, um die richtigen Mittelwerte des Verlustes zu ermitteln, ist der Versuch mit bewegten Schaufeln, und wohl alle größeren Turbinenbauanstalten sind mit den erforderlichen kostspieligen Vorrichtungen ausgestattet. Es ist begreiflich, daß man die Ergebnisse geheim hält, und daher dankenswert, daß G. **Huguenin** die in Oerlikon gewonnenen Versuchswerte veröffentlicht hat.[5]) Im übrigen hat die Praxis zu umfassenden Versuchsreihen wenig Zeit, — und so behalten die Versuche mit festen Schaufeln, wennschon sie nur Vergleichszahlen liefern können, ihren Wert.

Die auf die Größe des Reibungsverlustes Einfluß übenden Größen sind offenbar

1. die Form und die Abmessungen des Schaufelkanales und des Steges, also die Länge, Breite und Dicke des Dampfstrahles, seine Krümmung und seine Erweiterung;
2. der Dampfzustand, d. h. der Druck oder das spezifische Gewicht und die Temperatur oder der Grad der Dampfnässe und die Dampfgeschwindigkeit.

Diese Aufzählung genügt, um begreiflich zu machen, daß wir von einer vollständigen Lösung noch weit entfernt sind. Daher weisen auch die nachfolgend besprochenen Versuchsergebnisse mannigfaltige Widersprüche auf.

a) Leitradschaufeln.

Eine Leitvorrichtung mit aus Blech von 1 mm Dicke hergestellten Schaufeln, 90° Eintritt-, 30° Austrittwinkel, 10 mm Teilung und 20 mm radialer Schaufel-

[1]) M. A. **Rateau**, Mode de calcul des turbines à vapeur, Paris, Gauthier-Villars. 1909.
[2]) Mitteil. üb. Forschungsarb., Heft 12.
[3]) Mitteil. üb. Forschungsarb., Heft 68.
[4]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1906, S. 6.
[5]) Mitteil. d. physik. Gesellsch. Zürich. Heft 12. 1907.

Digitized by Google

länge, wurde im Laboratorium des Verfassers bei Gegendrücken von 1, 2 und 5 Atm. abs. und steigenden Anfangsdrücken, aber stets unterhalb der Schallgeschwindigkeit untersucht und als Wert des Geschwindigkeitskoeffizienten

$$\varphi = 0{,}96 - 0{,}95$$

ermittelt. Mit wachsender Geschwindigkeit scheint φ abzunehmen. Der Einfluß des spezifischen Gewichtes ist nicht deutlich ausgesprochen.

Huguenin[1]) kam zu Ergebnissen, die man angenähert durch die Formel

$$\varphi = 1 - \left(\frac{c_1}{1500}\right)^2 \gamma$$

wiedergeben kann, wo c_1 die Ausströmgeschwindigkeit m/sek und γ das spezifische Gewicht kg/cbm vor der Leitschaufel bedeuten.

b) Die Überdruckschaufel.

Die Überdruckschaufel unterscheidet sich von der Leitschaufel durch die viel kleinere Teilung, die entsprechend größere Reibung im Gefolge haben dürfte.

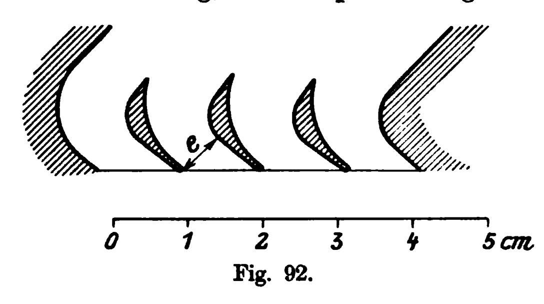


Fig. 92.

Um den Widerstandskoeffizienten zu ermitteln, sind einige Versuchsreihen mit der in Fig. 92 abgebildeten Schaufelform durchgeführt worden. Die Schaufeln hatten rund 16 mm Länge; der Querschnitt wurde mit der lichten Weite e, die in einer Spitze nach der Nachbarschaufel normal gezogen war, gerechnet. Aus der beobachteten Dampfmenge, der Temperatur an der Schaufel und dem Druckunterschied kann bei verschieden groß angenommenem Reibungsverlust die Geschwindigkeit, und unter Voraussetzung gleichmäßigen Zustandes im Austrittsquerschnitt der rechnungsmäßige Querschnitt bestimmt werden. Dieser ist im Verhältnisse $\tau : 1$ enger als der wirkliche, und zwar ergab sich τ wie folgt:

Angenommener Energieverlust in Teilen des adiabatischen Gefälles =	0	0,05	0,10	0,16
Verhältnis des rechnungsmäßigen Querschnittes zum wirklichen τ =	0,90	0,932	0,962	1,00

Wird der Querschnitt ganz ausgefüllt, so wäre hiernach der Energieverlust 16 v. H., (bei zunehmender Ausströmgeschwindigkeit scheint der Verlust zuzunehmen). Doch vermuten wir, daß der Strahl sich bei der gewählten großen Teilung teilweise ablöst, wie auch durch die später zu besprechenden Versuche an Überdruckturbinen nahegelegt wird. Zur vollständigen Klarlegung sind weitere Untersuchungen erforderlich.

Im übrigen werden die Verhältnisse in der Wirklichkeit infolge der Undichtheit durch den stets vorhandenen Spalt wesentlich verwickelter und sollen bei der Besprechung der Überdruckturbine behandelt werden.

c) Gleichdruckschaufeln bei Unterschallgeschwindigkeit.

1. Verhältnis der Strahldicke zum Krümmungsradius. Beste Teilung.

Ist die Strahldicke zu klein, so werden die Kantenstöße und die Reibung an den Wänden überwiegen und die Verluste erhöhen. Machen wir die Strahldicke zu groß, so werden die an der Schaufelrückseite vorbeiströmenden Dampfteilchen nicht vollständig abgelenkt, wir erreichen den gewollten Austrittswinkel nicht mehr, und die Wirbelung an der hohlen Schaufelseite im Strahlinneren wird zu groß. Nach Briling treten die besten Verhältnisse auf, wenn die

Strahldicke gleich dem halben mittleren Krümmungsradius

---

[1]) a. a. O.

Digitized by Google

gemacht wird. Die von **Briling** benützten Schaufeln hatten die in Fig. 93 abgebildete Form, d. h. sie waren mit konstanter Stegdicke ausgeführt, daher theoretisch der Krümmungsradius der Bahnen überall derselbe ist. Es wurden untersucht 4 Schaufeln mit $\alpha = 30^\circ$; $b = 10, 15, 20, 25$ mm und der Stegstärke $s = 2, 2,5; 3,3$ mm. Außerdem 4 Schaufeln mit konstantem $r = 11,6$ mm und $\alpha = 20, 30, 40, 50^\circ$. Leider war die axiale Länge der Schaufeln überall 25 mm, während die Düsen runden Querschnitt und höchstens 12 mm Durchmesser besaßen. Der Dampfstrahl mußte daher in der Schaufel eine starke Verbreiterung erfahren, wie sie praktisch nie zugelassen wird. Ferner wurde bei verschieden großer Teilung bald ein kleinerer, bald ein größerer Teil des Düsenstrahles angeschnitten, was die Reibungsverluste in wechselnder Weise beeinflußt haben dürfte. Dies setzt den Wert dieser sonst sehr planmäßigen Versuche herab.

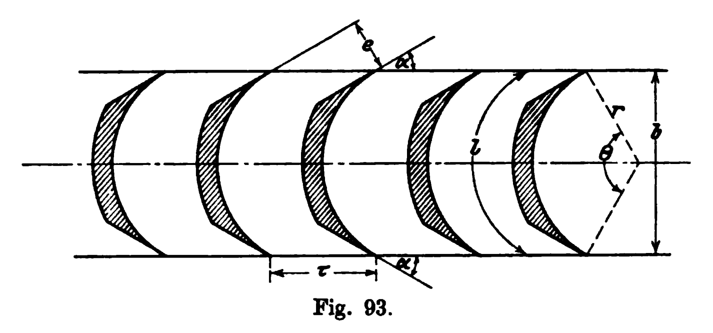


Fig. 93.

Wird der am Ein- und Austritt gleiche Schaufelwinkel, wie in der Figur, mit α bezeichnet, so ist die Teilung $\tau = e/\sin\alpha$; also folgt mit $e = r/2$ der Wert der **günstigsten Teilung**

$$\tau = \frac{r}{2\sin\alpha}.$$

Für die häufig vorkommende Schaufel mit 30° Neigungswinkel ergibt sich die sehr einfache Regel

$$\tau = r.$$

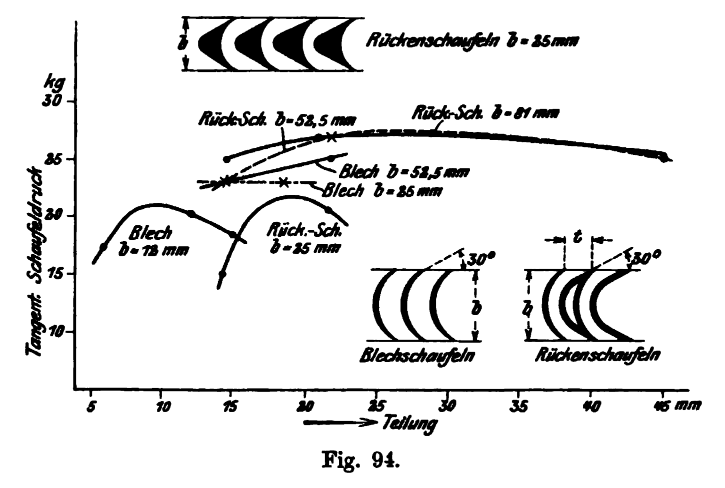


Fig. 94.

In den früheren Auflagen dieses Buches waren als praktische Regeln für die Teilung angegeben

für kurze Schaufeln $b = 8 - 10$ mm, $\tau = 5 - 6$ mm, woraus bei $\alpha = 30^\circ$ folgt
$r = b/2\cos\alpha = 4,6 - 5,8$ mm,
für lange Schaufeln $b = 25$; $\tau = 14 - 16$ mm, woraus $r = 14,5$ mm.

Man sieht also, daß der praktische Blick der Konstrukteure sehr gut die besten Maßverhältnisse herauszufühlen verstanden hat.

Im übrigen haben die Versuche von **Bánki**[1]) (Fig. 94) ein bestes Ergebnis bei $\tau =$ bis $1,3\,r$ geliefert. Wie aus der Figur zu entnehmen, waren die Schaufeln teilweise mit unveränderlicher Stegdicke ausgeführt, teilweise mit Rückschaufeln versehen. Versuche des Verfassers führten umgekehrt auf $\tau =$ bis $0,7\,r$, bei $\alpha = 30^\circ$, so daß die Regel von **Briling** keine absolute Gültigkeit besitzt.

Wir machten die Beobachtung, daß bei sehr enger Teilung (von etwa 5 mm) der Laufschaufel und weiter Teilung (etwa 10 mm) der Leitschaufel die durchströmende Dampfmenge um etwa 5 v. H. abgenommen hatte, offenbar infolge des sich einstellenden Überdruckes im Spalte.

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1906, S. 6.

Digitized by Google

2. Einfluß der absoluten Größe des Krümmungshalbmessers, also mittelbar der Schaufelbreite.

Bánki untersuchte a. a. O. dünne Blechschaufeln, deren Breite in gestrecktem Zustande immer die gleiche war, und die bei 30° Neigungswinkel der Reihe nach mit den Krümmungshalbmessern $r = 10, 25, 50, 61$ mm gebogen waren (Fig. 95). Die gemessenen Kraftkomponenten in Richtung des Umfanges sind als Abszissen zu den absoluten Drücken vor der Leitdüse (Ordinaten) in Fig. 95a aufgetragen und zeigen, in wie erheblichem Maße die scharfe Krümmung den Umfangsdruck herabsetzt. Obwohl Fig. 95 erkennen läßt, daß bei kleinem Radius infolge der konstanten Blechdicke ein Sack entsteht, der das Ergebnis wohl beeinflußt hat und den man in praktischen Ausführungen nicht dulden würde, dürfte die Überlegenheit der sanften Krümmung doch hinlänglich erwiesen sein.

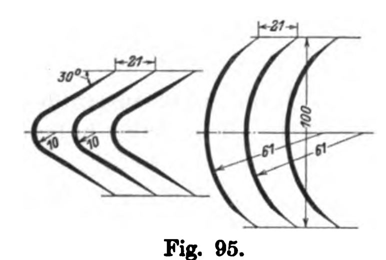


Fig. 95.

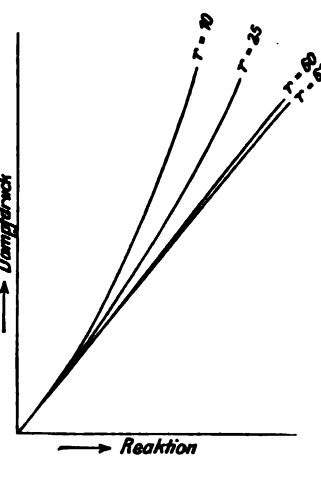


Fig. 95a.

Dasselbe geht aus den Versuchen von Briling hervor, der für vier Schaufeln mit $\alpha = 30°$ und $b = 10, 15, 20, 25$ mm Breite das Gesetz

$$\psi = \psi_0 + 0{,}08\, b$$

aufstellt, wobei b in Zentimetern einzusetzen ist und die Teilung jeweil den günstigsten Wert, hier $\tau = r = b/1{,}73$, besitzen muß. Das erste Glied hängt nur von der Geschwindigkeit ab, und besitzt die Werte:

bei $w =$ 100	200	300	400 m/sek
$\psi_0 =$ 0,52	0,53	0,55	0,54

Fig. 96.

Zu ganz anderen Ergebnissen gelangt Rateau[1]), dessen Schaufeln in Fig. 96 abgebildet sind. Der Wert von ψ bei einer Geschwindigkeit von etwa 400 m/sek ist der folgende:

[1]) Mode de calcul des turbines à vapeur. Paris 1909.

Digitized by Google

Schaufel Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Schaufelbreite b	12	16	20	26	16	20	26 mm
ψ	0,8	0,72	0,78	0,66	0,78	0,76	0,65

Die Ergebnisse gleichartiger Schaufeln sind durch Klammern verbunden und zeigen eine **erhebliche Abnahme von ψ bei Vergrößerung der Breite.** Das Verhältnis der Teilung von Breite war überall $= 1:2$. Auffallend ist nur der Sprung von Nr. 2 zu Nr. 3, die übrigen zeigen ein gleichartiges Verhalten.

Bei geometrisch ähnlichen Schaufeln bleibt das Verhältnis von Strahldicke zur Krümmung und zur Weglänge unverändert, und es herrscht vielfach die Meinung, daß die Widerstände solcher Schaufeln identisch sein müßten. Das liegt an der alten hydraulischen Formel, welche für die Reibungsarbeit beispielsweise beim geraden zylindrischen Rohr nur das Verhältnis l/d enthält und das Ähnlichkeitsgesetz bestätigt. Der Widerspruch der angeführten Versuche erlaubt es noch nicht, über diesen Satz endgültig zu urteilen, doch ist es sehr wahrscheinlich, daß der Reibungsverlust pro Kilogramm Dampf in geometrisch ähnlichen Schaufelkanälen nicht gleich, sondern bei der breiteren Schaufel infolge sanfterer Krümmung kleiner ist, trotz längeren Dampfweges.

3. Einfluß des Umlenkungswinkels.

An vier Schaufeln mit unveränderlichem Radius r und den Winkeln $\alpha = 20$, 30, 40, 50°, wobei der Dampfstrahl um die Winkel

$$\Theta = 140^\circ,\ 120^\circ,\ 100^\circ,\ 80^\circ$$

umgelenkt werden mußte und die Breite der Reihe nach

$$b = 21{,}7,\ 20,\ 17{,}7,\ 14{,}9\ \text{mm}$$

betrug, ergaben die Versuche von Briling

$$\psi = \psi_1 - 0{,}000432\,\Theta^{4/3},$$

d. h. naturgemäß eine Abnahme mit steigender Umlenkung, wobei jedenfalls auch die zunehmende Verengung der Eintrittsstelle mitwirkte. Das erste Glied erweist sich wieder nur von der Geschwindigkeit abhängig, wie folgt:

bei $w =$	100	200	300	400 m/sek
$\psi_1 =$	0,916	0,946	0,965	0,967

4. Einfluß der relativen Dampfgeschwindigkeit.

Der Einfluß der Dampfgeschwindigkeit geht aus der obigen Darstellung des Koeffizienten ψ für die Brilingschen Versuche von selbst hervor. Bei unveränderlichem Umlenkungswinkel und veränderlichem Krümmungsradius, ebenso bei unveränderlichem Radius und veränderlichem Winkel nimmt ψ mit wachsender Geschwindigkeit bis zu einem Maximum zu, dann ab.

Briling gibt eine zweite Darstellung für die Schaufeln mit konstantem Winkel (30°) wonach,

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{1{,}44 + 6/\sqrt{w}}} + 0{,}08\,(b - 2{,}5)$$

(b in cm, w in m/sek) ist. Diese Formel bedingt indes ein fortwährendes Steigen von ψ mit wachsender Geschwindigkeit, während die ursprünglichen Kurven mehrere deutliche Maxima erkennen lassen.

Rateau[1]) fand bei seinen Versuchen ψ meist konstant oder mit der Geschwindigkeit nur in ganz geringem Maße steigend, und zwar zwischen 0 und etwa 400 m/sek eine größte Zunahme bei Schaufel Nr. 5 um etwa $\Delta\psi = 0{,}08$.

[1]) a. a. O.

Digitized by Google

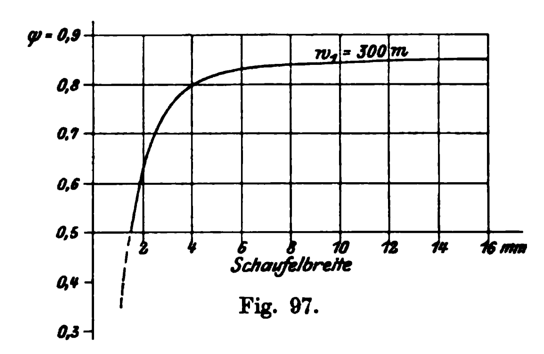


Fig. 97.

Nach den Versuchen von G. Huguenin gilt für bewegte Laufschaufeln die Formel

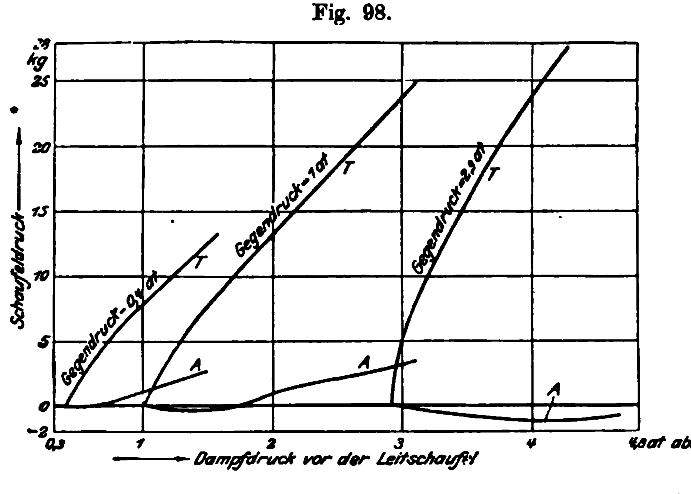
$$\psi = 1 - \left(\frac{w_1}{1200}\right)^2 \gamma,$$

die eine starke Abnahme mit wachsender Geschwindigkeit ergibt. Auch die absolute Größe des Verlustes ist bei diesen Versuchen sehr groß, was vielleicht in der ungünstigeren älteren Schaufelform begründet ist. γ bedeutet das spezifische Gewicht in kg/cbm vor dem Leitrade.

Auch der Verfasser fand eine Abnahme von ψ mit zunehmender Geschwindigkeit. Eine Wiederholung[1]) führte zum gleichen Ergebnis.

Es bedarf daher weiterer Versuche, um diese Verhältnisse klarzulegen. Da auch bei Briling die Änderung keine besonders große ist, ist es wohl zulässig, bei allen Geschwindigkeiten mit konstanten Mittelwerten zu rechnen und ψ nur von der Schärfe der Krümmung abhängig zu machen. Die Brilingschen Werte sind aus den oben angeführten Gründen nicht unmittelbar zu brauchen. Welche Wahl für heutige beste Ausführungen etwa getroffen werden kann, wird in Abschnitt 57 auseinandergesetzt.

Fig. 98.



5. Einfluß des spezifischen Gewichtes.

Nach den Versuchen von Huguenin nimmt ψ mit wachsendem spezifischen Gewicht ab. Ein gleiches fand Briling in einem vereinzelten Versuch.

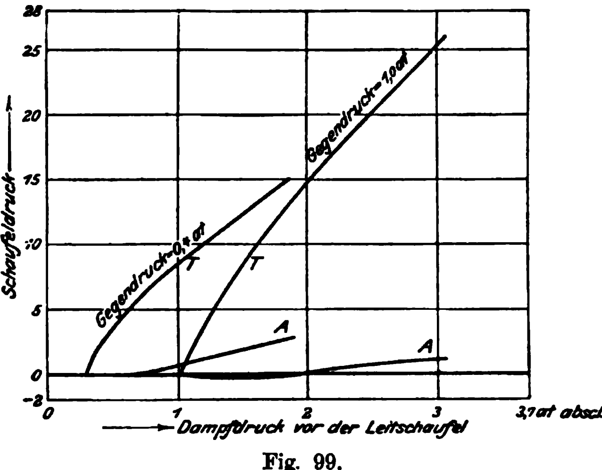


Fig. 99.

6. Einfluß der radialen Schaufellänge.

Ein Versuch in unserem Laboratorium mit Schaufeln von 2, 4 und 16 mm (radialer) Länge, bei 30° Ein- und Auslaßwinkel, ergab die in Fig. 97 aufgezeichneten Werte. Zwischen 4 und 16 mm Länge war die Veränderung von ψ klein, erst unter 4 mm fängt es an rascher zu sinken. Dieser Versuch beweist, daß man noch weit kürzere Schaufeln, als heute üblich sind, mit Vorteil wird verwenden können, wenn nur die Zentrierung von Leit- und Laufrad eine vollkommene ist.

[1]) Durch die Beobachter Ing. Keller und Ing. Ziegler.

Digitized by Google

7. Die Saugwirkung.

Die obenerwähnte Expansion des Dampfes im Spalt unter den Druck, der am Austritt des Laufrades herrscht, wird durch die an unserer Meßvorrichtung gewonnenen Schaulinien (Fig. 98 bis 101) bewiesen. A und T bedeuten darin die axiale, bzw. die tangentiale Komponente des Schaufeldruckes, und wie ersichtlich, ist erstere (ziemlich innerhalb des kritischen Druckverhältnisses) **negativ**, und zwar im zweiten Beispiel auch dann, wenn der Spalt 4,5 mm breit gemacht wurde. Die Winkel betrugen 30°, die sonstigen Abmessungen waren

in Fig.	98	99	100	101	
Breite der Leitschaufel	30	30	25	15,5	mm
„ „ Laufschaufel	30	30	30	30	„
Spaltweite	0,8	4,5	1	1	„

8. Andere Schaufelformen.

Im Anfange des Dampfturbinenbaues hat man auf gewisse Sonderformen der Schaufelkanäle große Hoffnungen gesetzt, die indessen den üblichen einfach gekrümmten Schaufelkanal in ihrer Wirkung nicht zu übertreffen vermochten.

Eine offene Schaufel **Pelton**scher Art, mit dem sich eigentümlich verhaltenden Dampfstrahl, ist beispielsweise in Fig. 102 und 103 abgebildet. Dieser tritt aus einer Düse von 7 × 12 mm Weite aus und verbreitert sich beim Auftreffen auf die Schaufel in außerordentlichem Maße. Die etwas verdickten Ränder des Strahles verlassen die Schaufel auf einer Breite von rd. 54 mm, d. h. dem $4^1/_2$fachen des Düsendurchmessers. Eine kleinere Menge Dampf geht noch weiter auseinander. Der großen Ausbreitung entsprechend erscheint der Strahl in der Stirnansicht wie ein Schleier von bloß etwa Papierstärke. Bei *a* kann man einen Verdichtungsstreifen wahrnehmen, der offenbar durch das Auftreffen des Dampfes auf die Kante verursacht ist. Von dieser Schaufelform ist daher eine gute Wirkung nicht zu erwarten.

Fig. 100.

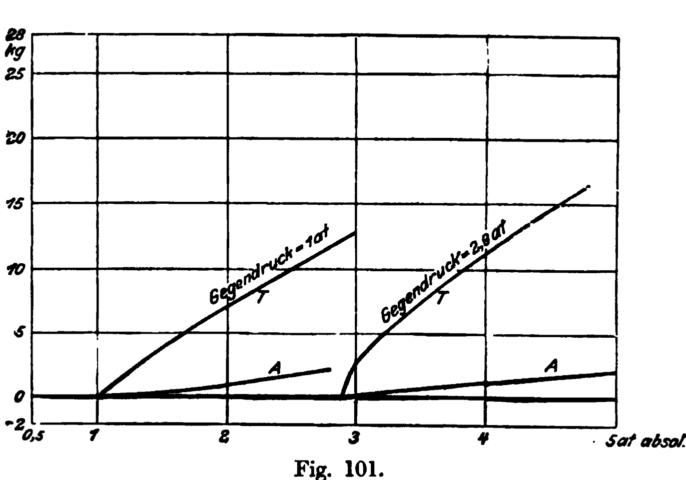


Fig. 101.

Ebenfalls eigenartige unerwartete Wirkungen treten auf, wenn der Strahl nicht allseitig begrenzt ist, wie die in der deutschen Patentschrift Nr. 152294[1]) angeführte Beobachtung bestätigt. Der bei A (Fig. 104) in eine mit vollen Scheidewänden versehene Schaufel der **Stumpf**schen Form (s. w. u.) tretende Dampf-

[1]) Von der Ges. zur Einführung von Erfindungen, G. m. b. H., in Berlin.

Digitized by Google

strahl bildet bei B eine Verdünnung und reißt Teile des austretenden Strahles bei C in den entstehenden Wirbel mit. Um diese Erscheinung zu bekämpfen, wird die Scheidewand nach a stark ausgenommen und die Eintrittskante nach b abgeschrägt.

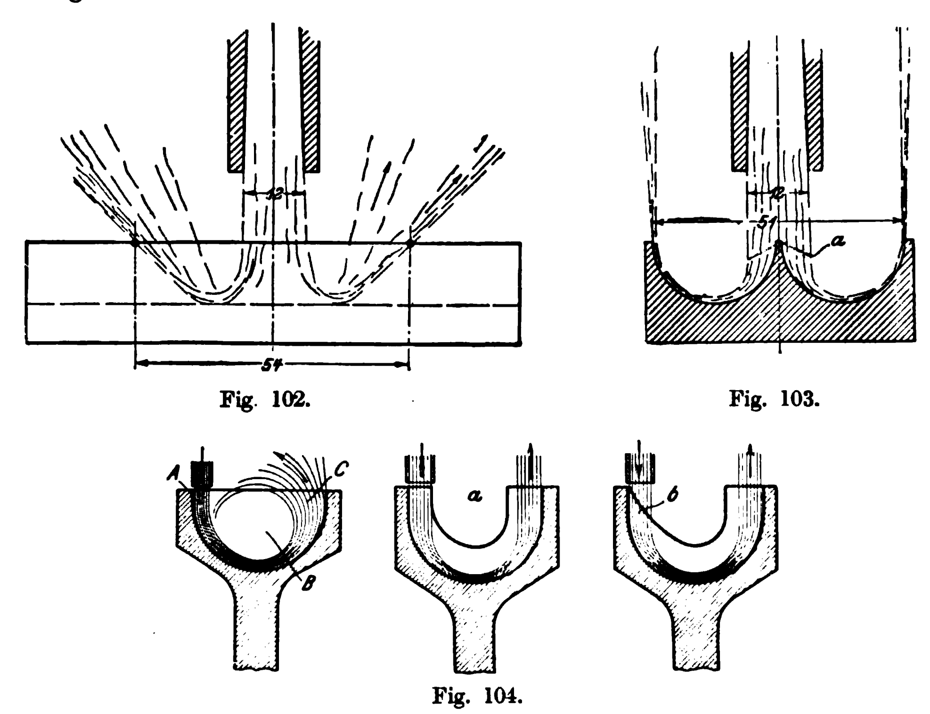


Fig. 102.

Fig. 103.

Fig. 104.

d) Gleichdruckschaufeln bei Überschallgeschwindigkeit.

Wenn sich die Geschwindigkeit eines Geschosses in freier Luft der Schallgeschwindigkeit nähert, so geht der Wert seines Bewegungswiderstandes sozusagen sprungweise in die Höhe.[1]) Bei größeren Geschwindigkeiten nimmt er wieder etwas ab. Auch bei Turbinenschaufeln will man derartige Unstetigkeiten beobachtet haben, doch sind keine verbürgten Mitteilungen vorhanden. Aus den später anzuführenden Messungen an Gleichdruckturbinen, beispielsweise von de Laval und Riedler-Stumpf, ergibt sich bei sehr hohen Geschwindigkeiten ein verhältnismäßig kleiner Wert,

$$\psi = 0{,}7,$$

doch ist in diesem auch die Wirkung der teilweisen Beaufschlagung eingeschlossen.

[1]) Lorenz, Techn. Wärmelehre II, S. 149.

Digitized by Google

IV. Der Energieumsatz in der Dampfturbine.

A. Allgemeine Beziehungen.

47. Der thermodynamische Wirkungsgrad.

Man vergleicht die effektive Arbeit L_e, die von einer Turbine pro 1 kg Dampf mit Rücksicht auf die Dampf- und Lagerreibung für einen bestimmten Anfangszustand des Dampfes und einen gegebenen Kondensatordruck erhältlich ist, mit der Arbeit L_0 einer idealen Turbine, in welcher keine Reibungen herrschen und in welcher die Energie des Dampfes vollständig, d. h. so, daß die Austrittsgeschwindigkeit bis auf Null herabsinkt, ausgenutzt wird. Dieselbe Arbeit liefert 1 kg Dampf in einer reibungslosen Kolbenmaschine ohne Drosselungen mit wärmedichten Zylindern, auf Null reduziertem schädlichen Raume und Expansion bis auf den Kondensatordruck.

Das Verhältnis

$$\eta_e = \frac{L_e}{L_0} \text{ zugleich} = \frac{N_e}{N_0} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wo unter N die Leistung in PS verstanden wird, nennen wir den **thermodynamischen Wirkungsgrad, bezogen auf die effektive Leistung.**

Wenn der Wärmeinhalt des Anfangszustandes mit i_0, derjenige der adiabatischen Expansion auf den Kondensatordruck mit i_k' bezeichnet wird, so ist nach früherem die theoretische Leistung in WE für 1 kg Dampf

$$A L_0 = (i_0 - i_k') \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1a)$$

Bezeichnet G_e den Dampfverbrauch pro effektive Pferdekraft und Stunde, G_0 ebenso für die ideale Maschine, so ist, da eine Pferdekraft eine Stunde wirkend 270000 mkg oder mit $A = 1/427$ gerechnet[1]) 632,3 WE leistet,

$$G_0 = \frac{632}{A L_0},$$

$$G_e = \frac{632}{A L_e},$$

somit ist auch

$$\eta_e = \frac{G_0}{G_e} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Der gesamte Wärmeaufwand Q_0 für 1 kg Dampf ist wesentlich größer als $A L_0$ und reicht je nach der Speisewassertemperatur mehr oder weniger an i_0 heran. Der „**Gesamtwirkungsgrad**" ist das Verhältnis

$$\eta_0 = \frac{A L_e}{Q_0} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

[1]) Bei der Benutzung dieser Zahl ist zu beachten, daß noch manche Dampftabellen mit $A = 1/424$ gerechnet sind, in welchem Falle 1 PS-st = 637 WE ist.

Digitized by Google

Die Bestimmung von L_0 ist mit Hilfe der Entropietafeln leicht möglich; **Rateau** (Annales des Mines 1897) und **Mollier** haben für den Dampfverbrauch (Z. 1898) empirische Formeln gegeben, und zwar ersterer für gesättigten Dampf

$$G_0 = 0{,}85 + \frac{6{,}95 - 0{,}92 \lg p_1}{\lg\left(\frac{p_1}{p_2}\right)} \quad \ldots \quad (4)$$

letzterer für gesättigten Dampf

$$G_0 = \frac{6{,}82 - 0{,}9 \lg p_2}{\lg\left(\frac{p_1}{p_2}\right)} \quad \ldots \quad (5)$$

für überhitzten Dampf

$$G_0' = \frac{G_0}{1 + 0{,}00079\left[(T'' - T) - T_0 \ln \frac{T''}{T}\right] G_0} \quad \ldots \quad (6)$$

Hierin bedeutet

G_0 bzw. G_0' den Dampfverbrauch der vollkommenen Turbine für 1 PS-st,
p_1 den Anfangsdruck in kg/qcm,
p_2 den Enddruck in kg/qcm,
T die absolute Sättigungstemperatur des Dampfes beim Eintritt,
T'' die absolute Überhitzungstemperatur des Dampfes beim Eintritt,
T_0 die absolute Sättigungstemperatur des Dampfes beim Austritt.

48. Die „indizierte" Leistung. Indizierter und mechanischer Wirkungsgrad.

Der Dampf liefert die Arbeit zunächst an die Turbinenschaufel gewissermaßen als „Brutto"arbeit ab, von welcher alle übrigen Leistungen bestritten werden müssen. Von dieser „Arbeit bzw. Leistung am Radumfang" (L_u in mkg pro 1 kg Dampf, N_u in PS), wie wir sie auch nennen wollen, wird sofort die Dampfreibungsarbeit (L_r, N_r) der Räder, Trommeln und aller im Dampf bewegten Teile abgezogen. Die Reibungsarbeit wird fast ebenso unmittelbar in Wärme umgewandelt, die dem Dampfe einverleibt und so zum Teil abermals in Arbeit umgesetzt werden kann. Vielfach kann die Reibungsarbeit nicht berechnet, daher die Leistung am Radumfang nicht für sich abgetrennt werden. Den verbleibenden Arbeitsrest nennen wir

„indizierte Dampfarbeit und Leistung" (L_i, N_i)

im Gegensatz zur effektiven Arbeit. (Die Bezeichnung Leistung am Wellenumfang würde die Lagerreibung nicht ebenso klar ausschließen wie die obige; noch besser wäre es „innere" und „äußere" Arbeit zu unterscheiden, doch hat sich leider die Bezeichnung „indizierte" Arbeit so fest eingebürgert, daß schwer an deren Ersatz zu denken ist.) Hiernach ist

$$\eta_i = \frac{L_i}{L_0} = \frac{N_i}{N_0}$$

der Wirkungsgrad der indizierten Leistung (kurz indizierter Wirkungsgrad).

Ziehen wir von L_i, N_i

a) die Lagerreibungsarbeit,
b) die Arbeit zum Antriebe der Luftpumpe, des Reglers und anderer Zubehöre

ab, so erhalten wir die effektive oder Nutzarbeit bzw. Leistung L_e, N_e. Da in obigen Arbeitsverlusten im großen ganzen die mechanischen Unvollkommenheiten der Turbine zum Ausdruck kommen, nennen wir

$$\eta_{\text{mech}} = \frac{L_e}{L_i} = \frac{N_e}{N_i}$$

den mechanischen Wirkungsgrad.

Digitized by Google

49. Gleichung der Gesamtenergie. Ermittelung der indizierten Leistung und des thermodynamischen Wirkungsgrades aus dem Dampfzustand vor dem Abschließungsventil und im Abdampfrohr.

Wir betrachten den Dampfzustand beim Eintritt (vor dem Abschließungsventil) und dem Austritt im Abdampfrohr. Die zwischen diesen Zuständen in der Turbine geleistete Arbeit ist offenbar identisch mit der oben definierten „indizierten" Arbeit. Wenn man die abgelieferte und im Abdampfrohr noch vorhandene kinetische Energie, sowie Wärmeverluste nach außen in Betracht zieht, so läßt sich aus dem Energieprinzip die Beziehung zwischen Wärmeinhalt und indizierter Arbeit unmittelbar aufstellen.

Als Übungsbeispiel wird im Nachfolgenden eine ins Einzelne gehende Ableitung mitgeteilt, in welcher eine für Beharrungsströmungen häufig anwendbare Methode benützt wird.

Es seien in Fig. 105 A_1 und A_2 die Querschnitte des Dampfstromes einer im Beharrungszustande arbeitenden Turbine, am Ein- und Austritt mit den Zustandsgrößen p_1, v_1, u_1, w_1 und p_2, v_2, u_2, w_2 und F_1, F_2 die Querschnittsinhalte. Während des Zeitelementes dt werde zwischen den Stellen A_1 und A_2 die nach außen abgeleitete Arbeit $GLdt$ geleistet und die Wärmemenge $GQ_s dt$ (durch Leitung und Strahlung) nach außen verloren. Die Querschnitte $A_1 A_2$ verschieben sich während dieser Zeit nach $B_1 B_2$, und es strömt ein Dampfgewicht von Gdt kg durch sie hindurch. Die Gesamtenergie zu Beginn des Zeitelementes der zwischen $A_1 A_2$ eingeschlossenen Dampfmenge findet sich vor in der Gesamtenergie zu Ende des Zeitelementes und in der nach außen abgegebenen Arbeit sowie der abgeleiteten Wärmemenge. Die Gesamtenergie der zwischen A_2 und B_1 eingeschlossenen Dampfmenge ist zu Beginn und zu Ende gleich groß und fällt aus der Gleichung heraus. Indem wir zur Nutzarbeit noch diejenigen Anteile hinzufügen, die der Oberflächendruck in den sich verschiebenden Querschnitten A_1, A_2 positiv bzw. negativ geleistet hat, erhalten wir unter Vernachlässigung der auch bei vorhandenen Höhenunterschieden stets geringfügigen Arbeit der Schwerkräfte die Gleichung

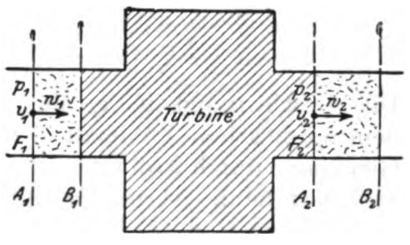


Fig. 105.

$$G dt u_1 + A \frac{G}{g} \frac{w_1^2}{2} dt = AGLdt + GQ_s dt + G dt u_2 + A \frac{G}{g} \frac{w_2^2}{2} dt + AF_2 p_2 w_2 dt - AF_1 p_1 w_1 dt.$$

Beachtet man, daß $G = \frac{F_1 w_1}{v_1} = \frac{F_2 w_2}{v_2}$ ist und ersetzt man $F_1 w_1$, $F_2 w_2$ aus diesen Gleichungen,

so folgt:
$$(u_1 + A p_1 v_1) - (u_2 + A p_2 v_2) = AL + Q_s + A\left(\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g}\right)$$

oder
$$i_1 - i_2 = AL + Q_s + A\left(\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

d. h. in Worten:

Die Abnahme des Wärmeinhaltes ist dem Betrage nach gleich dem Wärmewert der gewonnenen Arbeit, zuzüglich der nach außen abgeleiteten Wärme, und der Zunahme der kinetischen Energie pro Kilogramm Dampf.

Da wir die Lagerreibung usw. nicht berücksichtigt haben, so ist diese Arbeit die indizierte Arbeit.

Wird der Dampfzustand durch Beobachtung von $p_1 T_1 (x_1)$ und $p_2 T_2 (x_2)$ experimentell bestimmt, $i_1 i_2$ aus diesen Angaben berechnet, Q_s, was fast immer zulässig ist, vernachlässigt, endlich $w_1 w_2$ aus G und $F_1 F_2$ bestimmt, so kann ohne jede Kraftmessung die indizierte Arbeit pro Kilogramm Dampf angegeben werden.

In vielen Fällen kann auch die kinetische Energie vernachlässigt werden, und man erhält angenähert
$$AL_i = i_1 - i_2,$$
wobei, falls Überhitzung vorhanden ist und noch im Abdampfrohr anhält, zur Bestimmung von L_i die Beobachtung von zwei Manometern und zwei Thermometern hinreicht.

Digitized by Google

50. Bestimmung des Endzustandes, wenn Dampfverbrauch und Leistung bekannt sind.

Wir fügen zur effektiven Leistung N_e die Lagerreibung, den Verbrauch des Luftpumpenantriebes und anderer Zubehöre hinzu, um die indizierte Leistung N_i zu erhalten. War $G_e = G_{st} : N_e$ der Dampfverbrauch pro effektive PS-st, so wird

$$G_i = G_e \frac{N_e}{N_i}$$

der Verbrauch pro indizierte PS-st. Ist L_i die indizierte Arbeit, die 1 kg Dampf liefert, so haben G_i kg $G_i L_i$ mkg in der Stunde geleistet, und dies muß gleichwertig sein mit der Arbeit, die 1 PS während 1 Stunde leistet, d. h. mit 632 WE, daher

$$A G_i L_i = 632 \quad \text{oder} \quad A L_i = \frac{632}{G_i}.$$

Hiernach erhalten wir aus der Energiegleichung mit $Q_s = 0$

$$i_2 = i_1 - A L_i - A\left(\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g}\right).$$

Die Geschwindigkeit w_2 im Abflußrohr ist indes noch unbekannt, weil von dem spezifischen Volumen v_2 abhängig. Streng genommen muß man daher diese Gleichung durch Probieren lösen. Doch ist das letzte Glied im allgemeinen klein und darf häufig vernachlässigt werden. Bedeutet w_2 die Austrittsgeschwindigkeit aus dem letzten Laufrad, so bezieht sich auch i_2 auf denselben Ort. In jedem einzelnen Falle ist genau anzugeben, ob die Geschwindigkeit im Abdampfrohr oder am Austritt aus dem Laufrad gemeint ist.

51. Das Prinzip vom Antrieb („Impuls").

Neben der Gleichung der Gesamtenergie kann zur Berechnung der gewonnenen Arbeit die mechanische Grundgleichung von der Beschleunigung mit Vorteil verwendet werden. Die hierfür geeignete Form derselben ist der Satz vom Antrieb (von der Bewegungsgröße, oder nach englischen Autoren vom „Impuls").

a) Axialturbinen.

Bei der Axialturbine treten nirgends radiale Geschwindigkeiten auf, daher findet die Kraftübertragung auf das Rad nur durch die Änderung der Umfangskomponente c_u der absoluten Geschwindigkeit statt.

Wir teilen den Inhalt eines Schaufelkanales durch zur Radachse senkrechte Schnittebenen[1]) in eine Anzahl unendlich kleiner Teile und bezeichnen die Masse eines davon mit δm (Fig. 106). Die auf dies Element wirkende Umfangskomponente des Schaufeldruckes bezeichnen wir mit δP und wenden auf die Beschleunigung (bzw. Verzögerung) desselben die Grundgleichung

$$\delta m \frac{dc_u}{dt} = \delta P \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

oder

$$\delta m \cdot dc_u = \delta P \cdot dt \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

an. Summieren wir die gleichgeformten Ausdrücke über den Inhalt des ganzen Kanales, so kann dt als gemeinsamer Faktor heraustreten und $\Sigma \delta P$ ist $= P$ gleich

[1]) Vgl. Brauer, Turbinentheorie S. 10.


Digitized by Google

dem ganzen Umfangsdrucke, den die Schaufel ausübt, d. h. das Negative der treibenden Umfangskraft

$$-P\,dt = \Sigma \delta m\, dc_u \quad \text{. . . . . (3)}$$

Es sei nun c_u' der Wert, den c_u nach Verlauf der Zeit dt in der nächst benachbarten Lage des Elementes annimmt, so daß $dc_u = c_u' - c_u$ ist und Gl. (3) die Form

$$-P\,dt = \Sigma \delta m c_u' - \Sigma \delta m c_u \quad \text{. . . . . (4)}$$

erhält.

Auf der linken Seite steht der sog. „Antrieb“ der Kraft P während der Zeit dt; auf der rechten Seite der Wert, um welchen die Bewegungsgröße (der Impuls) des Schaufelinhaltes während dt zugenommen hat. Während der Zeit dt verschiebt sich dieser Inhalt von AB nach $A'B'$ (Fig. 106). Die Bewegungsgröße der zwischen A' und B enthaltenen Masse ist im Beharrungszustande unverändert, eine Zunahme bedeutet das Element BB' und zwar um den Betrag dmc_{2u}. Eine Abnahme bedeutet das verschwundene Element AA' um den Betrag dmc_{1u}, wobei c_{1u}, c_{2u} sich auf den Ein- und Austritt beziehen. Man hat also

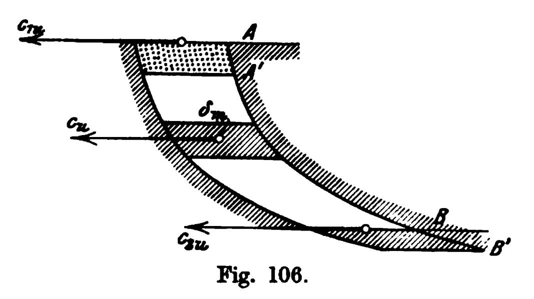


Fig. 106.

$$\Sigma \delta m c_u' - \Sigma \delta m c_u = dm\,(c_{2u} - c_{1u}).$$

Gl. (4) liefert hiernach

$$P = \frac{dm}{dt}(c_{1u} - c_{2u}) \quad \text{. . . . . (5)}$$

welche Formel im Beharrungszustande allgemein, unabhängig davon, ob mit Gleichdruck oder Überdruck gearbeitet wird und insbesondere unabhängig von der Schaufelform (Länge usw.) gilt. Ist M die pro Zeiteinheit durchströmende Dampfmasse, so wird

$$dm = M\,dt \quad \text{. . . . . (6)}$$

welches, in Gl. (5) eingesetzt, schließlich

$$P = M\,(c_{1u} - c_{2u}) \quad \text{. . . . . (7)}$$

liefert. Diese Beziehung dehnen wir auf sämtliche Schaufeln aus, so daß in Formel (7) den Buchstabengrößen folgende Bedeutung beigelegt werden kann:

P die gesamte Umfangskraft,

M die gesamte pro Sekunde durchströmende Dampfmasse,

c_{1u}, c_{2u} die Werte der Umfangskomponenten der absoluten Geschwindigkeit beim Ein- und Austritt in das Laufrad bzw. aus demselben algebraisch aufgefaßt, d. h. mit entgegengesetztem Vorzeichen eingeführt, falls sie entgegengesetzte Richtung haben.

Bedeuten w_{1u}, w_{2u} die Umfangskomponenten der relativen Geschwindigkeit, so gilt, wenn man auch diese Geschwindigkeiten algebraisch einführt,

$$w_{1u} = c_{1u} - u; \qquad w_{2u} = c_{2u} - u,$$

wo u die Umfangsgeschwindigkeit bezeichnet. Man erhält

$$P = M\,(w_{1u} - w_{2u}) \quad \text{. . . . . (7a)}$$

kann also die Umfangskraft bei Axialturbinen nach Belieben aus den absoluten oder den relativen Geschwindigkeiten rechnen (nicht aber bei Radialturbinen).

Sind c_{1u}, c_{2u} entgegengesetzt gerichtet, was die Regel bildet, so ist in der Klammer die Summe der Absolutbeträge zu nehmen, d. h. zu setzen

$$P = M\,([c_{1u}] + [c_{2u}]) \quad \text{. . . . . (7b)}$$

Digitized by Google

Die sekundliche Leistung in mkg erhalten wir als Produkt der Umfangskraft und Umfangsgeschwindigkeit

$$Pu = M\,(c_{1u} - c_{2u})\,u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Betrachten wir die Wirkung auf 1 kg des durchströmenden Dampfgewichtes, so ist

$$M = \frac{1}{g}$$

und Pu wird identisch mit der indizierten Arbeit pro Kilogramm, d. h. man erhält

$$L_i = \frac{1}{g}\,(c_{1u} - c_{2u})\,u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

b) Radialturbinen.

Wir teilen den Schaufelkanal durch mit der Welle gleichachsige Zylinderflächen (Fig. 107), bezeichnen die Hebelarme der absoluten Geschwindigkeiten mit $a_1 a a_2$, und erinnern an den Satz vom „Impulsmoment"

$$\frac{d}{dt}(\delta m c a) = \delta \mathfrak{M} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

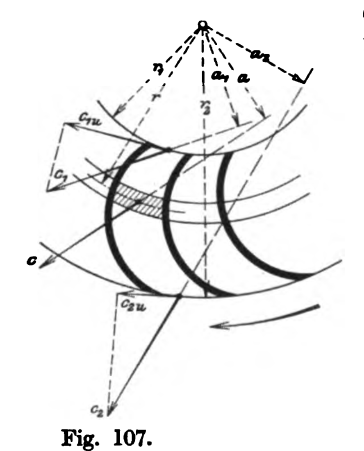


Fig. 107.

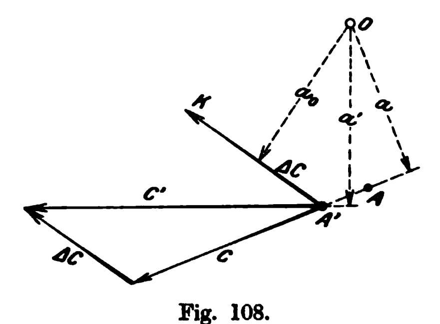


Fig. 108.

wo $\delta \mathfrak{M}$ das Moment der gesamten auf das Massenelement δm wirkenden Kräfte mit Bezug auf das Wellenmittel ist.

Es ist empfehlenswert sich die einfache Herleitung dieses Satzes gegenwärtig zu halten. Es sei in Fig. 108 c die Geschwindigkeit eines Massenpunktes m, der in der Zeit Δt den Weg AA' in Richtung von c zurücklegt. In A' sei die Geschwindigkeit c', daher Δc der Zuwachs, in dessen Richtung die Resultierende K aller Kräfte wirkt, und nach dem Grundgesetz von Newton, der Formel

$$K = \lim_{\Delta t = 0} \frac{m \cdot \Delta c}{\Delta t}$$

genügt. Nun ist c' die Resultierende von c und Δc, daher gilt wie bei Kräften die Momentengleichung

$$a'c' = ac + a_0 \Delta c \qquad \text{oder auch} \qquad \frac{ma'c' - mac}{\Delta t} = a_0 m \frac{\Delta c}{\Delta t}.$$

Gehen wir zur Grenze $\Delta t = 0$ über, so erhalten wir

$$\frac{d}{dt}(mca) = a_0 K$$

oder in Worten: die Zunahme des Impulsmomentes (d. h. des Momentes der Bewegungsgröße mc) ist gleich dem Moment der resultierenden Kraft.

Gl. (10) schreiben wir in der Form

$$d\,(\delta m c a) = \delta \mathfrak{M}\, dt$$

und summieren erstens über den Inhalt eines Schaufelkanales und dann über


Digitized by Google

sämtliche Kanäle des Rades. Durch ähnliche Überlegungen wie oben gelangen wir bei Beharrungszustand zur Formel

$$\frac{dm}{dt}(c_1 a_1 - c_2 a_2) = \mathfrak{M} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

worin jetzt $\mathfrak{M}$ das von dem gesamten im Rade enthaltenen Flüssigkeitsinhalt auf das Rad ausgeübte Drehmoment, dm die in das ganze Rad während der Zeit dt eintretende (und austretende) Flüssigkeitsmasse bedeuten.

Es sei wieder M die sekundliche Masse, so ist $dm = M dt$, und indem wir 1 kg sekundlich durchfließendes Gewicht betrachten, $M = 1/g$. Ferner können wir statt des Momentes der ganzen Geschwindigkeit dasjenige ihrer Umfangskomponente setzen (weil das Moment der Radialkomponente verschwindet) und erhalten

$$\mathfrak{M} = (r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}) \frac{1}{g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

hieraus die sekundliche Leistung gleich $\mathfrak{M}\omega$, identisch mit der absoluten Arbeit für 1 kg durchströmendes Dampfgewicht

$$L_i = \mathfrak{M}\omega,$$

wo ω die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet. Oder endlich mit $u_1 = r_1\omega$, $u_2 = r_2\omega$ als Umfangsgeschwindigkeiten

$$L_i = \mathfrak{M}\omega = \frac{1}{g}(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

die Geschwindigkeiten algebraisch, d. h. in gleichem Umfangssinn positiv gerechnet. Hier ist ein Ersatz der absoluten durch die relativen Geschwindigkeiten nicht zulässig.

Formel (13) ist für beliebige, gegen die Achse verschränkte Strömungsrichtung gültig, da die axialen Geschwindigkeiten keinen Einfluß auf die Umfangskraft besitzen.

52. Der axiale Druck.

Es bezeichne für ein beliebiges Turbinensystem (Fig. 109) c_{1a} die nach der Achsenrichtung gemessene Komponente der absoluten Eintrittsgeschwindigkeit ins Laufrad; c_{2a} dasselbe für den Austritt. Ferner p_1, p_2 ebendort den absoluten Druck; f_{1a}, f_{2a} die Projektion der Eintritts- und Austrittsfläche am Laufrad auf eine zur Achse senkrechte Ebene. Die Kraft, die von den Laufschaufeln auf den Laufradinhalt in der Richtung von c_{1a} ausgeübt wird, heiße P_a'. Durch ähnliche Betrachtungen wie oben finden wir als Zunahme der Bewegungsgröße im Beharrungszustand

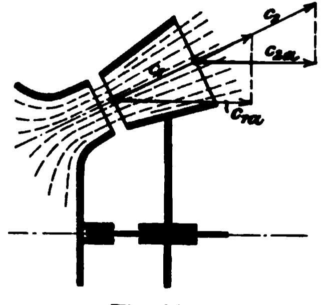


Fig. 109.

$$P_a' + f_{1a} p_1 - f_{2a} p_2 = \frac{dm}{dt}(c_{2a} - c_{1a}).$$

Der Druck, den die Strömung auf das Laufrad ausübt, ist die Gegenkraft von P_a' und bildet die axiale Belastung $P_a = -P_a'$ der Turbine. Ist $dm/dt = M =$ die unveränderliche sekundliche Masse, so wird

$$P_a = f_{1a} p_1 - f_{2a} p_2 - M(c_{2a} - c_{1a}).$$

War die Änderung der axialen Geschwindigkeit klein, so hängt P_a in der Hauptsache vom Überdruck im Spalt ab. Für die Gleichdruckturbine ist der Überdruck $= 0$, und das zweite Glied meist ohne Bedeutung, daher P_a klein.

Bei der Überdruckturbine kommt als Hauptteil des Achsendruckes diejenige Kraft in Betracht, die der Dampf auf die freien Ringflächen beim Übergang von

Digitized by Google

einem Trommelabsatz zum anderen und auf eventuell freiliegende Trommelstirnflächen ausübt. Um diesen Druck aufzuheben, versieht man die Überdruckturbine mit **Entlastungskolben,** die beispielsweise in Fig. 238, 463, 463a dargestellt und besprochen werden. Die Berechnung derselben ist, sobald man über das System ihrer Anordnung schlüssig geworden ist, sehr einfach, weil, wie wir später begründen, die Pressung in irgendeinem Punkte des Turbineninnern bei der allgemein üblichen Regelung der Leistung durch Drosselung dem Anfangsdrucke ungefähr proportional ist. Wir berechnen die Flächeninhalte der Kolben so, daß bei der Normalleistung die axialen Kräfte sich das Gleichgewicht halten; aus obigem Satz folgt, daß dieses Gleichgewicht bei allen Belastungsgrößen erhalten bleibt. Kleine Unterschiede (die beispielsweise schon deshalb auftauchen müssen, weil wir das Vakuum nicht der Belastung proportional ändern, noch mehr also bei Auspuffturbinen) werden durch Kammlager oder Spurlager mit Drucköl aufgehoben.

Welches Drehmoment beansprucht den Rahmen einer Turbine?

In Fig. 110 ist schematisch ein Turbinen-Gehäuse mit Düsen, ein Laufrad und eine Dynamomaschine mit Polarmatur dargestellt. Auf das Laufrad werde im ganzen die Umfangskraft P_u ausgeübt; auf das Gehäuse der Turbine wirkte P_u' auf den Dynamoanker Q_u auf den Polring Q_u'.

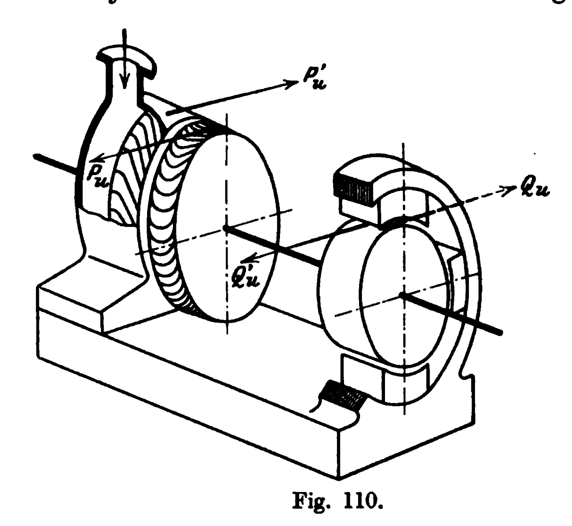


Fig. 110.

Es gibt viele Turbinen, deren Rahmen ohne Befestigung auf dem Fundamente aufruht; ist also eine Befestigung überhaupt überflüssig? Man würde die Frage bejahen, wenn man sich den Zusammenhang zwischen P_u, P_u' als gleich vorstellte wie den zwischen Q_u, Q_u'. Die letzteren Kräfte sind unbedingt gleich, weil im Sinne Newtons die eine die „Aktion", die andere die „Reaktion" bildet; nicht aber P_u P_u'. Um dies einzusehen, braucht man nur zu überlegen, was geschähe, wenn alle Laufschaufeln brechen: P_u, Q_u, Q_u' verschwinden, P_u' bleibt, und die Turbine kippt, vorausgesetzt, daß ihr Eigengewicht nicht groß genug ist, das Kippmoment aufzuheben.

Den genauen Wert liefert uns die Antriebsformel:

$$P_u = M(c_{1u} - c_{2u})$$

während

$$P_u' = M(c_{1u}).$$

Im Betriebe ist vielfach c_{2u} klein, P_u P_u' wenig verschieden. Im Stillstand aber kann c_{2u} nahezu $= - c_{1u}$ werden und P_u bis zum doppelten Werte von P_u' anwachsen.

Das Moment von P_u ist, von Reibung abgesehen, gleich dem Momente von Q_u oder Q_u'; wir können also das Moment, das den Rahmen beansprucht, sofort angeben.

53. Die Dampfreibung rotierender Scheiben.

Der Widerstand, den ein im Dampfe rotierendes Turbinenlaufrad erfährt, kann getrennt werden in den Anteil, welcher von der im allgemeinen glatten Scheibe, und in den, der von den Schaufeln herrührt. Der letztere ist einfacher

Digitized by Google

zu beurteilen, da er in der Hauptsache durch die Ventilationsarbeit der Schaufeln gebildet wird.

Die Beobachtung der Luftströmung an einem frei aufgestellten Rad (z. B. mit Hilfe einer ganz kleinen Quaste, die durch einen kurzen Faden an einem Draht befestigt ist) zeigt, daß der Scheibe entlang und bis auf etwa $^2/_3$ der Schaufellänge die Geschwindigkeit sehr klein bleibt mit allmählich stärkerer Neigung nach der Richtung des Umfanges hin. Erst aus dem letzten Drittel wird die Luft mit nahezu tangentialer Richtung herausgeschleudert, um teilweise in regelmäßigen Bahnen zum Rade zurückzukehren.

Es liegt auf der Hand, daß ein in freier Luft (unverhüllt) aufgestelltes Rad eine bedeutend größere Leerlaufarbeit absorbiert, als ein Rad mit eng anschließendem Gehäuse, da in letzterem Falle die Luft an der freien Zirkulation behindert ist.

Die Ventilationsarbeit rechnerisch zu verfolgen, wäre fruchtlos, denn wir besitzen keine festen Führungen des Luft- (oder Dampf-)Stromes und können die Größe des Querschnittes nicht angeben. Sind die Winkel am Ein- und am Austritt des Rades ungleich, dann tritt, wie die Beobachtung zeigt, der Effekt der axialen Turbinenpumpe auf, d. h. es bildet sich, ohne daß die gewöhnliche Ventilation aufhörte, ein durch das Rad hindurchgehender Luftstrom aus, der die Leerlaufarbeit vergrößert. Noch weniger kann uns die Rechnung Aufschluß über die Reibung der glatten Scheibe geben. Zwar liegen ausgedehnte Versuche von Physikern über die „Gasreibung" vor, doch sind diese alle unter der „kritischen" Geschwindigkeit angestellt, wo noch die Reibung der Geschwindigkeit einfach proportional ist, was für die Turbinenräder nicht zutrifft.

Der Verfasser unternahm zur Klärung der einschlägigen Fragen eine Anzahl von Versuchen, deren Ergebnisse in der Zahlentafel 1 und den Fig. 111 und 112 niedergelegt sind.

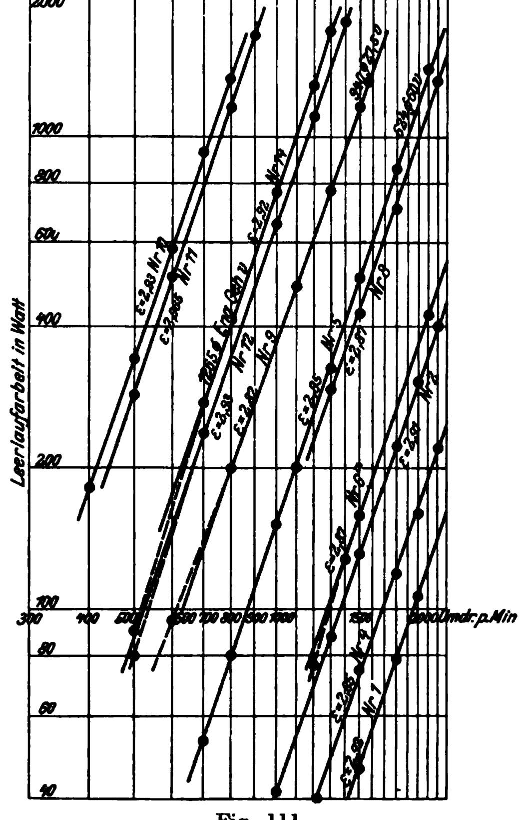


Fig. 111.

Benutzt wurden eine glatte unbearbeitete Scheibe aus Kesselblech von 537 mm Durchmesser und fünf Turbinenräder von bzw 545, 624, 722, 940, 1265 mm Außendurchmesser. Die Räder wurden teils fliegend am Wellenende eines Gleichstrommotors, teils auf einer besonders gelagerten Verlängerung der Motorwelle befestigt und entweder in freier Luft oder in einem Gehäuse angetrieben. Vom Brutto-Kraftverbrauche wurde der Leerlauf bei abgenommenem Rade und die Ankerstromwärme abgezogen. Man bestimmte von Zeit zu Zeit die Ankertemperatur und korrigierte den Wert des Ankerwiderstandes dementsprechend. Der Erregerstrom wurde stets unveränderlich gehalten.

Fig. 111 enthält die Darstellung der Logarithmen des Kraftverbrauchs W in Watt als Abhängige der Logarithmen der minutlichen Umdrehungszahl n. Die erhaltenen Punkte liegen für jeden Versuch auf ziemliche Ausdehnung fast genau in einer Geraden, welche durch die Gleichung

$$\lg W = \lg W_0 + \varepsilon \lg n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

dargestellt werden kann. Die Größe ε ist die trigonometrische Tangente des Neigungswinkels gegen die Abszisse. Aus Gl. (1) folgt

$$W = W_0 n^{\varepsilon} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

Die Werte von ε sind in der Figur eingetragen und liefern als Mittelwert 2,90, also eine sehr nahe Übereinstimmung mit dem Reynoldschen Exponenten für die Flüssigkeitsreibung. Wir begnügen uns indessen mit der Abrundung

$$\varepsilon = 3,$$

wodurch auch die Rechnungen bedeutend vereinfacht werden, und sprechen das Ergebnis im folgenden Gesetz aus:

Digitized by Google

Die Leerlaufarbeit der in freier Luft oder in einem Gehäuse rotierenden Räder und Scheiben wächst sehr angenähert mit der dritten Potenz der Umlaufzahl.

Es genügt mithin, von jeder bei verschiedenen Umlaufzahlen unter sonst gleichen Umständen durchgeführten Versuchsreihe einen einzelnen Punkt anzugeben. In Zahlentafel 1 sind die jeweiligen Höchstwerte zusammengestellt, und es bezieht sich die Bezeichnung „Vorwärtsgang" auf die gewöhnliche Drehrichtung, bei welcher die konvexe Schaufelseite vorausgeht. Der Widerstand des Rückwärtsganges wurde bei mehreren Rädern bestimmt, da die Kenntnis desselben für die Schiffsturbinen, die in beiden Richtungen rotieren müssen, Wichtigkeit besitzt. Das Gehäuse bestand bei den kleinen Scheiben aus Blech, bei den großen aus Holz.

Fig. 112.

Das angegebene Spiel bezieht sich auf den Abstand der Gehäusewand von der Schaufel.

Der große Einfluß der Schaufellänge geht aus diesen Angaben klar hervor. Wie sehr weiterhin die Ventilationsarbeit von der Freiheit der Luftzirkulation abhängt, zeigt der Vergleich der Werte für freie Luft und für eingeschlossene Räder. Wegen des besseren Lufteinlaufes in die Schaufel ist die Arbeit beim Rückwärtslauf des unverhüllten Rades fünf- bis sechsmal größer als im Vorwärtslauf. Wird das Rad aber eingehüllt, so schrumpft das Verhältnis auf etwa 1,2 zusammen. Versuche 12 und 14 zeigen ferner die interessante Tatsache, daß das Einhüllen des Kranzes allein den Hauptteil des Widerstandes beseitigt, und durch das Umschließen des ganzen Rades nur noch wenig gewonnen werden kann.


Digitized by Google

Zahlentafel 1.

Nr.	Art des Versuches	Vorwärts- oder Rückwärtslauf	Außendurchmesser mm	Schaufel			Höchste Umlaufzahl p. Min.	Zugehörige Umfangsgeschw. m/sec	Kraftverbrauch		β
				Länge (axial) mm	Breite (axial) mm	Teilung mm			Watt	PS	
1	Glatte Scheibe 4 mm dick frei in Luft	vorw.	537	—	—	—	2000	56,3	110	0,149	—
2	Laufrad *A* frei in Luft	vorw.	545	20	20	12,3	2200	62,8	400	0,544	6,38
3	„ „ „ „ „	rückw.	545	20	20	12,3	2100	59,9	1880	2,554	34,42
4	„ „ im Gehäuse mit 4 mm seitl. Spiel	vorw.	545	20	20	12,3	2200	62,8	218	0,296	3,48
5	Laufrad *B* frei in Luft	vorw.	624	60	20	13,7	2100	68,6	1380	1,875	12,86
6	„ „ im Gehäuse mit 4 mm seitl. Spiel	„	624	60	20	13,7	2100	68,6	525	0,713	4,89
7	Laufrad *B* im Gehäuse mit 4 mm seitl. Spiel	rückw.	624	60	20	13,7	2200	71,9	680	0,924	5,51
8	Laufrad *C* frei in Luft	vorw.	722	24,5	20	12,6	2200	83,2	1315	1,787	5,13
9	Laufrad *D* frei in Luft	vorw.	940	27,5	25	16,3	1600	78,7	1720	2,336	4,67
10	„ „ „ „ „	rückw.	940	27,5	25	16,3	750	36,9	1120	1,522	9,34
11	Laufrad *E* frei in Luft	vorw.	1265	55	25	12	980	64,9	2160	2,935	5,77
12	„ „ Kranz auf 160 mm Breite eingehüllt, rd. 6,5 mm seitl. Spiel	„	1265	55	25	12	1650	109,3	2870	3,901	1,61
13	Laufrad *E* Kranz auf 160 mm Breite eingehüllt, rd. 6,5 mm seitl. Spiel	rückw.	1265	55	25	12	1400	92,7	2290	3,110	2,10
14	Laufrad *E* ganz im Gehäuse, 6,5 mm seitl. Spiel	vorw.	1265	55	25	12	1400	92,7	1590	2,16	1,48

Zum Zwecke des ungefähren Vergleiches stellen wir für die Reibungsarbeit N_r in PS die Formel auf

$$N_r = \frac{\beta}{10^6} D^2 u^3 \gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

worin D der Außendurchmesser des Rades in m,
u die äußerste Umfangsgeschwindigkeit in m/sek,
γ das spezifische Gewicht der Gasart in kg/cbm ist, in welcher das Rad rotiert.

Die Werte der Konstanten β sind in der Zahlentafel 1 für die untersuchten Räder mit angegeben. Die Abhängigkeit dieser Zahl von Durchmesser und Schaufellänge wird weiter unten untersucht.

Reibung der Radscheibe allein (ohne Schaufeln).

Um die Reibungsarbeit aus ihren Elementen zu berechnen, können wir von folgenden Versuchen Gebrauch machen. A. F. Zahm[1]) untersuchte die **Luftreibung langer Platten,** die einem geradlinigen Luftstrom in geschlossenen Kanälen ausgesetzt waren. Die Reibungskraft in kg, die eine Platte von l m Länge, 1 m Breite, bei u m/sek Luftgeschwindigkeit auf einer Seite erfährt, soll hiernach durch die Formel

$$R = 0{,}000124\, l^{0,93}\, u^{1,85} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3a)$$

für den gewöhnlichen Zustand der Atmosphäre ausdrückbar sein.

Mit Hilfe der Zahmschen Formel kann man die Reibungsarbeit ausrechnen, die eine rotierende Scheibe erfahren würde, wenn man annimmt, daß in jedem Punkte der Scheibe die Reibung genau so groß ist, als wenn die Luft in der Umgebung ruhen würde.

[1]) Philosophical Magazine 1904. Bd. 43, S. 62.

Digitized by Google

Der Einfachheit halber setzen wir den Exponenten der Länge = 1 und erhalten auf einen durch die Radien r und $r + dr$ begrenzten Ring eine Reibungsarbeit $u\,dR = 2\pi r\,dr\,a\,(r w)^{2,85}$, wenn mit a die Konstante in Formel (3a) bezeichnet wird. Durch Integration von 0 bis r und Vermehrung mit 2 (d. h. für zwei Seiten der Scheibe), sowie Division durch 75 erhalten wir die Reibungsarbeit der ganzen Scheibe in PS

$$N_r = \frac{1,07}{10^6} D^2 u^{2,85} \quad \text{(3b)}$$

Der Exponent von u stimmt mit dem von uns für die Turbinenräder experimental gefundenen gut überein und rechtfertigt die Form der Gl. (3). Das Ergebnis kann mit den Versuchen von Odell[1]) über die **Reibung glatter Räder** verglichen werden, welcher vier Scheiben aus Karton und Zeichenpapier mit Durchmessern von bzw. 381, 559, 686 und 1194 mm untersucht hat. Odell fand den Kraftverbrauch bei den drei ersten der 3,5ten Potenz der Umlaufszahl proportional, bei der 4. war der Exponent 3,1, was nach unseren Beobachtungen unwahrscheinlich ist und den Wert dieser Versuche herabzieht. Der Durchmesser tritt als Faktor mit einer Potenz auf, deren Exponent bei den kleineren Scheiben zwischen 6 und 7, beim Übergang zu den großen Scheiben zwischen 5 und 6 lag. Versuche, welche Verfasser mit Kartonscheiben unternahm, schlugen fehl, indem sich der Karton unter der Spannung durch die Fliehkraft krumm zieht.

Da der Kraftbedarf der glatten Scheibe an sich gering ist, empfiehlt es sich, solange keine genaueren Versuche vorliegen, die Leerlaufarbeit einer glatten Scheibe in PS durch eine Formel von der Form der Gl. (3b) indes mit der Vereinfachung, daß man als Exponenten die Zahl 3 wählt, d. h. durch den Ansatz

$$N_r' = \frac{\beta_1}{10^6} D_1^2 u_1^3 \gamma \quad \text{(4)}$$

wiederzugeben, in welcher

D_1 den Durchmesser der Scheibe in m,
u_1 die Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe in m/sek,
γ das spezifische Gewicht des umgebenden Mediums in kg/cbm

bedeuten. Man erhält für β_1 die in Zahlentafel 2 mit den Versuchsergebnissen zusammengestellten Werte, wobei für Odell $\gamma = 1,16$ vorausgesetzt wurde, während es in meinem Versuche 1,12 betrug.

Die Versuche von Odell ergeben also einen höheren Kraftverbrauch, als nach der Zahmschen Formel zu erwarten gewesen wäre. Bei Versuch 6 mußte die Scheibe wegen der Balancierung mit zwei Löchern versehen werden, die merkliche Mehrventilation verursachten.

Zahlentafel 2.

Versuche von Odell (Nr. 1—5) und vom Verfasser (Nr. 6).

Nr. der Versuche	1	2	3	4	5	6
Durchmesser der Scheibe . . mm	381	559	686	1194	1194	537
Höchste Umlaufzahl . . . . p. Min.	2000	850	525	530	740	2000
Entspr. Umlaufgeschwindigkeit m/sek	39,9	24,9	18,8	33,1	46,2	56,2
Kraftverbrauch . . . . Watt	17,7	8,14	5,56	101,3	229,1	110
„ . . . . PS	0,0240	0,0111	0,00755	0,138	0,309	0,149
Konstante β_1 in Formel (4)	2,24	1,98	2,06	2,28	1,90	2,59

Die Abhängigkeit der gesamten Reibungsarbeit des Rades von der Dichte der umgebenden Dampfatmosphäre

geht aus den in Fig. 113 graphisch zusammengefaßten Ergebnissen hervor, die der Verfasser an einer mehrstufigen Aktionsturbine ermittelt hat. Die Turbinen-

[1]) Engineering, Jan. 1904, S. 33.

Digitized by Google

welle mit allen Laufrädern wurde hierbei in stagnierendem Dampfe durch einen Gleichstrommotor angetrieben. Der Arbeitsverbrauch nimmt augenscheinlich mit dem spezifischen Gewicht des Dampfes linear zu.

Daß der Verbrauch bei der Dichte Null nicht verschwindet, ist in der Lagerreibung begründet. Da der Dampf gesättigt war, besteht angenäherte Proportionalität mit dem absoluten Druck.

An der gleichen Turbine wurden auch Versuche mit fortschreitender Umlaufzahl angestellt, die das Gesetz bestätigen, daß die Reibungsarbeit angenähert mit der dritten Potenz der Umlaufzahl zunimmt.

Über die Abhängigkeit der Reibungsarbeit von der Dampfüberhitzung geben die wertvollen Versuche von Lewicki[1]) Aufschluß. Das Laufrad der von ihm untersuchten Lavalturbine besaß 220 mm Außendurchmesser und 20 mm Schaufellänge, 10 mm Schaufelbreite, rund 6 mm Teilung und lief abwechselnd in Luft, gesättigtem und überhitztem Dampfe. Die Pressung variierte von 1 kg/qcm bis 0,36 kg/qcm absolut. Zahlentafel 3 enthält eine Zusammenstellung der Ergebnisse für die konstante Umdrehungszahl des Rades von 20 000 p. Min.

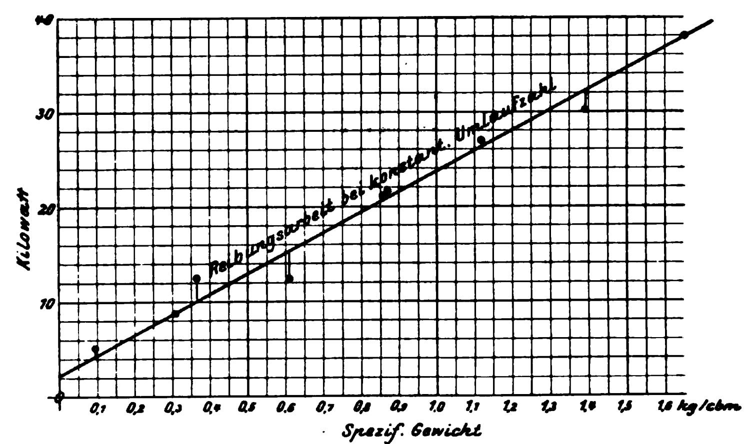


Fig. 113.

Zahlentafel 3.

Das Rad lief mit 20 000 Umdrehungen per Min. in	Temperatur	Gesamte Leerlaufarbeit der Turbine bei atm. Druck	Radwiderstand allein			
			bei atm. Druck		im Vakuum von 0,36 Atm. abs.	
	°C	PS	PS	β	PS	β
Luft	30	6,8	4,6	6,84	—	—
gesättigtem Dampf	—	5,5	3,3	9,40	1,5	11,35
überhitztem Dampf	123	5,10	2,85	8,67	0,95	8,28
	184	4,55	2,25	8,04	—	—
	244	4,30	2,05	8,20	—	—
	300	4,15	1,88	8,36	0,60	7.60

Die Reibungsarbeit nimmt mithin unter sonst gleichen Umständen mit wachsender Überhitzung ab.

Die Werte der Konstanten β sind mit einer dritten Versuchsreihe vereint in Fig. 114 zusammengestellt. Das erhebliche Wachsen beim Erreichen des Sättigungszustandes führt Lewicki neuerdings auf Tropfenbildung im Inneren des Gehäuses zurück.

Auch aus den Versuchen Lewickis geht hervor, daß die Leerlaufarbeit mit der dritten Potenz der Umlaufzahl zunimmt. So betrug der Radwiderstand in gesättigtem Dampfe von atm. Druck

$N_0 = 1{,}34$ 1,40 2,25 3,26 PS
bei $n = 14850$ 15 330 17660 20000 Uml./min

und es ist $10^{12}\frac{N_0}{n^3} = 0{,}41$ 0,39 0,41 0,41 d. h. konstant.

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1903 u. Mitteil. üb. Forschungsarb., Heft 12.

Eine andere Versuchsreihe bei unveränderlicher Umlaufzahl (20000/min), zunehmendem Druck und gesättigtem Dampfe ergibt, wenn wir von der ermittelten Bruttoarbeit 2,3 PS als Betrag der Lager- und Stopfbüchsenreibung abziehen, die Zusammenstellung:

Zahlentafel 4.

Radreibung	$N_0 =$	1,51	2,10	3,26 PS
abs. Dampfdruck	kg/qcm	0,40	0,60	1,00
spez. Gewicht	γ	0,246	0,360	0,581
	$\beta =$	10,35	9,82	9,78

Die reine Dampfreibung erweist sich mithin abermals dem spezifischen Gewicht des Dampfes angenähert proportional.

Eine ähnliche Versuchsreihe Lewickis, allein mit auf 300° C überhitztem Dampf, ergab

Zahlentafel 5.

Radreibung	$N_0 = 0,64$	0,99	1,86 PS
abs. Dampfdruck	kg/qcm $= 0,4$	0,6	1,0
spez. Gewicht	$\gamma = 0,1485$	0,223	0,372
	$\beta = 7,27$	8,03	8,44

Hier nimmt also die Reibungsarbeit mit dem spezifischen Gewicht des Dampfes noch merklich zu, doch halten wir weitere Versuche zur Bestätigung dieses Ausnahmefalles für erforderlich.

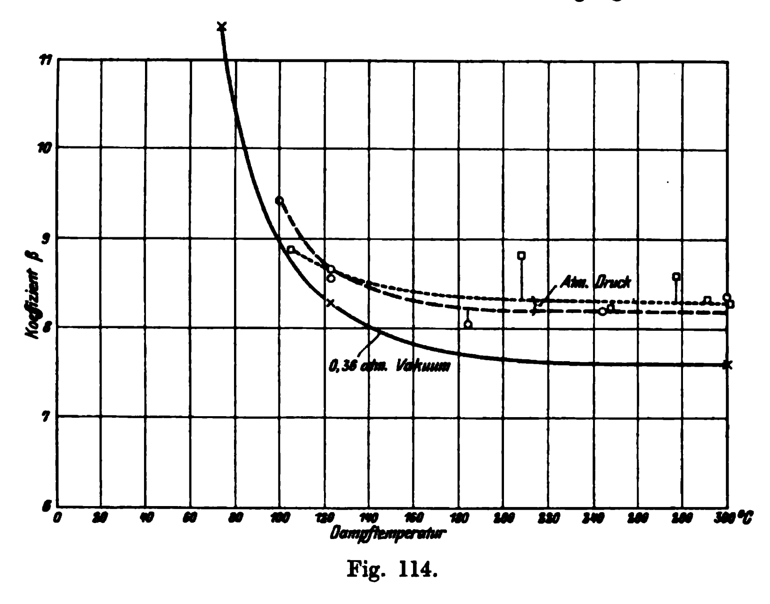


Fig. 114.

Abnahme der Radreibung bei vermehrter Beaufschlagung. Den Hauptteil des Radwiderstandes macht die Ventilation der Schaufeln aus; wenn also durch die Beaufschlagung, d. h. den die Schaufeln durchströmenden Dampfstrahl selbst eine Ventilation unmöglich gemacht wird, muß der Widerstand abnehmen. Wertvolle Versuche über diese Frage sind von der Allgemeinen Elektricitäts - Gesellschaft in Berlin im Jahre 1903 veranstaltet worden, welche ein Laufrad von 900 mm Durchmesser, das mit zwei Laufkränzen für tangentiale Beaufschlagung (s. Fig. 116) versehen war, untersuchen ließ. Über die Versuche teilt mir Herr Direktor O. Lasche folgendes mit:

„Das Laufrad war auf der Hälfte des Umfanges von Düsen und Umkehrschaufeln beaufschlagt, während die andere Hälfte durch einen breiten Ring so abgedeckt war, daß zwischen Radumfang und Deckring etwa 1,5 mm radiales Spiel vorhanden war. Die Messungen wurden teils mit, teils ohne Deckring ausgeführt.

Hierbei wurden konstant gehalten: Dampfdruck und Dampftemperatur. Alle Messungen geschahen bei Auspuff. Gemessen wurde die Leistung an den Klemmen bei verschiedener Beaufschlagung und Umlaufzahl. Durch Hinzufügung der Dynamoverluste (einschließlich Lager- und Stopfbüchsenreibung) ergab sich die Leistung an der Welle, die eine schwach nach oben gekrümmte Kurve darstellt und im Diagramm für die Versuche mit Deckring dünn voll, für diejenigen ohne Deckring dünn punktiert ausgezogen, und mit „Leistung an der Welle" bezeichnet ist. In ihrer Verlängerung muß sie die Ordinatenachse in dem Punkte schneiden, der die nach unten aufgetragene, elektrisch gemessene Radreibung des unbeaufschlagten Rades begrenzt.

Digitized by Google

Die reine Dampfarbeit (Leistung am Radumfang) muß unabhängig von der Düsenzahl sein, also proportional zur Dampfmenge bzw. der Anzahl der offenen Düsen zunehmen. Hierbei ist die fast völlig zutreffende, also zulässige Annahme gemacht, daß die jeweilig letzten, äußeren Düsen mit demselben Wirkungsgrad arbeiten als die zwischenliegenden Düsen. Ebenso ist sie unabhängig davon, ob die andere Radhälfte abgedeckt ist oder nicht. Die Kurve der Dampfarbeit (im Diagramm stark ausgezogen) muß demnach durch den Nullpunkt gehen, geradlinig und parallel sein zur Tangente, die man an die Kurven der effektiven Leistung im Schnittpunkt mit der Ordinatenachse legen kann. Die vertikale Differenz zwischen den beiden Kurven ergibt die Radreibung für die betreffende Beaufschlagung."

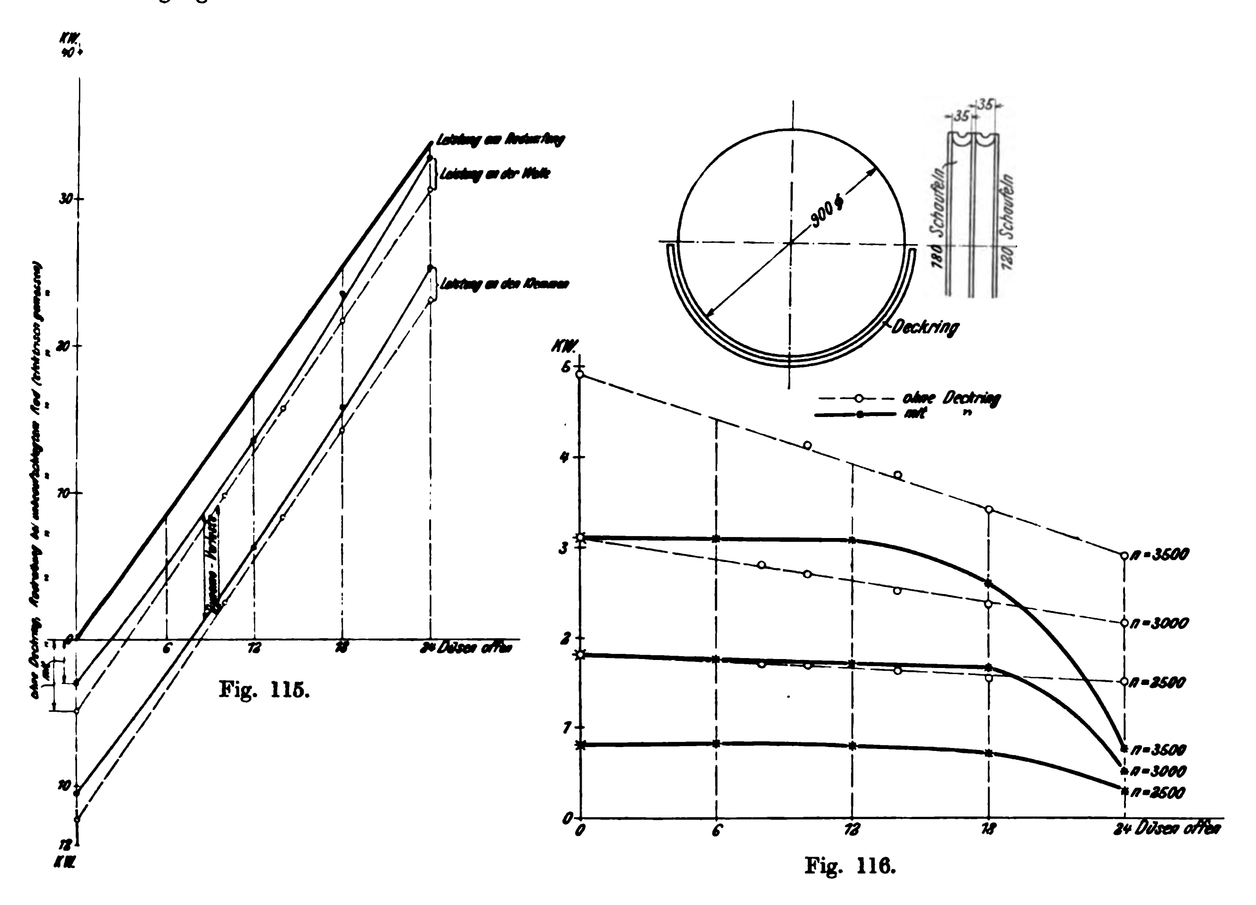


Fig. 115.

Fig. 116.

In Fig. 115 sind die Ergebnisse einer Versuchsreihe mit 3500 Umdrehungen und veränderlicher Beaufschlagung dargestellt; Fig. 116 enthält eine Zusammenstellung aller Versuche. Bemerkenswert ist der erhebliche Einfluß des Deckringes und das verschiedenartige Verhalten der Kurven, je nachdem mit oder ohne Deckring gearbeitet wurde. Berechnen wir aus den Versuchsdaten die Konstante β unserer Überschlagsformel (3), so ergibt sich folgende Tabelle:

	Mit halbem Deckring			Ohne Deckring		
Umdr. p. Min. . . . . n	2500	3000	3500	2500	3000	3500
I. Keine Düse offen . .						
Konstante . . . . β	1,42	1,85	2,00	3,18	3,18	3,15
II. 24 Düsen offen . . .						
Konstante . . . . . β	0,531	0,512	0,451	2,66	2,20	1,87

Digitized by Google

Diese Werte fügen sich recht gut in die vom Verfasser bei axialen Rädern gefundenen Konstanten ein. Nur bei voller Beaufschlagung und Deckring erscheint β ausnahmsweise klein.

Jasinsky[1]) hat in einer sorgfältigen Untersuchung im Laboratorium von Lewicki die Verhältnisse einer 50pferdigen Lavalturbine bei teilweiser Beaufschlagung untersucht und stellt als Wert der Ventilationsarbeit in WE, soweit dieser von den Schaufeln allein herrührt, die Formel

$$H_v = H_s \, \varepsilon \, (\varepsilon^{-\alpha} - 1)$$

auf, worin

- ε das Verhältnis der beaufschlagten Bogenlänge zum ganzen Umfang,
- H_s den gesamten Energieverlust der Turbine bei Vollbeaufschlagung in WE,
- $\alpha = 1{,}8 \cdot 10^{-6} u^2$ und u die Umfangsgeschwindigkeit in m/sek bedeuten.

Da α für die untersuchte Turbine < 1, so hat die Formel die Eigentümlichkeit, daß die Ventilationsarbeit verschwindet, wenn $\varepsilon = 0$ ist. Jasinsky hebt mit Recht hervor, daß dies Ergebnis notwendig unter Voraussetzung vollkommener Gehäuseisolation aus dem durch die Ventilation bedingten Steigen der Dampftemperatur folgt, die bei verschwindend kleiner Dampfmenge ($\varepsilon = 0$) unendlich groß werden müßte.

Natürlich gilt die Formel nicht, wenn bei plötzlichem Übergang zu $\varepsilon = 0$ die Dampfumgebung noch eine niedrige Temperatur besitzt. Der Zahlenfaktor α hat nur für die untersuchte Turbine und die besonderen Verhältnisse des Versuches Gültigkeit, bei welcher infolge kegelförmiger Düsen der Schnitt des Dampfstrahles mit der Radebene eine Ellipse ist, deren Enden die Schaufeln nicht ausfüllen, also die Ventilation befördern werden.

Formel für den Wert der gesamten Leerlaufarbeit.

Wir werden von der Wahrheit nicht allzu weit entfernt sein, wenn wir annehmen, daß die ganze Reibungsarbeit sich als Summe eines Gliedes, welches der glatten Radscheibe entspricht, und für welches Formel (4) wenigstens der Form nach maßgebend ist, darstellt und aus einem Gliede, das von den Schaufelabmessungen allein abhängt, wobei wir aber nur die Schaufellänge in die Rechnung einführen. Es zeigt sich die Form

$$N_r = (\beta_1 D^2 + \beta_2 D L^{1,5}) \frac{u^3}{10^6} \gamma \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

gut verwendbar. Hierin bedeutet

- N_r die Reibungsarbeit in PS für das unverhüllte Rad in Luft,
- D den mittleren Schaufeldurchmesser in m,
- L die Schaufellänge in cm,
- u die mittlere Umfangsgeschwindigkeit in m/sek,
- γ das spezifische Gewicht der Luft in kg/cbm.

Die Konstanten erhalten die Werte

$$\beta_1 = 1{,}46 \qquad \beta_2 = 0{,}83.$$

Der Übergang zum eingeschlossenen Rade ergibt bedeutend herabgesetzte Reibungsarbeiten, zu deren Vergleich untereinander die vereinfachte Formel (3) dienen kann. Bei 0,5 m Durchmesser ist der Kraftverbrauch der eingeschlossenen Räder nur etwa die Hälfte, bei 1 m Durchmesser nur etwa ein Viertel desjenigen in freier Luft.

---

[1]) Mitteil. über Forschungsarbeiten, Berlin, 1908 Heft 67.



Will man die Reibungsarbeit in Dampf berechnen, so ist man auf eine Umrechnung im Verhältnisse der von Lewicki gefundenen Werte angewiesen, aus dessen in Tabelle 3 mitgeteilten Zahlen die Folgerung zu ziehen wäre, daß die Reibungsarbeit in gesättigtem Dampf bei gleichem spezifischen Gewicht, gleicher Radgröße und Geschwindigkeit das 1,3 bis 1,5fache, in überhitztem Dampfe von Atmosphärendruck im Mittel das 1,2fache derjenigen in Luft, bei sehr hoher Überhitzung (300°) und Vakuum gleich groß wie in Luft ist.

Moyer empfiehlt[1]) eine Formel vollkommen gleicher Bauart, indes mit dem Ersatz von $(u/100)^3$ durch $(u/100)^{2,8}$ und den Werten $\beta_1 = 1,5$ $\beta_2 = 0,42$ für in trockenem Dampf rotierende Räder. Das Gültigkeitsbereich unserer Formel ist $u = 60$ bis 100 m/sek. Bei letzterer Geschwindigkeit erhält Moyer nur etwa halb so große Reibungsarbeiten als wir.

Für überhitzten Dampf soll nach Moyer das betreffende spezifische Gewicht eingesetzt werden. Für nassen Dampf mit y Prozent Feuchtigkeit soll hingegen die für trockenen Dampf gültige Reibungsarbeit mit dem Faktor $k = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{y}{10}\right)^2$ multipliziert werden. Daher beispielsweise bei $y = 20$ v. H., $k = 2$ wird, die Reibung sich verdoppelt.

In welchem Maße die Leerlaufarbeit abnimmt, wenn das Rad mehr und mehr voll beaufschlagt arbeitet, muß nach den Versuchen von Lasche und Jasinsky beurteilt werden. Jedenfalls ist zu beachten, daß die in Wirbelung versetzte Dampfumgebung den in das Rad eintretenden und noch mehr den das Rad verlassenden Dampfstrom stören und Verluste verursachen wird. Wenn wir also die eigentliche Reibungsarbeit des beaufschlagten Rades gegenüber dem unbeaufschlagten auch geringer veranschlagen dürfen, so ist anderseits dieser neue Verlust in Rechnung zu ziehen. So lange diese Verhältnisse durch neuere Versuche nicht genügend geklärt sind, wird man in Formel (5) das zweite Glied mit dem Verhältnis der nicht beaufschlagten Umfangslänge zum ganzen Umfang multiplizieren, und einen geeigneten Zuschlag machen.

Über die Reibung mehrkränziger Räder verdanke ich Herrn Dir. Lasche nachfolgende Mitteilung: Die Reibungsarbeit in KW für ein unbeaufschlagtes unverhülltes Rad in Dampf ist

$$N_{kw} = \beta\, 10^{-9} D_m n^3 L_m \gamma$$

Hierin bedeutet D_m den Teilkreisdurchmesser in m.
L_m die mittlere Schaufellänge „ „
n die Umlaufzahl/Min
γ das spezifische Gewicht des Dampfes in kg/cbm.
$\beta = 17,5$ für einkränzige Räder
$= 20,5$ „ zwei „ „
$= 28,0$ „ drei „ „
$= 42,5$ „ vier „ „

Die Formel gilt für $D = 900 - 1200$ m/m und $L = 10 - 50$ m/m mit $\pm$ 5 v. H. Genauigkeit. Sie liefert im allgemeinen erheblich kleinere Werte als unsere Formel, empfiehlt sich aber durch ihre Einfachheit.

Alles in allem geht aus der Gesamtheit dieser Versuche hervor, daß die Ventilationsarbeit bei weitem nicht so bedeutend ist, als man früher anzunehmen geneigt war. Sie spielt nur bei ganz kleinen Einheiten eine wesentliche Rolle. Bei Leistungen von über 1000 PS darf sie füglich ganz vernachlässigt werden.

[1]) In seinem 1908 erschienenen Buche „The Steam turbine", New York, ohne übrigens die Formel des Verfassers, die im Jahre 1904 aufgestellt worden ist, zu erwähnen.

Digitized by Google

54. Bezeichnungen; Gleichung der Stetigkeit, bezogen auf den axialen (oder „Meridian"-) Reinquerschnitt. Theoretische und effektive Schaufellänge.

Es bezeichnet im folgenden[1])

α_1 den Austrittswinkel der Leitschaufel,
c_1 die absolute Austrittsgeschwindigkeit aus der Leitschaufel,
β_1 den Eintrittswinkel in die Laufschaufel,
w_1 die relative Eintrittsgeschwindigkeit in die Laufschaufel,
β_2 den Austrittswinkel der Laufschaufel,
w_2 die relative Austrittsgeschwindigkeit der Laufschaufel,
c_2 die absolute Austrittsgeschwindigkeit der Laufschaufel,
$u_1 u_2$ die Umfangsgeschwindigkeit am Ein- und Austritt der Laufschaufel,
$r_1 r_2$ die Halbmesser der Laufschaufel,
$c_u c_a c_r$ die rechtwinkligen Komponenten der absoluten Geschwindigkeit in Richtung des Umfanges, der Achse und des Halbmessers,
$w_u w_a w_r$ dasselbe für die relative Geschwindigkeit.

Liegt die Stromlinie eines Teilchens auf einer allgemeineren Umdrehungsfläche, deren Gestalt durch ihren Meridian bestimmt ist, so findet eine Zerlegung Anwendung in

$c_u c_m c_n$ die rechtwinkligen Komponenten nach dem Umfang (d. h. u) der Tangente und der Normale an den Meridian.

Die Schaufelkanäle werden bei der radialen Turbine durch Zylinderflächen mit zur Achse parallelen Erzeugenden begrenzt. Bei der axialen Turbine sind es streng genommen Regelflächen mit zur Achse senkrechten Erzeugenden, in der praktischen Ausführung meist auch Zylinderflächen, von welchen etwa die Austrittskante radial gestellt wird.

Die Schaufellänge a bedeutet bei radialen Turbinen die zur Achse parallele Abmessung des Kanales, bei axialen die radiale Länge.

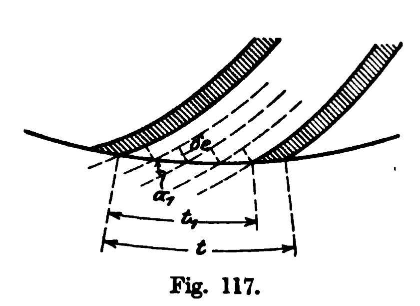


Fig. 117.

Die Strömungsquerschnitte werden als Normalflächen der nach Schätzung eingezeichneten Stromlinien gerechnet. Für die Radialturbine machen wir die Annahme, daß der Strahl überall unter gleichem Winkel austritt. Daher wäre in Fig. 117 die gesamte Weite des dargestellten Kanals $e = \Sigma \delta e$ oder $= t_1 \sin \alpha_1$. Somit ist der Querschnitt für einen Kanal $= t_1 \sin \alpha_1 \cdot a$ und für das ganze Rad

$$F_1 = \Sigma a t_1 \sin \alpha_1 = a \sin \alpha_1 \Sigma t_1 = a \sin \alpha_1 2\pi r_1 (t_1/t),$$

wo t_1 die nutzbare, t die gesamte Teilung bedeutet.

Ist die Schaufel in eine scharfe Kante ausgezogen, so wird $t_1 = t$.

Statt mit dem **effektiven** Querschnitt, rechnet man mit Vorteil mit dem **theoretischen**, der unendlich dünnen Schaufeln entspricht. Die wirkliche Schaufellänge a ist dann im Verhältnisse von t/t_1 größer als die theoretische, damit derselbe Querschnitt entstehe. Ist also beispielsweise F_1 gegeben, so setzt man zunächst die Gleichung

$$F_1 = 2\pi r_1 a_1' \sin \alpha_1$$

an und berechnet hieraus die theoretische Schaufellänge a_1'. Nachdem über

[1]) Gemäß den Vereinbarungen in Z. Ver. deutsch. Ing. 1906, S. 1993.


Digitized by Google

die Schaufeldicke konstruktiv entschieden worden ist, erhält die wirkliche Schaufel die Länge

$$a_1 = a_1' \frac{t}{t_1}.$$

In gleicher Weise werden behandelt die Querschnitte

F_0 am Eintritt ins Leitrad,
F_1' „ „ „ Laufrad,
F_2 „ Austritt aus dem Laufrad.

Empfehlenswert ist die Benutzung des „axialen“, bzw. „radialen“ Reinquerschnitts, deren Bedeutung durch folgendes erklärt wird:

Für den in Fig. 117 beispielsweise dargestellten Austritt aus einem radialen Leitrad sei F_1 bestimmt worden durch Angabe des sekundlichen Gewichtes G_{sek}, des spezifischen Volumens v und der Geschwindigkeit c_1 mittelst der Gleichung der Stetigkeit

$$G_{sek} v = F_1 c_1.$$

Bilden wir die radiale Komponente $c_{r1} = c_1 \sin \alpha_1$, so wird $f_1 c_1 = f_1 c_{r1}/\sin \alpha_1$. Bei unendlich dünnen Schaufeln ist aber

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = 2\pi r_1 a_1' = F_r,$$

und diese Größe nennen wir den radialen Reinquerschnitt (genauer: die Summe der Querschnitts-Projektionen auf einen Zylindermantel vom Radius r_1). Mit dieser Bezeichnung lautet die Gleichung der Stetigkeit

$$G_{sek} v = F_{1r} c_{1r}.$$

Für die axiale Turbine wird ganz ähnlich

$$F_{1a} = 2\pi r a_1' \quad \text{und} \quad c_{1a} = c_1 \sin \alpha_1,$$

wobei r den mittleren Halbmesser des Kanales bedeutet, und es gilt

$$G_{sek} v = F_{1a} c_{1a},$$

oder in Worten:

Die Gleichung der Stetigkeit kann entweder auf die wirklichen Querschnitte und die wirklichen Geschwindigkeiten, oder auf den axialen bzw. radialen Reinquerschnitt und die axiale bzw. radiale Geschwindigkeitskomponente bezogen werden.

Im allgemeinsten Fall würde man die Meridiangeschwindigkeit und die Projektion des Kanalquerschnitts auf den Normalenkegel längs eines Breitenkreises nehmen.

Aus der so umgeformten Kontinuitätsgleichung wird zunächst f_{1a} oder f_{1r}, und aus diesen wieder die theoretische Schaufellänge berechnet und korrigiert wie oben.

Teilweise Beaufschlagung.

Ist die Turbine teilweise beaufschlagt, so wird bei einem Neuentwurf zunächst so gerechnet, als ob sie voll beaufschlagt wäre. Dann verlängert man die Schaufeln auf ein praktisch befriedigendes Maß und verkleinert im umgekehrten Verhältnis den Beaufschlagungsgrad. Wenn also die Vollbeaufschlagung z. B. 5 mm Schaufellänge liefert und wir aus praktischen Gründen 15 fordern, so wird $^1/_3$ des Umfanges beaufschlagt, usf.

Digitized by Google

55. Die relative Bewegung.[1])

Ein materieller Punkt A (Fig. 118) sei durch einen Kanal gezwungen, sich auf der „relativen Bahn" AC' zu bewegen und soll im Zeitelement dt bei ruhendem Kanal, falls die relative Geschwindigkeit unverändert bliebe, nach C' gelangen. Der Kanal selbst erhält eine translatorische Bewegung, die ihn in der Zeit dt nach B_2C_2 führt, und eine Drehung um die „Momentanachse", die ihn in die Lage B_2C_3 schwenkt.

Wenn c die absolute Geschwindigkeit des mit A zur Zeit $t=0$ zusammenfallenden „System"-, d. h. Kanalpunktes,

w die Geschwindigkeit der relativen Bewegung,
ω die Winkelgeschwindigkeit der Drehung bedeuten, so ist
$ds = AC' = B_2C_2 = wdt$ der im Zeitelemente dt zurückgelegte relative Weg,
$d\varphi = \omega dt$ die Verdrehung des Kanales,

B_1B_2 und CC' stellen die Abweichungen je der absoluten, bzw. der relativen Bewegung von den dem Beharrungsvermögen entsprechenden geradlinigen Bahnen dar. Jede dieser Abweichungen ist der elementare Weg, den unser Punkt mit dem Mittelwert der während dt herrschenden Beschleunigung in ihrer Richtung zurückgelegt hat, also $=$ Beschl. $\times dt^2/2$. Durch paralleles Verschieben des Kanales in die Lage B_1C_1' überzeugt man sich, daß die der translatorischen Bewegung entsprechende Gesamtabweichung C_1C_2 die (geometrische) Resultierende aus den Einzelverschiebungen B_1B_2 und $C_1C_1' = CC'$ ist. Demnach gilt der Satz:

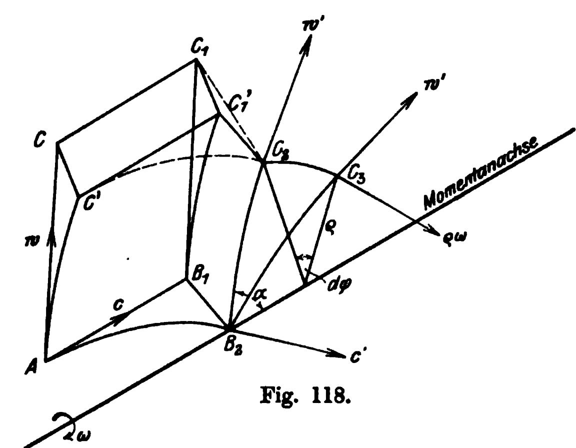


Fig. 118.

Die Gesamtbeschleunigung, die der translatorischen Bewegung entspricht, ist die geometrische Summe der absoluten Beschleunigung des mit dem bewegten Punkte momentan zusammenfallenden Systempunktes und der relativen Beschleunigung (d. h. derjenigen Beschleunigung, die der Punkt bei gleicher relativer Bahn und Geschwindigkeit im ruhenden Kanal besitzen würde).

Infolge der Drehung hierauf tritt noch das Wegelement C_2C_3 hinzu, dessen Länge $= \varrho d\varphi = wdt \sin\alpha \cdot \omega dt$ ist, und welches einer Beschleunigung p_ω entspricht, die sich nach Gleichung

$$p_\omega \frac{dt^2}{2} = wdt \sin\alpha\,\omega dt$$

zu

$$p_\omega = 2w\,\omega \sin\alpha$$

berechnet und wohl auch „Coriolisbeschleunigung" genannt wird. $w \sin\alpha$ ist die Projektion der relativen Geschwindigkeit auf eine zur Momentanachse senkrechte Ebene. Bezeichnen wir sie mit w'', so wird die Richtung von p_ω gewonnen, indem wir w'' im Sinne von ω um 90^0 verdrehen.

[1]) Das Theorem über die relative Beschleunigung ist für den Turbinenkonstrukteur sehr wichtig. Die Darstellung im Text lehnt sich an A. Ritters Analytische Mechanik an, welches Buch seiner anschaulichen Methoden wegen auch heute empfohlen werden darf.


Digitized by Google

Es wird für den Studierenden Interesse haben zu bemerken, daß die Coriolisbeschleunigung zu gleichen Teilen aus zwei gänzlich verschiedenen Quellen stammt. Die relative Geschwindigkeit in der Lage C_2 ist nämlich w', in C_3 ebenfalls w', allein um einen gewissen Winkel verdreht, was den ersten Geschwindigkeitszuwachs ergibt; als zweiter tritt noch die absolute Komponente $\varrho\omega$ hinzu. Tragen wir diese Geschwindigkeiten vom Punkte 0 (Fig. 119) samt der Momentanachse parallel ab, so ist der geometrische Zuwachs von w':

$$\Delta w' = w' \sin\alpha \cdot d\varphi = w' \sin\alpha \cdot \omega\, dt,$$

und für $\varrho\omega$ gilt:

$$\varrho\omega = w dt \sin\alpha \cdot \omega = w \sin\alpha \cdot \omega\, dt.$$

Beim Grenzübergang fallen w und w' zusammen und die Beschleunigung $(\Delta w' + \varrho\omega) : dt$ stimmt überein mit p_v, welches hiernach einerseits durch die Drehung der Relativgeschwindigkeit, anderseits durch das hinzutretende Element der Drehungsgeschwindigkeit erzeugt wird.

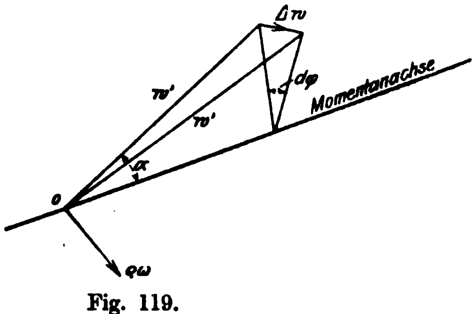


Fig. 119.

Bezeichnen wir die relative Beschleunigung mit p_r, die absolute Beschleunigung des „Systempunktes" A mit p_s, und die absolute Beschleunigung des Massenpunktes mit p_a, so gilt mithin die Formel

$$p_a = \text{Result.}\,(p_r,\, p_s,\, p_\omega),$$

aus welcher p_r, wie man leicht einsieht, als

$$p_r = \text{Result.}\,(p_a,\, -p_s,\, -p_\omega)$$

gewonnen wird. Die resultierende aller auf den Massenpunkt wirkenden Kräfte muß nach dem Grundgesetz der Bewegung $= m p_a$ sein und in die Richtung von p_a fallen. Multiplizieren wir alle Glieder im Ausdruck von p_r mit m, so entsteht

$$m p_r = \text{Result.}\,(m p_a;\, -m p_s;\, -m p_\omega).$$

Hierin kann man auch den Produkten $-m p_s$; $-m p_w$ den Sinn von Kräften unterlegen, darf aber nicht vergessen, daß es sich dann nur um scheinbare Kräfte handelt. $m p_r$ wäre eine Kraft, die im ruhenden Raum dem freien Massenpunkte dieselbe Beschleunigung erteilt, die ihm durch den Kanal als relative Beschleunigung aufgezwungen wird. Diese Kraft erhält man gemäß der aufgestellten Beziehung, indem man zur wirklichen Gesamtkraft $m p_a$ die scheinbaren Kräfte $-m p_s$ und $-m p_\omega$ hinzufügt. Denkt man sich diese **„Zusatzkräfte" der relativen Bewegung** in der Tat angebracht, so kann man die relative Bewegung so behandeln, als ob sie eine absolute wäre.

Auf der anderen Seite können diese scheinbaren Kräfte benutzt werden, um die sehr realen Drücke zu ermitteln, welche die den Massenpunkt führenden Kanalwände erleiden. Die Gesamtkraft $m p_a$ ist ebensogut die Resultierende aus $m p_r$, $m p_s$, $m p_\omega$, als wie die Resultierende aus den gegebenen äußeren Kräften (z. B. der Schwere) und den Gegendrücken der Führungen. Bezeichnen wir die Resultierende der äußeren Kräfte mit P_a, die der inneren mit P_i, so ist mithin

$$m p_a = \text{Result.}\,(P_a, P_i).$$

Da aber der auf die Führungen ausgeübte Druck das Negative von P_i ist, so erhalten wir

$$-P_i = \text{Result.}\,(P_a,\, -m p_a) = \text{Result.}\,(P_a,\, -m p_r,\, -m p_s,\, -m p_\omega).$$

Betrachten wir die relative Bewegung eines freien Massenpunktes, so gibt es keine Führungen, also auch kein P_i, dann ist eben $(P_a) = (m p_a)$.

Man kann auf die relative Bewegung auch das Prinzip der Energie anwenden, und hat dabei zu beachten, daß die „Wärmegleichung" unverändert gültig bleibt, während bei der lebendigen Kraft die Arbeiten der Zusatzkräfte zu berücksichtigen

Digitized by Google

sind. Aus diesen beiden geht dann der Satz für die Gesamtenergie in folgender besonderen Form hervor:

Die Zunahme der inneren und der kinetischen Energie der relativen Bewegung ist gleich der zugeführten Wärme und der (mit den relativen Verschiebungen gerechneten) Arbeit der wirklichen Kräfte und der scheinbaren (Zusatz-)Kräfte.

Von letzteren steht $-mp_w$ stets senkrecht auf der relativen Bahn, daher ist ihre Arbeit stets $=0$.

Bei gleichförmiger Drehung ist $-mp_s = -mr\omega^2$ gleich der nach außen gerichteten Zentripetalkraft, die wir Fliehkraft nennen. Für die im Beharrungszustand arbeitende Turbine ist daher nur die (scheinbare) Arbeit der Fliehkräfte für die relative Bewegung in Betracht zu ziehen.

Wenn unser System (der Kanal) mit unveränderlicher Geschwindigkeit geradlinig fortschreitet, so sind die Zusatzkräfte gleich Null.

Endlich haben wir den wichtigen Satz:

Findet ein Verlust, d. h. Umwandlung von relativer kinetischer Energie in Wärme statt, so ist dieser Verlust zugleich absolut, denn es ist ein Teil einer geordneten Bewegung in ungeordnete übergegangen, welche ungeordnet bleibt, ob wir sie auf ein bewegliches oder festes Koordinatensystem beziehen.

56. Die hauptsächlichen Turbinenabarten.

Wir können die Turbinensysteme in verschiedene Arten einteilen, je nach dem Vorherrschen folgender Hauptmerkmale:

a) Nach der Strömungsrichtung des Dampfes

1. Axialturbinen, wenn die Strömung auf mit der Welle coaxialen Zylinderflächen oder auf von diesen wenig abweichenden Umdrehungsflächen vor sich geht.
2. Radialturbinen, wenn die Strömung in zur Achse senkrechten Ebenen oder auf von diesen wenig abweichenden Umdrehungsflächen vor sich geht.
3. Gemischte Systeme, wenn die Strömung auf allgemeineren Umdrehungsflächen vor sich geht.

b) Nach der Größe des Druckes im „Spalt“ zwischen Leit- und Laufrad

1. Überdruckturbinen, wenn der Druck im Spalt größer ist als beim Austritt aus dem Laufrade.
2. Gleichdruckturbinen, wenn beide Drucke gleich sind. Sofern man hierbei Laufkanäle mit konstantem Querschnitt anwendet, muß die Eintrittsgeschwindigkeit über der Schallgeschwindigkeit liegen, und man erhält eine im Sinne der Strömung zunehmende Verdichtung bis an das Schaufelende (Fig. 120). Bei Unterschallgeschwindigkeit muß der Querschnitt zunehmen; bleibt er unveränderlich, so würde sich ein Überdruck einstellen (Fig. 121). Ist dieser genügend klein, so reihen wir die Turbine dennoch unter die Gleichdruckturbinen ein.

   Wird die Schaufel vom Strahl nicht ganz ausgefüllt, d. h. löst sich der Strahl ab, so könnte man von „Freistrahl“turbinen sprechen, die aber in diesem Sinne beim Dampfturbinenbau nicht vorkommen, denn sie wären unökonomisch. Bei Schaufeln von überall gleichem Querschnitt spricht man wohl auch von „Grenzturbinen“, die aber mit den hydraulischen Turbinen gleichen Namens nichts gemein haben.

3. Unterdruckturbinen, wenn der Spaltdruck kleiner ist als der Druck am Austritt aus dem Laufrade, daher Verdichtung in der Laufschaufel.

Digitized by Google

Prof. Escher, Zürich, schlägt die Bezeichnungen „Stauturbine" und „staufreie Turbine" an Stelle von 1. und 2. vor, die für hydraulische Turbinen durch ihre Kürze sympathisch erscheinen, bei Dampfturbinen indes für Klasse 3 versagen.

Ganz verfehlt ist der Vorschlag von Gentsch, 1. und 2. durch „Spannungs-" und „Geschwindigkeitsturbinen" zu ersetzen, denn auch die Überdruckturbine wirkt teilweise durch den Geschwindigkeits-Ablenkungsdruck.

c) Nach dem Verhältnis der beaufschlagten Bogenlänge zum ganzen Umfang
   1. Voll beaufschlagte Turbinen.
   2. Teilweise (partiell) beaufschlagte Turbinen.

d) Nach der Zahl der hintereinander geschalteten Turbinen
   1. Einstufige Turbinen.
   2. Mehr- oder vielstufige Turbinen, je nachdem bloß einige oder viele Räder vorhanden sind.

e) Falls der Druck von Turbine zu Turbine in Stufen abnimmt, entsteht
   1. die Druckstufenturbine.
   Falls die Pressung (soweit erreichbar) unverändert bleibt und die Strömungsenergie in Stufen ausgenutzt wird:
   2. die Turbine mit Geschwindigkeitsstufen.

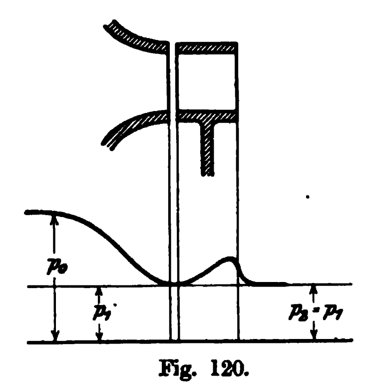


Fig. 120.

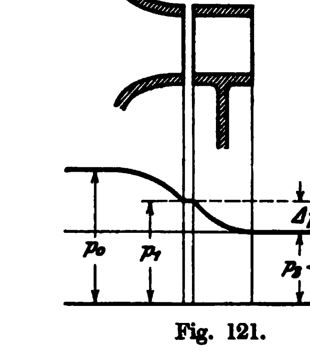


Fig. 121.

f) Die mehrstufigen Turbinen können so gebaut sein, daß die Auslaßgeschwindigkeit eines Laufrades (durch Wirbelung) verloren gegeben wird oder nicht. In letzterem Fall kann die Zustandsänderung im nächstbenachbarten Leitrad unter stetiger Druckabnahme erfolgen, oder man kann die kinetische Austrittsenergie durch Zwischenschaltung eines Diffusors wieder in Druckenergie umsetzen. Eine besondere Bezeichnung haben diese Bauarten nicht erhalten; die letzterwähnte könnte „Turbine mit Zwischenverdichtung" genannt werden.

g) Da der Dampf auf das Leitrad einen Ablenkungs- (oder Reaktions-) Druck ausübt, genau wie auf das Laufrad, sind Vorschläge gemacht worden, das Leitrad ebenfalls rotieren zu lassen, selbstverständlich im entgegengesetzten Sinne. Die Dampfausnutzung hängt nur von der relativen Geschwindigkeit zwischen Leit- und Laufrad ab; daher könnte in diesem Fall die absolute Umfangsgeschwindigkeit ermäßigt werden. Diese Bauart nennen wir „Gegenlaufturbine".

h) Eine beliebige Verbindung der unter a) bis g) aufgeführten Arbeitsverfahren und Bauarten kann in einer Turbine vereinigt werden. So entstehen die ungewöhnlich mannigfaltigen gemischten Systeme, deren Hauptvertreter im praktischen Teil besprochen werden sollen.

Digitized by Google

B. Axialturbinen.

Im folgenden betrachten wir alle Fragen, die mit dem Energieumsatz zusammenhängen, in erster Linie mit Rücksicht auf den Neuentwurf einer Turbine. Für diesen wird meist die Leistung N_e sowie der Anfangszustand $p_1 v_1 T_1 (x_1)$ und der Kondensatordruck p_k vorgeschrieben sein. Konstruktive und wirtschaftliche Erwägungen führen, wie wir später erötern, zur Wahl der Umlaufzahl n (pro Min.), und es handelt sich um die Ermittelung der übrigen Abmessungen, wie auch des voraussichtlichen Dampfverbrauches.

Die umgekehrte Aufgabe, auf dem Wege der Rechnung anzugeben, wie sich unter bestimmten Verhältnissen eine schon ausgeführte Turbine verhalten, wie groß ihr Dampfverbrauch sein werde, ist wesentlich schwieriger und wird unter D. behandelt werden.

57. Die einstufige Gleichdruckturbine.

Die Leitvorrichtung.

Liegt das Druckverhältnis unter dem kritischen, so verwenden wir erweiterte Kanäle oder eigentliche „Düsen", welche nach dem früher erläuterten Verfahren für die zunächst schätzungsweise angenommene Dampfmenge berechnet werden. Düsen mit rechteckigem Endquerschnitt werden bevorzugt und in Gruppen mit soweit als möglich zusammenhängendem Dampfstrahl dicht zusammengestellt. Die Höhe der Endquerschnitte ist durch die Schaufellänge gegeben, die auch bedingen wird, ob wir volle oder teilweise Beaufschlagung anwenden.

Je kleiner der Neigungswinkel α_1, um so besser ist der Wirkungsgrad, so daß nur konstruktive Gründe, der rasch zunehmende Einfluß der Schaufelstärke, uns eine Grenze setzen. Wir finden α_1 bis auf 10^0 verkleinert; im allgemeinen indessen liegt sein Wert zwischen etwa 14 und 25^0.

Ist $i_0 - i_k' = A L_0$ das theoretische Wärmegefälle, so ist mit vernachlässigter Anfangsgeschwindigkeit

$$c_{th} = \sqrt{2 g L_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

die theoretische Ausflußgeschwindigkeit. Der kinetische Verlust ist nach früherem

$$A Z_1 = \zeta_1 (i_0 - i_k') = \zeta_1 A L_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit

$$c_1 = \sqrt{\frac{2g}{A}(1-\zeta_1)(i_0 - i_k')} \quad \text{oder} = \varphi c_{th},$$

wobei

$$\begin{cases} \varphi = 0{,}975 - 0{,}92 \\ \zeta_1 = 0{,}05 \quad - 0{,}15 \end{cases}$$

für kurze bzw. lange Düsen zu setzen ist.

Der kinetische Energieverlust in der Leitschaufel kann auch in der Form

$$Z_1 = \frac{c_{th}^2 - c_1^2}{2g} = (1-\varphi^2)\frac{c_{th}^2}{2g} = \zeta_1 \frac{c_{th}^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

geschrieben werden.

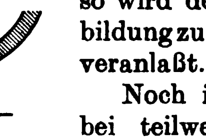
Nun bilden wir die relative Eintrittsgeschwindigkeit ins Laufrad w_1, und zwar als Resultierende aus $+c_1$ und $-u$ (Fig. 124) (statt der nur für Anfänger anschaulicheren „Zerlegung" von c_1 in u und w_1), und beachten, daß diese die Relativbewegung des Dampfes in dem Zustande, in welchem er sich in der Düsenmündung befindet, angibt.


Digitized by Google

Übertritt vom Leitrad ins Laufrad; Saugwirkung, Stoßvorgänge.

Tritt der Dampfstrahl aus der Leitvorrichtung ins Freie, so bleibt, wie der Augenschein lehrt, zwischen je zwei Strahlen ein milchigweißer, der Schaufeldicke entsprechender Zwischenraum. Ist ein Laufrad vorgeschaltet, so würde die Schaufel *A* (Fig. 122), indem sie in die Stellungen *B*, *C* fortrückt, die Bildung des punktiert angedeuteten Hohlraumes *D* veranlassen, der vom Spalte aus der Drehung folgend, mit entsprechender Geschwindigkeit ausgefüllt werden müßte. Dies bedingt aber **Nachsaugen von Dampf aus dem Spalte.** Entsteht hierbei eine stärkere Verdünnung, so wird der Strahl unter starker Wirbelbildung zu einer Ausdehnung nach Fig. 122a veranlaßt.

Noch intensiver ist die Saugwirkung bei teilweise beaufschlagten Turbinen, indem nach Fig. 123 der sich entleerende Schaufelkanal *A* mit Dampf aus dem Spalt nachgefüllt werden muß. Um das Nachfüllen zu erleichtern, sieht Elling eine Erweiterung *B* hinter der letzten Leitschaufel vor, die nach seinen Versuchen Arbeitsgewinn ergeben hat. Bei ganz engem Spalt würde der abfließende Dampfrest in Kanal *A* gehemmt, was Arbeitsverlust bedeutet.



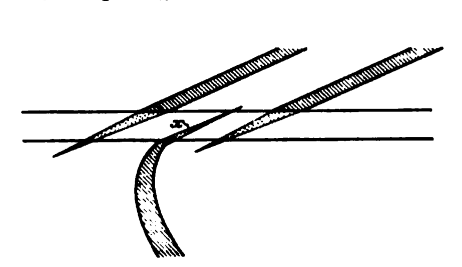


Fig. 122 und 122a.

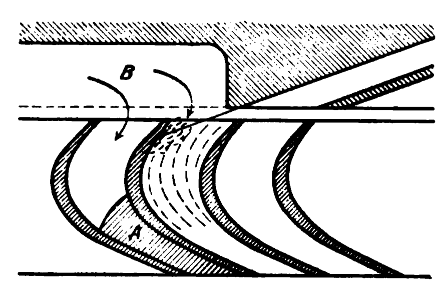


Fig. 123.

Endlich wird ein Saugen dadurch unterstützt, daß die Laufschaufel am Einlauf mit Rücksicht auf Ausführungsfehler um etwas länger gemacht wird als die Leitschaufel, daher die Reibung den Dampf mitreißt.

Obwohl der Dampf am Schaufelende vorbei und bei der partiellen Turbine durch die unbeschäftigten Schaufeln nachströmen kann, bringt das Saugen dennoch einen merklichen **Druckunterschied auf beiden Seiten des Laufrades** hervor, der im Anfange des Turbinenbaues von den Konstrukteuren nicht früh genug erkannt, Ursache der allergrößten Schwierigkeiten wurde. Bei plötzlichen Belastungsstößen kann die einseitige, auf die ganze Laufradfläche wirkende Pressung erhebliche Beträge erreichen, Heißlauf der Spurlager und sogar Verbiegungen der Laufräder herbeiführen. Zur Abhilfe bringt man in den Laufradscheiben weite Ausgleichsbohrungen an.

Die Weite des Spaltes wird man nicht größer machen, als mit Rücksicht auf Vermeidung des Streifens bei ungleicher Wärmeausdehnung der Welle und des Gehäuses erforderlich ist; 3—5 mm werden daher genügen. Zwar ist durch die Versuche von Lewicki erwiesen, daß ein freier Strahl auch bei 50 mm Länge wenig von seiner Stoßkraft einbüßt; bei der Freistrahl-Turbine würde indes die große Spaltbreite eine ungünstige Beaufschlagungsrichtung ergeben. Die aus den einzelnen Leit-Zellen tretenden Strahlen bilden nämlich infolge des Beharrungsvermögens Erzeugende eines Rotationshyperboloides, dessen Schnitt mit der Rad-

Digitized by Google

ebene die Stellen angibt, wo die Strahlen das Rad treffen. Infolge der Divergenz dieser Erzeugenden wird der Dampfstrahl in die äußere Ecke der Laufschaufel gedrängt, was nicht günstig ist.

Ob die Laufschaufeln auf die Strömung zurückwirken, hängt davon ab, ob w_1 kleiner oder größer ist als die Schallgeschwindigkeit des betreffenden Zustandes. In letzterem Fall findet eine Rückwirkung nicht statt, statt dessen müssen wir auf schiefe Verdichtungsstöße gefaßt sein, die am Einlauf der Schaufel ähnliche, aber wegen der schrägen Kantenlage verschobene Verdichtungsfiguren ergeben dürften, wie in den Düsenversuchen von Prandtl.

Ist w_1 kleiner als die Schallgeschwindigkeit, so wird sich von der Schaufelkante aus, die nie mathematisch scharf sein kann, ein gewisser Stoß, wie bei x in Fig. 122a angedeutet, ausbreiten, und es könnte die Ausflußmenge durch Verengung der Leitkanäle verkleinert werden. Für die übliche Schaufelausführung haben Huguenins Versuche die Abwesenheit der Stauwirkung erwiesen; bei enger Teilung hingegen haben wir einen Stau beobachtet.

Im allgemeinen beachtet man diese verwickelten Vorgänge nicht weiter, bezieht vielmehr die Querschnitte F_1 und F_1' auf c_1 und w_1, die, wie bemerkt, dem Dampfzustand im Düsenendquerschnitt entsprechen. Für diesen ist das spezifische Volumen v_1 bekannt, daher gilt $G_{sek} v_1 = F_1 c_1 = F_1' w_1$ oder auf die axialen Querschnitte und Geschwindigkeiten bezogen

$$= F_{1s} c_{1s} = F_{1s}' w_{1s}.$$

Da aber $c_{1s} = w_{1s}$, so folgt auch $F_{1s} = F_{1s}'$, also bei unendlich dünnen Schaufeln Gleichheit der Schaufellängen. Wegen den Ungenauigkeiten der Zentrierung führen wir, wie erwähnt, die Laufschaufel praktisch um 1—2 mm länger aus als die Leitschaufel, was am Eintritt infolge der gut zugeschärften Laufkanten einen Überschuß gegenüber der theoretischen Größe ergibt.

Strömung in der Laufschaufel.

Wir vereinigen die absoluten und relativen Geschwindigkeiten in einen „Geschwindigkeitsplan", indem wir c_1 und w_1 von einem Punkte 0 aus (Fig. 124) als Polstrahlen auftragen. Im Laufrad wird w_1 auf w_2 verkleinert gemäß Beziehung $w_2 = \psi w_1$. Die für gute Ausführungen zulässigen Werte vom ψ sind in Fig. 127a und 134a dargestellt. Im allgemeinen ist ψ etwa $= 0{,}8 \ldots 0{,}85$, scheint aber auch höhere Werte erreichen zu können. Die Zusammensetzung von $+ w_2$ mit $+ u$ liefert die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2. Die

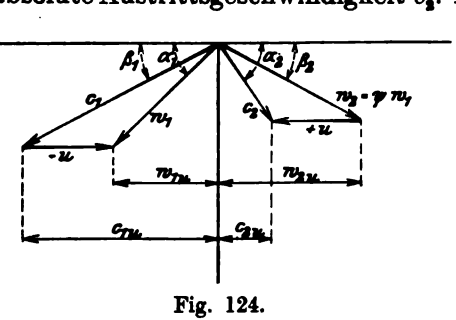


Fig. 124.

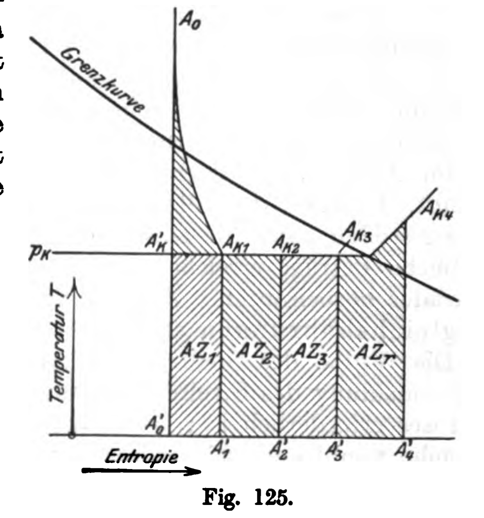


Fig. 125.

Neigung von w_1 und w_2 bestimmt die Winkel der Schaufelelemente am Eintritt und Austritt.

Der **Dampfzustand** wird im Entropiediagramm wie folgt dargestellt (Fig. 125). A_0 bedeutet den Anfangspunkt vor der Düse $(p_0 v_0 T_0 [x_0])$. A_k' den Endpunkt der adiabatischen reibungsfreien Expansion. A_{k1} den Endpunkt der wirklichen Expansion. Demnach ist $i_{k1} = i_k' + A Z_1$, und zugleich Fläche $A_k' A_{k1} A_1' A_0' = A Z_1$ der **kinetische Verlust** in der Düse.

In der Laufschaufel findet (angenähert bei konstantem Drucke) ein kinetischer Verlust von

$$Z_2 = \frac{1}{2g}(w_1^2 - w_2^2) = \frac{1}{2g}(1 - \psi^2) w_1^2 = \zeta_2 \frac{w_1^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

m/kg statt, der den Wärmeinhalt auf

$$i_{k2} = i_{k1} + A Z_2$$

vergrößert und durch Aufsuchen des i_{k2} den Punkt A_{k2} ergibt. Dann ist zugleich

$$\text{Fläche } A_{k1} A_{k2} A_2' A_1' = \text{kinet. Verl. } A Z_2.$$

Lassen wir c_2 durch Wirbelung (in einem sehr weiten Auspuffrohr) vernichten, so wird weiterhin

$$i_{k3} = i_{k2} + A \frac{c_2^2}{2g}$$

und gleicherweise

$$\text{Fläche } A_{k2} A_{k3} A_3' A_2' = \text{kinet. Auslaßverlust} = A \frac{c_2^2}{2g} = A Z_3 \quad . \quad . \quad (4)$$

Die teilweise beaufschlagte Turbine gibt, wie wir schon erwähnt haben, zu besonderen Verlusten Veranlassung beim Entleeren eines aus dem Bereich der Leitzellen tretenden und ebenso beim „Auffüllen“ eines Laufkanales, der gerade vor die Leitvorrichtung tritt. Der Dampfstrahl wird sich, wie Fig. 126 zeigt, an die hohle Schaufelseite anlegen und den stagnierenden Inhalt des Kanales wie ein Keil vor sich hinschieben, wobei Wirbel, also Verluste entstehen, auf die wir weiter unten noch zurückkommen.

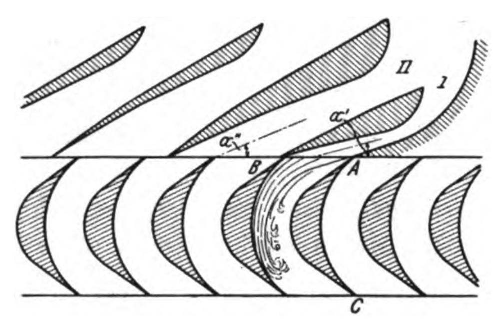


Fig. 126.

Elling hofft die Verluste herabzusetzen durch Anwendung der „Beschleunigungsdüsen“ Nr. I und II in Fig. 126, deren Winkel $\alpha' \alpha''$ **kleiner** gewählt werden als bei den übrigen. Wenn die gezeichnete Schaufel einer Lavalturbine angehört mit z. B. 400 m Umfangsgeschwindigkeit und etwa 800 m Relativgeschwindigkeit im Rad, so wird der Schaufeleintritt AB schon ganz angefüllt sein, während der Dampf noch das Schaufelende C nicht erreicht hat. Die Wirbelung an dem freien Stirnende des Strahles ist also unvermeidbar. Durch Versuche an einem freilich sehr kleinen Modellapparat soll sich immerhin eine Wirksamkeit dieser Maßregel haben nachweisen lassen.

Die Leistung am Radumfang.

Die Gleichung der Gesamtenergie lautet, auf die Zustände A_0 und A_{k3} bezogen,

$$i_0 = A L_u + i_{k3}.$$

Oder anders geschrieben

$$A L_u = i_0 - i_{k3} = (i_0 - i_k') + (i_k' - i_{k1}) + (i_{k1} - i_{k2}) + (i_{k2} - i_{k3}).$$

Der erste Klammerausdruck ist das theoretische Gefälle, die übrigen sind die Verluste. Wir haben also

$$L_u = \frac{c_{th}^2}{2g} - Z_1 - Z_2 - Z_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Digitized by Google

d. h. wir erhalten die Arbeit pro Kilogramm Dampf am Radumfang, indem wir von der theoretischen Arbeit die kinetischen Verluste in der Düse, im Laufrad und den Auslaßverlust abziehen.

Die Summe der Verluste ist aber nichts anderes als das Produkt aus der Entropievermehrung und der tiefsten (kurz: Kondensator-) Temperatur, daher auch Gleichung

$$A L_u = A L_0 - \Delta S \cdot T_k \quad \text{(5a)}$$

benutzt werden kann, wo $\Delta S = A'_0 A'_2$ ist.

Eine andere Ausdrucksform der Arbeit liefert das Prinzip vom Antrieb. Nach Fig. 124 sind die Umfangskomponenten der Geschwindigkeit:

$$c_{1u} = c_1 \cos\alpha_1; \qquad c_{2u} = -(w_2 \cos\beta_2 - u),$$

daher wird

$$L_u = \frac{u}{g}(c_1 \cos\alpha_1 + w_2 \cos\beta_2 - u) \quad \text{(6)}$$

Dieser Ausdruck vereinfacht sich ganz besonders für die „gleichwinklige" Laufschaufel, d. h. für die Annahme

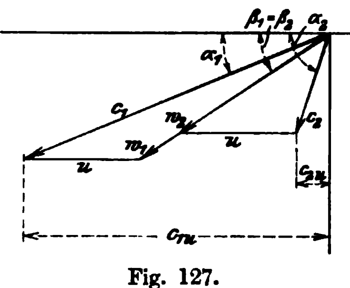


Fig. 127.

$$\beta_1 = \beta_2 \quad \text{(7)}$$

Dann ist mit $w_2 = \psi w_1$ auch

$$w_2 \cos\beta_2 = \psi w_1 \cos\beta_1 = \psi(c_1 \cos\alpha_1 - u)$$

und

$$L_u = \frac{u}{g}(1+\psi)(c_1 \cos\alpha_1 - u) \quad \text{(7a)}$$

Die Dreiecke des Geschwindigkeitsplanes können in diesem Falle auf die in Fig. 127 angegebene Weise zusammengelegt werden.

Die Identität der Ausdrücke (5) und (6) wird sofort nachgewiesen, wenn wir (5) vollkommen ausschreiben

$$2g L_u = c_0^2 - (c_0^2 - c_1^2) - (w_1^2 - w_2^2) - c_2^2 = (c_1^2 - w_1^2) + (w_2^2 - c_2^2).$$

Nach dem Kosinussatz ist aber laut Fig. 124

$$w_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2uc_1 \cos\alpha_1,$$
$$c_2^2 = w_2^2 + u^2 - 2uw_2 \cos\beta_2,$$

welche Werte eingesetzt in der Tat den Ausdruck (6) ergeben.

Der Wirkungsgrad am Radumfang.

Der thermodynamische Wirkungsgrad der auf den Radumfang bezogenen Leistung ist nach Definition das Verhältnis der gewonnenen zur verfügbaren Arbeit,

$$\eta_u = \frac{L_u}{L_0} \quad \text{(8)}$$

Die Änderung von η_u mit der Umfangsgeschwindigkeit kann bei der gleichwinkeligen Laufschaufel sehr leicht überblickt werden, wie zuerst Bánki gezeigt hat. Wir erhalten mit $L_0 = c_{th}^2/2g = c_1^2/\varphi^2 2g$, und indem wir für L_u den Wert (7a) einführen,

$$\eta_u = 2\varphi^2(1+\psi)\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right)\frac{u}{c_1}. \quad \text{(9)}$$

Diese wichtige Formel lehrt, **daß der Wirkungsgrad nur vom Verhältnisse $u : c_1$ und nicht einzeln von den Werten der Geschwindigkeiten abhängt.** Im folgenden wird häufig

$$\frac{u}{c_1} = \xi$$

gesetzt.

Digitized by Google

Setzen wir voraus, daß c_1, φ, ψ und α_1 konstant bleiben, und daß u verändert wird, während wir β_1 stets auf stoßfreien Eintritt umstellen und $\beta_2 = \beta_1$ machen, damit immer Formel (9) anwendbar bleibt, so folgt der Satz:

Der Wirkungsgrad ändert sich mit der Umfangsgeschwindigkeit nach einem parabolischen Gesetz.

Wir bestimmen den Höchstwert, indem wir die Ableitung von η_u nach u gleich Null setzen, und finden

$$\cos\alpha_1 - 2\frac{u_m}{c_1} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{u_m}{c_1} = \frac{\cos\alpha_1}{2} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Bei kleinem Leitwinkel α_1 erreichen wir den Höchstwert von η_u, wenn die Umfangsgeschwindigkeit nahezu gleich der Hälfte der Dampfgeschwindigkeit c_1 ist.

Der Zahlenwert des Maximums ist

$$\eta_{um} = \frac{1}{2}\varphi^2(1+\psi)\cos^2\alpha_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Der beste Wirkungsgrad ist bei unveränderlichem ψ um so höher, je kleiner der Eintrittswinkel α_1 gewählt wurde.

Sobald aber ψ von dem Ablenkungswinkel abhängt, darf α_1 nicht mehr unbegrenzt verkleinert werden. Der günstigste Wert von α_1 wird unten graphisch ermittelt.

Ersetzen wir φ und ψ vorübergehend durch die in Gl. (2a) und (3) definierten Verlustkoeffizienten $\zeta_1 = 1 - \varphi^2$; $\zeta_2 = 1 - \psi^2$ und setzen wir angenähert, falls ζ_2 klein ist,

$$\psi = \sqrt{1-\zeta_2} = 1 - \zeta_2/2,$$

so wird

$$\eta_{um} = (1-\zeta_1)\left(1 - \frac{\zeta_2}{4}\right)\cos^2\alpha_1,$$

d. h. **der Einfluß des Energieverlustes im Leitrade macht sich prozentuell nahezu viermal so stark fühlbar, wie derjenige des Energieverlustes im Laufrad.** Letzterer bleibt praktisch dennoch ausschlaggebend, weil wesentlich größer als der Verlust im Leitrade.

Ähnliche Gesetze gelten auch bei beliebigen Winkeln, doch hängt η_u nicht mehr in so einfacher Weise von u ab.

Wird die Geschwindigkeit gesteigert, bis

$$u_2 = c_1\cos\alpha_1$$

geworden ist, so wird gemäß Formel (9) $\eta_u = 0$. Die Leistung ist auf Null gesunken, die Turbine arbeitet „im Leerlauf". Da wir in unserer Betrachtung den Winkel β_1 immer auf stoßfreien Eintritt umgeändert dachten, ist u_2 die theoretische Leerlaufgeschwindigkeit; die wirkliche ist kleiner, da bei festem Winkel β_1 Stöße beim Eintritt entstehen, die die Leistung schon früher auf Null herabsetzen. Wie ersichtlich, ist $u_2 = 2u_m$; es wird also die „durchgehende Turbine" nicht mehr als die doppelte Umlaufzahl des günstigsten Ganges annehmen können.

Beispiel. In Fig. 127a sind die Wirkungsgrade am Radumfang für die Annahme $\beta_1 = \beta_2$ und stets stoßfreien Eintritt bei verschiedenen Winkeln α_1 entworfen, indem man φ konstant $= 0{,}95$, hingegen ψ veränderlich, aber nur vom Umlenkungswinkel abhängig annahm. Da letzterer bei $\beta_1 = \beta_2$ durch die Formel $180 - 2\beta_1$ gegeben ist, wurde ψ als Funktion von β_1 im mittleren Diagramm der Fig. 127a graphisch dargestellt, wobei naturgemäß ψ mit β_1 zunehmen, bei 90° ein Maximum erreichen muß. Bei $\beta_1 = 0$ darf für die axiale Beaufschlagung mit Rücksicht auf die endliche Dicke nicht bloß der Leitschaufeln, sondern auch der

Digitized by Google

Laufschaufelkante auch $\psi = 0$ gesetzt werden. Wie rasch der Wert von da ab zunimmt, ist noch nicht ermittelt, daher sind in der Figur zwei wahrscheinliche Annahmen gemacht und mit ψ_1 bezw. ψ_2 bezeichnet worden, Für den häufig vorkommenden Wert $\beta_1 = 30^0$ ist $\psi = 0{,}85$ angesetzt worden, ein Wert, der von erstklassigen Ausführungen mit Sicherheit erreicht und sogar überboten wird.

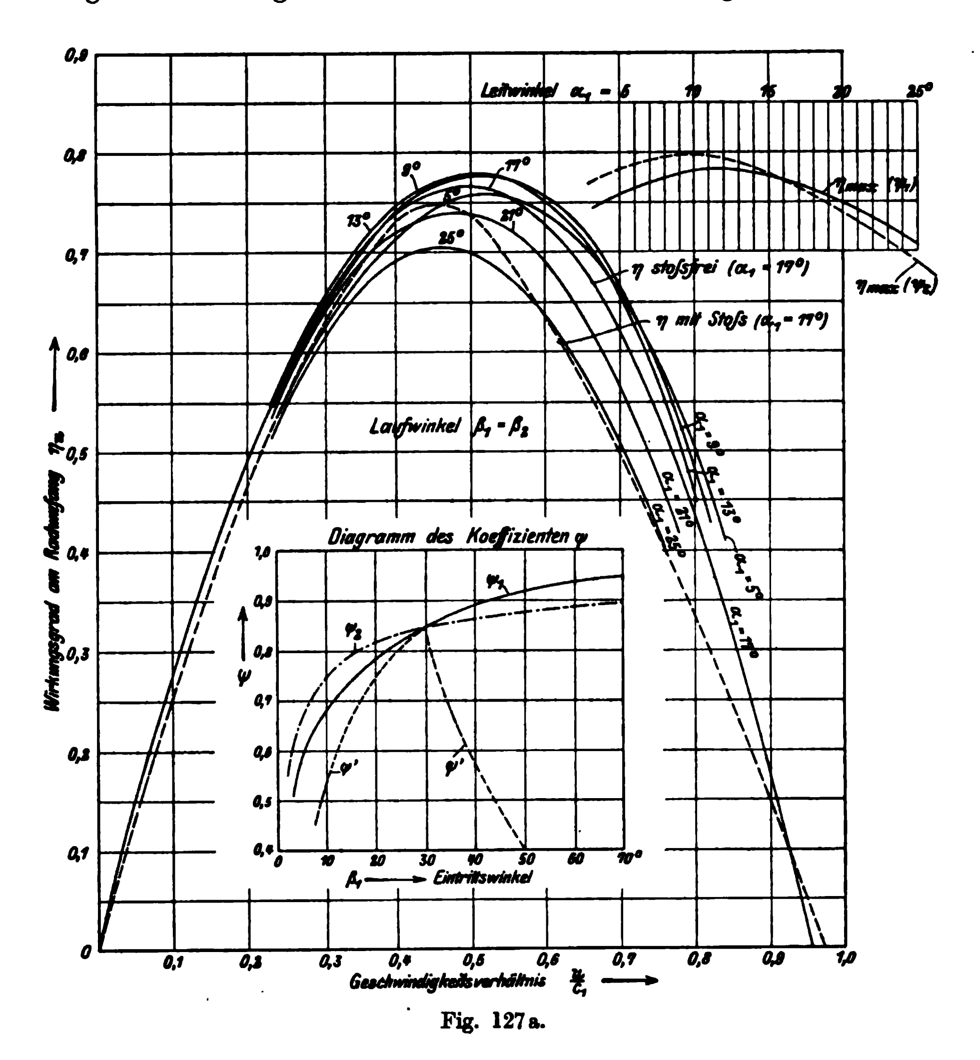


Fig. 127 a.

Die zunächst mit dem Werte ψ_1 berechneten Kurven der Wirkungsgrade haben eine parabelähnliche Form und erreichen alle in der Gegend $u = 0{,}5 c_1$ ihr Maximum. Rechts oben ist dies Maximum in Funktion von α_1 aufgetragen. Man erkennt, daß eine Verkleinerung dieses Winkels bis zu etwa 12^0 einen Gewinn bringt, darüber hinaus wieder Verlust. Hierauf wurde die Rechnung mit dem Werte ψ_2 wiederholt, von den Ergebnissen indessen bloß das jeweilige Maximum in der Figur rechts oben dargestellt. Man erkennt, daß nun der Wirkungsgrad bis zu etwa $\alpha_1 = 10^0$ zunimmt und 80 v. H. erreicht. Die praktische Erfahrung hat dargetan, daß es in der Tat vorteilhaft ist, α_1 unter die bis dahin üblichen Grenzen (d. h. etwa 17^0) zu verkleinern. Die endgültige Entscheidung können nur Versuche im Großen herbeiführen.

Digitized by Google

Veränderung des Wirkungsgrades mit der Umlaufzahl für eine gegebene Turbine.

Oben ist der Wirkungsgrad unter der Annahme berechnet, daß die Schaufelwinkel bei jeder Umfangsgeschwindigkeit auf stoßfreien Eintritt umgestellt und stets $\beta_2 = \beta_1$ gemacht wird. Nun wollen wir eine ausgeführte Turbine mit bestimmten Winkeln α_1 und $\beta_1 = \beta_2$ gegeben denken und den Wirkungsgrad bei verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten ermitteln.

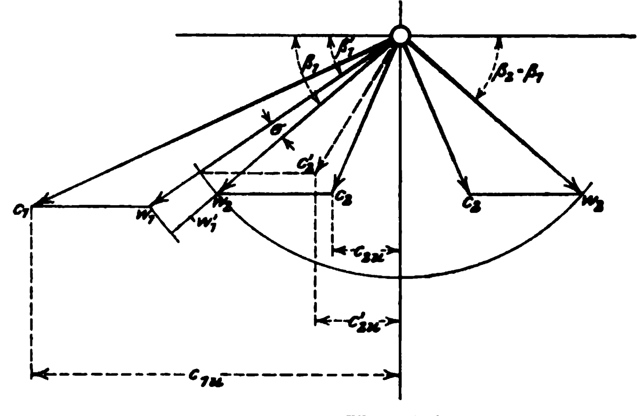


Fig. 127b.

Die aus c_1 und $-u$ gebildete Eintrittsgeschwindigkeit w_1 muß im allgemeinen Fall um den „Stoßwinkel" σ (Fig. 127b) abgelenkt werden, um die Neigung β_1 zu erhalten, wobei sie wegen des **Stoßverlustes** auf den kleineren Wert w_1' sinkt. In der Schaufel findet eine weitere Herabsetzung auf w_2 statt, woraus c_2 gewonnen und mittels den Umfangskomponenten c_{1u}, c_{2u} die Leistung und der Wirkungsgrad wie oben berechnet werden können.

Zurzeit sind wir freilich über die Größe der Stoßverluste nicht genauer unterrichtet. Vielfach wird die zu w_1' lotrechte Komponente von w_1 als Verlust angesehen, was indes zu ungünstig gerechnet sein dürfte, solange der Stoß auf der hohlen Schaufelseite stattfindet. Auf alle Fälle kann man

$$w_2 = \psi' w_1$$

setzen, wobei Stoß und Reibung berücksichtigt sind und ψ' sicher kleiner sein muß, als für stoßfreien Eintritt.

Als Beispiel ist in Fig. 127a **punktiert** der Wirkungsgrad bei unveränderlichem Winkel $\beta_1 = \beta_2 = 30^0$ eingetragen, wobei angenommen wurde, daß ψ' gemäß der **punktierten** Linie der Mittelfigur beim Stoß auf der hohlen Seite langsamer, beim Stoß auf dem Schaufelrücken rascher abnimmt. Man sieht, welch bedeutenden Einfluß unsere vielleicht etwas übertriebene Schätzung[1]) (zu scharfe Spitze der ψ'-Kurve) auf den Wirkungsgrad der „wirklichen" Turbine ausübt, wie stark dieser besonders jenseits des Maximums fällt.

Einfluß der Radreibung.

Der Ausdruck der Radreibung im Dampfe kann, wie wir gesehen haben, auf die Form

$$N_r = \beta_0 D^2 u^3 \gamma$$

gebracht werden. In der Sekunde beträgt die Reibungsarbeit $75\, N_r$ mkg, und für 1 kg Dampf

$$Z_r = \frac{75\, N_r}{G_{sek}}.$$

Tragen wir den Wärmewert dieser Arbeit im Entropiediagramme ab (Fig. 125), so erhalten wir in A_{k4} den wahren Endzustand des Dampfes.

[1]) Natürlich sollte der durch ψ' bedingte Schaufelverlust nicht die Größe der vorhin bezeichneten Normalkomponente von w_1 erreichen, woraus sich ein Grenzwert von ψ' herleiten ließe. Unsere Figur soll den Einfluß des Stoßes nur qualitativ zum Ausdruck bringen.


Digitized by Google

Die indizierte Arbeit aber ist nach Definition

$$L_i = L_u - Z_r,$$

und der indizierte Wirkungsgrad

$$\eta_i = \frac{L_i}{L_0} = \frac{L_u}{L_0} - \frac{Z_r}{L_0} = \eta_u - \zeta_r \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

Durch graphisches Abtragen kann in jedem Falle leicht sowohl $\eta_{i\max}$ als auch die günstigste Umfangsgeschwindigkeit ermittelt werden.

Im Falle der gleichwinkligen Laufschaufel ($\beta_1 = \beta_2$) kann die Veränderlichkeit von η_i auch auf dem Wege der Rechnung übersehen werden, indem man η_u nach Formel (9) und

$$\zeta_r = \frac{75\,N_r}{G_{sek} L_0} = \frac{75 \cdot 2 g \beta_0 D^2 u^3 \gamma}{G_{sek} c_0^2}$$

einsetzt.

Betrachten wir den praktisch wichtigsten Fall, daß die Umlaufzahl, also auch die Winkelgeschwindigkeit ω, festgelegt ist, und suchen wir die günstigste Umfangsgeschwindigkeit und den Durchmesser. Zunächst gilt

$$D = \frac{2u}{\omega},$$

welches eingesetzt, mit der Bezeichnung

$$\xi = \frac{u}{c_1}; \qquad \varrho = \frac{600 g \beta_0 \varphi^2 \gamma c_1^3}{G_{sek} \omega^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12a)$$

$\zeta_r = \varrho \xi^5$ liefert. Es wird also

$$\eta_i = 2\varphi^2 (1 + \psi)(\cos\alpha_1 - \xi)\,\xi - \varrho\xi^5. \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

Um den Höchstwert von η_i zu finden, bilden wir

$$\frac{d\eta_i}{d\xi} = 2\varphi^2 (1 + \psi)(\cos\alpha_1 - 2\xi_m) - 5\varrho\xi_m^4 = 0 \quad \ldots \quad (14)$$

und lösen diese Gleichung nach ξ_m in Zahlen, oder noch einfacher graphisch auf. Zu letzterem Behufe tragen wir in Fig. 128 η_u und ζ_r als Funktion von ξ auf. Die wagerechte Tangente an die resultierende Kurve η_i liefert η_m und ξ_m im Punkte C_m.

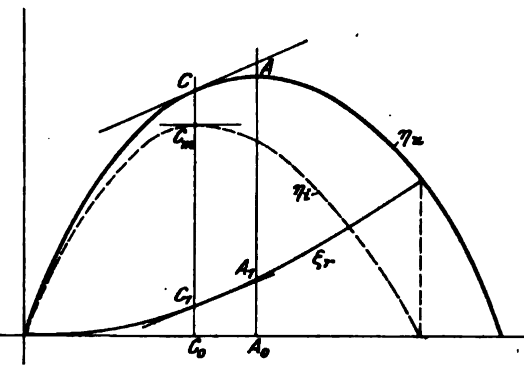


Fig. 128.

Sofern die Radreibung sehr klein ist, kann eine angenäherte analytische Lösung anhand der Fig. 128 leicht angegeben werden. Das Maximum von η_i findet statt, wo die Tangenten an die Kurven η_u, ξ_r parallel sind, in den Punkten C, C_1. Schreiben wir abkürzend $\eta_u = a\,(2\xi_0 - \xi)\,\xi$ mit $a = 2\varphi^2\,(1 + \psi)$; $2\xi_0 = \cos\alpha_1 = 2OA_0$, so ist

$$\frac{d\eta_u}{d\xi} = 2a\,(\xi_0 - \xi), \quad \frac{d\zeta_r}{d\xi} = 5\varrho\xi^4. \quad . \quad (15)$$

Den Wert dieser letzteren Ableitung können wir angenähert, falls die Bedingungen der Fußnote [1]) erfüllt sind, durch den Wert in Punkt A_1, d. h. $5\varrho\xi_0$, ersetzen und dann folgt

$$\xi_0 - \xi_m = \frac{5\varrho\xi_0^4}{2a}.$$

Um diesen Betrag ist das günstigste Verhältnis u_m/c_1 kleiner, als wenn keine Radreibung vorhanden wäre.[1])

[1]) Schreiben wir Gl. (14) mit den Bezeichnungen der Gl. (15) in der Form

$$\xi_0 - \xi = \frac{5\varrho}{2a}\xi^4 \quad \text{oder} \quad \xi = \xi_0 - f(\xi),$$

deren genaue Auflösung $\xi = \xi_m$ ist, so wird eine erste angenäherte Auflösung $\xi_1 = \xi_0$ sein, die um das kleine Fehlerglied Δ von ξ_m abweicht, so daß $\xi_0 = \xi_m + \Delta$ ist. Setzen wir ξ_1 in $f(\xi)$ ein, so

Digitized by Google

Der Höchstwert von η_i ist selbstverständlich immer kleiner als $\eta_{u\,max}$, bei großen Einheiten ist der Unterschied jedoch vernachlässigbar.

Bestimmung der Verlustkoeffizienten aus der Kurve des Wirkungsgrades.

Ist der Wirkungsgrad η_i für eine vorliegende Turbine auf dem Wege des Versuches bestimmt worden, so liefert der rechnungsmäßige Ausdruck desselben das Mittel, einen der Verlustkoeffizienten zu bestimmen. Auf diese Weise würde man genauen Aufschluß über dessen Wert bei der in Bewegung befindlichen Schaufel und über den Einfluß eines Stoßes beim Eintritt erhalten können. In Fig. 128a sind die Kurven für die 10pferdige Lavalturbine unseres Maschinenlaboratoriums bei verschiedenen Dampfdrücken dargestellt. Die Durchrechnung mußte Zeitmangels halber unterbleiben.

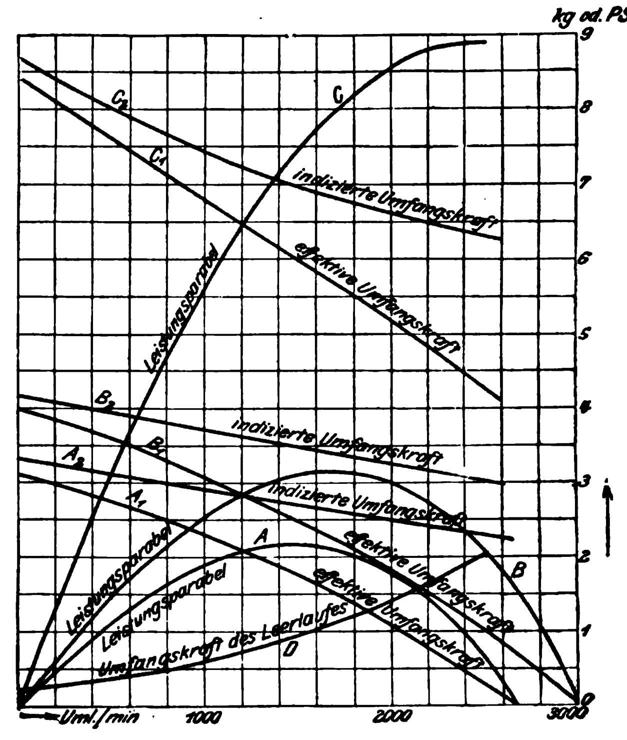


Fig. 128a.

Der Dampfverbrauch.

Ist die effektive Pferdekraft N_e vorgeschrieben, so müssen die Lagerreibung, Luftpumpenleistung (bei direktem Antrieb) usw. abgeschätzt und hinzugefügt werden, um die indizierte Leistung in der Form $N_i = N_e/\eta_{mech}$ zu erhalten. Unter 100 PS wird man bei guter Luftleere $\eta_{mech} \lesseqgtr 0{,}90$, über 1000 PS zu etwa 0,95 ansetzen dürfen. Nun wird auch G_{sek} probeweise angenommen, um das nebensächliche Z_r rechnen zu können. Die Rücksicht auf die Anlagekosten wird entscheiden, ob man mit dem günstigsten Werte von u, d. h. mit bestem Dampfverbrauch, aber hohen Anlagekosten rechnen will. Das gewählte u liefert mit der anderweitig bedingten Umlaufzahl n (pro Min.) den Durchmesser gemäß Formel

$$u = \frac{\pi D n}{60} = \frac{D n}{19{,}1} \quad \text{und} \quad D = \frac{19{,}1\, u}{n}$$

Mit Hilfe des durch Rechnung festgelegten η_i finden wir

$$L_e = \eta_m \eta_i L_0$$

und hieraus den effektiven Dampfverbrauch

$$G_e = \frac{632}{L_e}\,\text{kg/PS-st}$$

In wichtigen Fällen kann hierauf G_{sek} und L_r daher auch η_i korrigiert und der genauere Wert von G_e berechnet werden.

bildet $\xi_2 = \xi_0 - f(\xi_1)$ nur dann eine bessere Annäherung, falls $df(\xi)/d\xi < 1$ ist für $\xi = \xi_m$. Denn es ist entwickelt $\xi_2 = \xi_0 - f(\xi_m + \Delta) = (\xi_0 - f[\xi_m]) - \Delta f'(\xi_m + \delta\Delta) = \xi_m - \Delta f'(\xi_m + \delta\Delta)$, wo $\delta < 1$. Daher wird in der Tat ξ_2 näher an ξ_m gelegen sein als ξ_1, falls $f' < 1$ ist, sonst aber nicht! Zahlenbeispiele zeigen, daß dies der Fall ist bei großen Leistungen oder bei sehr kleinen Werten des spezifischen Gewichtes, d. h. bei im Vakuum laufenden Rädern.

Digitized by Google

Die Querschnitte

können nun mit $G_{sek} = G_e N_e/3600$ für die axialen Querschnitte wie folgt gerechnet werden:

$$\text{Leitradaustritt} \quad F_{1s} = 2\pi r a_1' = \frac{G_{sek} v_1}{c_{1s}},$$

$$\text{Laufradeintritt} \quad F_{1s} = F_{1s},$$

$$\text{Laufradaustritt} \quad F_{2s} = 2\pi r a_2' = \frac{G_{sek} v_2}{w_{2s}}$$

Die theoretischen Längen $a_1' a_2'$ werden im Verhältnis der Gesamtteilung zur lichten Breite korrigiert.

Zahlenbeispiel mit Anwendung der Molliertafel.

Es sei eine einstufige de Lavalturbine zu entwerfen für 500 PS_e Leistung bei 10 kg/qcm abs. Eintritts-, 0,08 kg/qcm abs. Kondensatordruck, 300° Dampftemperatur. Wir wählen $\eta_{mech} = 0{,}95$ und erhalten $N_i = 500/0{,}95 = 526$ PS. Der Ausgangspunkt im Mollierdiagramm[1]), Fig. 129, ist als Schnittpunkt der Linien $p_1 = 10$ Atm. und $t_1 = 300°$ C gegeben $= A_0$. Die Senkrechte bis auf den Druck $p_k = 0{,}08$ Atm. ist die adiabatische Expansionslinie und liefert in der Strecke $A_0 A_k'$ das adiabatische Gefälle $H_0 = 196{,}7$ WE (auf der J-S-Tafel in mm abzulesen), sowie den **theoretischen Dampfverbrauch** $G_0 = 632/196{,}7 = 3{,}21$ kg für die PS-st. Wir nehmen 10 v. H. Energieverlust in der Düse an und erhalten $\zeta H_0 = 0{,}1\, H_0 = 19{,}7$ WE, die als Strecke $A_k' A_1$ vom Gesamtgefälle abgezogen und wagerecht auf die Linie p_k projiziert in A_{k1} den Dampfzustand am Ende der Düse ergeben. Aus dem Gefälle $A_0 A_1 = 177$ WE folgt die Geschwindigkeit $c_1 = 91{,}5\sqrt{177} = 1219$ m/sek. Nun ist die Umfangsgeschwindigkeit festzusetzen, wofür die angestrebte Höhe des Wirkungsgrades maßgebend ist. Wählen wir $\alpha_1 = 17°$ und $\beta_1 = \beta_2$, während für ψ der aus der Erfahrung genommene Wert $\psi = 0{,}7$ gelten soll, so würde nach Gl. (10) $u_m = c_1 \cos \alpha_1/2 = 583$ m/sek folgen, was indes praktisch mit Rücksicht auf die Festigkeit der Radscheibe nicht ausführbar ist. Wir können vielmehr höchstens $u = 400$ m/sek erreichen, was mit $n = 10000$ als minutl. Umdrehungszahl des Rades einen Durchmesser $D = 764$ mm ergibt. Gl. (9) liefert nun (mit $\varphi^2 = 0{,}90$) einen **Wirkungsgrad am Radumfang** $\eta_u = 0{,}630$, mithin einen Verlust von $H_0(1 - \eta_u) = 72{,}7$ WE, den man auch einzeln aus dem Geschwindigkeitsplan berechnen kann. Man findet als

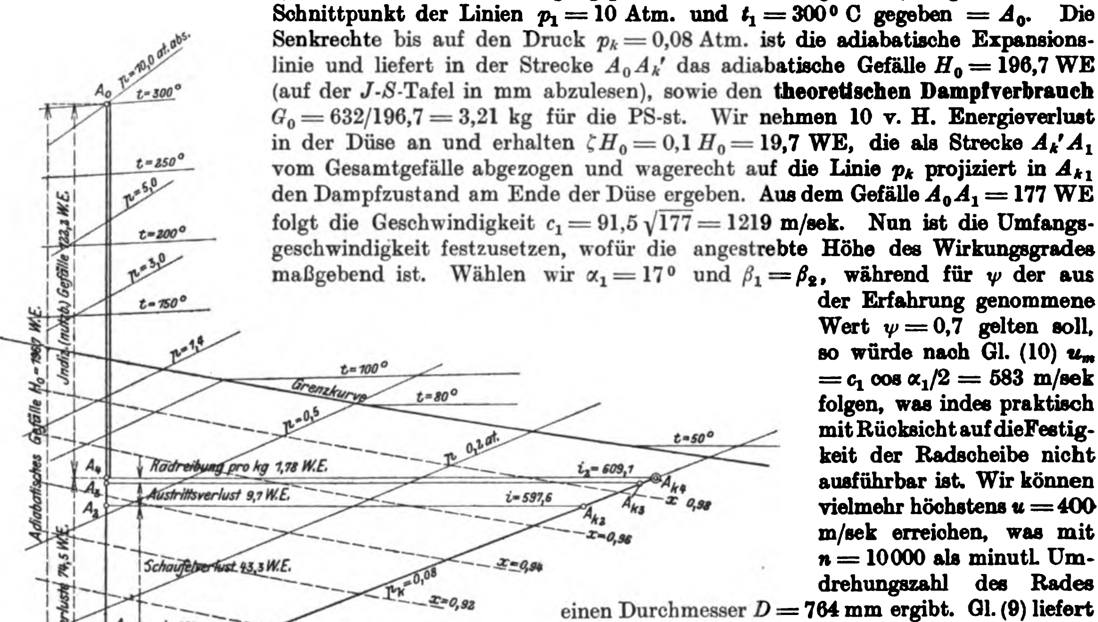


Fig. 129.

Düsenverlust ζH_0	19,7 WE
Schaufelverlust $A(w_1^2 - w_2^2)/2g$ . . .	43,3 „
Auslaßverlust $A c_2^2/2g$	9,7 „
Insgesamt	72,7 WE

Dürfte man die Radreibung vernachlässigen, so könnten das sekundliche **Dampfgewicht** und die **Schaufellänge** sofort ermittelt werden. Denn dann wäre η_u der indizierte Wirkungsgrad; man hätte $\eta_e = \eta_{mech} \cdot \eta_i = 0{,}95 \cdot 0{,}63 \cong 0{,}60$ und der Dampfverbrauch für die eff. PS-st wäre $= G_0/\eta_e = 3{,}21/0{,}60 = 5{,}03$ kg, im ganzen also $G_{sek} = 500 \cdot 5{,}03/3600 = 0{,}698$ kg/sek. Nun liest man für den Zustandspunkt A_{k1} am Austritt aus der Düse den spezifischen Dampfinhalt $x_1 = 0{,}896$ ab, und da nach den Dampftabellen der Rauminhalt des trocken gesättigten Dampfes bei 0,08 kg/qcm $= 18{,}4$ cbm/kg ist, erhält man $v_1 = 18{,}4 \cdot 0{,}896 = 16{,}5$ cbm/kg. Die axiale Komponente von c_1 ist $c_{1s} = 360$ m,

[1]) Mit Benutzung der Mollierschen Tafel vom J. 1906, da unsere eigene Tafel erst während der Drucklegung vollendet wurde.

Digitized by Google

daher der axiale Reinquerschnitt $F_{1a} = G_{sek} v_1/c_{1a} = 0{,}698 \cdot 16{,}5/360 = 0{,}0320$ qm $= 320$ qcm $= \pi D a$, woraus die theoretische Schaufellänge bei Vollbeaufschlagung $a = 1{,}33$ cm. Den vollen Umfang mit den in der Herstellung teueren Düsen zu besetzen, wäre nicht wirtschaftlich, und wir entscheiden uns für die effektive Schaufellänge von 27 mm. Der gesamte axiale Düsenaustrittsquerschnitt würde bei unendlich dünnen Stegen und 25 mm Höhe den $13{,}3 : 25 = 0{,}532$sten Teil des Umfanges einnehmen, infolge der Stegdicke entsprechend mehr, was bei der Konstruktion der Düse zu entscheiden ist.

Nun prüfen wir, ob die **Radreibung** einen bedeutenden Einfluß ausübt. Für den Zustandspunkt A_{k3} finden wir $v_3 = 17{,}8$ cbm/kg, also $\gamma_3 = 0{,}056$ kg/cbm, und indem wir 0,6 des Umfanges beaufschlagt voraussehen, liefert unsere Radreibungsformel $N_r = 7{,}1$ PS, woraus die Reibungsarbeit für 1 kg Dampf $= (7{,}1 \cdot 75) : (427 \cdot 0{,}698) = 1{,}78$ WE folgt und als $A_3 A_4$ im Mollierdiagramm aufgetragen ist. In Teilen des adiabatischen Gefälles macht hiernach die Radreibung $1{,}78 : 196{,}7 =$ rd. 0,9 v. H. aus, welch geringfügiger Betrag uns kaum veranlassen dürfte, die Schaufellängen zu berichtigen. Der indizierte Wirkungsgrad ist nun

$$\eta_i = \frac{196{,}7 - (72{,}7 + 1{,}78)}{196{,}7} = 0{,}621.$$

Die teilweise beaufschlagte Turbine.

Sobald die Rechnung bei der Vollbeaufschlagung zu kurze Schaufeln ergibt, geht man zur teilweisen Beaufschlagung über. Die Grenze der Schaufellänge ist nicht genau festgelegt und hängt von der Größe der Gesamtleistung ab, so daß bei 100 PS etwa 4 bis 6, bei 1000 PS etwa 10 bis 15, bei 10000 PS etwa 20 bis 25 mm als kleinste Länge gelten werden.

Wäre die Abhängigkeit der Schaufelreibung von der Länge und die der Ventilationsarbeit vom Beaufschlagungsgrade bekannt, so würde man die günstigsten Werte dieser Veränderlichen durch Rechnung bestimmen können.

Diese Aufgabe ist heute noch unlösbar. Soweit der Beaufschlagungsgrad allein in Frage kommt, hat Jasinsky aus seinen Radreibungsversuchen (Abschn. 53) folgende Form des Wirkungsgrades abgeleitet: Es sei

ε der Beaufschlagungsgrad, d. h. das Verhältnis des beaufschlagten Umfanges zum Ganzen,

h_0 das adiabatische Wärmegefälle für 1 kg,

G_0 das Dampfgewicht bei voller Beaufschlagung,

h_{z0} der Gesamtverlust für 1 kg in WE bei voller Beaufschlagung; demgemäß

$\eta_0 = \dfrac{h_0 - h_{z0}}{h_0} = 1 - \dfrac{h_{z0}}{h_0}$ der Wirkungsgrad der Turbine bei voller Beaufschlagung; und hieraus

$$\frac{h_{z0}}{h_0} = 1 - \eta_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

h_z der Gesamtverlust für 1 kg beim Beaufschlagungsgrad ε, für welchen der Versuch den Ausdruck

$$h_z = h_{z0} \varepsilon^{-\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ergeben hat. Dann ist

$$\eta = \frac{h_0 - h_z}{h_0} = 1 - \frac{h_{z0}}{h_0} \varepsilon^{-\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

der Wirkungsgrad der teilweisen Beaufschlagung, der mit Rücksicht auf (1) auch die Form

$$\eta = 1 - (1 - \eta_0) \varepsilon^{-\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

annimmt, und die Abnahme des Wirkungsgrades mit der Verkleinerung der Beaufschlagung kenntlich macht.

Digitized by Google

Jasinsky arbeitete indessen mit einzelstehenden runden Düsen, die heute im Großturbinenbau nicht mehr angewendet werden, so daß seine Ergebnisse vielleicht dem Prinzipe, nicht aber dem Zahlenbetrage nach übertragbar sind.

Einen klareren Einblick in die Verhältnisse erhält man auf folgendem Wege.

Man denke sich die gesamte Reibungsarbeit des **unbeaufschlagten** Rades in der Turbine durch den Versuch (oder eine zuverlässige Formel) bestimmt und in die beiden Anteile getrennt, die der Scheibe allein und dem Kranze allein zukommen. Wird nun bloß ein sehr kleiner Teil des Radumfanges beaufschlagt, so kann einerseits die Ventilationsarbeit nur wenig abnehmen, anderseits treten weitere Arbeitsverluste auf, weil die vor die Leitvorrichtung tretenden und aus deren Bereich sich entfernenden Laufschaufeln ungünstig, mit schlechterem Wirkungsgrad als bei Vollbeaufschlagung arbeiten und der Dampfstrahl im Spalte durch den wirbelnden Dampf der Umgebung gestört wird. In dieser Beziehung weisen die Versuche von Jasinsky eine gewisse Unstimmigkeit auf. Die Ventilationsarbeit des benützten Rades wurde von Lewicki (vgl. Abschn. 53) in der Turbine selbst experimentell bestimmt. Ist nur eine Düse in Tätigkeit, so sind bloß 4 v. H. des Umfangs beaufschlagt; aus Jasinskys Versuchen folgt aber für die Summe der Schaufelventilation und der erwähnten übrigen Verluste ein um 30 bis 50 v. H. kleinerer Betrag, als die Reibungsarbeit des ganzen Rades, obwohl wir die Radreibung auf die von Jasinsky beobachteten (übrigens von Lewickis Zahlen wenig verschiedenen) Temperaturen umgerechnet haben.

Erst bei größerer Beaufschlagung wird der Unterschied positiv. Die Versuche von Lewicki stimmen mit unserer Reibungsformel $N_r = (\beta_1 D^2 + \beta_2 D L^{1,5})\, u^3 \gamma\, 10^{-6}$ überein, wenn bei 20000 Umdr.-Min. $\beta_1 = 1{,}59$; $\beta_2 = 0{,}903$ gesetzt wird. Beim Beaufschlagungsverhältnis ε ist die theoretische Ventilationsarbeit des Kranzes allein $N_\varepsilon = (1-\varepsilon)\,\beta_2 D L^{1,5} u^3 10^{-6}$. Die effektive Ventilationsarbeit nach Jasinsky ist nun bei 3 tätigen Düsen um je 0,36 PS, bei 7 Düsen um je 0,38 PS für jede Düse größer als das theoretische. Bei 10000 Uml./min sind die entsprechenden Beträge etwa 0,25 und 0,18 PS, bei 26000 Uml./min etwa 0,25 und 0,52 PS. Diese Beträge bilden den eigentlichen Sonderverlust der teilweisen Beaufschlagung und sind in der Hauptsache durch die **Wirbelung beim Anfüllen einer leeren vor die Düsen tretenden Schaufel, und beim Entleeren der austretenden Schaufel verursacht.**

So lange keine weiteren Versuche vorliegen, kann demnach die Wirkung der teilweisen Beaufschlagung einfach so berücksichtigt werden, daß man für jede Schaufel am Anfang und Ende des beaufschlagten Leitradbogens einen Verlust von etwa 10—15 v. H. der auf diese Schaufeln entfallenden indizierten Arbeit rechnet.

58. Einstufige Druckturbine mit mehreren Geschwindigkeisstufen.

Die Vorgänge bis zum Austritt aus dem ersten Laufkranze bleiben unverändert wie bei der einfachen Druckstufe.

Mit der Geschwindigkeit c_2 tritt der Dampf in den dicht neben dem Laufrad angeordneten 2. Leitapparat für den, wie auch für das 2. Laufrad, alle Größen durch die gleichen, aber mit einem Strich versehenen Buchstaben bezeichnet werden sollen. Der Winkel α_2' am Eintritt ist durch die Richtung von c_2 bestimmt. Sind die übrigen Winkel gewählt, so erhalten wir demnach

$c_1' = \varphi' c_2$; $w_1' =$ Result. aus $[c_1'$ und $-u]$; $w_2' = \psi' w_1'$; $c_2' =$ Result. aus $[w_2'$ und $+u]$

$$\text{Verlust im Leitrad } Z_1' = (1-\varphi'^2)\frac{c_1'^2}{2g}$$

$$\text{Verlust im Laufrad } Z_2' = (1-\psi'^2)\frac{w_1'^2}{2g}.$$

Im allgemeinen werden wir $\varphi' = \psi' = \psi =$ konst. setzen.

Die Verluste müssen im Entropiediagramm genau so eingetragen werden, wie diejenigen der ersten Stufe, und liefern dadurch auf der Linie p_k neue Zustandspunkte, an denen wir die spezifischen Rauminhalte v_1', v_2' ablesen. Zum Schluß würde man den Auslaßverlust Z_3' und die Radreibungsarbeit Z_r wie vorhin hinzuzufügen haben. Ganz gleichartig würden wir vorgehen bei einer dritten und vierten Stufe.


Digitized by Google

Leistung am Radumfang.

Bei zwei Geschwindigkeitsstufen ist

$$L_u = L_0 - Z_1 - Z_2 - Z_1' - Z_2' - Z_3$$

oder nach dem Prinzip vom Antrieb mit von selbst klaren Bezeichnungen

$$L_u = \frac{u}{g}\left[(c_{1u} - c_{2u}) + (c'_{1u} - c'_{2u})\right],$$

wobei die Umfangskomponenten algebraisch, d. h. mit dem richtigen Vorzeichen einzusetzen sind.

Wahl der Winkel.

Der Wirkungsgrad am Radumfang.

Der Wirkungsgrad hängt unter sonst gleichen Umständen in weitgehendem Maße von der Wahl der Winkel ab.

Wir können folgende Grenzfälle unterscheiden:

a) Gleichwinkelige Schaufeln, in dem Sinne, daß Ein- und Austritt unter gleichem Winkel erfolgen. Dies bedeutet (Fig. 130)

$$\beta_2 = \beta_1 \qquad \alpha_1' = \alpha_2 \qquad \beta_2' = \beta_1'.$$

Indem wir alle Geschwindigkeitsdreiecke um die Polsenkrechte auf eine Seite umklappen, entsteht Fig. 131.

Bei dieser Anordnung verbleiben noch beträchtliche Geschwindigkeiten am Austritt. Dies wird vermieden durch

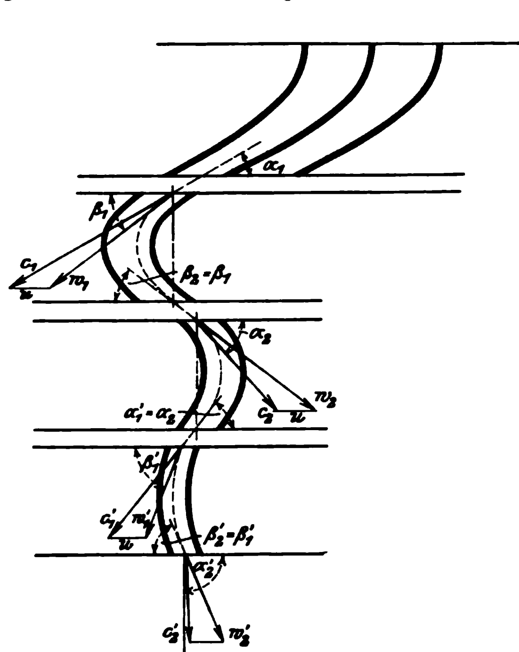


Fig. 130.

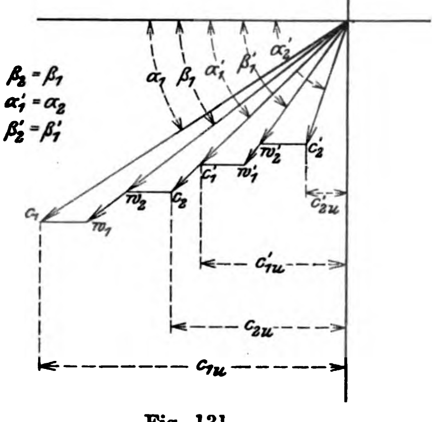


Fig. 131.

b) Verkleinerung aller Auslaßwinkel und zwar im Grenzfalle bis auf den Wert von α_1, d. h.

$$\beta_2 = \alpha_1' = \beta_2' = \alpha_1,$$

während die Einlaßwinkel auf stoßfreien Eintritt eingestellt werden. Die Umklappung wie bei a) liefert Fig. 132. Infolge der Umklappung ist in diesen Figuren das Vorzeichen von c_{2u}, c'_{2u} schon umgekehrt, daher wird man in der Antriebsformel die Summe aller c_u nehmen, sofern alle auf dieselbe Seite der Senkrechten durch O zu liegen kommen.

Anordnung b) ergibt einen besseren Wirkungsgrad, allein im allgemeinen unausführbar starke Schaufelerweiterungen (s. u.).

Digitized by Google

Den Wirkungsgrad könnten wir für den Fall a) rechnerisch darstellen. In der Tat ist

$$c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1$$
$$c_{2u} = w_2 \cos \beta_2 - u = \psi w_1 \cos \beta_1 - u = \psi (c_1 \cos \alpha_1 - u) - u = \psi (c_{1u} - u) - u$$
$$c'_{1u} = c_1' \cos \alpha_1' = \varphi' c_2 \cos \alpha_2' = \varphi' c_{2u}$$
$$c'_{2u} = \psi' (c'_{1u} - u) - u$$
. . . .

Hieraus entsteht durch schrittweises Einsetzen in die Antriebsformel

$$L_u = \frac{u}{g} [A c_1 \cos \alpha_1 - B u],$$

worin A und B von den Koeffizienten φ, ψ . . . abhängen. Ferner ist

$$\eta_u = \frac{L_u}{L_0} = 2 \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 \left[A \cos \alpha_1 - B \frac{u}{c_1}\right] \left(\frac{u}{c_1}\right). \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (1)$$

So ist beispielsweise für zwei Geschwindigkeitsstufen, wenn wir den Geschwindigkeitskoeffizienten für die 1. Lauf-, für die 2. Leit- und die 2. Laufschaufel überall gleich, $= \psi$ voraussetzen

$$\eta_u = 2 \varphi^2 (1 + \psi) \left[(1 + \psi^2) \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right) - (1 + \psi) \frac{u}{c_1}\right] \frac{u}{c_1} \quad . \ . \ . \quad (2)$$

Dieser Wert erreicht ein Maximum bei

$$\frac{u}{c_1} = \frac{1 + \psi^2}{2 (2 + \psi + \psi^2)} \cos \alpha_1 \text{ und zwar ist } \eta_{max} = \frac{\varphi^2 (1 + \psi) (1 + \psi^2)^2}{2 (2 + \psi + \psi^2)} \cos^2 \alpha_1 \quad (3)$$

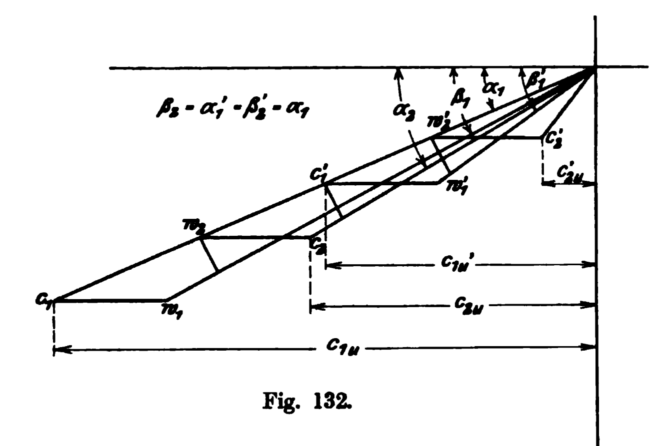


Fig. 132.

Da indes ψ vielleicht von der Geschwindigkeit, jedenfalls von der Krümmung abhängt und in der 2. Stufe infolge kleinerer Umlenkungswinkel bessere Werte besitzen muß, ist für genauere Vergleiche die Annahme eines konstanten ψ unzulässig, und es bleibt nur der Weg der graphischen Rechnung übrig.

Dies wurde in den Diagrammen Fig. 133 und 134 unter Annahme, daß ψ gemäß Fig. 134a nur vom Eintrittswinkel abhängt, durchgeführt. Alle Winkel sind stets auf stoßfreien Eintritt eingestellt gemeint, und es entspricht Fig. 133 der Annahme $\beta_1 = \beta_2$ ebenso für die Leiträder $\alpha_0 = \alpha_1$. In Fig. 134 wurde angenommen, daß die Austrittswinkel jedesmal um 5° kleiner seien als die Eintrittswinkel, also $\beta_2 = \beta_1 - 5^\circ$; $\alpha_1 = \alpha_0 - 5^\circ$, was praktisch gut ausführbar wäre. Als Verlust im ersten Leitrad ist $\varphi = 0{,}95$ gesetzt.

Der Vergleich der Wirkungsgrade für 1, 2 und 3 Geschwindigkeitsstufen läßt erkennen, daß trotz der besseren Werte, die ψ bei den wenig gekrümmten Schaufeln der 2. und 3. Stufe besitzt, eine ganz erhebliche Einbuße an Wirkungsgrad unvermeidlich ist.

Bei Fig. 134, die sich auf verkleinerte Austrittswinkel ($\beta_2 = \beta_1 - 5^\circ$) bezieht, wurde ψ mit dem Werte eingesetzt, der dem kleineren Winkel (β_2) entspricht, da

Digitized by Google

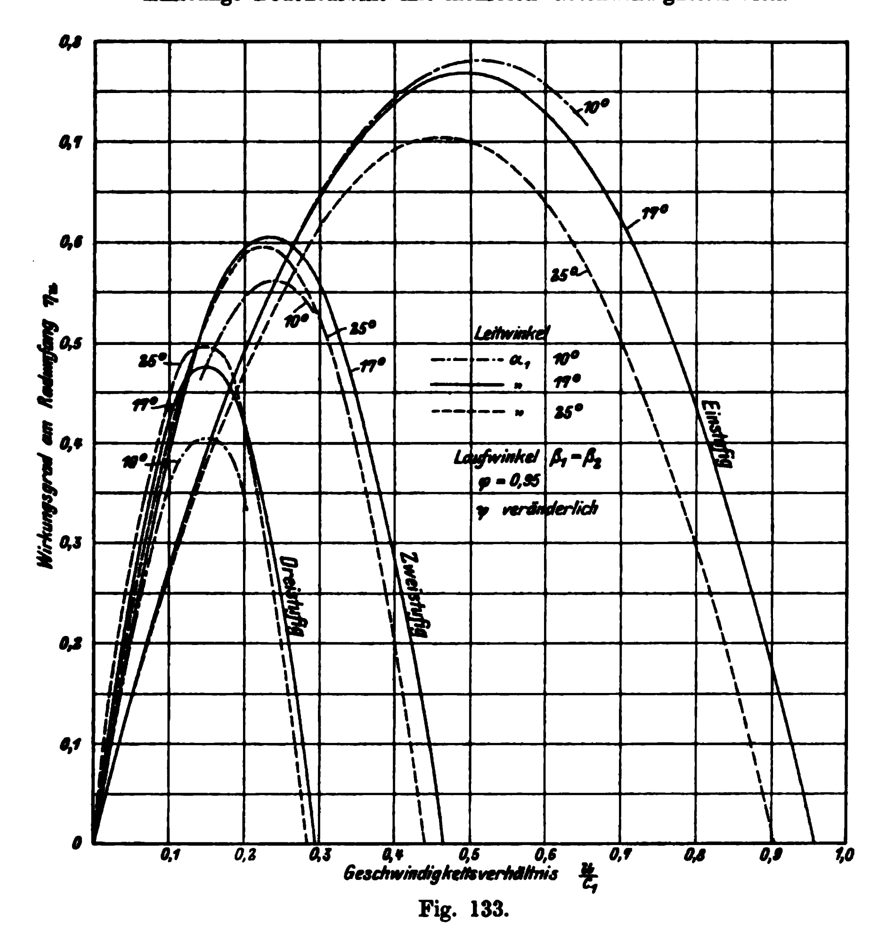


Fig. 133.

infolge stärkerer Strahlverbreiterung die Widerstände sicher zunehmen. Diese Vergrößerung der Widerstände hat die Zunahme des Wirkungsgrades wieder rückgängig gemacht, so daß wir kaum das Ergebnis der Annahme $\beta_1 = \beta_2$ erreichen. Dies deutet darauf hin, daß die angenommene Kurve von ψ bei kleineren Winkeln zu rasch abfällt.

Sehr beachtenswert ist der Einfluß des Leitschaufelwinkels α_1, dessen Verkleinerung bei der einstufigen Ausführung, wie schon früher erwiesen wurde, bis

Fig. 134.

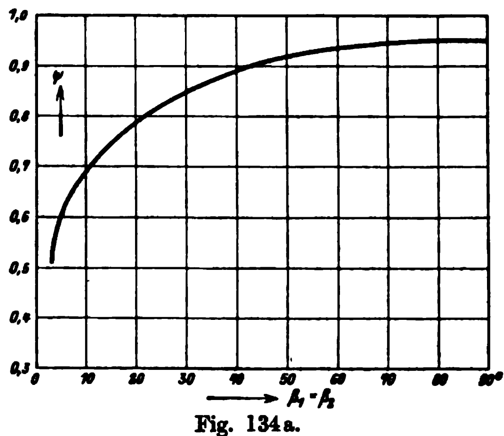


Fig. 134 a.

zu etwa $\alpha_1 = 10^0$ den Wirkungsgrad erhöht. Bei zwei Geschwindigkeitsstufen, Fig. 133, ist umgekehrt der größere Eintrittswinkel $\alpha_1 = 17^0$ im Vorteil, und bei drei Geschwindigkeitsstufen gibt $\alpha_1 = 25^0$ das beste Ergebnis. Die Höchstwerte des Wirkungsgrades sind für 1, 2, 3 Geschwindigkeitsstufen rd. 80, 60, 50 v. H. Bauer und Lasche teilen[1]) Wirkungsgradkurven mit, nach welchen für 2, 3 und 4 Geschwindigkeitsstufen Werte bis zu 72, 55, 52 v. H. erreicht werden, was wesentlich bessere Geschwindigkeitskoeffizienten bedingt, als wir oben angenommen haben. In der Tat findet man bei 2 Geschwindigkeitsstufen nach Gl. (3) mit $\varphi = 0{,}95$; $\alpha_1 = 17^0$; $\beta_2 = \beta_1$;

für $\psi =$	0,7	0,8	0,85	0,9	0,95
$\eta_{max} =$	0,492	0,585	0,637	0,696	0,762.

Wir müßten also ein mittleres ψ zwischen 0,9 und 0,95 voraussetzen, um auf 72 v. H. Wirkungsgrad zu gelangen, und auch bei $\varphi = 0{,}975$ müßte ψ rd. $= 0{,}90$ sein, woraus zu folgern ist, daß sich die Wirkungsgrade von Lasche auf eine Turbine mit ungleichen Winkeln $\beta_2 < \beta_1$ beziehen, die mit außergewöhnlich kleinen Schaufelwiderständen behaftet war. Ob die betreffenden Curtisräder, wie das bei der General-Electric-Co. üblich ist, mit etwas Reaktion gearbeitet haben, wird nicht angegeben. Die bei solcher Arbeitsweise auftretenden Verhältnisse behandeln wir weiter unten.

Ist nun auch allgemein festgestellt, daß der höchst erreichbare Wirkungsgrad bei Geschwindigkeitsstufen geringer ist als bei reinen Druckstufen, so kommen doch ihre Vorteile voll zur Geltung, wenn man große Gefälle mit kleinen Umfangsgeschwindigkeiten bewältigen muß, wie z. B. bei der Schiffsturbine. Bei einem Verhältnis $u:c_1 = 0{,}2$ liefert beispielsweise die reine Druckstufe ein η von 0,5, während mit zwei Geschwindigkeitsstufen 0,6 erreichbar ist. Auch sonst gibt es indes Fälle besonderer Art, wo Vorteile konstruktiver oder betriebstechnischer Art die Nachteile der schlechteren Dampfausnützung durch die Geschwindigkeitsstufen aufheben, wie wir später zu besprechen haben werden.

Der Dampfverbrauch

ist ähnlich zu beurteilen, wie bei der einfachen Druckstufenturbine.

Die Querschnitte

oder die Schaufellängen folgen aus der Kontinuitätsgleichung, und zwar für die axialen Komponenten und axialen Reinquerschnitte

$$G_{sek} = \frac{F_{1z} c_{1z}}{v_1} = \frac{F_{2z} w_{2z}}{v_2} = \frac{F'_{1z} c'_{1z}}{v_1'} = \frac{F'_{2z} w'_{2z}}{v_2'} = \ldots$$

oder

$$\frac{a_1 c_{1z}}{v_1} = \frac{a_2 w_{2z}}{v_2} = \frac{a_1' c'_{1z}}{v_1'} = \frac{a_2' w'_{2z}}{v_2'}.$$

Aus den theoretischen Längen a_1, a_2, a_1', a_2' erhält man wie üblich die wirklichen Längen.

Die Strömung in stark erweiterten Schaufeln wie Fig. 135 ist ein verwickelter Vorgang, da infolge der Krümmung der Bahnen im mittleren Faden ein höherer Druck herrschen muß als seitlich. Allein bei Unterschallgeschwindigkeit muß an der Austrittskante überall der Druck auf den der Umgebung sinken. Die Stromfäden sind dort daher geradlinig, aber in der Abwicklung eines zylindrischen Schnittes nicht parallel, wie bei der gewöhnlichen Schaufel. Wären sie parallel, so müßte wie in der konischen Düse eine Expansion mit darauffolgendem Verdichtungsstoß eintreten. Da wir aber am Austritt wohl ausnahmslos unter der Schallgeschwindigkeit sind, sind Stöße oder Schwingungen

[1]) „Schiffsturbinen" 1909, S. 71.

Digitized by Google

ausgeschlossen. Der Strahl muß sich daher am Schaufelrücken ablösen und derart konvergent verlaufen, daß der Einfluß der seitlichen Divergenz aufgehoben wird.

Für die Berechnung der Querschnitte wird es zulässig sein, w_2 überall gleich vorauszusetzen und die Größe der elementaren Strahlbreiten $dl_1, dl_2 \ldots$ (Fig. 135) als „Schaufellänge" annehmen. Der „Normalquerschnitt" $dl_1' dl_2' \ldots$ müßte dasselbe ergeben, wenn die richtige Strahldicke eingesetzt wird.

In besonders wichtigen Fällen müßte auch der kinetische Auslaßverlust durch Summation über alle Elementarstrahlen gebildet werden. Man zerlegt nach Fig. 136 die am Rande das Schaufelprofil tangierende Geschwindigkeit c_1 beim Eintritt in die Laufschaufel in die Komponenten c_{1t}, die in der Tangentialebene eines Zylinderschnittes gelegen ist, und in die radiale Komponente c_{1r}. Hierauf erhält man w_{1t} = Result. $(c_{1t}, -u)$ und $w_{1r} = c_{1r}$, somit $w_1^2 = w^2_{1t} + w^2_{1r}$. Nun ist $w_2 = \psi w_1$ mit den Komponenten w_{2t} und w_{2r}, also c_{2t} = Result. $(w_{2t}, +u)$ und $c_{2r} = w_{2r}$, somit schließlich $c_2^2 = c^2_{2t} + c^2_{2r}$, und ähnlich für die übrigen Stromfäden.

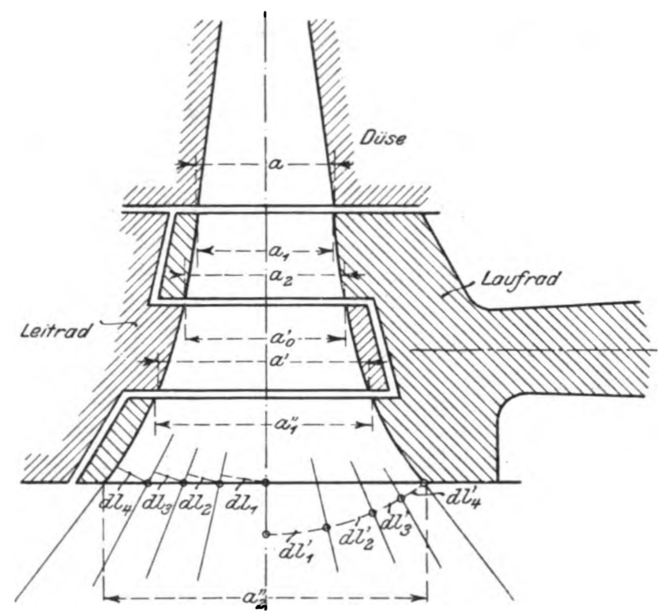


Fig. 135.

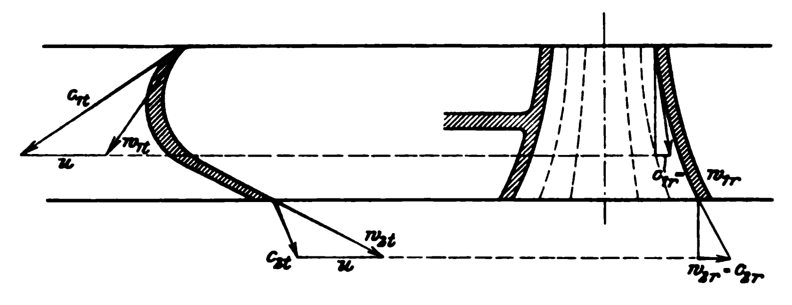


Fig. 136.

59. Mehrstufige Gleichdruckturbine mit je einer Geschwindigkeitsstufe.

a) Die Zustandsdarstellung.

Wir betrachten zunächst die Anordnung, bei welcher die Abflußgeschwindigkeit c_2 irgendeines Rades durch Wirbelung nahezu vollkommen vernichtet wird.

Der Anfangsdruck von dem ersten Leitrad sei p_1; die Zwischendrucke, auf welche der Dampf in den einzelnen Stufen herabexpandiert, $p_2, p_3, p_4 \ldots$

Das Rad der ersten Stufe wird entworfen, wie in den vorigen Abschnitten erläutert wurde. Die gesamte in Wärme umgewandelte Verlustgröße ist

$$Z = \frac{c_{th}^2 - c_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} + Z_r \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

indem wieder c_{th} die theoretische Geschwindigkeit bezeichnet.

Digitized by Google

Suchen wir im Entropiediagramm (Fig. 137) auf der Linie $p_2 =$ konst. den Punkt A_2, dessen Wärmeinhalt

$$i_2 = i_2' + AZ \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ist, wobei i_2' der verlustfreien Expansion (A_2') entspricht, so erhalten wir den Endzustand der ersten Stufe. Die Verlustwärme wird auch durch die Fläche

$$A_2' A_2 B_2 B_2' = AZ = Q_z$$

dargestellt.

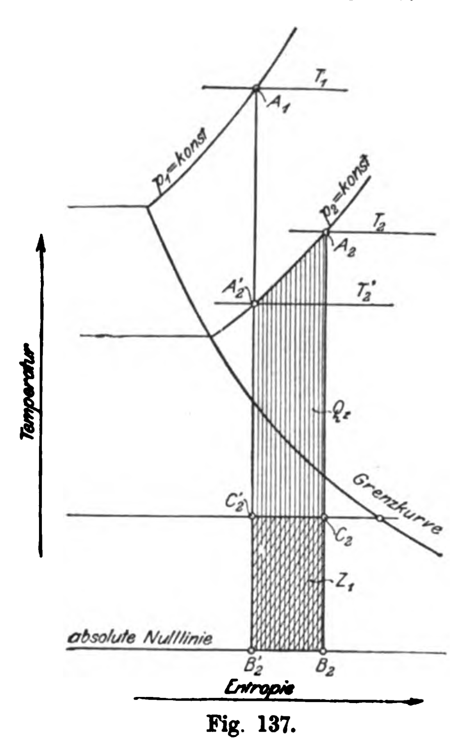


Fig. 137.

Z ist nicht im ganzen verloren, weil der Dampf noch in den nachfolgenden Rädern arbeitet. Durch die Umwandlung der Widerstandsarbeit in Wärme hat die Entropie für 1 kg Dampf eine Steigerung um den Betrag $\Delta s = B_2' B_2$ erfahren. Ist $C_2 B_2 = T_k$ die Temperatur, die dem Kondensatordruck entspricht, so stellt nur $\Delta s \cdot T_k =$ Fläche $C_2' C_2 B_2 B_2'$ den Arbeitsverlust AZ_1 in WE dar, den die beschriebene nicht umkehrbare Verwandlung verursacht hat.

Die durch das erste Rad in indizierte Arbeit umgewandelte Wärmemenge pro kg Dampf ist

$$h_{1i} = i_1 - i_2 \quad \ldots \quad (3)$$

Die verfügbare Arbeit ist

$$h_{10} = i_1 - i_2' \quad \ldots \quad (4)$$

Das Verhältnis

$$\eta_{1i} = \frac{h_{1i}}{h_{10}} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_2'} \quad \ldots \quad (5)$$

bildet alsdann, wie wir sagen können, den indizierten Einzelwirkungsgrad dieser ersten Stufe, für den man auch die bei der einstufigen Turbine entwickelten Ausdrücke verwenden kann.

Hat man auf diese Weise alle Räder durchgerechnet, so wird der Dampfzustand beim Kondensatordruck ermittelt, so zwar, daß man die Austrittsenergie $c_2^2 : 2g$ auch in Wärme verwandelt denkt. Ist der entsprechende Wärmeinhalt i_k, so wurde im ganzen pro kg Dampf eine indizierte Arbeit

$$L_i = \frac{1}{A}(i_1 - i_k) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

gewonnen. Hieraus folgt

$$N_i = \frac{G_{sek} L_i}{75} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Sei i_k' der Wärmeinhalt bei adiabatischer Expansion auf den Kondensatordruck (Punkt C_2' in Fig. 137), so ist $i_1 - i_k'$ das gesamte verfügbare Arbeitsvermögen, $i_1 - i_k$ aber die gewonnene Arbeit, somit

$$\eta_i = \frac{i_1 - i_k}{i_1 - i_k'} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

der indizierte Wirkungsgrad der ganzen Turbine.

Die effektive Arbeit ist

$$L_e = \eta_{mech} L_i \quad \text{und} \quad N_e = \eta_{mech} N_i \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

und der Dampfverbrauch in kg für die PS_e-st

$$G_e = \frac{632}{A L_e} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Digitized by Google

b) Betrag der rückgewinnbaren Reibungswärme.

Von der Verlustwärme AZ der ersten Stufe wird, wie oben bemerkt (s. Fig. 137) der Betrag $A_2'A_2C_2C_2'$ in den folgenden Stufen ausgenützt, ein Wiedergewinn, der bei hydraulischen Stufenturbinen nicht vorkommt, weil die Erwärmung das Wasser zur Leistung einer Expansionsarbeit nicht befähigt. Dieser Wiedergewinn hat die bemerkenswerte Folge, **daß eine Turbine, deren Stufen alle mit demselben Einzelwirkunggrade entworfen sind, einen besseren Gesamtwirkungsgrad ergibt als die einzelne Stufe.**

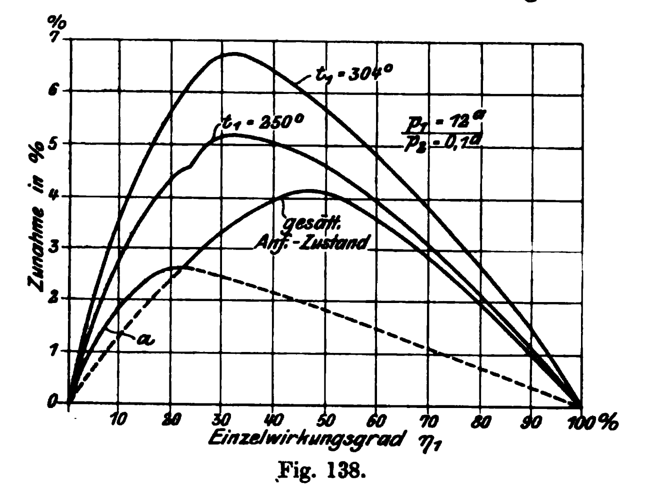
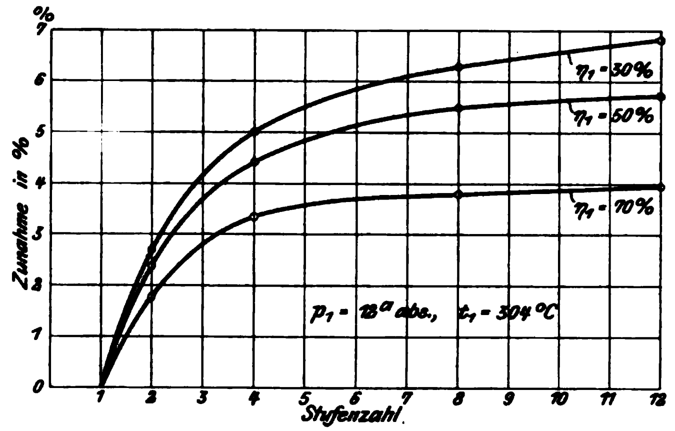


Fig. 138.

Die Größe dieses Unterschiedes zu kennen ist für Überschlagsentwürfe wichtig, deshalb wurde derselbe für den Anfangsdruck von 12 kg/qcm abs. einmal bei Sättigungs-, dann bei 304° Überhitzungstemperatur und 0,1 kg/qcm abs. Vakuumdruck für Stufenzahlen von 1—12 ermittelt. In Fig. 138 ist die Ordinate die Zahl der Prozente, um die der Gesamtwirkungsgrad zunimmt, als Funktion der Einzelwirkungsgrade bei 12 Stufen dargestellt, und wir bemerken, daß bis zu einer gewissen Grenze die Zunahme um so größer ist, je schlechter man den Dampf in der Einzelstufe ausnützt, was darin seine Erklärung findet, daß mehr Verlustwärme zur nachträglichen Arbeit herangezogen wird. Der Wert Null ist hingegen beiden gemeinsam. Bei Überhitzung ist der Unterschied größer, da das Temperaturgefälle der Expansion größer ist. Für den Kurvenzweig a verläuft die Zustandskurve trotz gesättigten Anfangszustandes im Überhitzungsgebiet, daher der Knick bei 22 v. H. In Fig. 139 ist die Zunahme in Abhängigkeit von der Zahl der Stufen, einmal mit, einmal ohne Überhitzung dargestellt. Naturgemäß wächst die Ausnützung mit vergrößerter Stufenzahl.



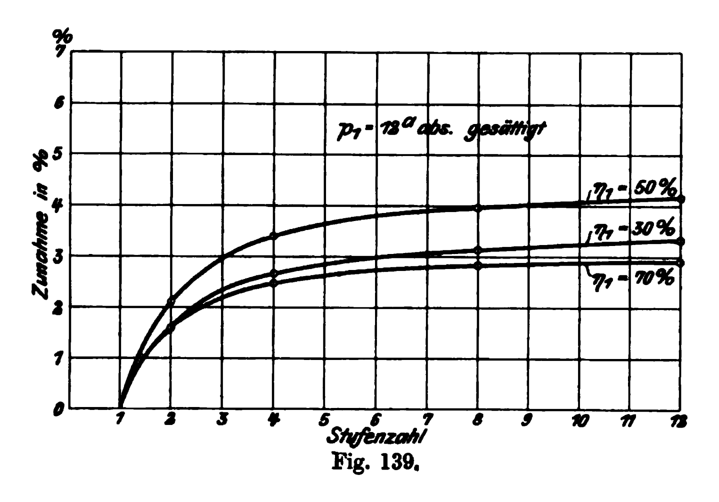


Fig. 139.

In Fig. 140 stellt die schief schraffierte Fläche q_0

Digitized by Google

das ursprüngliche adiabatische Gefälle einer einzelnen Zwischenstufe dar; q' (senkrecht schraffiert) ist der hinzutretende verfügbare Anteil von der Verlustwärme der vorhergehenden Stufen, $q_0 + q'$ ist daher das verfügbare, d. h. adiabatische Einzelgefälle, welches mit η_{i1} multipliziert die nutzbare Einzelleistung

$$A L_{i1} = \eta_{i1} (q_0 + q') \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

ergibt. Setzen wir η_{i1} unveränderlich voraus, so ergibt die Summatin über alle Stufen

$$A L_{it} = \eta_{i1} \Sigma (q_0 + q') = \eta_{i1} (Q_0 + Q') \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

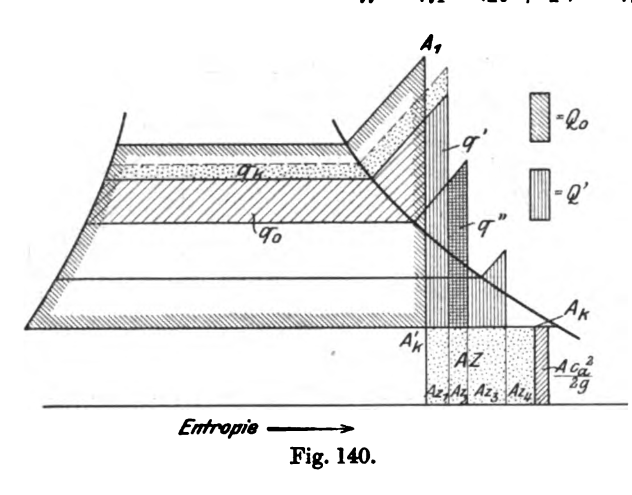


Fig. 140.

worin nun L_{it} die gesamte indizierte Arbeit, Q_0 das ursprüngliche adiabatische Gesamtgefälle, Q' die gesamte rückgewinnbare Wärme bedeutet. Sofern η_{it} den indizierten Gesamtwirkungsgrad bezeichnet, muß aber

$$A L_{it} = \eta_{it} Q_0 \quad . \quad (3)$$

sein, und wir erhalten aus (2) und (3)

$$\eta_{it} = \eta_{i1} \left(1 + \frac{Q'}{Q_0}\right) \quad (4)$$

Es ist zweckmäßig, sich Gl. (2) wie folgt in Worten auszusprechen: Die Summe der adiabatischen Einzelgefälle ist um den Betrag der rückgewinnbaren Wärme größer als das ursprüngliche adiabatische Gesamtgefälle; dies ist übrigens an sich klar, da die Verlustwärme irgendeiner Stufe für die nächstfolgende dieselbe Rolle spielt, als wäre sie umkehrbar von außen dem Dampfe zugeführt worden.

Nachdem, wie wir gesehen haben, der Unterschied nur wenige Hundertteile ausmacht, so könnte für Näherungsrechnungen die Summe der adiabatischen Einzelgefälle dem Gesamtgefälle gleich gesetzt werden.

c) Einfluß der Radreibung.

Untersucht man die Veränderung des bei der einstufigen Turbine (Abschn. 57) entwickelten Ausdruckes für den Verlust an Wirkungsgrad infolge der Radreibung

$$\zeta_r = \varrho \xi^5 \text{ mit } \varrho = \frac{600 g \beta_0 \varphi^2 \gamma c_1^3}{G_{sek} \omega^2}$$

und hält man einen bestimmten Anfangszustand fest, während der Gegendruck, also c_1 und γ, verschiedene Werte annehmen, so zeigt sich, daß mit steigendem c_1 der Verlust wächst (bis der Enddruck etwa auf ein Fünftel des Anfangsdruckes gesunken ist) und dann wieder abnimmt. Wir haben also den Satz: Die Einbuße an Wirkungsgrad, die die Radreibung bei konstant gehaltenem Verhältnis $u : c_1 = \xi$ verursacht, ist klein, wenn man c_1 entweder ganz klein oder ganz groß wählt. Die Einbuße wäre Null bei der unendlich vielstufigen Turbine.

Die letzte, etwas befremdend klingende Folgerung wird begreiflich, wenn man erwägt, daß mit unendlich zunehmender Stufenzahl c_1 also auch u, mithin bei gegebener Umlaufzahl auch D sich dem Werte Null nähern. Um das Bedenken zu beheben, daß die Summe der zwar unendlich kleinen, aber unendlich vielen Radreibungsarbeiten endlich und sogar groß sein könnte, nehmen

Digitized by Google

wir an, die Turbine arbeite mit durchweg gleichem u und c_1, so daß $u : c_1 = \xi =$ konst. ist. Die Stufenzahl findet man angenähert zu $z = (i_1 - i_k) : (A\,c_0^2/2g)$ und hieraus $c_0 =$ konst. $\sqrt{1/z}$.

Die gesamte Radreibungsarbeit ist

$$N_r = \Sigma \beta_0 D^2 u^3 \gamma = \Sigma \frac{4\beta_0 u^5 \gamma}{\omega^2} = \Sigma \frac{4\beta_0 \xi^5 \gamma}{\omega_2} c_1^5 = \frac{4\beta_0 \xi^5 c_1^5}{\omega^2} \Sigma \gamma .$$

Die auf alle Räder auszudehnende Summe $\Sigma\gamma$ kann jedenfalls als Produkt $= z\gamma_m$ der Stufenzahl z und eines Mittelwertes γ_m von γ dargestellt werden. Mithin wird $N_r =$ Konst. $c_1^5 z =$ Konst. $\varphi^5 c_0^5 z$. Setzen wir hier den Wert von c_0 ein, so folgt $N_r =$ Konst. $1/\sqrt{z^3}$, also in der Tat $= 0$, wenn $z = \infty$ ist, da der konstante Faktor stets endlich bleibt.

Die Meinung, daß bei sehr großer Stufenzahl auch die Reibungsarbeit wegen der vielen Räder groß würde, trifft also nicht zu. Vom Standpunkte des Wirkungsgrades allein ist die Wahl sehr vieler Stufen empfehlenswert. Dieser Satz müßte eingeschränkt werden, falls es sich bestätigen sollte, daß die Widerstandszahl der Schaufelreibung mit wachsender Dampfgeschwindigkeit abnimmt. Dann gäbe es eine gewisse beste Mitte zwischen dem Einfluß der Rad- und der Schaufelreibung, die durch Probieren zu ermitteln wäre.

Selbstverständlich nimmt die Radreibung ab, wenn wir bei konstantem u die Umlaufzahl, d. h. ω groß wählen, da bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit die Raddurchmesser kleiner werden. Ebenso tritt diese Reibung in den Hintergrund, wenn G_{sek} groß ist.

Die Radreibung bewirkt, wie wir bei der einstufigen Turbine erörtert haben, daß das günstigste Verhältnis $u : c_1$ kleiner werden muß, als dem Maximum des Wirkungsgrades am Radumfang entspricht. Im allgemeinen wird dieser Einfluß durch die entgegengesetzte Wirkung der Undichtheit (s. unten) stark eingeschränkt, und ist an sich nicht sehr bedeutend. Sollte ein besonders wichtiger Fall vorliegen, so müßte übrigens bei der mehrstufigen Turbine die Untersuchung mit Hilfe des Grundsatzes von der Vermehrung der Entropie geführt werden. Der günstigste Wert des Gefälles, oder von $u : c_1$ für eine bestimmte Stufe wäre derjenige, für welchen die Zunahme der Entropie im Verhältnis zum adiabatischen Gefälle ein Minimum wäre. Ein so durchgeführtes Zahlenbeispiel hat nun gezeigt, daß der beste Wert von $u : c_1$ merklich kleiner, d. h. daß das beste Gefälle merklich größer ist, als dasjenige, bei welchem der Wirkungsgrad $\eta_i = \eta_u - \zeta_r$ zu einem Maximum wird.

d) Einfluß der Undichtheit.

Die auf einer Welle aneinander gereihten Räder werden in der Regel durch Scheidewände getrennt, welche die Welle mit etwas Spiel umgeben (Fig. 141). An dieser Stelle findet ein von Stufe zu Stufe fortgesetzter Undichtheitsverlust statt, dem bei kleinen Einheiten entscheidende Wichtigkeit zukommt.

Das durchströmende Gewicht kann, wie wir später nachweisen, angenähert so gerechnet werden, als ob der Ringspalt zwischen Welle und Scheidewand eine einfache Mündung bildete; man wird also die Formel von Bendemann benützen. Das gesamte sekundliche Dampfgewicht G_{sek} ist nun für jedes Rad zu trennen in das Arbeitsgewicht G_a und den Undichtheitsverlust G_u

Fig. 141.

$$G_{sek} = G_a + G_u .$$

Angenommen, durch den ersten Ringspalt ströme G_{u1}, durch den zweiten $G_{u2} < G_{u1}$, so wird sich der Unterschied $G_{u1} - G_{u2} = \Delta G$ mit dem Arbeitsdampf G_a des zweiten Rades im Leitapparat von dem dritten Rad mischen, und man kann den Mischungszustand leicht angeben.

Es sei in der Entropiefigur 142 $A_2 (p_2, i_2)$ der Zustand hinter dem ersten Rade. Der Undichtheitsdampf wird in das Gehäuse des zweiten Rades herübergedrosselt und nimmt beim Drucke p_3 in Punkt A_2^* den gleichen Wärmeinhalt i_2 an wie vorhin. Der Arbeitsdampf gelange in den Zustand $A_3 (p_3, i_3)$. Die Mischung erfolgt nach der Formel

$$\Delta G\, i_2 + G_a i_3 = (G_a + \Delta G)\, i_3^*$$

Digitized by Google

und liefert mit i_3^* den Punkt A_3^* auf $p_3 =$ konst. als Ausgangspunkt der Expansion zum dritten Rade. Der Verlust infolge der nicht umkehrbaren Undichtheit und Mischung ist im ganzen für die erste Stufe als Produkt der Entropievermehrung und der Kondensatortemperator wie folgt zu ermitteln. Es bedeute Δs die Entropiezunahme zwischen den Zuständen A_2 und A_2^*; $\Delta s'$ diejenige zwischen A_3 und A_3^*; $\Delta s''$ diejenige zwischen A_3 und A_3^*. Die erste kommt der Menge G_{u2}, die zweite der Menge ΔG, die dritte der Menge G_a infolge der Mischung zu. Der Verlust ist also

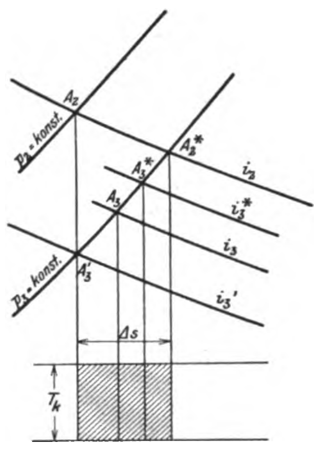


Fig. 142.

$$AZ = (G_{u2}\,\Delta s + \Delta G\,\Delta s' + G_a\,\Delta s'')\,T_k.$$

Man kann leicht einsehen, daß bei günstigster Gefällsverteilung das Gefälle einer Stufe kleiner sein müßte, als dem Maximum des Wirkungsgrades am Radumfang entspricht. In der Nachbarschaft des Wertes $\eta_{u\,max}$ ändert sich der Wirkungsgrad bei kleinen Änderungen des Gefälles unmerklich; je kleiner das Gefälle, desto kleiner der Undichtheitsverlust, ein desto größerer Teil der Gesamtdampfmenge wird zur Arbeit im Rade herangezogen, wir erzielen Arbeitsgewinn trotz kleiner Abnahme des Wirkungsgrades. Weiter unten behandeln wir Zahlenbeispiele, aus welchen die vereinte Wirkung der Radreibung und der Undichtheit hervorgeht. An dem dort unter d) besprochenen Fall wurde der Einfluß der Undichtheit für sich untersucht; für die zweite Stufe der beschriebenen Turbine bei verloren gedachter Auslaßgeschwindigkeit wäre bei $\eta_u = \max.$ der günstigste Wert von $u:c_1 \cong 0{,}48$. Mit Rücksicht auf die Undichtheit müßte aber bei 4,0 kg/qcm Anfangsdruck dieser Stufe $u:c_1$ auf 0,56 hinaufgesetzt werden, was eine Verringerung des Gefälles auf etwa 0,75 seines theoretischen Betrages bedeutet. Auch die Undichtheit würde uns also für eine möglichst ökonomische Turbine veranlassen, große Stufenzahlen zu wählen, soweit das mit den Gestehungskosten vereinbar ist.

Wären die Scheiben nicht mit Löchern versehen, so müßte der ganze Undichtheitsverlust durch den Spalt zwischen Leit- und Laufrad hindurchströmen und würde den im Laufrad tretenden Dampfstrom empfindlich stören.

Die Arbeit pro 1 kg Dampf ist für die aufeinanderfolgenden Räder:

$$L_{i1} = i_1 - i_2, \quad L_{i2} = i_2 - i_3, \quad L_{i3} = i_3 - i_4 \text{ usw.}$$

Die Gesamtleistung pro Sekunde erhalten wir entweder als Summe der Einzelleistungen $\Sigma G_a L_{i1}$, oder in einem Posten, indem wir auch den Wärmeinhalt i_k^* der Mischung von Arbeits- und Undichtheitsdampf nach Verlassen des letzten Laufrades ermitteln, wo wieder die ganze Menge G_{sek} beisammen ist, und wenn die kinetische Energie im Abdampfrohr klein ist, als Gesamtleistung

$$G_{sek}\,L_i = G_{sek}\,(i_1 - i_k^*)$$

als indizierten Wirkungsgrad

$$\eta_i = \frac{i_1 - i_k^*}{i_1 - i_k'}$$

ergibt. Über die Wahl bester Verhältnisse vergleiche man die Angaben im weiter unten folgenden Zahlenbeispiel.

60. Turbine mit Verwertung der Auslaßgeschwindigkeit.

a) Zustandskurve.

Bei voller, d. h. lückenloser Beaufschlagung, wie sie an modernen Turbinen im Niederdruckteil allgemein üblich ist, wird die Auslaßgeschwindigkeit von selbst ausgenützt, selbstverständlich nicht ohne einigen Verlust. Bei partieller Beaufschlagung wird das gleiche durch eine geeignete Führung des Dampfes zu erreichen angestrebt.[1])

[1]) Siehe die Beschreibung der Turbine von Oerlikon.

Digitized by Google

Bei der gewöhnlichen Methode werden die Schaufellängen der aufeinanderfolgenden Räder wenig verschieden gemacht, hingegen nimmt die Beaufschlagungsbreite zu, was zur Folge hat, daß die Dampfbahnen unter Wirbelbildung aus der geraden Richtung in die Breite abgelenkt werden. Um dies zu vermeiden, müßten die Endkanten der äußersten Leitschaufeln stets in die Richtung des absoluten Dampfweges fallen, was indes in voller Strenge nicht erreichbar ist. In der Tat werden die in eine frische Schaufel zuerst eintretenden Elemente wegen stärkerer Reibung länger im Rade verbleiben und gestrecktere Bahnen a' (Fig. 143) beschreiben, während die zuletzt ein getretenen die Bahn a einhalten, zwischen welchen im Leitrad ein Wirbelraum verbleibt. Ein gleiches ist am Austritte mit den Bahnen b und b' der Fall. Daher ist vollkommen stoßfreies Auffangen des abfließenden Dampfstromes unmöglich.

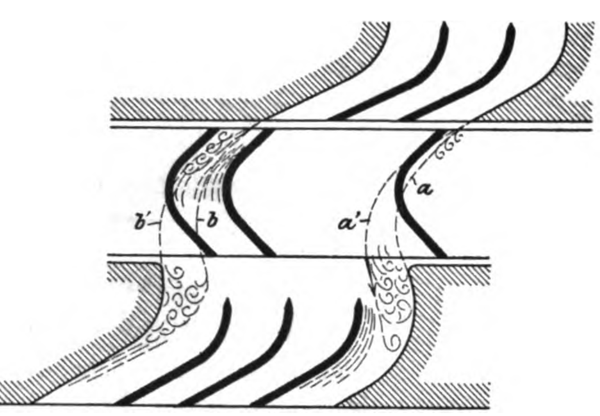


Fig. 143.

Der Verlauf der Zustandsänderung wird ähnlich verfolgt wie vorhin. Bis zum Austritt aus dem ersten Laufrade ändert sich nichts; als Verlust gilt aber bloß

$$Z_1 = \frac{c_{th}^2 - c_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + Z_r$$

wo Z_r die Radreibung bedeutet, und wir erhalten durch die Beziehung

$$i_2 = i_2' + A Z_1$$

auf der Drucklinie $p_2 =$ konst. den Zustandspunkt für das Ende der Laufschaufel. Der Ausdehnung im nachfolgenden Leitrad steht nun das Gefälle $i_2 - i_3'$ zur Verfügung, so daß die theoretische Ausflußgeschwindigkeit c_{th}' gemäß Formel

$$A \frac{c_{th}'^2 - c_2^2}{2g} = i_2 - i_3'$$

zu rechnen ist. Die wahre Geschwindigkeit c_1' wird als

$$c_1' = \varphi c_{th}'$$

angesetzt, wobei in φ Rücksicht auf die mehr oder minder vollkommene Führung zu nehmen ist. Verfügt man über genauere Angaben, so kann auch die bei der Reaktionsturbine zu beschreibende Methode der Widerstandskoeffizienten benützt werden.

Die Verlustwärme ist nun

$$A Z_2 = A \frac{c_{th}'^2 - c_1'^2}{2g} + A \frac{w_1'^2 - w_2'^2}{2g} + A Z_r'$$

und liefert den Endpunkt der Zustandskurve auf $p_3 =$ konst.

$$i_3 = i_3' + A Z_2.$$

Die weitere Rechnung ist nur eine Wiederholung des gleichen Verfahrens.

Will man den Einfluß der Undichtheit berücksichtigen, so ist wieder die Mischungsregel zu benutzen und außerdem der eintretende Stoßverlust zu berücksichtigen. Die zur Mischung gelangende Undichtheitsmenge ΔG strömt mit vernachlässigbarer Geschwindigkeit dem Leitapparat zu, während der Arbeitsdampf G_a die Geschwindigkeit c_2 besitzt. Nach dem Gesetz von der Bewegungsgröße ist

$$G_a c_2 + \Delta G \cdot 0 = (G_a + \Delta G) c_2',$$

Digitized by Google

woraus man c_2' und den kinetischen Stoßverlust

$$Z = \frac{G_a \Delta G}{G_a + \Delta G} \frac{c_2^2}{2g}$$

bestimmt. Die Mischungsformel lautet nun wenn i, i' auf G_a, ΔG; i^* auf den Zustand nach der Mischung sich beziehen

$$G_a i + \Delta G i' + AZ = (G_a + \Delta G) i^*.$$

Da wir es bei Vollbeaufschlagung entweder mit den Niederdruckrädern oder mit den Hochdruckrädern sehr großer Turbinen zu tun haben, tritt die Wirkung der Undichtheit etwas zurück.

b) Wirkungsgrad und Verlustkoeffizient.

Wenn man den Satz über die rückgewinnbare Reibungswärme bei Turbinen mit Verwertung der Auslaßenergie klarlegen will, so wird man zur Einführung eines mit dem Wirkungsgrade eng zusammenhängenden Begriffes, des **„Verlustkoeffizienten"**, gedrängt.

Als Wirkungsgrad irgendeiner Stufe müssen wir nach feststehendem Gebrauch das Verhältnis der gewonnenen indizierten Arbeit L_{1i} zur verfügbaren Arbeit rechnen. Letztere ist hier der Summe des adiabatischen Gefälles $i_1 - i_2' = A L_{01}$ und der kinetischen Energie beim Eintritt $A c_0^2/2g$, wo c_0 gleich der Auslaßgeschwindigkeit c_2 des vorhergehenden Rades, darstellbar durch den punktierten Flächenstreifen q_k in Fig. 140. Daher ist der Einzelwirkungsgrad $\eta_{1i} = L_{i1} : (L_{01} + c_0^2/2g)$. Anderseits ist mit den Bezeichnungen derselben Figur $A L_{i1} = \eta_{1i} (q_0 + q_k + q')$. Bleibt η_{1i} unveränderlich, so wird die Gesamtarbeit $A L_{it} = \eta_{i1} (\Sigma q_0 + \Sigma q_k + \Sigma q')$ $= \eta_{i1} (Q_0 + Q_k + Q')$. Ist aber wieder η_{it} der gesamte Wirkungsgrad, so muß $A L_{it} = \eta_{it} Q_0$ sein (die Geschwindigkeit vor dem ersten Leitrad = 0 gedacht). Daher ist

$$\eta_{it} = \eta_{i1} \left(1 + \frac{Q' + Q_k}{Q_0}\right).$$

Wegen des Gliedes $Q_k = \Sigma A c_0^2/2g$ ist der Unterschied zwischen η_1 und η_t um so größer, je größer c_0 selbst war. Es kann die eigentümliche Erscheinung auftreten, daß bei ganz schlechten Einzelwirkungsgraden der Gesamtwirkungsgrad dennoch ein ganz guter ist. Dies ist mit Rücksicht auf den Transport der kinetischen Auslaßenergie wohl verständlich, zeigt aber, daß der gewöhnliche Wirkungsgrad nicht der geeignete Maßstab für die Beurteilung der Verhältnisse der vielfachen Turbine ist.

Einen passenden Ersatz liefert folgende Überlegung:

Die Reibungsarbeit in einer Stufe ist, wie wir früher festgestellt haben, um so genauer dem Verlustwerte

$$AZ = i_2 - i_2'$$

gleich, je mehr Stufen vorhanden sind. Wir bezeichnen nun das Verhältnis der Verlustwärme zum adiabatischen Gefälle

$$\zeta = \frac{AZ}{i_1 - i_2'} = \frac{i_2 - i_2'}{i_1 - i_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

als **„Verlustkoeffizient"**. Hiernach ist $1 - \zeta = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_2'}$ etwas wie ein **„scheinbarer Wirkungsgrad"**, der mit dem wirklichen übereinstimmt, falls die kinetische Energie beim Ein- und Austritt in der betreffenden Stufe unverändert blieb oder = 0 war. Sind die Geschwindigkeiten c_0 am Eintritt in eine Stufe und c_2 am Austritt der-



selben einander gleich, so bedeutet überdies $i_1 - i_2$ die indizierte Arbeit für 1 kg Dampf in dieser Stufe, und der scheinbare Wirkungsgrad stellt sich in sehr anschaulicher Weise **als das Verhältnis der indizierten Arbeit zum reinen adiabatischen Wärmegefälle der Stufe (ohne Hinzurechnung der Eintrittsenergie $Ac_0^2/2g$)** dar. Nun ist mit Rücksicht auf Fig. 140 die Gesamtarbeit

$$A L_{it} = Q_0 - A\,\Sigma(z) - A\frac{c_a^2}{2g}$$

wo z den unter der Kondensatortemperatur liegenden Verluststreifen der einzelnen Stufe, c_a die Auslaßgeschwindigkeit des letzten Laufrades, also

$$A\frac{c_a^2}{2g} = Q_a$$

den Wärmewert des Auslaßverlustes bedeuten, der im Gegensatze zu der vorhin betrachteten Arbeitsweise hier nur einmal, eben beim letzten Laufrad, vorkommt. Jedes einzelne Az erhalten wir aber als Differenz der ganzen Verlustwärme $\zeta(q_0 + q')$ und des mit q'' bezeichneten wiedergewinnbaren Betrages; also wird

$$A L_{it} = Q_0 - \Sigma(\zeta[q_0 + q'] - q'') - Q_a$$

oder bei überall gleichem ζ:

$$= Q_0 - (\zeta[\Sigma q_0 + \Sigma q'] - \Sigma q'') - Q_a.$$

Nun ist $\Sigma q' = \Sigma q'' = Q'$, also

$$A L_{it} = (1-\zeta)(Q_0 + Q') - Q_a.$$

Wir erkennen daher, daß auch hier die Reibungswärme wie eine von außen dem Dampfe umkehrbar mitgeteilte zu behandeln ist, und erhalten für den Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_{it} = \frac{A L_{it}}{Q_0} = (1-\zeta)\left(1 + \frac{Q'}{Q_0}\right) - \frac{Q_a}{Q_0} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

eine Formel, die sich von dem Wirkungsgrad der Turbine mit verlorenem c_2 nur durch Anwesenheit des prozentischen Auslaßverlustes

$$\zeta_a = \frac{Q_a}{Q_0}$$

unterscheidet, und in welcher $(1-\zeta)$ die Rolle des Einzelwirkungsgrades spielt. Wir sprechen das Ergebnis wie folgt aus:

Der gesamte indizierte Wirkungsgrad der Turbine unterscheidet sich vom scheinbaren Wirkungsgrad $(1-\zeta)$ der einzelnen Stufe durch den Betrag der wiedergewinnbaren Verlustwärme und den letzten Auslaßverlust. Der Unterschied erreicht im allgemeinen nur wenige Hundertteile.

Dieser Lehrsatz befähigt uns einen Vergleich zu ziehen zwischen dem Gesamtwirkungsgrad der Turbine mit verloren gegebener Auslaßgeschwindigkeit η_{verl} und demjenigen mit Verwertung derselben η_{verw} (ohne Rücksicht auf Radreibung), indem wir den letzten Auslaßverlust als klein voraussetzen, und für die scheinbaren Wirkungsgrade gleichartige Ausdrücke aufstellen.

Bei der ersten Turbinenart ist der scheinbare Wirkungsgrad zugleich der wirkliche, und wir haben wie bei der einstufigen Turbine

$$\eta_{verl} = \frac{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2}{c_{th}^2}.$$

Digitized by Google

Bei der zweiten Art ist

$$\eta_{verw} = 1 - \zeta = (i_1 - i_2) : (i_1 - i_2')$$

und der Zähler ist die Summe der indizierten Arbeit $[c_1^2 - c_2^2 - (w_1^2 - w_2^2)]\,A/2g$ und der Zunahme der kinetischen Energie $A\,(c_2^2 - c_0^2)/2g$; der Nenner aber ist das adiabatische Wärmegefälle, also gleich dem Unterschied zwischen der theoretischen Gesamtenergie $A\,c_{th}^2/2g$ und der angeliefertenEnergie $A\,c_0^2/2g$. Daher wird

$$\eta_{verw} = \frac{c_1^2 - c_0^2 + w_2^2 - w_1^2}{c_{th}^2 - c_0^2} = \frac{c_1^2 - c_0^2 + w_2^2 - w_1^2}{c_{th}^2} \cdot \frac{c_{th}^2}{c_{th}^2 - c_0^2}.$$

Wir können und wollen Turbinen vergleichen, die mit gleich großen Dampfgeschwindigkeiten arbeiten, so daß c_1, c_2 usw. in beiden Fällen dieselben Werte darstellen. Wenn dann angenähert $c_0 = c_2$ gesetzt wird, so ist

$$\eta_{verw} = \eta_{verl} \frac{c_{th}^2}{c_{th}^2 - c_0^2}.$$

Wir erkennen also, daß, — vom Auslaßverlust in der letzten Stufe abgesehen — der Wirkungsgrad bei Verwertung der Auslaßenergie und gleichen Dampfgeschwindigkeiten stets höher ist als bei Vernichtung der Auslaßenergie.

Selbstverständlich darf man nicht glauben, daß c_0 möglichst nahe $= c_{th}$ gemacht werden soll, damit η_{verw} groß werde, denn mit der Vergrößerung von c_0, d. h. der Auslaßgeschwindigkeit des vorhergehenden Rades wird das Verhältnis u/c_1 ein kleines und der Faktor η_{verl} nimmt wesentlich ab.

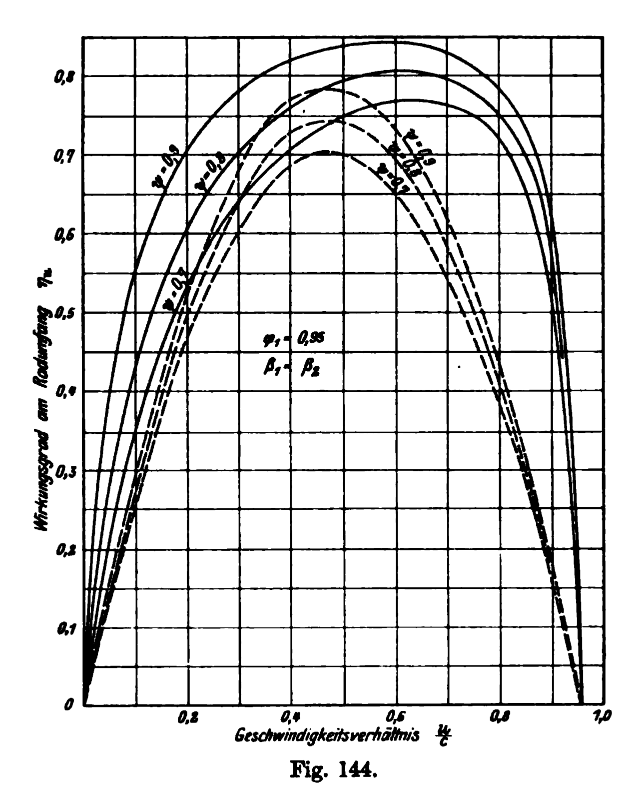


Fig. 144.

Da eine durchsichtige Formel, aus der man alle Einflüsse abliest, nicht aufgestellt werden kann, sind in Fig. 144 die scheinbaren Wirkungsgrade für die Annahmen $\varphi = 0{,}95$; $\psi = 0{,}7$; $0{,}8$; $0{,}9$, $\alpha_1 = 17^\circ$ und $\beta_1 = \beta_2$ (gleichwinklige Schaufel), $c_2 = c_0$ als Abhängige des Verhältnisses u/c_1 ermittelt und aufgetragen worden. Der Einfachheit halber wurde von einer Veränderlichkeit des ψ abgesehen. Der Eintritt in die Laufschaufel ist durch entsprechende Änderung von β_1 stets stoßfrei gedacht. Die parabelförmigen gestrichelten Kurven entstehen, wenn c_2 verloren, die sanfter gewölbten, wenn c_2 verwertet wird. Man erkennt, daß im zweiten Fall der beste Wirkungsgrad bei einer Umfangsgeschwindigkeit $u = 0{,}6\ c_1$ erreicht wird, und bei gleichem ψ um etwa 6 v. H. besser ist; da aber der Auslaßverlust der letzten Stufe abgezogen werden muß, so erweist sich eigentümlicherweise das unter gleichen Umständen erreichbare Maximum im zweiten Fall nicht so hoch, als man erwartet hätte. Der Unter-

Digitized by Google

schied wäre größer, wenn der Koeffizient ψ mit wachsender Geschwindigkeit zunähme, weil bei Ausnützung von c_2 die Dampfgeschwindigkeiten höhere sind. Auf alle Fälle bietet die Verwertung von c_2 den entschiedenen Vorteil, daß der Wirkungsgrad in der Nähe der günstigsten Umfangsgeschwindigkeit sich viel weniger ändert und verhältnismäßig rasch auf hohe Beträge steigt.

61. Neuentwurf der vielstufigen Gleichdruckturbine.

Die Annahmen, die wir einem Neuentwurfe zugrunde legen, hängen von der Verwendungsart der Turbine und wirtschaftlichen Gesichtspunkten, d. h. den Forderungen, die wir an den Wirkungsgrad und die Gestehungskosten stellen, ab. Beispielsweise erhält eine in der Anlage billig sein sollende Turbine nur wenige Stufen, muß sich aber im Dampfverbrauch eine Einbuße gefallen lassen, und umgekehrt. Hierzu kommt die Bedingtheit durch Umstände, die der Turbinenkonstrukteur nicht beherrscht. So ist die Wahl der Umlaufzahl nicht durch die Turbine allein bedingt, sondern sehr abhängig von der anzutreibenden Dynamo oder etwa der Schiffsschraube. Dann ist das Gesetz des Schaufelverlustes noch nicht genau bekannt. Ist dieser von der Geschwindigkeit unabhängig, so ist theoretisch mit Rücksicht auf die Radreibung die Wahl sehr vieler Stufen zu empfehlen. Nimmt der Verlust mit wachsender Geschwindigkeit ab, so wird man höhere Dampf- und Umfangsgeschwindigkeiten wählen, bis sich der Gewinn mit der vermehrten Radreibung die Wage hält. Daher ist die Konstruktion einer Turbine keine eindeutig bestimmte Aufgabe, und die persönliche konstruktive Kunst und Erfahrung des Ingenieurs haben reiche Gelegenheit zur Entfaltung.

Für die ortsfeste Dampfturbine mit lauter Druckstufen und Dynamoantrieb weisen die vorherrschenden Ausführungen bei kleinen Einheiten (etwa 20—100 PS) 6—10 Stufen auf mit 3000 Uml./min und mehr. Bei mittelgroßen Einheiten von 1000—2000 PS treffen wir 10—20 Stufen an und Umlaufzahlen zwischen 3000 und 1500 i. d. Min. Ganz große Leistungen (10000 PS) erhalten bis 25 oder 30 Stufen und gehen auf 500—1000 Uml./min hinab. Sind diese Verhältnisse festgesetzt, so wird das Wärmegefälle in regelmäßiger Weise auf die Einzelstufen verteilt. Vielfach ist es üblich, einen Hochdruck- und einen Niederdruckteil zu unterscheiden, und die Hochdruckräder kleiner auszuführen, damit die Schaufellänge oder die Beaufschlagung nicht zu klein werden. Dementsprechend ist auch das Wärmegefälle der Hochdruckstufen kleiner. Man wird in diesem Falle praktisch etwa so vorgehen, daß man aus dem eingeschätzten Dampfverbrauch den Endpunkt der Zustandskurve festlegt, und diese (d. h. die Verbindungslinie der aufeinanderfolgenden Anfangspunkte der Expansion in den einzelnen Stufen) probeweise einzeichnet. Hierauf weist man die kleinere Hälfte der Leistung dem Hochdruck, die andere dem Niederdruck zu, und teilt das Gefälle in die gewünschte Zahl gleicher Stufen ein. Nun setzt die Einzelrechnung ein, wobei durch das erste Teilgefälle die Geschwindigkeit c_1 festgelegt und zu dieser die beste Umfangsgeschwindigkeit ermittelt wird. Diese behält man für den Hochdruckteil bei und rechnet die Stufen der Reihe nach mit den vorhin angesetzten Druckgrenzen nach der genauen Methode durch, um die berichtigte Zustandskurve aufzuzeichnen. An dieser erkennt man, ob die ursprünglichen Annahmen zweckmäßig gewählt waren, und ob der schließliche Wirkungsgrad befriedigend ist. Kleine Änderungen sind bei einem neuen Entwurf im allgemeinen unvermeidlich.

Je höher die Überhitzung gewählt war, desto mehr Interesse hat man in den Hochdruckstufen möglichst rasch auf tiefere Temperaturen zu expandieren, um die arbeitenden Teile der Wirkung hoher Hitzegrade zu entziehen. Dies hat zur

Digitized by Google

Ausführung der ersten Stufe als Gleichdruckrad mit zwei Geschwindigkeitsstufen geführt, wie wir im praktischen Teile sehen werden. Obwohl wir früher gezeigt haben, daß die Dampfausnützung in einem solchen Rade wesentlich schlechter ist als in den einfachen Druckstufen, kann trotzdem der Gesamtwirkungsgrad befriedigend ausfallen, falls man den Rest der Turbine unter den günstigsten Bedingungen arbeiten läßt. Denn die wahre Einbuße der Hochdruckstufe, als Produkt aus der Entropievermehrung und Kondensatortemperatur, ist nur ein Teil des unmittelbar erlittenen Verlustes.

Den gleichen Zweck strebt man bei reinen Druckstufenturbinen durch größere Einzelgefälle der ersten Stufen und Gleichheit aller Raddurchmesser an.

Die Durcharbeitung eines einzelnen Beispieles läßt indessen immer den Zweifel bestehen, ob durch kleine Änderungen der getroffenen Annahmen nicht namhafte Verbesserungen erzielt werden könnten. Sicher ist, daß für eine bestimmte Leistung unter gegebenen Umständen die Verhältnisse derjenigen Turbine, die das beste Ergebnis zu liefern vermag, eindeutig bestimmt sind. Allein das Auffinden dieser Verhältnisse ist eine Aufgabe der Variationsrechnung, die bei der Vielheit der Faktoren nicht allgemein gelöst werden kann. Man ist daher auf ein planmäßiges Probieren angewiesen, wie im Nachfolgenden an einigen Beispielen gezeigt werden wird.

a) Turbine mit sehr großer Leistung, daher Vernachlässigung der Radreibung und der Undichtheitsverluste. Praktische Wichtigkeit des Ausdruckes $\Sigma u^2 z$.

Bei sehr großer Leistung (etwa über 10000 KW) wird von der ersten Stufe ab volle Beaufschlagung herrschen, und die Auslaßenergie $c_2^2/2g$ kann vollständig in der jeweil nächsten Stufe verwendet werden. Um besten Wirkungsgrad zu erzielen, müßte man gemäß Fig. 144 ein Verhältnis $u/c_1 = 0{,}6$ wählen, doch wollen wir lieber eine kleine Einbuße zulassen, um mit $u/c_1 = 0{,}5$ auszukommen. Für die Grenzustände $p_1 = 12$ kg/qcm, $t_1 = 300^0$ C, $p_k = 0{,}05$ kg/qcm erweist sich bei Annahme von 16 Stufen eine Umfangsgeschwindigkeit von 167 m/sek als erforderlich, was zwar für eine praktische Ausführung wesentlich zu hoch liegt, aber für unser theoretisches Beispiel beibehalten wurde. Mit den Werten $\varphi = 0{,}95$; $\psi = 0{,}80$; $\alpha_1 = 17^0$ und im Laufrad $\beta_2 = \beta_1$ ergibt die Einzelrechnung den in Fig. 145 mit Ia bezeichneten Druckverlauf, ein konstantes Einzelgefälle (als Summe des adiabatischen Wärmeinhaltes und der Auslaßenergie) von 14,8 WE und einen indizierten Wirkungsgrad von 81,2 v. H. Hiermit wurde eine ungleichmäßige Gefällseinteilung verglichen, und zwar von je 22,2 WE für die 8 Hochdruckstufen (welches Gefälle man willkürlich annehmen durfte) und von je 7,9 WE (die durch den Entwurf ermittelt werden mußten) für die 8 Niederdruckstufen. Den Druckverlauf stellt Kurve Ib dar, und obgleich die Hochdruckseite unter ungünstigen Verhältnissen arbeitet, beträgt der gesamte Wirkungsgrad doch 81,6 v. H. Schließlich wurde umgekehrt das Gefälle in der Hochdruckhälfte auf 8,5 WE für eine Stufe herabgesetzt, und es ergab sich ein Gefälle von 21,1 WE pro Stufe für die Niederdruckhälfte. Der Druckverlauf ist Kurve Ic, der Wirkungsgrad beträgt 80,0 v. H. Aus diesen Zahlen kann gefolgert werden, daß es *günstig ist, in den Anfangsstufen größere Gefälle anzuwenden, daß aber der Wirkungsgrad innerhalb weiter Grenzen der Gefällsverteiluug sich nur in sehr geringem Maße ändert.*

Fig. 145.

Diese Regel bildet eigentlich eine Bestätigung für die Form der Wirkungsgradkurve (Fig. 144) bei Verwertung der Auslaßenergie; sie gilt aber nicht in ebenso weiten Grenzen, wenn c_2 verloren gegeben wird.

Ein bemerkenswerter Zusammenhang ergibt sich, wenn wir die Schaubilder IIa bis IId vergleichen, die unter der Annahme entworfen worden sind, daß die Umfangsgeschwindigkeit der 8 ersten Räder auf 133,6 m/sek herabgesetzt, diejenige der

Digitized by Google

8 letzten Räder auf 195,0 m/sek erhöht wird. Diese Zahlen sind so gewählt, daß die Summe des Produktes aus dem Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit mit der Zahl derjenigen Stufen die gleichen Raddurchmesser besitzen, dieselbe ist wie im ersten Beispiel. Die Gefällseinteilung und die Wirkungsgrade sind in nachfolgender Zahlentafel vereinigt.

Schaubild		IIa	IIb	IIc	IId
Gesamtgefälle pro Stufe in der Hochdruckhälfte	WE	7,0	10,4	13,3	17,0
Desgleichen in der Niederdruckhälfte	WE	22,5	18,9	17,0	13,5
Indizierter Gesamtwirkungsgrad	v. H.	81,6	81,6	81,0	80,2

Auch hier zeigt also der Wirkungsgrad eine sehr geringe Veränderlichkeit und erreicht obendrein, trotz wesentlich verschiedener Laufräder, fast genau gleiche Werte wie oben. Eine dritte Variante mit $u_1 = 107$ m/sek, $u_2 = 211$ m/sek und 7,5 bzw. 23,0 WE als Einzelgefälle, was denselben Wert für $\Sigma u^2 z$ ergibt, führt wieder auf den gleichen (sogar einen etwas besseren) Wirkungsgrad; desgleichen schließlich die Annahme $u_1 = 160$, $u_2 = 173$ m/sek.

Hiernach ist erwiesen, daß **Turbinen mit verwerteter Auslaßenergie bei gleichen Summen des Produktes aus der Stufenzahl und dem Quadrat der zugehörigen Umfangsgeschwindigkeit ($\Sigma u^2 z$) unter sonst gleichen Umständen nahezu gleich große indizierte Wirkungsgrade aufweisen.**

Diese hier empirisch aufgefundene Regel kann auch theoretisch gestützt werden, wie wir bei der Überdruckturbine, Abschn. 63, erörtern werden.

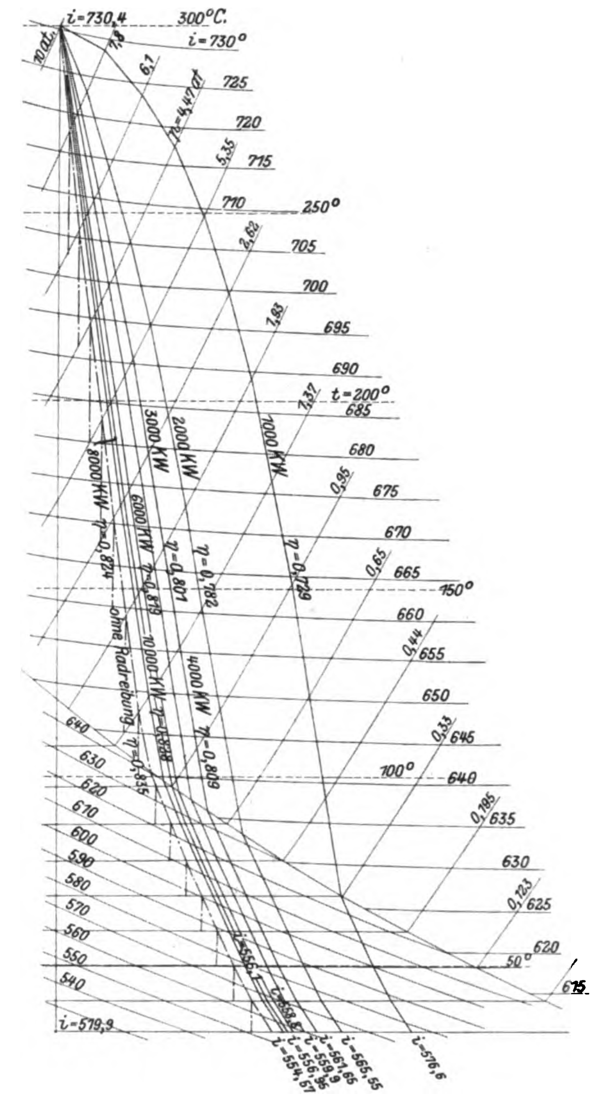


Fig. 145a.

b) Einfluß der Radreibung und der teilweisen Beaufschlagung.

Für die Radreibung wurde in den durch Fig. 145a dargestellten Beispielen unsere Normalformel $N_r = (\beta_1 D^2 + \varepsilon \beta_2 D L^{1,5}) u^3 \gamma 10^{-6}$ benutzt, worin ε das Verhältnis des nicht beaufschlagten Bogens zum ganzen Umfang bedeutet. Den größeren Verlusten der teilweisen Beaufschlagung trugen wir außerdem Rechnung, indem wir von der Auslaßenergie $c_2^2/2g$ den ε-ten Teil verloren gaben. Eine willkürliche Annahme dieser Art ist notwendig, wenn man sich die Rechnung nicht ungemessen erschweren will. Die für große Leistungen bestimmte Turbine soll 1900 mm Raddurchmesser, daher bei 1500 Uml./min 149,2 m/sek Umfangsgeschwindigkeit und für die partiell beaufschlagten Räder 30 mm Schaufellänge erhalten. Der Anfangszustand sei $p_1 = 10$ kg/qcm, $t_1 = 300°$ C. der Kondensatordruck $p_k = 0,05$ kg/qcm, die Stufenzahl 15. Ohne Rücksicht auf Radreibung und für eine vollbeaufschlagte Turbine ergibt sich ein Wirkungsgrad von 83,5 v. H. Mit Radreibung bei gleichbleibenden Rädern erhielt man

für die Leistung von	KW	10000	6000	3000	2000	(1000)
den indizierten Wirkungsgrad .	v. H.	82,8	81,9	80,1	78,2	(72,9)

Hiernach ist der Einfluß der angeführten Faktoren bei 2000 KW Leistung verglichen mit 10000 KW schon ein erheblicher, das Turbinenmodell und die Schaufellängen wären für diese Leistung un-

Digitized by Google

geeignet; noch ungeeigneter für die eingeklammerte Leistung von 1000 KW, die praktisch überhaupt nicht in Betracht fallen kann.

Die gleiche Turbine ist inbezug auf den Wirkungsgrad bei sehr weitgehend veränderter Gefällseinteilung untersucht worden, wobei das unter a) Gesagte als zutreffend befunden wurde.

c) Die Verwendung von Geschwindigkeitsstufen.

Geschwindigkeitsstufen kommen praktisch vor allem beim ersten Rade in Betracht. Zum Vergleich mit dem im Nachfolgenden untersuchten Einfluß der Undichtheit wurde in der unter b) beschriebenen Turbine der Druck in der ersten Stufe der Reihe nach auf die erheblich tieferen Beträge von 6,0; 4,0; 2,5 kg/qcm herabgesetzt und der Wirkungsgrad bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit und gleicher Stufenzahl unter der Annahme ermittelt, daß in der ersten Stufe einmal ein gewöhnliches einstufiges Laufrad, das andere Mal ein Laufrad mit zwei Geschwindigkeitsstufen (kurz „Curtisrad") untergebracht ist. Von

Fig. 145b.

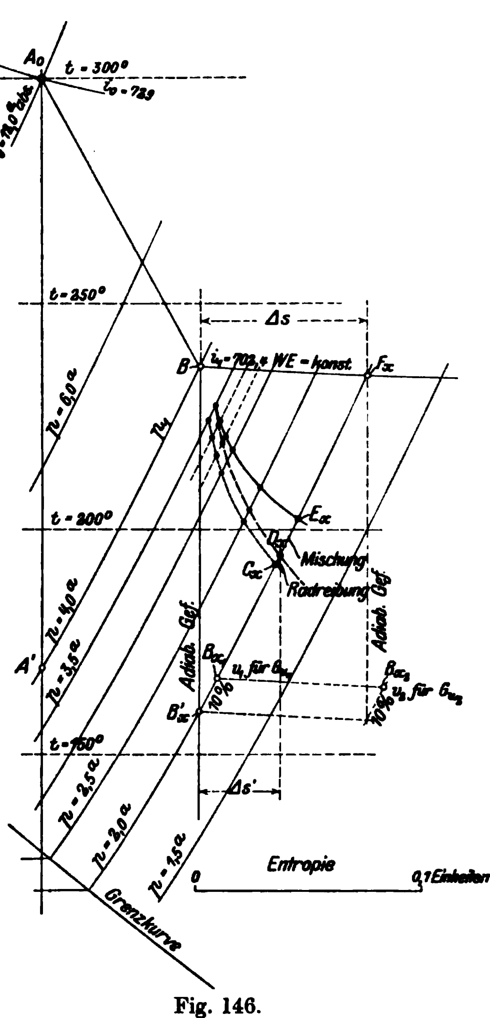


Fig. 146.

Radreibung und Undichtheit wurde abgesehen. Es zeigt sich, daß der Wirkungsgrad in erheblichem Maße davon abhängt, ob nach der ersten Stufe die Auslaßenergie verwertet wird oder nicht, daher sind beide Möglichkeiten berücksichtigt worden. In Fig. 145b wurden die Zustandskurven im Entropiediagramm für den Fall, daß $p_1 = 2{,}5$ kg/qcm ist, eingetragen. Es beziehen sich: Kurve *a* auf reine Druckstufen mit verlorener —, Kurve *b* auf dieselben mit verwerteter Auslaßenergie; Kurve *c* auf die Turbine mit Curtisrad und verlorener —, Kurve *d* auf dieselbe mit verwerteter Auslaßenergie. Im Falle *a* bewirkt die Vernichtung der bedeutenden Auslaßenergie

Digitized by Google

eine entsprechende erhebliche Zunahme des Wärmeinhaltes mit Verschlechterung des Wirkungsgrades. Bei der Curtisstufe ist die Auslaßenergie klein, der Unterschied im Ergebnis auch klein. In den weiteren Stufen wurde für alle 4 Fälle die Auslaßenergie stets als voll verwertet angenommen, und das Gefälle wurde für die Fälle *a* und *c* gleichmäßig eingeteilt. Für die Fälle *b* und *d* mit verwerteter Auslaßenergie in der 1. Stufe erwies es sich günstiger, in der 2. und 3. Stufe ein etwas größeres Gefälle anzunehmen und nur den Rest gleichmäßig zu verteilen. So gelangte man zu folgendem Schlußergebnis:

Indizierte Wirkungsgrade (v. H.).

Druck in der 1. Stufe kg/qcm		6,0	4,0	2,5
15 einfache Druckstufen	a) Auslaßenergie verloren	79,8	75,0	74,8
15 „ „	b) „ verwertet	80,6	79,7	77,5
1. Stufe Curtisrad mit zwei Geschwindigkeitstufen	c) Auslaßenergie verloren	79,2	78,3	77,0
die übrigen 14 einfache Druckstufen	d) „ verwertet	81,3	79,1	77,8

Hiernach nimmt der Wirkungsgrad bei den stärkeren Druckabfällen auf 4,0 und 2,5 kg/qcm unter allen Umständen ab. Das beste Ergebnis liefert das Curtisrad nach Fall *d*; allein der Unterschied gegen die einfache Druckstufe ist selbst bei einem Druckfall auf 2,5 kg/qcm vernachlässigbar klein, falls auch die Druckstufe die Auslaßenergie verwertet. Bei ganz großen Turbinen (d. h. solchen mit Leistungen über 10000 PS) wird also der Curtisstufe keine besondere Bedeutung zukommen; für mittlere Einheiten ist es nach obigem von der allergrößten Bedeutung, die Auslaßenergie überall nach Tunlichkeit zu verwerten. Gelingt dies, so sind einfache Druckstufen ebenso vorteilhaft wie das Curtisrad.

d) Turbine mit wesentlicher Undichtheit.

Setzen wir voraus, daß die vordere Stopfbüchse vollkommen dicht ist, und daß die Turbine aus lauter gleich großen Rädern bestehen soll, deren Umfangsgeschwindigkeit wir gewählt haben. Teilen wir das Gefälle in gleiche Teile ein, so werden die Hochdruckstufen ungünstig arbeiten, da wegen hohen spezifischen Dampfgewichtes die Radreibung und die Undichtheitsverluste groß sind. Es wird offenbar ein etwas größerer Sprung in der ersten Stufe aus zwei Gründen günstig wirken: erstens expandieren wir sofort auf ein kleineres spezifisches Gewicht, zweitens wird das auf die übrigen Räder entfallende Einzelgefälle kleiner.

Allein wie groß der Sprung sein sollte, kann nur auf dem Wege des Probierens gefunden werden. Nehmen wir daher an, daß wir in der ersten Stufe von p_0 auf p_1 (Fig. 146) expandieren, und sehen wir zu, wie man mit der gewählten Radgröße und Umfangsgeschwindigkeit, ohne uns an eine bestimmte Stufenzahl zu binden, die beste Turbine konstruieren kann. Wir suchen zunächst nach den gewöhnlichen Regeln den Endzustand B des Dampfes am Ende der 1. Stufe auf der Drucklinie p_1 auf und nehmen probeweise an, daß der Druck in der zweiten Stufe auf p_x (2,0^a) sinkt. Das adiabatische Gefälle zwischen B und B_x' liefert die theoretische und die tatsächliche Geschwindigkeit (c_{1t} und c_1), so daß mit dem als bekannt vorausgesetzten Spaltquerschnitt f die Undichtheitsmenge $G_{u1} = f c_1 \gamma$ bestimmt werden kann, und $G_{s1} = G_0 - G_{u1}$ die durch den zweiten Leitapparat strömende Arbeitsdampfmenge darstellt. Die Verluste in Leit- und Laufrad einschließlich der als ganz verloren angenommenen Auslaßenergie ergeben einen Zuwachs des Wärmeinhaltes von B_x bis C_x. Hierzu tritt die Radreibung für 1 kg mit einer Vermehrung von C_x bis D_x. Nun setzen wir voraus, daß das Gefälle in der dritten Stufe jeweil gleich groß sei, als das probeweise für die zweite Stufe angenommene. Es kann daher bei konstant gedachtem Spaltquerschnitt die nächstfolgende Undichtheitsmenge G_{u2}, wie auch der zur Mischung gelangende Anteil $\Delta G_1 = G_{u1} - G_{u2}$ des Undichtheitsdampfes berechnet und gemäß den Formeln in Absatz d des Abschn. 59 der Endzustand E_x ermittelt werden. Durch Wiederholung des Verfahrens mit anderen Drücken $p_y \cdots$ erhalten wir die entsprechenden Punktfolgen und die Verbindung gleichmäßiger Punkte ergibt die geometrischen Orte der betreffenden Zustände.

Die kleinste Entropievermehrung.

Soll entschieden werden, welcher Druck die günstigste Lösung darstellt, so muß das Produkt der Entropievermehrung aller beteiligten Dampfmengen mit der Kondensatortemperatur T_k ermittelt werden. Doch kommt es selbstverständlich nicht auf die absolute Größe, sondern auf das Verhältnis dieses Verlustes zu der theoretisch bei gleichem Druckgefälle erhältlichen Arbeitsmenge an. Diese Untersuchung kann übrigens, wie sich weiter unten zeigt, durch das Ziehen der Tangente vom Punkte B an die Kurve E ersetzt werden; zum Beweise, daß dem so ist, müssen und wollen wir

Digitized by Google

sie indes an einem Zahlenbeispiel durchführen. Im Zustande B besitzt die ganze Dampfmenge G_0 dieselbe Entropie. Am Ende der Zustandsänderung in der zweiten Stufe bei der Expansion auf den Druck p_x befindet sich G_{u2} im Zustande F_x auf der Linie $i_1 =$ konst.; $G_{a2} = G_{a1} + \Delta G_1$ im Zustande E_x. Bezeichnen wir die Entropiezunahme in diesen Zuständen gegenüber Zustand B mit Δs, $\Delta s'$ (die aus der Figur im Maßstabe der Entropie unmittelbar ausgemessen werden können), so ist der Gesamtverlust

$$AZ = (G_{u2}\,\Delta s + G_{a2}\,\Delta s')\,T_k \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Hätte die Gesamtmenge $G_0 = G_{a2} + G_{u2}$ in einer Idealmaschine gewirkt, so würde man die Arbeit

$$AL_0 = G_0 h_{0x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

wo h_{0x} das adiabatische Gefälle von B nach B_x' bedeutet, gewonnen haben. Daher ist der Verlust in letzter Linie (d. h. nach Abzug der wiedergewinnbaren Wärme)

$$\zeta = \frac{Z}{L_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Das **Zahlenbeispiel**, welches der Fig. 146 zugrunde liegt, bezieht sich auf eine Turbine mit $p_0 = 12$ kg/qcm abs., $t_0 = 300^\circ$ C, $i_0 = 729{,}2$ WE, 800 mm Laufraddurchmesser, 3000 Umdr./min, daher 125,7 m/sek Umfangsgeschwindigkeit und einer Leistung von 300 PS_e, für die wir als sekundlichen Dampfverbrauch vorläufig $G_0 = 0{,}438$ kg einschätzen. Wir veranschaulichen den Rechnungsgang an der Annahme, daß der Druck in der ersten Stufe 4,0 kg/qcm beträgt und erhalten das adiabatische Gefälle von A_0 nach A': $h_0 = 60{,}0$ WE; den Wirkungsgrad am Radumfang mit $\varphi = 0{,}95$; $\psi = 0{,}80$, $\alpha_1 = 17^\circ$; $\beta_2 = \beta_1$, $u/c_1 = 0{,}1864$ zu $\eta_u = 0{,}462$, somit das nutzbare Gefälle $h_0\,\eta_u = 27{,}75$ WE und den Wärmeinhalt $729{,}2 - 27{,}75 = 701{,}45$, wozu gemäß der Radreibungsformel mit $L = 0{,}8$ cm, $k = 0{,}5$, $\gamma = 1{,}752$, $N_r = k\,(\beta_1 D + \beta_2 L^{1,5})\,D u^3 \gamma\, 10^{-6} = 2{,}46$ PS die Reibungswärme $q_r = N_r 75 : 427 \cdot G_0 = 0{,}985$ WE/kg hinzuzufügen ist. Hiernach ist der Anfangszustand für die Expansion in der zweiten Stufe $i_1 = 701{,}45 + 0{,}985 = 702{,}44$ WE. Wählen wir $p_x = 3{,}5$ kg/qcm, so ist das adiabatische Gefälle $h_0 = 7{,}44$ WE, woraus $c_1 = 237{,}0$ m/sek, $u/c_1 = 0{,}530$, $\eta_u = 0{,}733$ folgt, und durch gleiche Rechnungen wie oben erhalten wir als Wärmeinhalt am Austritt einschließlich Radreibung (Punkt D_x) $i_D = 698{,}44$ WE. Nun berechnen wir den Undichtheitsverlust G_{u1}, indem wir als Spaltquerschnitt $f = 3$ qcm voraussehen, was beispielsweise einem radialen Spiel von 0,65 mm bei etwa 150 mm Nabenstärke des Rades entsprechen würde. Die Endgeschwindigkeit im Spalt wird der Einfachheit halber gleich c_1 vorausgesetzt, liefert daher, im Punkte B_{1x}, der den Zustand am Ende des 2. Leitrades darstellt, mit $v_1 = 0{,}655$ cbm/kg $G_{u1} = f c_1 / v_1 = 0{,}1093$ kg/sek. Diese Menge besitzt, nachdem die erlangte Geschwindigkeit durch Wirbelung vernichtet worden ist, denselben Wärmeinhalt wie am Anfang, d. h. i_1. Ein Teil davon mischt sich mit dem Arbeitsdampf, der andere geht durch den Spalt zur dritten Stufe. Da wir das Gefälle in dieser Stufe gleich groß voraussetzen wie das von der ersten zur zweiten Stufe, so darf man angenähert vom Punkte F_x (im allgemeinen Fall) auch um das gleiche Gefälle, also auf die durch B_{x1} gehende Linie $i =$ konst. expandieren, so daß Punkt B_{x2} das nun gültige Volumen v_2 bestimmt. Für die (nicht mit $B_x' F_x$ zusammenfallende) Pressung von 3,5 Atm. findet man $v_2 = 0{,}755$ cbm/kg, somit bei gleicher Spaltweite $G_{u2} = f c_1 / v_1 = 0{,}0947$ kg/sek; der Unterschied $\Delta G = G_{u1} - G_{u2} = 0{,}0146$ kg/sek gelangt zur Mischung mit $G_{a1} = G_0 - G_{u1} = 0{,}3287$ kg/sek, so daß gemäß Gleichung $\Delta G\, i_1 + G_{a1}\, i_D = (G_{a1} + \Delta G)\, i_E$ der Wärmeinhalt der Mischung

$$i_E = 698{,}64 \text{ WE}$$

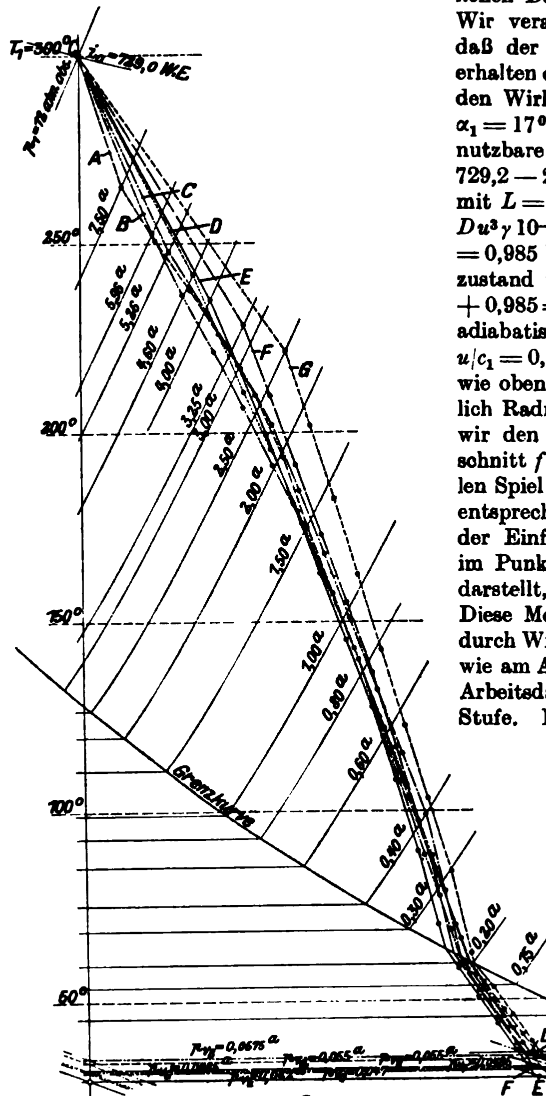


Fig. 146a.

folgt. So entstand die Kurve E in Fig. 146. Nun ermitteln wir die Entropiezunahmen im Sinne der Formel (1) und erhalten die Werte von ζ gemäß Formel (3) wie folgt:

für $p_x = 3{,}5$	3,43	3,16	3,0	2,5	kg/qcm
$\zeta = 0{,}355$	0,347	0,348	0,365	0,396	

Der günstigste Wert liegt daher zwischen 3,43 und 3,16 kg/qcm, wie schon oben erwähnt, sehr nahe bei demjenigen Punkte, den die Tangente von B an die Kurve E ergibt. Da übrigens die Änderung von ζ nicht bedeutend ist, darf man zweckmäßigerweise etwas unterhalb des Berührungspunktes expandieren und die Berechnung der Entropiezunahme bei weiteren Beispielen unterlassen.

Die günstigste Stufenzahl.

In Fig. 146a sind die Zustandskurven einiger vollkommen durchgerechneten Turbinen im Entropiediagramm vereinigt, die auf Grund derselben Annahme entworfen worden sind wie obiges Beispiel. d. h. mit dem

Anfangsdruck	12 kg/qcm abs.
„ der Temperatur . .	300° C
Kondensatordruck rd.	0,05 kg/qcm abs.
Umlaufzahl	3000 i. d. Min.
Laufraddurchmesser	800 mm

Als Verlustkoeffizienten gelten wieder $\varphi = 0{,}95$, $\psi = 0{,}8$, der Leitwinkel $\alpha_1 = 17°$ im Laufrad $\beta_1 = \beta_2$. Die Schaufellänge der ersten Stufe 8 mm, der zweiten Stufe 15 mm, der dritten und folgenden Stufen 20 mm. Die gesamte Dampfmenge ist $G_0 = 0{,}438$ kg/sek, was mit rd. 5 kg Dampfverbrauch für die PS_i etwa 316 PS_i und mit $\eta_{mech} = 0{,}95$ rd. 300 PS_e ergibt. Wir schreiben also eine verhältnismäßig kleine Leistung vor, damit der Einfluß der Undichtheit schärfer hervortritt. Nachdem der Sprung auf den Druck in der ersten Stufe willkürlich angenommen worden ist, wurde nach dem vorhin erläuterten Verfahren die günstigste Spannung in der zweiten Stufe ermittelt, worauf man die dritte, vierte usw. Stufe ebenso behandelte, bis man ungefähr zum vorgeschriebenen Vakuumdruck gelangt war. Je nach der Größe des ersten Sprunges erhält man verschiedene Stufenzahlen und verschiedene Wirkungsgrade, wie nachfolgende Zahlentafel angibt.

Schaulinie Fig. 146a		A	B	C	D	E	F
Druck in der 1. Stufe	kg/qcm	7,5	5,96	5,26	4,60	4,00	2,50
Günstigste Stufenzahl	z	17	16	16	15	15	13
Indizierter Gesamtwirkungsgrad	η_i v. H	65,5	65,7	66,1	66,1	67,5	65,3

Die erreichten Vakuumdrücke schwanken zwischen 0,042 und 0,057 kg/qcm, was die Vergleichbarkeit der Ergebnisse in geringem Maße beeinträchtigt, immerhin die Kurve der Wirkungsgrade etwas unstetig macht. Es stellte sich heraus, daß die günstigsten Wärmegefälle in der 2., bzw. 3., 4., 5., 6. Stufe mit 15, bzw. 14,5, 14, 13,5 WE angenommen werden durften. In den übrigen Stufen arbeitete man mit 13,0 WE Gefälle. Unterhalb einer Beaufschlagung von 0,5 wurde c_2 verloren gegeben, darüber hinaus als vollkommen verwertet angesehen. Soweit in der 1. Stufe die Geschwindigkeit über der Schallgrenze lag, sind Düsen als Leitorgane vorausgesetzt.

Die Schaubilder[1]) lehren, daß aus dem Verlaufe der Zustandskurve in den ersten Stufen noch nicht auf das Endergebnis geschlossen werden kann, da anfängliche Einbuße durch günstigeres Arbeiten der unteren Stufen ausgeglichen wird. Das beste Ergebnis liefert Kurve E mit dem erheblichen Abfall von 12 Atm. auf 4 Atm. in der 1. Stufe.

Würde man ein zweistufiges Curtisrad einsetzen, so wäre das Ergebnis wahrscheinlich noch günstiger. Kurve A mit dem kleinsten, aber auch nicht unbedeutenden Sprung erweist sich dabei eigentümlicherweise trotz ihrer 17 Stufen nicht vorteilhafter als Kurve F mit bloß 13 Stufen. Ein Curtisrad würde sich insbesondere für letztere Annahme sehr empfehlen, wie wir weiter unten untersuchen.

Günstigste Gefällsverteilung bei gegebener Radgröße und Stufenzahl.

Während vorhin die absolut genommen beste Turbine, die sich mit der gegebenen Radgröße und 125,7 m/sek Umfangsgeschwindigkeit ausführen läßt, ermittelt worden ist, wollen wir nun das Maximum des Wirkungsgrades unter der Nebenbedingung aufsuchen, daß die Stufenzahl auf 10 beschränkt werden müsse.

Fig. 147 enthält drei so gewonnene Schaulinien a, b, c für die Turbine mit reinen Druckstufen. Die Wirkungsgrade sind weiter unten angegeben.

[1]) Deren sorgfältige Durchführung ich den Herren Ing. Anderhub, Kappeler und Lisibach verdanke.


Digitized by Google

Curtisrad in der 1. Stufe.

Den Einfluß, den ein bei obiger Turbine in die 1. Stufe eingebautes Curtisrad mit zwei Geschwindigkeitsstufen auf den Wirkungsgrad ausübt, veranschaulichen die Kurven *b'*, *c'*, an welchen die Zahlen der nachfolgenden Tabelle festgestellt wurden.

Schaulinie	*a*	*b*	*c*	*b'*	*c'*
Art der Ausführung	Reine Druckstufen			1. Stufe 2kränziges Curtisrad	
Druck in der 1. Stufe . . . . kg/qcm	5,50	4,00	2,50	4,00	2,50
Indizierter Gesamtwirkungsgrad . . . v. H.	63,6	64,3	61,9	65,4	66,8

Hiernach wäre bei reinen Druckstufen ein Abfall auf etwa 4,5 Atm. in der 1. Stufe das günstigste mit einem Wirkungsgrade von 64,5 v. H., der selbstverständlich geringer sein muß, als bei der vorhin behandelten Turbine, die 15 Stufen erhielt. Sobald in die 1. Stufe ein Curtisrad eingebaut wird, ändert sich die Sachlage wesentlich, und gemäß Kurve *c'* gelangen wir auf rd. 67 v. H. Wirkungsgrad, womit die 15stufige reine Druckturbine nahezu eingeholt ist.

In Fig. 147a sind die Kurven des Druckverlaufes als Funktion der Stufenzahl für alle in Abschnitt d) ausgeführten Beispiele dargestellt.

Untersucht man die Verhältnisse an größeren Einheiten, so ist das Bild abermals ein etwas anderes. Für die unter c) besprochene Turbine wurde beispielsweise angenommen, daß ein Undichtheitsspalt von einmal 0,75, das andere Mal von 1,5 mm Weite an einem Nabendurchmesser von 450 mm vorhanden ist, und es wurden die Wirkungsgrade für die wichtigsten der in der Zahlentafel unter c) angegebenen Anordnungen für eine Einheit von rd. 5000 PS Leistung, daher kleinerer Schaufellänge als unter b), berechnet. Die neuen Werte der Wirkungsgrade stehen mit den alten in der einfachen Beziehung, daß der kleinere Spalt das Ergebnis um etwa 1,5, der größere Spalt um etwa 2,3—2,5 v.H.

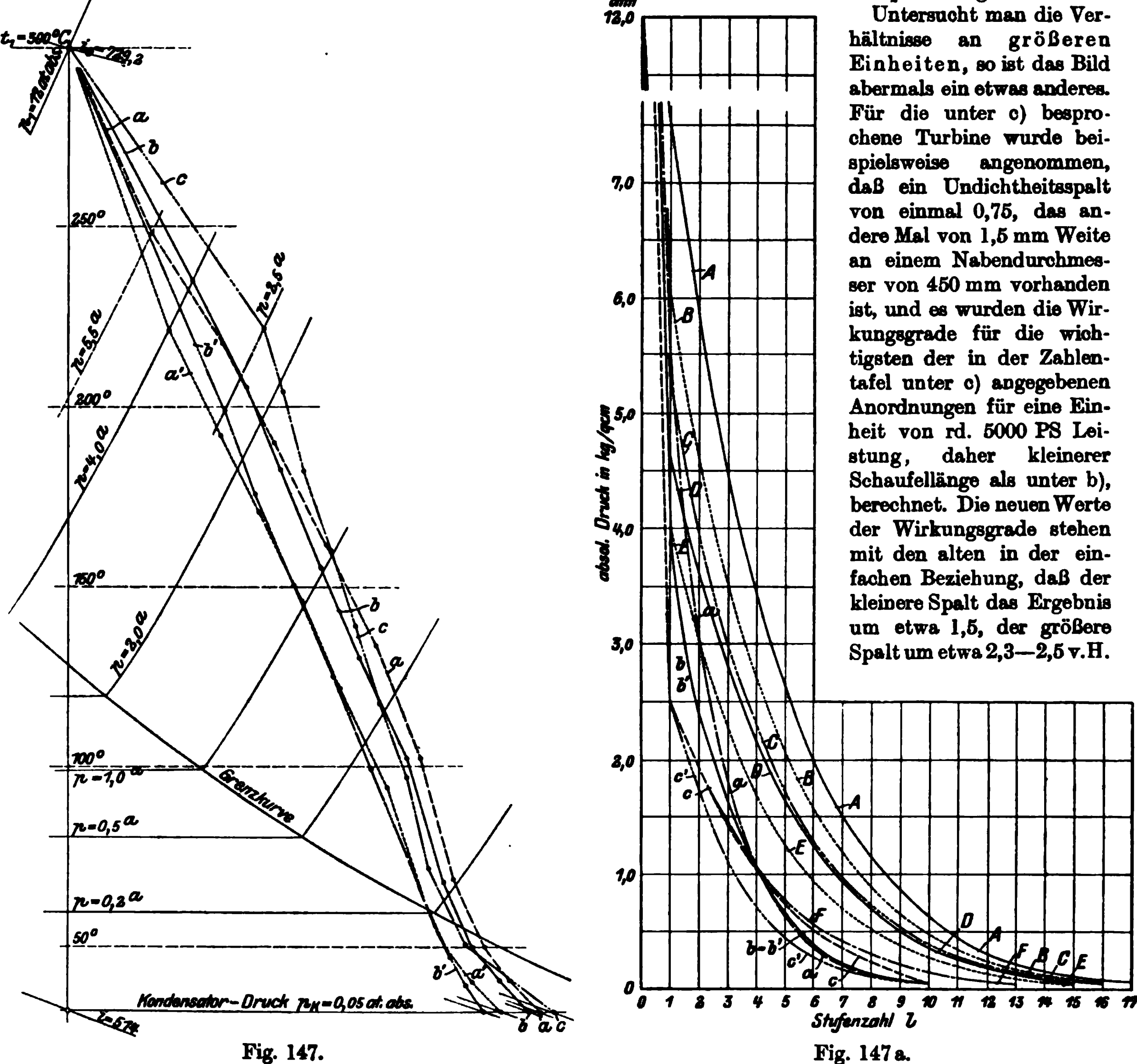


Fig. 147.

Fig. 147a.

Digitized by Google

verschlechtert. Der Einfluß ist also einerseits klein, anderseits trifft er die verschiedenen Anordnungen in gleichem Maße, und die relativen Vor- und Nachteile derselben bleiben bestehen. Bei diesen großen Einheiten tritt also auch bei Berücksichtigung der Undichtheiten die Bedeutung der Curtisstufe zurück, falls nur in allen Rädern auf tunlichst vollkommene Verwertung der Auslaßenergie geachtet wird.

61a. Gleichdruckturbine mit Geschwindigkeitsstufen und leichtem Überdruck.

Die Erfahrung scheint darauf hinzuweisen, daß bei Anwendung von zwei oder mehr Geschwindigkeitsstufen vor allem, falls die Schallgeschwindigkeit überschritten wird, ein leichter Überdruck im Spalte den Dampfverbrauch günstig beeinflußt. Ingenieur Kolb macht hiervon Gebrauch bei seiner Elektraturbine, und das gleiche ist nach einer mir gemachten Mitteilung der General-Electric-Co. der Fall bei der von ihr gebauten Curtisturbine. Der Grund für den günstigen Einfluß ist, wie leicht einzusehen, die Herabsetzung der bei voller Expansion sich ergebenden großen Eintrittsgeschwindigkeit in das erste Laufrad. Da der Überdruck sehr klein ist und in den folgenden Geschwindigkeitsstufen verschwindet, wollen wir diese Turbinen, um nicht zu viele Unterscheidungen zu machen, zu dem Gleichdrucksystem rechnen.

Durchrechnung einer ausgeführten Curtisturbine.

Statt allgemeine Erörterungen zu geben, wollen wir die Verhältnisse der Curtisturbine an einer erprobten Ausführung, von welcher mir die General-Electric-Co. in Schenectady in sehr dankenswert liberaler Weise sämtliche Konstruktionsmaße und Versuchsergebnisse mitgeteilt hat, untersuchen.

Die Turbine ist eine nominell 1000 KW-Einheit mit 1500 Umdr. i. d. Min., die amerikanischem Gebrauch gemäß 50 v. H. Überlastung zuläßt und aus 4 Druckstufen mit je 2 Geschwindigkeitsstufen besteht. Der Teilkreisdurchmesser beträgt überall 1550 mm, daher ist die Umfangsgeschwindigkeit bei 1500 Uml./min $u = 121 \cdot 9$ m/sec. Die übrigen, für unsere Rechnung in Betracht kommenden Abmessungen sind in Zahlentafel 1 vereinigt.

Zahlentafel 1. Abmessungen der Düsen und Zwischenleiträder.

Stufe	Düsen						Zwischenleiträder			
	Zahl der Düsen	Winkel α_1	Querschnitt		Mit Düsen besetzter Umf. in %	Expans.-Verhältnis	Schaufellänge		Winkel	
			f_{min} cm²	f_{ende} cm²			Eintritt mm	Austritt mm	Eintritt	Austritt
I	(24)[1]	20°	1,453	1,614	20,3	1 : 1,111	22,3	23,84	36	26
II	33	20°	1,920	2,192	30,4	1 : 1,142	34,2	39,08	36	26
III	4 × 11	18°	3,490	4,035	37,8	1 : 1,157	56,0	65,50	36	26
IV	90	18°	6,330	7,680	100	1 : 1,211	72,0	82,10	36	26

Zahlentafel 2. Laufräder. Teilkreisdurchmesser überall 1550 mm.

Stufe	Laufkranz	Zahl der Schaufeln	Schaufellänge		Winkel-		Teilung mm
			Eintritt mm	Austritt mm	Eintritt	Austritt	
I	1	288	16,78	18,3	27	24	16,9
	2	288	27,95	29,50	50	35	16,9
II	1	288	25,40	30,20	27	24	16,9
	2	288	37,90	47,80	50	35	16,9
III	1	240	41,15	50,60	27	24	20,6
	2	240	71,10	80,50	50	35	20,6
IV	1	240	56,40	66,60	27	24	20,6
	2	240	87,80	98,00	50	35	20,6

[1]) Der Regler war während des Versuches in Betrieb, daher die tatsächlich wirkende Düsenzahl in der I. Stufe unbekannt.

Digitized by Google



Beim Versuch mit Höchstleistung wurden folgende Angaben beobachtet:

Druck vor den Düsen	11,68 kg/qcm abs.
Temperatur der Düsen	256,1° C.
Überhitzung	70,6° C.
Druck vor der 2. Stufe	3,121 kg/qcm abs.
„ „ „ 3. „	1,165 „ „
„ „ „ 4. „	0,320 „ „
Druck im Abdampfrohr	0,0695 „ „
Umlaufzahl	1500 i. d. Min.
Elektrische Leistung	1459 KW
Dampfverbrauch in der Stunde . .	10970 kg
„ f. d. KW-st . . .	7,52 „

Im Entropiediagramm, Fig. 148, finden wir

als anfänglichen Wärmeinhalt . $i_0 = 706{,}9$ WE
als Wärmeinhalt des adiabatischen Enddruckes . . . . . $i_k' = 512{,}2$ „
Demnach ist das theoretische Wärmegefälle . . . . $H_0 = 194{,}7$ „
Der theoretische Dampfverbrauch f. d. PS-st ist $632{,}3 : H_0$ . . . . $G_0 = 3{,}248$ kg
Desgl. für die KW-st $G_0 : 0{,}736$ . . $G_{kw} = 4{,}400$ „
Hieraus folgt der thermodynamische Wirkungsgrad, bezogen auf die elektrische Gesamtleistung (ohne Abzug der Luftpumpenarbeit) $\eta_{elek} = 4{,}400/7{,}52 = 0{,}585$.

Fig. 148.

Der Enddruck in den Düsen.

Die in der Zahlentafel angegebenen Erweiterungen sind geringer als dem gemessenen Druckverhältnis von Stufe zu Stufe entspricht. Um den am Düsenende auftretenden Überdruck zu bestimmen, haben wir im Entropiediagramm für jede Düse eine Zustandskurve angenommen, die bis zum kritischen Druck mit der Adiabate nahezu übereinstimmt und im weiteren Verlauf einen bis auf etwa 10 v. H. wachsenden Verlust ergibt. Der vorgeschriebene Endquerschnitt liefert den gesuchten Druck, der sich für die einzelnen Stufen wie folgt ergab:

In Stufe	I	II	III	IV	
Druck am Düsenende	5,20	1,25	0,47	0,11	kg/qcm abs.
Druck im Gehäuse .	3,121	1,165	0,320	0,0695	„ „
Überdruck	2,08	0,08	0,15	0,04	„ „

Die Reibungsverluste

können im einzelnen nicht genau nachgewiesen werden, und wir müssen uns auf die versuchsweise Lösung beschränken, indem wir Probewerte der Widerstandskoeffizienten annehmen und das Ergebnis mit der Wirklichkeit vergleichen. Wir setzen voraus, daß der Überdruck schon im ersten Laufkranz ausgeglichen ist, was nach den vorhandenen Querschnitten zulässig erscheint, und benutzen für die Verluste in allen mit Gleichdruck arbeitenden Schaufeln die in Fig. 134a dargestellten, nur von der Schaufelkrümmung abhängigen Geschwindigkeitskoeffizienten. Was die jeweil erste Laufschaufel anbelangt, so machen wir ausdrücklich die Annahme, daß trotz des Überdruckes infolge genügender Schaufelbreite keine Undichtheitsverluste durch den Spalt auftreten. Die Reibungs-

Digitized by Google

arbeit drücken wir in dieser Schaufel als Teil der kinetischen Energie am Austritt, d. h. durch den Ansatz

$$Z = \zeta \frac{w_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

aus, mit dem unveränderlichen Wert

$$\zeta = 0{,}25.$$

Die Strömungsgleichung im 1. Laufrad lautet dann

$$i_1 - i_2' + A \frac{w_1^2}{2g} = A \frac{w_2^2}{2g} + AZ \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

wobei i_1 den Wärmeinhalt am Düsenende, i_2' den Wärmeinhalt der adiabatischen Expansion vom Düsenenddruck auf den Gehäusedruck bezeichnet. w_1 bedeutet die relative Endgeschwindigkeit bezogen auf das Düsenende, die also durch Zusammensetzung von c_1 mit $-u$ gewonnen wird. Gl. (2) dient zur Berechnung von w_2, worauf im 2. Leit- und 2. Laufrad die Regeln der Gleichdruckturbine zu befolgen sind.

Die Undichtheit im Spalt zwischen Welle und den Scheidewänden.

Die sekundliche zuströmende Dampfmenge beträgt nach Beobachtung 3,05 kg/sek. Benutzen wir die angegebenen Düsenmaße, so ergibt sich aus der Zustandskurve im Entropiediagramm die durch das 2., 3., 4. Düsensystem strömende Dampfmenge zu

2,80; 2,68; 2,85 kg/sek.

Der Unterschied zwischen der I. und II. Stufe ist leicht durch Undichtheit zu erklären und bedingt einen Spalt von etwa 0,4 mm Weite bei etwa 20 cm Nabendurchmesser.

Da das Spiel in den anderen Stufen gleich groß sein dürfte, wird die Undichtheitsmenge gemäß der Ausflußformel $G = \alpha \sqrt{p_1/v_1}$ dem jeweiligen Werte $\sqrt{p_1/v_1}$ proportional sein. Ist sie für die II. Stufe dem vollen Unterschied $3{,}05 - 2{,}80 = 0{,}25 = \varDelta G_1$ gleich, so muß sie in den folgenden $\varDelta G_2 = 0{,}096$; $\varDelta G_3 = 0{,}029$ kg/sek betragen, und die arbeitenden Gewichte wären hiernach

für die	I.	II.	III.	IV. Stufe
	$G_1 = 3{,}05$;	$G_2 = 2{,}80$;	$G_3 = 2{,}954$;	$G_4 = 3{,}021$ kg/sek,

was wir annehmen wollen, indem wir den rechnerischen Unterschied auf Ungenauigkeit der Düsenausmessung schieben.

Von Stufe I strömt zu Stufe II durch die Düse das Gewicht $G_2 = 2{,}80$ kg/sek und durch den Spalt $\varDelta G_1 = 0{,}25$ kg/sek (s. Fig. 148a). Von letzterem fließt $\varDelta G_2 = 0{,}096$ durch den zweiten Spalt ab, während $\varDelta G_1' = \varDelta G_1 - \varDelta G_2 = 0{,}154$ kg sich mit dem Arbeitsdampf mischen. Dies ergibt eine Erhöhung des Wärmeinhaltes vor der 3. Düse, die mit den Bezeichnungen der Figur gemäß Formel

$$G_2 i_2 + \varDelta G_1' i_1 = G_3 i_3$$

zu rechnen ist. In dieser bezieht sich i_2 auf den Zustand von G_2 nach Vernichtung der kinetischen Energie (die in den weiten Überströmräumen der partiell beaufschlagten Stufen sicher verloren geht); i_1 ist der Wärmeinhalt am Ende der I. Stufe, der bei der Drosselung durch den Spalt nicht geändert wird; i_3 bildet den Ausgangspunkt der Expansion im 3. Düsensystem.

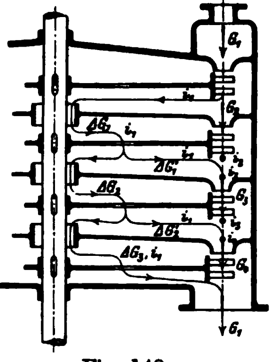


Fig. 148a.

Ähnlich ist der Einfluß der Mischung in der III. und IV. Stufe berücksichtigt worden, und im Auspuffrohr ist wieder die ganze ursprüngliche Dampfmenge G_1 vorhanden, deren Zustand nach Vernichtung der kinetischen Energie und erfolgter Mischung im Entropiediagramm mit E_k bezeichnet worden ist.

Die Radreibung

rechneten wir nach unserer Normalformel mit den Werten $\beta_1 = 1{,}46$, $\beta_2 = 0{,}83$, welch letzteres mit dem entsprechenden Faktor für partielle Beaufschlagung versehen war. Die zweikränzige Ausführung wurde durch Vermehrung des Ganzen mit 1,17 berücksichtigt.

Es ergibt sich mit dem spezifischen Gewicht der Zustandskurve

für die	I.	II.	III.	IV. Stufe
$N_r =$	22,8	14,1	6,39	0,37 PS

Die gesamte Radreibung beträgt 43,7 PS.


Digitized by Google

Einzelrechnung.

Der Gang der Einzelrechnung ist für die I. Stufe der folgende:

Theoretisches Gefälle für die Düse zwischen Punkt A_0 und A_0' des Entropiediagrammes . . . . $H_I =$ 41,9 WE

Theoretische Ausflußgeschwindigkeit . . . . $c_{th} = 91{,}5\sqrt{H_I} = 592$ m/sek

Energieverlust 10 v. H., also Geschwindigkeitsverlust ∼ 5 v. H., somit effektive Ausflußgeschwindigkeit . . . . $c_1 = 0{,}95\, c_{th} = 556{,}5$ „

Aus dem Geschwindigkeitsplan (Fig. 148b) folgt die relative Eintrittsgeschwindigkeit . . . . $w_1 = 441$ „

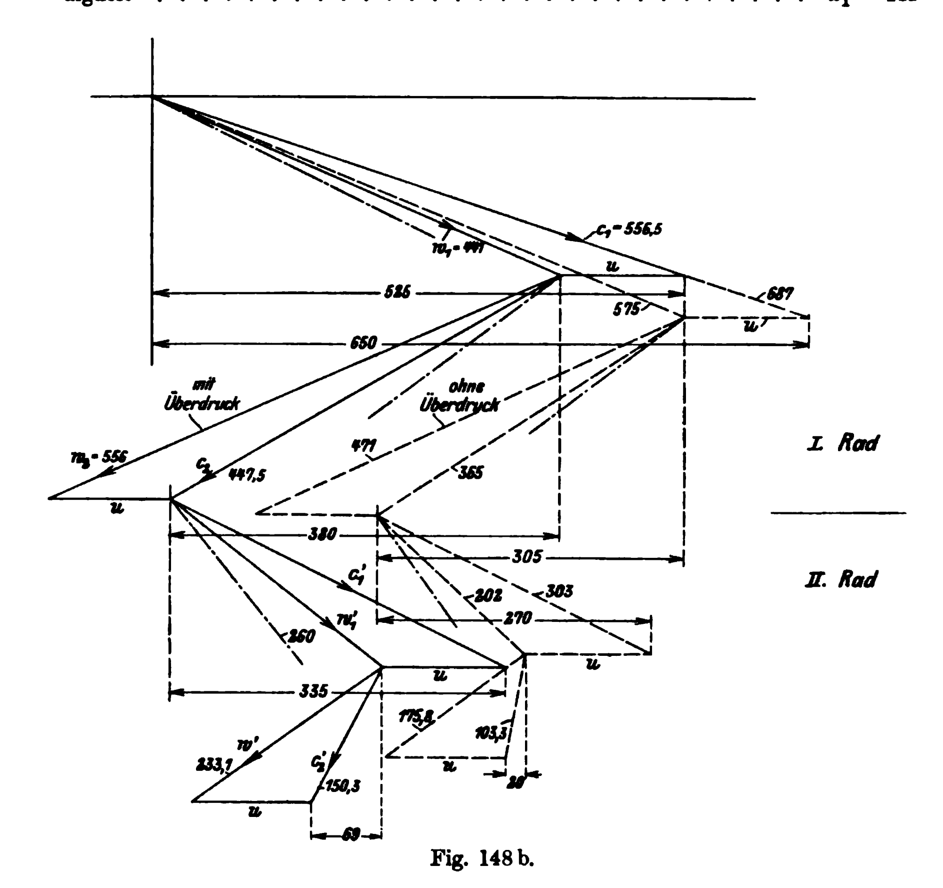


Fig. 148 b.

Die Nachexpansion im Laufrad liefert nach der oben gegebenen Erläuterung $i_1 - i_2' + A\,w_1^2/2g = (1+\zeta)\,A\,w_2^2/2g$ oder aus dem Wärmeinhalt in Punkt A_1 und A_2 $i_1 - i_2' = 670{,}0 - 647{,}2 = 22{,}8$ WE und $\zeta = 0{,}25$, woraus . $w_2 = 556$ „

Demnach ist die Reibungswärme . . . . $\zeta A\, w_2^2/2g =$ 9,24 WE

und wir haben am Ende des 1. Laufrades den Wärmeinhalt 647,2 + 9,42 = 656,4 WE, der zum Punkt A_3 führt.

Die absolute Austrittsgeschwindigkeit ist nach Fig. 148b . . . . $c_{2,\,I} = 447{,}5$ m/sek

Aus dem Diagramm der ψ (Fig. 134a) entnehmen wir zum Eintrittswinkel des 2. Leitrades $\psi = 0{,}83$ und es wird die Eintrittsgeschwindigkeit in das 2. Laufrad . . . . $c_{1,\,II} = \psi\, c_{2,\,I} = 371{,}7$ „

Die Reibungswärme im 2. Leitrad ist . . . . $A\,(c_{2,\,I}^2 - c_{1,\,II}^2)/2g =$ 7,40 WE

Daher ist der Wärmeinhalt am Eintritt in das 2. Laufrad 656,4 + 7,40 = 663,8 WE in Punkt A_4. Wieder nach Fig. 148b ist die Eintrittsgeschwindigkeit in das 2. Laufrad . . . . $w_{1,\,II} = 268{,}0$ m/sek

Der Verlustkoeffizient ψ wird $= 0{,}87$, somit $w_{2,\,II} = \psi\, w_{1,\,II} = 233{,}1$ m/sec, also die Reibungswärme . . . . $A\,(w_{1,\,II}^2 - w_{2,\,II}^2)/2g) =$ 2,09 WE

Der neue Zustand ist durch $i = 665{,}9$ dargestellt und die Auslaßgeschwindigkeit wird $c_{2,\,II} = 150{,}3$ m/sek, somit die Auslaßenergie . . . . $A\,c_{2\,II}^2/2g =$ 2,70 „

Digitized by Google

Endlich ist die Radreibung $N_r = 22{,}8$ PS, oder in der Sekunde und auf 1 kg Dampf bezogen $(22{,}8 \cdot 75) : (427 \cdot 3{,}05)$ . . . . = 1,32 WE
Der Endzustand ist demnach $i = 665{,}9 + 2{,}70 + 1{,}3 \cong 669{,}9$ WE und bildet den Ausgangspunkt der Expansion für die II. Stufe.

Von den gleichartigen Rechnungen der übrigen Stufen genügt es, das nachstehende Verzeichnis der Geschwindigkeiten mitzuteilen, die mit den Angaben des Entropiediagrammes den Zustand in allen Stufen zu verfolgen gestatten. Die Zustände vor und nach der Mischung mit dem Undichtheitsdampf sind jeweilen besonders eingetragen.

Zahlentafel 8. Dampfgeschwindigkeiten bei Überdruck.

Stufe	Laufrad	c_1	w_1	w_2	c_2	c_{1u}	c_{2u}
I	1	556,5	441	556	447,5	525	300
	2	371,7	268	233,1	150,3	335	69
II	1	538	425	410,0	302	501	252
	2	250,8	153,3	133,4	77,6	226	— 13
III	1	517,5	405	475,5	368	485	312
	2	305	203	177	105	275	22
IV	1	525	412,5	487	379	495	319
	2	314,5	213	185,4	112	283	30

Die indizierte Leistung

kann auf drei verschiedene Arten berechnet werden. Das einfachste ist, den Anfangs- und Endzustand des Dampfes zu vergleichen. In letzterem ist nach der Entropietafel . . . $i_k = 583{,}9$ WE
und es beträgt der Wärmewert der Leistung für 1 kg . . $H_i = i_0 - i_k = 706{,}9 - 583{,}9 = 123{,}0$ „
Also ist der indizierte Wirkungsgrad . . . . $\eta_i = H_i : H_0 =$ 63,2 v. H.
Die indizierte Leistung . . . . $N_i = H_i G_1\, 427 : 75 =$ 2136 PS

Man kann ebensogut die Einzelleistungen der Räder rechnen gemäß der Zahlentafel

Stufe	I	II	III	IV	
Arbeitendes Dampfgewicht	3,05	2,80	2,954	3,021	kg/sek
Wärmeinhalt vor dem Leitrad	706,9	669,9	644,0	615,0	WE
Desgl. nach Verlassen des Rades bei vernichteter Auslaßenergie, aber vor der Mischung mit dem Undichtheitsdampf	669,9	642,7	613,9	583,2	„
Wärmegefälle . . . . H =	37,0	27,2	30,1	31,8	„
Einzel-Indiz.-Leistung N_i . . . . GH =	642	434	506	547	„

Die Gesamtsumme müßte mit dem oben gefundenen Betrag von N_i übereinstimmen. Die Abweichung beträgt nur 0,3 v. H. und wird durch die Aufrundung der Einzelrechnungen erklärt.

Endlich kann das Prinzip vom Antrieb benutzt und die Leistung jedes Rades aus den Umfangskomponenten der Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten und dem sekundlichen Dampfgewicht gerechnet werden, gemäß Formel $N_u = G \Sigma c_u u : 75 g$.

Mit den Werten der Zahlentafel ergibt sich am Radumfang $N_u = 660 + 448 + 535 + 565 = 2208$ PS, und nach Abzug der Radreibung von 44 PS die indizierte Leistung $N_i = 2164$ PS, deren Unterschied gegen oben (1,3 v. H.) die zeichnerische Ungenauigkeit darstellt.

Die effektive elektrische Leistung ist nach Versuch . . . . $N_{elek} = 1459$ KW : 0,736 = 1982 PS

Also wäre das Produkt aus dem mechanischen Wirkungsgrad der Turbine und dem elektrischen Gütegrad der Dynamomaschine . . . . $\eta_{mech}\,\eta_{dyn} = 1982 : 2136 = 0{,}928$.

Ein Verlust von bloß rund 7 v. H. für den Stromerzeuger und die Lagerreibung ist indes zu wenig. Die äußerst günstigen Annahmen über ψ und ζ genügen also nicht, um das Versuchsergebnis zu erklären, und die Rechnung müßte mit noch besseren Werten dieser Koeffizienten wiederholt werden. Dies wird unterlassen, da die Unterschiede nicht mehr groß sind; wir wollen statt dessen den besonderes Interesse bietenden Vergleich durchführen, zu welcher Leistung wir gelangen würden, wenn der Überdruck in der Düse beseitigt und die ganze Turbine mit Gleichdruckwirkung und den gleichen Koeffizienten ψ arbeiten würde.

Reine Gleichdruckwirkung.

Um die volle Expansion zu ermöglichen, müßten die Düsen länger werden, und so wollen wir als deren Energieverlust jeweil 12 v. H. einsetzen. In der ersten Düse expandieren wir auf 3,12 kg/qcm und erhalten ein adiabatisches Gefälle von 706,8 — 642,9 = 63,9 WE.


Digitized by Google

Das effektive Gefälle ist $63{,}9 \cdot 0{,}88 = 56{,}3$ WE und so wird $c_1 = 91{,}5\sqrt{56{,}3} = 687$ m/sek.

Hierauf ergibt das gewohnte Verfahren mit der früher benutzten Figur 134a der Koeffizienten ψ die Geschwindigkeiten, die in nachfolgender Zahlentafel vereinigt sind.

Zahlentafel 4. Dampfgeschwindigkeiten bei reiner Gleichdruckwirkung.

Stufe	Laufrad	c_1	w_1	w_2	c_2	c_{1u}	c_{2u}
I	1	687	575	471	365	650	307
	2	303	202	175,8	103,3	272	19,7
II	1	562	448	367,5	259	532	212
	2	215	142	123,4	75	193	— 21,7
III	1	612,4	500	410	300	575	250
	2	249	150	130,5	78	227	— 16
IV	1	626	514	420,4	314	590	260
	2	260	190	165	97	233	13

In Fig. 148b sind die Geschwindigkeiten der I. Stufe punktiert aneinandergereiht, und man erkennt, daß bei Abwesenheit des Überdruckes die Geschwindigkeit beim Eintritt in das 1. Laufrad wesentlich größer ausfällt als mit Überdruck. Sie fällt dann infolge der großen Reibungswiderstände um so rascher ab. Die wahren Schaufelwinkel sind strichpunktiert angegeben. In allen Stufen findet der Eintritt, wie ersichtlich, mit leichtem Stoß statt.

Der Wärmeinhalt ist

vor dem Leitrad der II. Stufe . . . . $i_1 = 672{,}2$ WE,
„ „ „ „ III. „ (nach d. Mischung) $i_2 = 648{,}3$ „
„ „ „ „ IV. „ („ „) $i_3 = 620{,}0$ „
im Auspuffrohr . . . . („ „) $i_4 = 590{,}9$ „
Wir haben demnach . . . . $H_i = 706{,}9 - 590{,}9 = 116{,}0.$
Die indizierte Leistung . . . . $N_i = H_i G_1\, 427/75 = 2015$ PS.

Das Ergebnis bleibt also bei gleicher Dampfmenge um $(2136 - 2015)/2136 = 5{,}66$ v. H. hinter dem Ergebnis der Überdruckdüse zurück. Allerdings haben wir die Schaufelverluste bei letzterer wesentlich günstiger in Rechnung gestellt, wie aus folgendem Vergleich hervorgeht. Im 1. Laufrad der I. Stufe ist bei Überdruck $w_1 = 441$; $w_2 = 556$ m/sek und der Reibungsverlust $A\zeta w_2^2/2g = 9{,}24$ WE, oder auf die mittlere kinetische Energie $A(w_1^2 + w_2^2)/4g = 30{,}1$ WE, bezogen $= 30{,}7$ v. H. Bei Gleichdruck war $w_1 = 575$; $w_2 = 471$ m/sek, der Reibungsverlust $A(w_1^2 - w_2^2)/2g = 13{,}0$ WE, oder auf die mittlere kinetische Energie $A(w_1^2 + w_2^2)/4g = 33{,}0$ WE bezogen $= 39{,}5$ v. H. Diese Bevorzugung hat insofern Berechtigung, als bei Überdruck in der Schaufel eine Beschleunigung erfolgt, bei Gleichdruck eine Verzögerung, und so wird auch die Verdichtung in der Schaufelhöhlung im letzteren Fall eine weit schärfere. Auf der anderen Seite haben wir bei Überdruck jeden Spaltverlust ausgeschlossen, was doch wohl zu günstig sein dürfte. Es muß weiteren Untersuchungen vorbehalten werden, den Sachverhalt vollends aufzuklären.

62. Die Überdruckturbine.

a) Einfluß der Undichtheit über die freien Schaufelenden hin. Gesetz des Widerstandskoeffizienten.

Die Überdruckturbine wird fast ausnahmslos mit „offenen", d. h. nur durch das Gehäuse und die Laufradtrommel begrenzten Schaufeln gebaut (Fig. 149), und das unvermeidliche Spiel „x" am Leit- und Laufschaufelende gibt Veranlassung zu einem Undichtheitsverlust.

Die im Seitenriß dicht gezogenen Linien bedeuten die Strömung im Spalt über der Laufschaufel, punktiert ist die Ansicht der Leitschaufelstirnfläche. Der Dampfstrom bricht sich an jeder folgenden Schaufelreihe und erfährt obendrein eine Ablenkung durch die Schaufelenden, an denen er vorbeiströmt. In der Laufschaufel gibt der Dampf Arbeit ab, daher muß seine absolute Geschwindigkeit kleiner werden, während im Spalt der Druckunterschied nur Reibung überwindet und Beschleunigung erzeugt. Es ist wahrscheinlich, daß der bei B mit

Digitized by Google

der Breite x in den Spalt tretende Strom sich radial, bei C auf die Breite x' verengen wird und daß das Fehlende durch Austreten eines Stromes y aus der Laufschaufel ersetzt werden muß. Diese Mischung und der Übertritt in die nächste Leitschaufel sind mit Wirbelung verbunden. Ähnliche Vorgänge finden im Spalte der Leitschaufel statt.

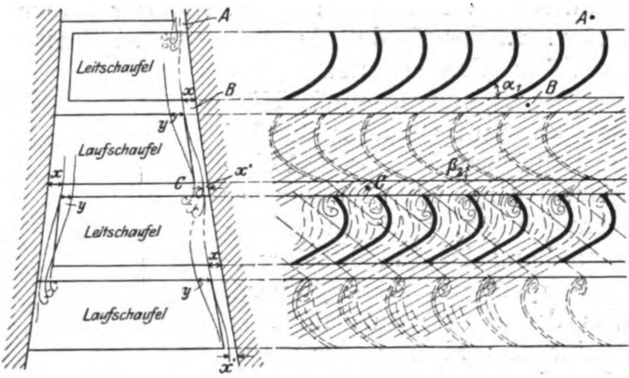


Fig. 149.

Es ist daher unrichtig, wie viele annehmen, daß die durch Undichtheit unwirksam gewordene Dampfmenge ΔG zur arbeitenden Menge G_{sek} einfach im Verhältnisse der gesamten Spaltbreite $2x$ zur wirksamen Schaufellänge a stehe, also $\Delta G = (2x/a)\, G_{sek}$ sei. Es muß vielmehr ein Teil der Strahlbreite y zum Verlust hinzugezählt werden.

Eine Berechnung mittelst des Wärmegefälles ist angesichts der Unkenntnis der Widerstände untunlich. Ist der Wärmeinhalt bei $A = i_0$ und entspricht der adiabatischen Expansion auf den Druck bei C der Wärmeinhalt i_2', so ist $i_0 - i_2'$ das adiabatische Gefälle, und man kann, wie weiter unten für die Schaufeln, die Gleichung

$$i_0 - i_2' = \frac{A}{2g}\left[(1+\zeta)\, c_2^2 - c_0^2\right]$$

ansetzen, allein Zahlenwerte sind nicht erhältlich, da man über ζ und c_0, d. h. die nach der Wirbelung bei A übrigbleibende Eintrittsgeschwindigkeit, nichts auszusagen vermag. Auf alle Fälle darf man, etwa bei Vergleichsrechnungen, nicht bloß mit dem Gefälle im Laufrad rechnen; auch muß als Querschnitt nicht die Ringfläche mit der Breite x, sondern das Produkt derselben mit $\sin\alpha_1$, da die Dampfbahnen angenähert unter diesem Winkel geneigt sind (in Wirklichkeit steiler, da die Beschleunigung im Spalt in axialer Richtung erfolgt), gesetzt werden.

Um diese Verhältnisse an Hand der Erfahrung zu prüfen, wurden in unserem Maschinenlaboratorium mit einer Überdruckturbine von 160 mm mittlerem Durchmesser und 4 Laufkränzen zu 10 mm; 4 Kränzen zu 14 mm Schaufellänge einige Versuchsreihen durchgeführt. In der ersten Reihe war das Spiel der Leit- und Laufschaufeln auf das praktisch erreichbare Mindestmaß von 0,2 mm eingestellt. Die indizierte Leistung ist beim unveränderlichen Gegendruck von 0,3 Atm. abs. in Funktion des Anfangsdruckes und der Umlaufzahl in Fig. 150 durch Schaufläche a dargestellt. Bei unveränderlichem Anfangs- und Enddruck nimmt die Leistung ersichtlich nach einer Parabel zu; bei konstanter Umlaufzahl ist sie bis auf geringe Fehlerglieder dem Druckgefälle proportional.

In der zweiten Versuchsreihe waren alle Laufschaufeln um 0,8 mm gekürzt, das Spiel also auf 1 mm gebracht worden, während die Leitschaufeln unverändert blieben. Die indizierte Leistung ist für die gleichen Drücke durch die Schaufläche b dargestellt. Während die Form der Schaufläche dieselbe blieb, ist die Leistung dem absoluten Betrage nach überall um rund 12,5 v. H. kleiner geworden. Die Kürzung der Laufschaufeln allein um 7 v. H. im Mittel hat demnach einen fast doppelt so starken prozentischen Ausfall an Leistung zur Folge.

Hierauf wurden auch die Leitschaufeln um 0,8 mm gekürzt, auch ihr Spiel auf 1 mm erhöht, was die Fläche c mit einer Abnahme der Leistung von rund 9,2 v. H. ergab. Bei Reihe d sind die Laufschaufeln allein um weitere 0,35 mm

Digitized by Google

und bei Reihe e um ebenfalls 0,35 mm gekürzt worden. Die Abnahme der Leistung ist 9,6, bzw. 8,0 v. H.

Vergleichen wir Zustand c mit e, so verursachte eine Verkürzung der Laufschaufeln im Mittel um 6,6 v. H. ihrer Länge einen Ausfall der Leistung von 16,8 v. H., der Einfluß des vergrößerten Spaltes wächst also mit der abnehmenden Länge der Schaufel.

Der Dampfverbrauch blieb nicht konstant, sondern nahm bei sonst gleichen Drücken und Umlaufzahlen mit der Kürzung der Schaufeln zu, wodurch unsere Darstellung des Undichtheitsverlaufes qualitativ bestätigt wird. Was den Betrag anbelangt, so scheint das Kürzen der Laufschaufeln weniger Einfluß zu haben als dasjenige der Leitschaufeln, und es wurden im ganzen etwa 6 v. H. Zunahme ermittelt beim Übergang von Anfangszustand a mit je 0,2 mm Spiel zum Zustand e mit 1 mm Spiel an Leit-, 1,7 mm Spiel an Laufschaufel. Im einzelnen ist eine genauere Aufteilung untunlich, da die Abweichungen der einzelnen Messungen, infolge der notwendigen getrennten Bestimmung der durch die Labyrinthe verloren gehenden Menge, um Prozente voneinander abwichen.

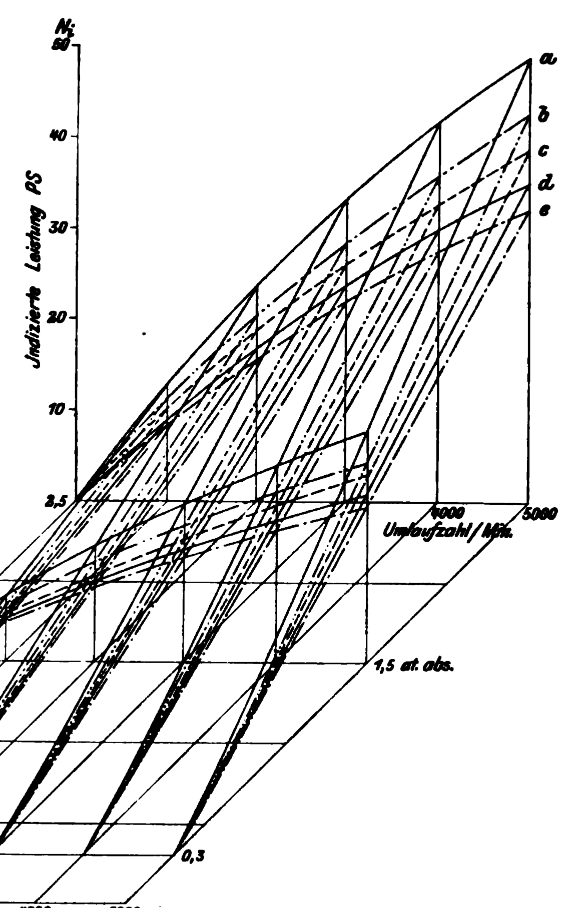


Fig. 150.

Beim Übergang von Fall a zu Fall c nahm der Spalt am Leit- und Laufrad zusammen von 3,4 v. H. der ganzen Lichtweite auf 14 v. H. im Mittel zu. Nehmen wir an, daß um 4 v. H. mehr Dampf durchströmte, so muß diese Vermehrung in der Hauptsache dem Spalte zugeschrieben werden. Gegenüber der proportional berechneten Menge von 14 v. H. strömt also $14 + 4 = 18$ v. H., d. h. um etwa 30 v. H. mehr durch den Spalt hindurch.

Infolge des größeren Dampfverbrauches nimmt der gesamte Wirkungsgrad noch stärker ab, als die indizierte Leistung. Das Ergebnis unserer Versuche ist: 1. daß durch den Spalt eine größere Dampfmenge strömt, als dem einfachen Verhältnisse der Spaltweite zur Schaufellänge entspricht; 2. daß der Verlust an in-

Digitized by Google

dizierter Arbeit bei Schaufeln von 10—14 mm Länge und einem Spalt von etwa 1 mm Weite erheblich größer ist, als das Verhältnis der Spaltweite (für Leit- und Laufschaufel zusammengenommen) zur Schaufellänge, und prozentisch das Doppelte dieses Verhältnisses oder mehr erreicht.

b) Die einstufige Turbine ohne Undichtheitsverlust,

die wir der Einfachheit halber zunächst betrachten, möge im Leitrad zwischen den Druckgrenzen $p_0 p_1$, im Laufrad zwischen den Grenzen $p_1 p_2$ arbeiten, die Wärmeinhalte seien i_0, i_1, i_2 (Fig. 151 und 152). Die ideale Turbine würde im Leitrad verlustfrei adiabatisch von i_0 auf i_1' expandieren; in Wahrheit ist

$$i_0 - i_1' = A\frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} + AZ_1 \quad \text{. . . . . (1)}$$

wo Z_1 den kinetischen Verlust bedeutet. Dieser Verlust hängt zunächst vom Stoß gegen die nicht vollkommen scharfe Schaufelkante ab, dessen Anteil $\zeta_1' c_0^2/2g$ sein möge, — im weiteren wird er durch die Kanalreibung verursacht, für welche wir den ge-

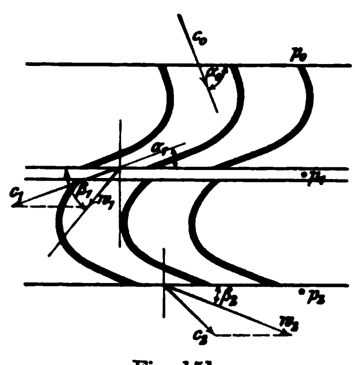


Fig. 151.

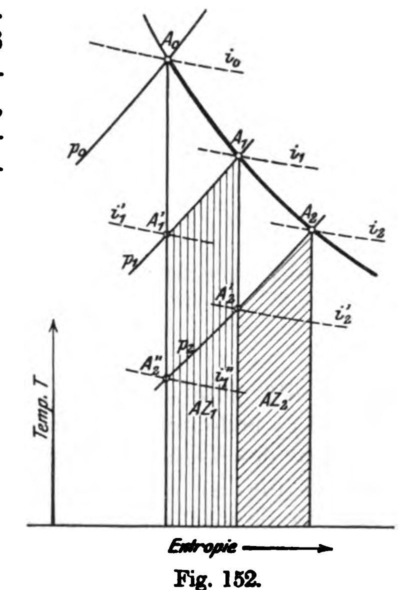


Fig. 152.

wohnten Ansatz $R = \int \zeta_r \frac{U}{4f} \frac{c^2}{2g} dl$ wählen könnten, wenn wir Genaueres über die Reibungszahl ζ_r wüßten. Auf alle Fälle kann man alle c^2 durch c_1^2 vermöge der Stetigkeit ersetzen, so daß sich der Gesamtverlust in der Form

$$AZ_1 = A\zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} \quad \text{. . . . . (1a)}$$

darstellen läßt, wobei ζ_1 durch Versuche als Abhängige der Schaufelabmessungen und -formen zu bestimmen wäre.

Hiernach schreibt sich Gl. (1)

$$i_0 - i_1' = \frac{A}{2g}[(1+\zeta_1)c_1^2 - c_0^2] \quad \text{. . . . . . (1b)}$$

gleicht also vollständig den bekannten hydraulischen Ansätzen mit „Widerstandskoeffizienten". Die Stelle der hydraulischen Druckhöhe vertritt hier, was wohl zu beachten ist, das adiabatische Gefälle, aus dem die Erhöhung der kinetischen Energie und der Energieverlust bestritten werden. Hat man aus (1b) die Geschwindigkeit c_1 (bei gegebenem c_0) berechnet, so findet man den tatsächlichen

Digitized by Google

Endzustand des Dampfes am Ende des Leitrades, indem man beachtet, daß der Verlust $A Z_1$ als Wärme erscheinen muß, daher

$$i_1 = i_1' + A \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ist und i_1 auf der Drucklinie p_1 einzutragen ist. Nun wird graphisch

$$w_1 = \text{Result.}\,(c_1, -u)$$

ermittelt, und man kann für das Laufrad die gleichgebildeten Formeln

$$i_1 - i_2' = \frac{A}{2g}[(1+\zeta_2)\, w_2^2 - w_1^2] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

$$i_2 = i_2' + A \zeta_2 \frac{w_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

anschreiben, aus welchen die Ausflußgeschwindigkeit w_2 wie auch $c_2 = \text{Result.}\,(w_2, +u)$ berechnet werden. Die Winkel sind, theoretisch gesprochen, willkürlich.

Die Verlustwärmen in Leit- und Laufschaufeln erscheinen im Entropiediagramm als die unterhalb der entsprechenden Zustandspunkte schraffierten Flächenstreifen. Von der Radreibung sehen wir hier ab.

Die Summierung der Gl. (1b), (2), (3), (4) liefert

$$i_0 - i_2 = A \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} + A \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

als selbstverständlichen Ausdruck der reinen Beschleunigungsarbeit. Das Verhältnis

$$\frac{i_1 - i_2'}{i_0 - i_2''} = \varrho,$$

worin i_2'' den Wärmeinhalt der adiabatischen Expansion vom Anfangszustand auf den Enddruck p_2 bedeutet, nennen wir den „Reaktionsgrad". Dieser gibt an, den wievielten Teil des Gesamtgefälles wir im Laufrad ausnutzen. Für die reine Gleichdruckturbine ist $i_1 - i_2' = 0$, man arbeitet mit dem Reaktionsgrad Null; $\varrho = 1$ bildet die Grenze für „volle Reaktion".

Die Querschnitte berechnen wir bei vorgeschriebener sekundlicher Dampfmenge G mit Hilfe der Stetigkeitsbedingung

$$G v_0 = F_0 c_0; \quad G v_1 = F_1 c_1 = F_1' w_1; \quad G v_2 = F_2 w_2.$$

c) Die einstufige Turbine unter Berücksichtigung der Undichtheit.

Soweit die Strömung in den Schaufeln in Betracht kommt, gelten die Formeln 1—4 des vorigen Abschnittes. Infolge der Störungen, die im Spalt entstehen, müssen aber den Widerstandskoeffizienten höhere Werte beigelegt werden. Die arbeitende Dampfmenge wird wie üblich berechnet und der Undichtheitsverlust zugeschlagen, wobei das in Abschnitt a Gesagte zu beachten ist.

d) Kongruente Leit- und Laufschaufeln und konstante Axialgeschwindigkeit.

Wir führen Leit- und Laufschaufeln häufig nach Fig. 153 mit

$$\alpha_0 = \beta_1 \quad \alpha_1 = \beta_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

aus, so daß dieselben kongruent sein können.

Soll dann die Axialgeschwindigkeit überall dieselbe, d. h. $c_{0z} = c_{1z} = w_{2z}$ sein, (während w_{1z} von selbst $= c_{1z}$ ist), so folgt auch

$$c_0 = w_1 = c_2 \quad \text{und} \quad c_1 = w_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Digitized by Google

und bei kongruenter Schaufelform werden überhaupt die Geschwindigkeiten in entsprechenden Punkten gleich. Daher können auch die Reibungsverluste Z_1 und Z_2 nicht wesentlich verschieden ausfallen (bei unausdehnbaren Flüssigkeiten werden sie gleich), und der Wärmeinhalt wird in Leit- und Laufrad nach Gl. (1), (2) und (3), (4) um gleiche Beträge abnehmen, d. h. es wird

$$i_0 - i_1' = i_1 - i_2'$$

Fig. 153.

sein, daher haben wir $\varrho =$ ungefähr 0,5, d. h. halben Reaktionsgrad. Die Schaufelverbreiterung richtet sich nach dem spezifischen Volumen.

e) Leistung am Radumfang.

Die (technische) Energie beim Eintritt ist $i_0 + A c_0^2/2g$, beim Austritt $i_2 + A c_2^2/2g$, daher ist die gewonnene Arbeit

$$A L_u = i_0 + A \frac{c_0^2}{2g} - \left(i_2 + A \frac{c_2^2}{2g}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

oder wenn wir Ausdruck (5) benutzen

$$L_u = \frac{c_1^2 - w_1^2}{2g} + \frac{w_2^2 - c_2^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8a)$$

Diese Formel kann, wie früher gezeigt, unmittelbar auf den Ausdruck umgeformt werden, den das Prinzip vom Antrieb liefert,

$$L_u = \frac{u}{g}(c_{1u} - c_{2u}) \quad \text{oder} \quad = \frac{u}{g}(w_{1u} - w_{2u}) \; . \; . \; . \; . \quad (8b)$$

Sehr einfach stellt sich die Arbeit für die Turbine mit kongruenten Schaufeln dar, indem hier (algebraisch)

$$c_{2u} = w_{2u} - u = -(c_{1u} - u)$$

ist, daher wir

$$L_u = \frac{u}{g}(2 c_1 \cos \alpha_1 - u) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8c)$$

erhalten.

f) Veränderlichkeit der sekundlichen Dampfmenge und des Wirkungsgrades bei wechselnder Umfangsgeschwindigkeit.

Für die dem Entwurfe zugrunde liegende Umfangsgeschwindigkeit bieten Gl. (1) bis (4) das Mittel, die Dampfgeschwindigkeiten und die Zustandsgrößen zu bestimmen. Die Gleichung der Stetigkeit liefert für das vorgeschriebene sekundliche Dampfgewicht G die Querschnitte mittels der Gleichungen

$$G v_0 = F_0 c_0; \quad G v_1 = F_1 c_1; \quad G v_1 = F_1' w_1; \quad G w_2 = F_2 w_2,$$

aus welchen wie üblich die Schaufellängen berechnet werden.

Soll nun dieselbe Turbine mit anderer Umfangsgeschwindigkeit laufen, so tritt die merkwürdige Eigenschaft der Überdruckturbine ins Spiel, daß auch G sich ändert. Die Berechnung dieser Änderung wäre indes im allgemeinen Falle zu verwickelt, da man versuchsweise G und p_1 so lange abändern müßte, bis die oben aufgezählten Bedingungsgleichungen erfüllt sind.

Digitized by Google

Beschränken wir uns daher auf den anschaulichen Fall einer Idealturbine, die ohne Reibung und ohne Stoß arbeitet (bei welcher also Winkel β_1 stets auf stoßfreien Eintritt umgeändert würde, während die übrigen Winkel ihre Größe beibehalten). In Gl. (5) fassen wir dann $i_0 + A c_0^2/2g$ zu einer Größe i_0', dem „Wärmeinhalt von der Turbine", zusammen, der unveränderlich bleiben soll, schieben an Stelle von i_2 den adiabatischen Endzustand i_2'' ein und setzen nach dem Kosinussatze

$$w_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2 u c_1 \cos \alpha_1 ,$$

so daß (Gl. 5) die Form

$$\frac{2g}{A}(i_0' - i_2'') = 2 u c_1 \cos \alpha_1 - u^2 + w_2^2$$

annimmt. Um diese noch weiter zu vereinfachen, wollen wir endlich annehmen, daß die Druckgrenzen hinlänglich wenig verschieden sind, um $v_1 = v_2$ setzen zu können, woraus für die gleichwinklige Turbine mit $F_1 = F_2$ wie oben $w_2 = c_1$ folgt. So entsteht mit $i_0' \, i_2''$ als festen Werten

$$\frac{2g}{A}(i_0' - i_2'') = 2 u c_1 \cos \alpha - u^2 + c_1^2 = \text{konst.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und diese Gleichung lehrt, daß c_1 und u durch eine gegen die Koordinatenachsen verdrehte gleichseitige Hyperbel dargestellt werden (Fig. 154). Für diese Idealturbine nimmt die sekundliche Dampfmenge mit wachsender Umfangsgeschwindigkeit anfänglich ab, dann zu.

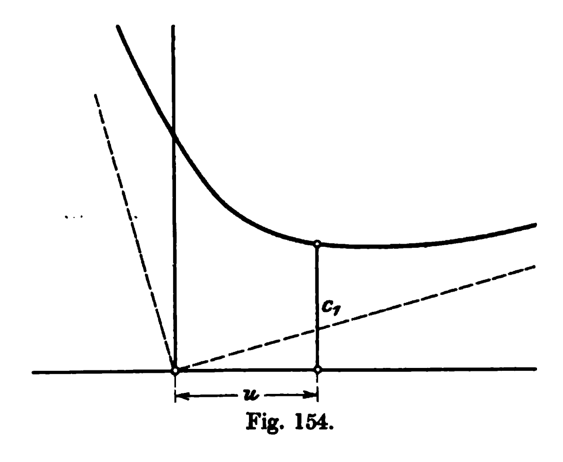


Fig. 154.

Versuche zeigen, daß auch für die wirkliche Turbine ein ähnliches Gesetz gilt, obwohl man praktisch das Minimum von c_1 im allgemeinen nicht erreicht.

Der Wirkungsgrad bestimmt sich wie üblich aus dem verfügbaren adiabatischen Gefälle

$$A L_0 = i_0 + A \frac{c_0^2}{2g} - i_2''$$

als

$$\eta_u = \frac{L_u}{L_0} = \frac{u}{g L_0}(c_{1u} - c_{2u}) \quad (10a)$$

daher im Sonderfalle der Turbine mit winkelgleichen Leit- und Laufschaufeln

$$\eta_u = \frac{u}{g L_0}(2 c_1 \cos \alpha_1 - u) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Hier ist zu beachten, daß sich mit c_1 auch die Geschwindigkeit c_0 der Annahme gemäß ändern muß, also L_0 nicht unveränderlich bleibt.

Die Zunahme von η_u mit der Umfangsgeschwindigkeit ist demgemäß nur angenähert parabolisch. Wir können auch keine einfachen Ausdrücke für die beste Umfangsgeschwindigkeit und den maximalen Wirkungsgrad aufstellen, sind vielmehr auf den Weg des Probierens angewiesen. Es leuchtet von selbst ein, daß η um so besser wird, je kleiner die Reibungsverluste und der Auslaßverlust ausfallen. Wir müssen daher stoßfrei eintreten und c_2 tunlichst klein machen. Dies bedingt die Wahl tunlichst kleiner Winkel α_1 und β_2 und einer solchen Umfangsgeschwindigkeit, daß c_2 möglichst axiale Richtung besitzt („normaler Austritt"). Die einfachste Lösung dieser Forderungen erhalten wir bei winkelgleichen Schaufeln unter den Annahmen, die in Gl. (6) und (7) zum Ausdruck kommen, falls wir


Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{r} u_m = c_1 \cos \alpha_1 \\ \text{wählen, was für den Wirkungsgrad den Wert} \\ \eta_{u\,\max} = \dfrac{c_1^2 \cos^2 \alpha_1}{g L_0} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

ergibt.

63. Die mehrstufige Überdruckturbine.

Wir gehen von der Annahme aus, daß die Räder unmittelbar aufeinanderfolgen (Fig. 155), so daß die Abflußgeschwindigkeit jedes Rades nutzbar verwendet wird. Als maßgebend sehen wir den Dampfzustand an, der im Endquerschnitte einer Leit- bzw. Laufzelle vorhanden ist.[1]) Die Geschwindigkeiten, die zu einem

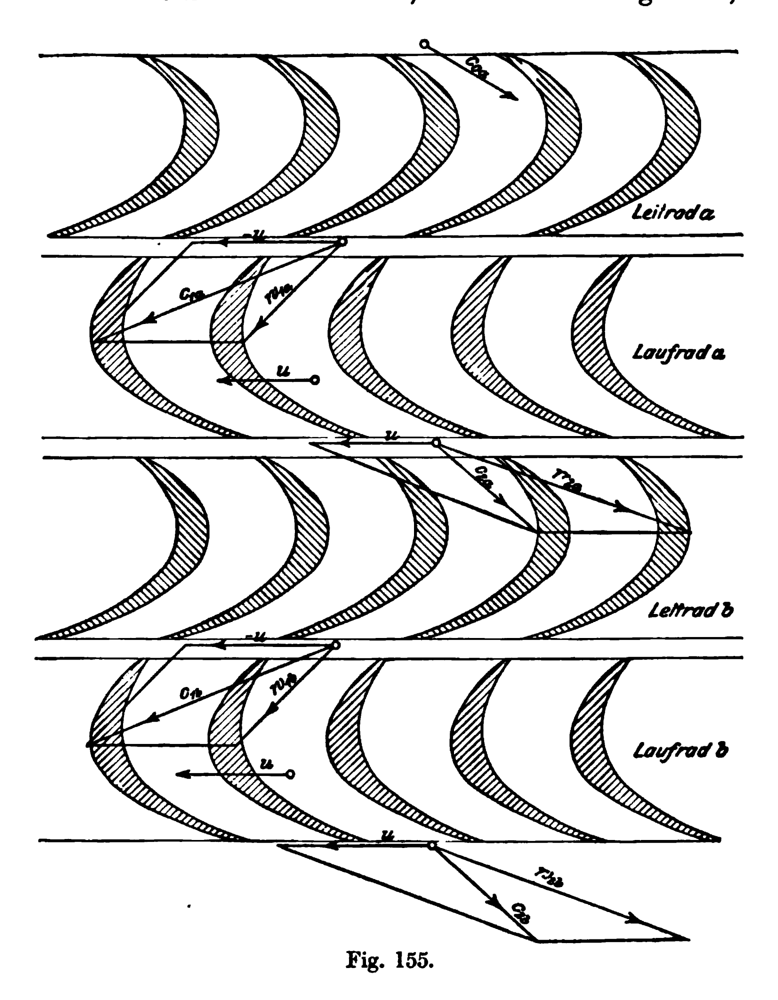


Fig. 155.

bestimmten Leit- und Laufradpaar gehören, versehen wir mit gleichartigen Buchstaben; so z. B. gelten für die aufeinanderfolgenden Räderpaare *a*, *b*, *c* die Geschwindigkeiten

$$c_{1a},\ w_{1a},\ w_{2a},\ c_{2a};$$
$$c_{1b},\ w_{1b},\ w_{2b},\ c_{2b};$$
$$c_{1c},\ w_{1c},\ w_{2c},\ c_{2c};\ \ldots\ldots$$

[1]) In Fig. 155 sind die darstellenden Punkte nur der Deutlichkeit halber in den Spalt verlegt.

Digitized by Google

Es seien ferner die Wärmeinhalte

in der Dampfkammer	i_0
am Eintritt in die Leitzelle a	i_{0a}
am Austritt aus der Leitzelle a	i_{1a}
„ „ „ „ Laufradzelle a	i_{2a}
„ „ „ „ Leitzelle b	i_{1b}
„ „ „ „ Laufradzelle b	i_{2b} usw.

In der Dampfkammer habe der Dampf die Geschwindigkeit c_{0a}.

Für das erste Radpaar gelten die für die einstufige Turbine abgeleiteten Formeln in der Gestalt

$$\left.\begin{aligned} i_{0a} - i'_{1a} &= A\,\frac{(1+\zeta_{1a})\,c_{1a}^2 - c_{0a}^2}{2g}; \quad & i_{1a} &= i'_{1a} + A\,\zeta_{1a}\,\frac{c_{1a}^2}{2g} \\ i_{1a} - i_{2a} &= A\,\frac{(1+\zeta_{2a})\,w_{2a}^2 - w_{1a}^2}{2g}; \quad & i_{2a} &= i'_{2a} + A\,\zeta_{2a}\,\frac{w_{2a}^2}{2g} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (1)$$

wobei i'_{1a}, i'_{2a} den Wärmeinhalt der adiabatischen Expansion im Leit- bzw. Laufrad bedeutet.

Für das zweite Radpaar bildet $c_{2a} =$ Result. $(w_2 + u)$ die Eintrittsgeschwindigkeit; daher gelten die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} i_{2a} - i_{1b} &= A\,\frac{(1+\zeta_{1b})\,c_{1b}^2 - c_{2a}^2}{2g}; \quad & i_{1b} &= i'_{1b} + A\,\zeta_{1b}\,\frac{c_{1b}^2}{2g} \\ i_{1b} - i'_{2b} &= A\,\frac{(1+\zeta_{2b})\,w_{2b}^2 - w_{1b}^2}{2g}; \quad & i_{2b} &= i'_{2b} + A\,\zeta_{2b}\,\frac{w_{2b}^2}{2g} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (2)$$

und so fort, bis man beim letzten Laufrad den Kondensatordruck erreicht hat. Leistung und Querschnitte werden bestimmt wie oben.

Die Überdruckturbine wird indessen fast ausnahmslos mit sehr vielen Stufen ausgeführt, für welche dieses Verfahren zu zeitraubend wäre, um so mehr, als der Verlust durch Undichtheit, der hier eine große Rolle spielt, noch besonders berücksichtigt werden müßte.

64. Die vielstufige Überdruckturbine

kann in hinreichend genauer Weise ohne zu große Zeitverluste nur graphisch behandelt werden. Bloß die letzten Stufen erfordern bei tiefer Luftleere eine rechnerische Nachprüfung. Dabei vereinfacht sich das Verfahren ungemein, wenn wir, ältere Erfahrungen voraussetzend, die Zustandskurve des Dampfes von Anfang an aufzeichnen können. Die Reibungsverluste müssen dabei mit Umgehung der im vorigen Abschnitte benutzten Einzel-Widerstandskoeffizienten in summarischer Weise berücksichtigt werden, wie wir im Nachfolgenden zeigen. Indessen fügen wir ein wenn auch minder einfaches Verfahren bei, welches die Widerstände im einzelnen zu verfolgen erlaubt.

a) Entwurf auf Grund einer erfahrungsmäßig angenommenen Zustandskurve.

Das verfügbare Gefälle

wird auf Grund der bis jetzt vorliegenden Erfahrungen wie folgt festgelegt:


Digitized by Google

	Kleine Einheiten	Große Einheiten	
Der Gesamtverlust durch Reibung in den Turbinenschaufeln, einschließlich des Undichtheitsverlustes an den Schaufelenden	40	20	v. H.
Kinetische Energie $c_2^2 : 2g$ beim Austritt aus dem letzten Laufrad (kurz: „Auslaßverlust")	8—10	3—5	„ „
Dampfreibung der Trommeln, Stopfbüchsen, Lagerreibung	8—10	3—5	„ „
	56—60	26—30	v. H.
Hierzu kommt der Undichtheitsverlust der sog. Labyrinthkolben, die weiter unten besprochen werden	8—10	3—5	„ „

Wir tragen diesem letzten Verluste Rechnung, indem wir zum Schluß die theoretisch erforderliche Dampfmenge um den entsprechenden Betrag erhöhen.

Wenn der Kondensatordruck p_k gewählt worden ist, berechnen wir den der adiabatischen reibungsfreien Expansion von p_0 auf p_k entsprechende Wärmeinhalt i_k', daraus

$$H_0 = i_0 - i_k' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

das „theoretische Wärmegefälle". Von diesem geht durch Schaufelreibung der Anteil

$$\zeta_s H_0 = AZ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

verloren, und es bleibt in der Herrmannschen Bezeichnung

$$H_w = (1 - \zeta_s) H_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

als „wirksames Gefälle" übrig, welches zur Erzeugung der Geschwindigkeiten dient, und von dem der Auslaßverlust und die Lager-, wie andere Reibungen abzuziehen sind, um die von der wirklich arbeitenden Dampfmenge gelieferte effektive Leistung zu erhalten.

Die Zustandskurve im Entropiediagramm

kann in erster Näherung unter der Annahme entworfen werden, daß die Verluste in allen Teilen gleich groß, und zwar identisch mit dem gesamten Schaufelverlust ζ_s sind. Diese Verlustzahl wird hier wie bei der Gleichdruckturbine folgendermaßen definiert: Die adiabatische Expansion führe vom Anfangszustand P zu Punkt P_x' mit i_x' auf Linie p_x = konst. (Fig. 156, in welcher noch die Bezeichnung λ an Stelle von i benützt wird). Der wirkliche Zustand sei P_x mit i_x. Die Verlustzahl ζ_s bedeutet das Verhältnis

$$\zeta_s = \frac{i_x - i_x'}{i_0 - i_x'} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Wir haben daher als „Verlustwärme"

$$Q_x = \zeta_s (i_0 - i_x') \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

die in der Figur durch Schraffur hervorgehoben ist, und mittels welcher auf jeder Drucklinie zum adia-

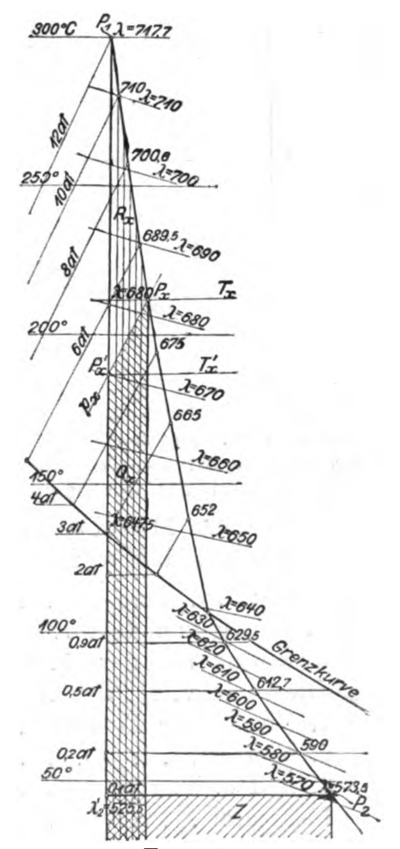


Fig. 156.

batischen Endpunkt der wirkliche Endpunkt bestimmt wird. Auf der Linie des Kondensatordruckes ist der Verlust identisch mit dem gesamten Schaufelverlust

$$AZ = Q_s = \zeta_s H_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Ein genauerer Entwurf muß die Veränderlichkeit der Verluste in den verschiedenen Teilen der Turbine berücksichtigen. Ganz allgemein gesprochen wird der Hochdruckteil am schlechtesten arbeiten, weil die Schaufeln hier am kürzesten sind und besonders bei Überhitzung das größte radiale Spiel haben müssen. Im Mitteldruckteil sind die Schaufeln schon länger, und die Dampfgeschwindigkeiten noch klein, daher liegen beste Verhältnisse vor. Im Niederdruckteil werden die Geschwindigkeiten häufig sehr hoch, die Winkel groß, was die Verluste steigern dürfte, doch ist das spezifische Gewicht des Dampfes klein, die Schaufellängen sehr groß, so daß ebenfalls gute Wirkung zu erwarten ist.

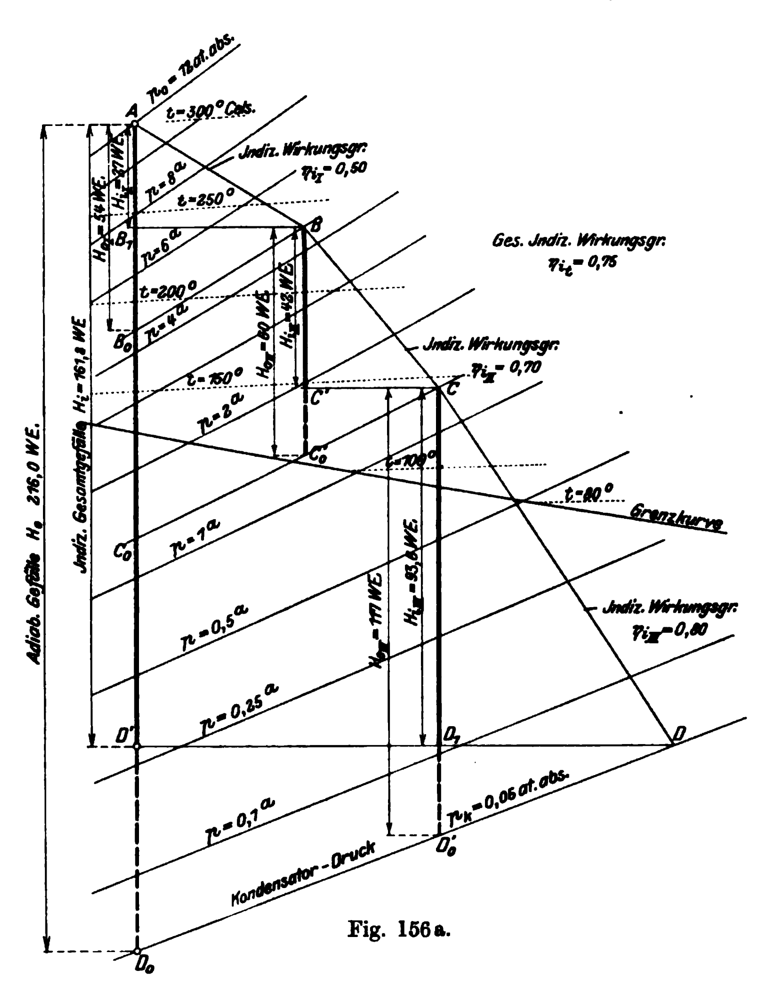


Fig. 156a.

Zur Veranschaulichung der Verwendung der **Molliertafel** ist beispielsweise in Fig. 156a das adiabatische Gefälle A_0D_0 in 4 Teile geteilt, und angenommen, daß das erste Viertel mit 50 v.H. Wirkungsgrad ausgenützt wird, daher $AB_1 = 0{,}5\,A_0B_0$ ist, was auf Punkt B führt. Das Gefälle BC_0', welches dem zweiten Viertel B_0C_0 entspricht, soll 70 v. H. Wirkungsgrad ergeben, daher $BC' = 0{,}7\,BC_0'$ ist und C als Zustandspunkt bestimmt. Für den Rest ist 0,80 als Wirkungsgrad angenommen. Die Horizontale durch D schneidet auf A_0D_0 das gesamte nutzbare Gefälle heraus, und man kann feststellen, daß der gesamte indizierte Wirkungsgrad $A_0D' : A_0D_0 = 75$ v. H. beträgt. Genauere Werte der Wirkungsgrade können an Hand folgender Versuchsergebnisse eingeschätzt werden.

An einer 1100 KW-Turbine von Brown, Boveri & Cie. hat Marguerre[1]) bei 1500 Umdr. i. d. Min. folgende Zahlen festgestellt:

Leistung	KW	1102	917	681	381
Abs. Druck von dem 1. Leitrad	kg/qcm	5,03	4,25	3,25	1,96
Temperatur von dem 1. Leitrad	°C	267	272	272	265
Luftleere in v. H. der Atmosphäre		86,9	87,8	89,2	90,2
1. Viertel der Turbine	$\zeta_s = {}^0/_0$	35	36	36	38
2. Viertel	$\zeta_s = {}^0/_0$	26	28	27	28
3. und 4. Viertel	$\zeta_s = {}^0/_0$	29	30	29	26
Insgesamt	$\zeta_s = {}^0/_0$	28	29	28	30

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1907, S. 344.

Digitized by Google

An einer 700 KW-Turbine mit 3000 Umdr. findet derselbe Beobachter[1]) im Mitteldruckteil ohne Angabe der Schaufellänge, aber unter Erwähnung, daß das Spiel 1,6 mm betragen habe, am Mitteldruckteil $\zeta_s = 0,24$ und nimmt an, daß bei großen Einheiten $\zeta_s = 0,20$ erreichbar sei. Schröter[2]) fand bei einer Melms- und Pfenninger-Turbine von 500 KW Leistung bei 2500 Umdr. im Hochdruck $\zeta_s = 0,4 - 0,47$, im Niederdruckteil $\zeta_s = 0,32 - 0,36$.

Gensecke[3]) untersuchte eine 300 KW-Parsons-Turbine mit 2400 Uml./min und konstatiert im Hochdruckteil die ungleich höheren Verluste $\zeta_s = 0,6$, im Mitteldruckteil $\zeta_s = 0,38$, im Niederdruckteil $\zeta_s = 0,42$, bei 1 mm Schaufelspiel.

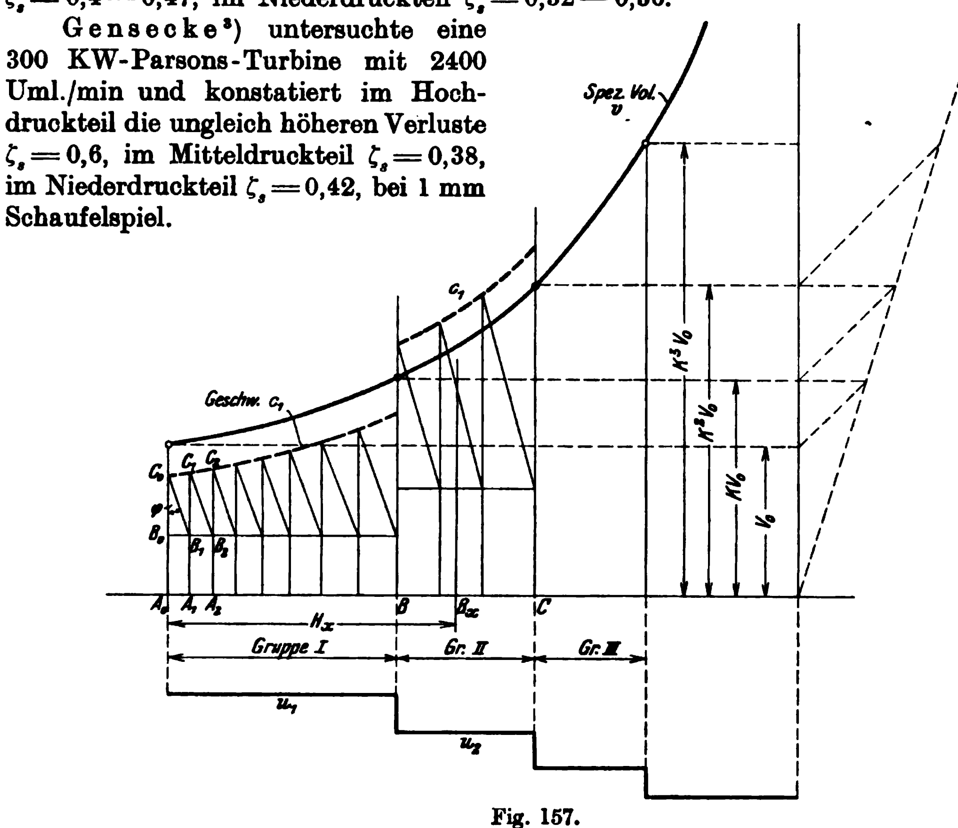


Fig. 157.

Darstellung der Zustandsgrößen als Abhängige des Wärmegefälles.

Wir tragen in Fig. 157 das zum beliebigen Punkt P_x der Zustandskurve gehörende Wärmegefälle

$$H_x = i_0 - i_x$$

als Abszisse $A_0 B_x$ vom Punkte A_0 nach rechts auf, und als deren Abhängige das zu P_x gehörende spezifische Volumen v_x, und zweckmäßigerweise auch den Druck, als Ordinaten ein.

Wahl der Umfangsgeschwindigkeit u.

Je größer diese sein darf, desto besser für die Dampfausnutzung; doch wird uns durch zwei Rücksichten eine Grenze gesteckt. Der Eintrittsquerschnitt, der aus dem voraussichtlichen Wirkungsgrade und der Leistung (mithin der Dampfmenge) von vornherein berechnet werden kann, erweist sich selbst bei 1000 PS Leistung so klein, daß bei etwa 1500 Umdrehungen und über 50 m betragender Umfangsgeschwindigkeit die Schaufeln der voll beaufschlagten Turbine nur

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1908, S. 1348.
[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1906, S. 1811.
[3]) S. den Abschn. über die Parsons-Turbine.

Digitized by Google

wenige Millimeter lang werden. Wegen des Verlustes im Ringspalt über den Schaufelenden wird man indes bei 100 PS wohl mindestens 10 mm, bei 1000 PS 25—30 mm, bei größeren Einheiten entsprechend mehr als Schaufellänge fordern. Wir werden daher mit Umfangsgeschwindigkeiten von 30—40 m anfangen. Bei den langen Schaufeln der letzten Räder spielt hingegen der Spalt keine Rolle mehr; hier wird u so groß gewählt, wie es die Festigkeit der Räder bzw. der Schaufelbefestigung zuläßt.

Wir bauen die Turbine demgemäß aus zwei oder mehreren, im allgemeinen drei Trommeln auf und verteilen das Gesamtgefälle nach Belieben, im allgemeinen zweckmäßig etwa so, daß die größte Trommel die Hälfte und die kleineren zusammengenommen die andere Hälfte des Gefälles aufbrauchen. So ist in Fig. 157 AB der Gefällsanteil der ersten, BC derjenige der zweiten Trommel usw., für welche die konstanten Umfangsgeschwindigkeiten u_1, u_2, ... nach abwärts aufgetragen worden sind und ein Bild der ganzen Lauftrommel, freilich in verzerrtem Längenmaßstabe, darstellen.

Wahl der Winkel.

Je kleiner die Austrittswinkel am Leit- und Laufrade, d. h. α_1 und β_2, sind, desto mehr Gefälle zehren wir bei gegebener Dampf- und Umfangsgeschwindigkeit in einer Turbine auf, desto kleiner wird die Stufenzahl, was günstig wäre. Allein zu kleine Winkel bedingen schmale und lange Kanäle, vergrößern hierdurch die Dampfreibung und rufen durch die im Verhältnis größere Schaufeldicke stärkere Querschnittserweiterungen, Wirbel hervor. Als praktisches Mittel wird der Wert $\alpha_1 = \beta_2 = 20$ bis 25^0 gelten können. An den letzten Rädern finden wir aus später anzuführenden Gründen Winkel bis zu 40 und 50^0 vor.

Die Wahl der Dampfgeschwindigkeit

sollte mit Rücksicht auf das Bestreben getroffen werden, eine Turbine mit kleinstmöglichen Reibungsverlusten zu erhalten. Da die Reibung mit dem Quadrate der Geschwindigkeit und mit der Länge des Reibungsweges, d. h. mit der Zahl der Turbinen, wächst, so wird es einen günstigen Wert für c_1 geben, der jedoch derzeit nicht genau ermittelbar ist. Machen wir c_1 klein, etwa so, daß wie bei hydraulischen Turbinen c_2 axial gerichtet würde, so verbrauchen wir in einem Rade zu wenig Gefälle und erhalten zu viele Stufen, einen zu großen Reibungsweg, zu viele Schaufelstöße, die wohl im Widerstandsverlust eine besondere Rolle spielen und vor allem eine lange, teuere Turbine. Machen wir c_1 groß, dann erhalten wir wohl wenig Räder, allein die Reibung steigt, weil c_1^2 zu rasch wächst. Ein richtiges praktisches Mittel scheint

$$\frac{u}{c_1} = 0{,}5 \ldots 0{,}3$$

zu sein. Bei Schiffsturbinen ist man gezwungen, weit tiefer, selbst unter 0,2 zu gehen, um mit kleinen Umfangsgeschwindigkeiten auszukommen.

Gruppen gleicher Schaufellänge.

Aus der Stetigkeitsbeziehung

$$Gv = fc_1$$

folgt, daß für eine Stufengruppe mit unveränderlichen Winkeln und Schaufellängen, d. h. konstantem Austrittsquerschnitt f die Dampfgeschwindigkeit c_1 dem spezifischen Volumen direkt proportional ist. Haben wir uns also über das c_1


Digitized by Google

beim Eintritt entschieden, so ist die Geschwindigkeit für die folgenden Stufen der ersten Gruppe durch eine der V-Kurve ähnliche Linie dargestellt. Die Geschwindigkeit der letzten Stufe der Gruppe soll nicht mehr als das 1,4 oder 2fache der ersten sein, und dies liefert eine konsequente Einteilung des ganzen Gefälles, indem man auf der Volumenkurve die Werte

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{I}} &= k v_0, \\ v_{\mathrm{II}} &= k v_{\mathrm{I}} = k^2 v_0, \\ v_{\mathrm{III}} &= k v_{\mathrm{II}} = k^3 v_0, \\ v_{\mathrm{IV}} &= k v_{\mathrm{III}} = k^4 v_0 \ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

bezeichnet, sofern v_0 das spezifische Volumen im Anfang und k das oben angeführte konstante Verhältnis bedeutet. Eine graphische Konstruktion ist punktiert am rechten Rande der Figur angedeutet[1]). Natürlich darf eine Gruppe nicht zur Hälfte auf der einen, zur anderen Hälfte auf der benachbarten Trommel liegen, und man muß die Einteilung entsprechend abändern.

Das Verhältnis $u : c_1$ ist jetzt von Stufe zu Stufe veränderlich, der Mittelwert desselben für jede Gruppe sollte indes ungefähr den gleichen Wert besitzen.

Das Einzelgefälle.

Bei großer Stufenzahl wird die Austrittsgeschwindigkeit c_2 eines bestimmten Rades wenig verschieden sein von der Austrittsgeschwindigkeit der unmittelbar vorhergehenden Turbine. Wir vernachlässigen den Unterschied zunächst ganz und setzen mithin z. B. unter Bezugnahme auf zwei Systeme a und b $c_{2a} = c_{2b}$, so daß $c_{1b}^2 - c_{2a}^2 = c_{1b}^2 - c_{2b}^2$ wird. Lassen wir den Index b weg, so lauten die Energiegleichungen für eine beliebige Zwischenturbine bei kongruenter Leit- und Laufschaufel:

$$h' = i_0 - i_1 = A\,\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = A\,\frac{c_1^2 - w_1^2}{2g}$$

$$h'' = i_1 - i_2 = A\,\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = A\,\frac{c_1^2 - w_1^2}{2g}.$$

Das in Leit- und Laufrad aufgezehrte Wärmegefälle ist gleichgroß, wir haben angenähert halben Reaktionsgrad. Durch Addition von h' und h'' folgt das

$$\text{Einzelgefälle für eine Stufe}^{2)}\quad h = A\,\frac{c_1^2 - w_1^2}{g} \quad \ldots \quad (7)$$

wofür man nach dem Kosinussatz auch schreiben kann

$$h = (2c_1 \cos\alpha_1 - u)\,\frac{u}{g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7a)$$

und diese Formel lehrt, daß unter unseren vereinfachenden Annahmen

[1]) Um im kleinen Maßstab auszukommen, ist auf jeder Trommel (konst. u) nur eine Gruppe angenommen; in Wirklichkeit gibt es deren stets mehrere.

[2]) Mit Rücksicht auf Fig. 158 (Seite 190) kann h auch in der Gestalt

$$h = A\,\frac{c_1^2 - w_1^2}{g} = A\,\frac{(c_1'^2 + c''^2) - (w_1'^2 + c''^2)}{g} = A\,\frac{c_1'^2 - w_1'^2}{g} = \frac{A}{g}\,(c_1' + w_1')\,(c_1' - w_1')$$

geschrieben und das geometrische Mittel $(c_1' + w_1')\,(c_1' - w_1')$ graphisch erhalten werden, indem man von O_1 aus mit c_1' den Kreis schlägt und im Endpunkte von w_1' die Lotrechte errichtet. Der bis zum Kreise reichende Abschnitt c_x dieser Lotrechten ist das verlangte Mittel, und somit ist

$$h = A\,\frac{c_x^2}{g}.$$

Digitized by Google

das Einzelgefälle mit der Einzelleistung identisch wird (wie sich bei streng gleichgroßer Zu- und Abflußgeschwindigkeit von selbst versteht). Nun müßte Stufe für Stufe das h gerechnet und aneinandergereiht werden, bis das Gefälle aufgebraucht ist. Diese Arbeit läßt sich graphisch bequem erledigen, indem man für

$$h = \left(c_1 - \frac{u}{2\cos\alpha_1}\right)\frac{A u \, 2\cos\alpha_1}{g}$$

schreibt, oder dies mit den Abkürzungen

$$u' = \frac{u}{2\cos\alpha_1}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{A u \, 2\cos\alpha_1}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

auf die Form

$$h = (c_1 - u')\operatorname{tg}\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8a)$$

bringt, worauf in Fig. 157 für die erste Stufe $A_0B_0 = u'$, $A_0C_0 = c_1$ gemacht, in C_0 der Winkel φ abgetragen wird, und $B_0B_1 = A_0A_1$ das Einzelgefälle ergibt. Bei einer Gruppe mit Schaufeln von gleicher Länge brauchen wir also für die zweite Stufe nur $C_1B_2 \parallel C_0B_1$ zu ziehen, um in $B_1B_2 = A_1A_2$ das Einzelgefälle zu erhalten, und so fort für die übrigen, bis das Gefälle der betreffenden Gruppe erledigt ist. Bei nicht stimmendem Endpunkt muß die Gruppeneinteilung oder eine andere Größe entsprechend geändert werden. So ergibt sich die Stufenzahl und durch die Schnitte der Teilungsvertikalen Druck und Volumen zu jeder Stufe.

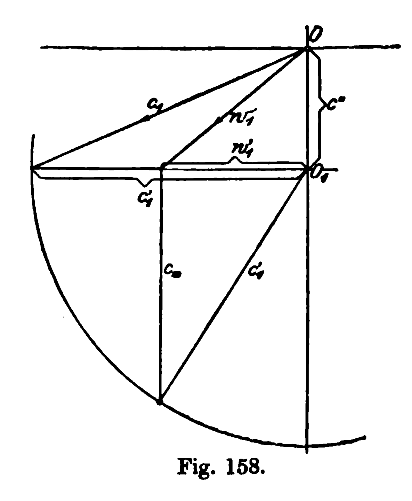


Fig. 158.

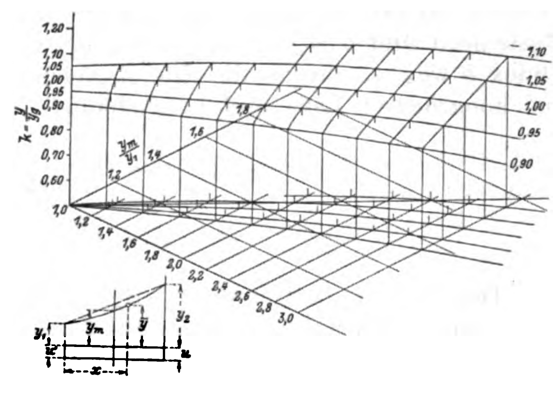


Fig. 159.

Enthält diese Gruppe eine große Zahl (etwa > 10) Stufen, so kann man sich das Ziehen der einzelnen Schnittlinien ersparen, indem man einen geeigneten **Mittelwert der Geschwindigkeit $\bar{c}_1$** herausgreift und mit diesem den **Mittelwert des Gefälles**

$$\bar{h} = (2\bar{c}_1 \cos\alpha_1 - u)\frac{u}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

für die betreffende Gruppe mit Schaufeln gleicher Länge berechnet. Ist das Gesamtgefälle dieser Gruppe gleich H_1, so findet man die Stufenzahl

$$z_1 = \frac{H_1}{\bar{h}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9a)$$

und ähnlich für andere Gruppen.

Was den Mittelwert $\bar{c}_1$ der Geschwindigkeit anbelangt, so kann dafür das geometrische Mittel des Anfangs- und des Endwertes genommen werden; genauer betrachtet hängt derselbe von der Form der Geschwindigkeitskurve ab.


Digitized by Google

Durch Lösung einer Anzahl von Beispielen ergab sich der in Fig. 159 dargestellte Zusammenhang. Wir bezeichnen den Wert von $c_1 - u'$ (in Formel 8a) am Anfang einer Gruppe mit y_1, in der Mitte der Gefällstrecke mit y_m und am Ende mit y_2. Die Verhältnisse y_2/y_1 und y_m/y_1 sind in der Figur auf der X- bzw. der Y-Achse aufgetragen Berechnen wir nun das geometrische Mittel $y_g = \sqrt{y_1 y_2}$, so kann man den für unsere Aufgabe in Betracht kommenden Mittelwert $\overline{y}$ als Produkt des geometrischen Mittels und einer Beizahl k

$$\overline{y} = k y_g$$

darstellen. Die Werte von k sind als Z-Koordinaten aufgetragen. Die entstehende Fläche ist durch eine Anzahl horizontaler Ebenen geschnitten und die Schnittlinien sind auf die XY-Ebene projiziert worden, was die Auffindung zugehöriger Punkte erleichtert. Beispielsweise findet man zu $y_2 : y_1 = 2{,}8$ und $y_m : y_1 = 1{,}6$ den Wert $k = 0{,}95$. Die Krümmung der c_1- bzw. v-Kurve wird durch die verhältnismäßige Größe von y_m/y_1 dargestellt; je kleiner dies Verhältnis gegen y_2/y_1, desto stärker ist die Kurve gekrümmt. Die Werte, die einem geraden Stück der v-Kurve zugeordnet sind, werden durch die schiefe Gerade in der XY-Ebene verbunden. Aus $\overline{y}$ findet man $\overline{c_1} = u' + \overline{y}$.

Für die gewöhnlich vorkommenden Verhältnisse ist $y_2 : y_1 = 1{,}2$ bis $1{,}4$; man kann unbedenklich $k = 1$ setzen, und in weiterer Annäherung mit dem geometrischen Mittel der Anfangs- und der Endgeschwindigkeit selbst, d. h. mit

$$\overline{c_1} = \sqrt{c_{1a} c_{1e}},$$

rechnen.

Berichtigung der Dampfgeschwindigkeiten mit Rücksicht auf die begangenen Vernachlässigungen.

Von vornherein sei bemerkt, daß die vorhin erläuterte Methode für praktische Zwecke hinlänglich genau ist, und eine Berichtigung nur in Fällen angebracht sein dürfte, wo man über die Verluste verschiedener Art, auf welchen die Zustandskurve aufgebaut ist, durch die Erfahrung bestätigte genauere Angaben besitzt.

Das wahre Gefälle der Turbine a beträgt (mit $2g$ vermehrt) $2g h_{a\,eff} = A\,(c_{1a}^2 - c_{0a}^2 + w_{2a}^2 - w_{1a}^2)$, was wir $= A\,(c_{1a}^2 - w_{1a}^2 + w_{2a}^2 - c_{2a}^2) + A\,(c_{2a}^2 - c_{0a}^2)$ schreiben, wobei c_{0a} die Zuflußgeschwindigkeit des Dampfes bedeutet. Der Klammerausdruck ist aber, wie wir oben gesehen haben, gleich dem angenäherten Gefälle $\times\, 2g$. Wir erhalten daher

$$2g h_{a\,eff} = 2g h_{a\,ang} + A\,(c_{2a}^2 - c_{0a}^2)$$

und ähnlich

$$2g h_{b\,eff} = 2g h_{b\,ang} + A\,(c_{2b}^2 - b_{2a}^2),$$

$$2g h_{c\,eff} = 2g h_{c\,ang} + A\,(c_{2c}^2 - c_{2b}^2),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

für die letzte Stufe

$$2g h_{r\,eff} = 2g h_{r\,ang} + A\,(c_{2r}^2 - c_{2r-1}^2).$$

Durch Summation dieser Einzelgefälle für eine Gruppe entsteht

$$H_{eff} = H_{ang} + \frac{A}{2g}\,(c_{2r}^2 - c_{0a}^2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Es wird also im ganzen um den Betrag

$$\Delta H = A\,(c_{2r}^2 - c_{0a}^2)/2g$$

mehr Gefälle aufgebraucht als das angenäherte Verfahren ergibt.

Man darf aber ΔH nicht einfach anfügen, da dann die Einteilung des Gefälles auf die Einzelstufen nicht mehr stimmt. Damit das für die Gruppe vorgeschriebene H_{eff} bleibt, müßte man vielmehr alle Geschwindigkeiten im Verhältnis

$$\sqrt{H_{ang}/H_{eff}}$$

verkleinern, während die Stufenzahl und die Einteilung des Gefälles bleibt. Aus praktischen Gründen wird man die einmal festgesetzte Umfangsgeschwindigkeit nicht gern abändern, und in diesem Falle ist das obige Verkleinerungsverhältnis mit einem Berichtigungsfaktor zu versehen, den man sich an Hand einiger Proberechnungen ermitteln müßte.

Wirkungsgrad, Dampfverbrauch, Schaufelabmessungen.

Die im ganzen verfügbare Arbeit in WE pro 1 kg Dampf ist

$$H_0 = i_0 - i_k'.$$

Der Arbeitsdampf liefert eine indizierte (innere) Arbeit in WE



$$H_i = i_0 - i_k - A\frac{c_2^2}{2g} = H_0 - H_2 - A\frac{c_2^2}{2g},$$

wo c_2 die absolute Auslaßgeschwindigkeit des letzten Laufrades bedeutet.

Der indizierte Wirkungsgrad ist demnach

$$\eta_i = \frac{H_i}{H_0}.$$

Der Verbrauch an Arbeitsdampf für die indizierte PS-st

$$G_i = \frac{632}{H_i}.$$

Ist G_{sek} die Arbeitsdampfmenge pro Sekunde, so ist die indizierte Leistung

$$N_i = \frac{G_{sek} H_i}{A\,75}.$$

Die effektive Leistung wird

$$N_e = N_i - N_r = \eta_{mech} N_i.$$

Die gesamte sekundliche Dampfmenge ist die Summe der Arbeitsdampfmenge G_{sek} und des Undichtheitsverlustes im Labyrinth G'

$$G_t = G_{sek} + G',$$

daher der gesamte Dampfverbrauch für die PS_e und Stunde

$$G_e = \frac{3600\, G_t}{N_e}.$$

Falls ein Teil des Labyrinthdampfes einer Zwischenstufe der Turbine zufließt, so ist die Verschiedenheit der arbeitenden Dampfgewichte und der entsprechende Gewinn an Arbeit in Rechnung zu stellen.

Für den Neuentwurf wird N_e vorgeschrieben sein; man wird η_m, G'/G_{sek} schätzen und

$$G_{sek} = \frac{75\,A}{H_i} N_i$$

berechnen, welches zur Bestimmung der Schaufellängen dient. Wir erhalten den axialen Reinquerschnitt für den Leitradaustritt und Laufradeintritt

$$F_{1z} = F'_{1z} = \frac{G_{sek}\, v}{c_{1z}} = \pi D a_1,$$

ebenso für den Laufradaustritt und Leitradeintritt

$$F_{2z} = \frac{G_{sek}\, v}{w_{2z}} = \pi D a_2,$$

aus welchen die theoretischen Schaufellängen $a_1 a_2$ berechnet werden. Für die wahren Längen gilt das bei der einstufigen Turbine Gesagte.

Ein Zahlenbeispiel

bringen wir in ausführlicher Form im Abschnitte über die Schiffsturbine.

b) Genauere Ermittelung der Zustandskurve aus den Geschwindigkeiten und den bekannt vorausgesetzten Widerstandskoeffizienten.

Wir denken uns die Geschwindigkeit und die sonstigen maßgebenden Größen jeder Stufe in gleichweit abliegenden Punkten der Abszissenachse B (Fig. 160) aufgetragen. Unbekannt ist die Stufenzahl — angenommen wird der Verlauf


Digitized by Google

der Geschwindigkeit c_1 und u. Erstere muß einen hyperbelartigen Verlauf zeigen und in Absätzen von einem kleineren auf einen größeren Wert steigen, wenn wir Gruppen mit gleichen Schaufellängen erzielen wollen. Die Umfangsgeschwindigkeit steigt in gleichviel Staffeln hinauf als wir Trommelabsätze haben. Im allgemeinen wird sich empfehlen, mit Hilfe einer schätzungsweise angenommenen Zustandskurve nach der vorhin erläuterten Methode einen Vorentwurf durchzurechnen, damit man in bezug auf die Geschwindigkeiten von vornherein günstige Annahmen treffen kann.

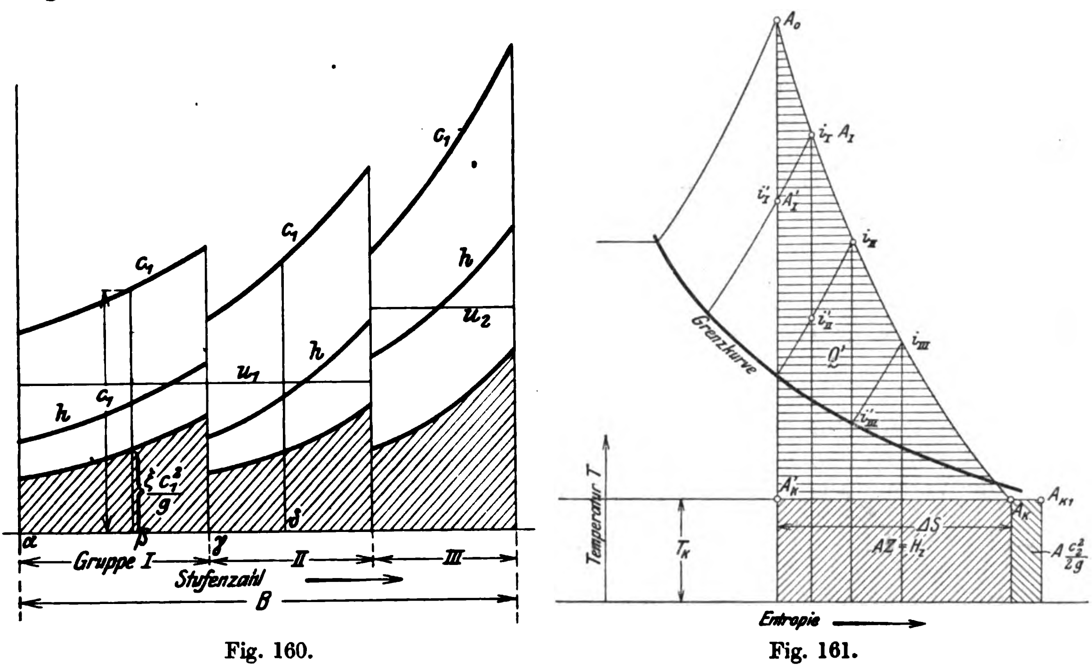


Fig. 160. Fig. 161.

Für einige herausgegriffene Turbinen α, β, γ, δ ... entwerfen wir die Geschwindigkeitsdreiecke und ermitteln das nutzbare Gefälle

$$h = A\frac{c_1^2 - w_1^2}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

tragen dieses in die Figur ein und verbinden die Endpunkte durch stetige Kurven. Die Summierung der sämtlichen Teilgefälle müßte das wirksame Gefälle, d. h.

$$\Sigma h = i_0 - i_k = H_w$$

ergeben. Man kann diese Summe als Produkt aus der Zahl z der Stufen und dem **mittleren Gefälle** h_m darstellen, welch letzteres man erhält, indem man den Inhalt der von der h-Kurve, den Endordinaten und der Abszissenachse eingeschlossenen Fläche bestimmt und durch die Länge der Grundlinie teilt. Daher besteht die Gleichung

$$\Sigma h = z h_m = i_0 - i_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Wäre die Zustandskurve $A_0 A_k$ (Fig. 161) festgelegt, so wäre i_k bekannt, und man könnte hieraus die Zahl der Stufen berechnen. Dies war die vom Verfasser früher angewendete Methode, die nun durch eine naheliegende Erweiterung so abgeändert werden kann, daß die Zustandskurve aus der Reibungsarbeit jeder Einzelstufe heraus entwickelt wird[1]). Wir machen die Annahme, daß die Reibungsarbeit in Wärmemaß durch den Ansatz

[1]) Vergl. auch Jasinsky, Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1908, S. 405.

Digitized by Google

$$h_r = 2A\zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

wiedergegeben werden kann, wobei durch den Faktor 2 die Summierung über Leit- und Laufschaufel einer Stufe ausgedrückt ist. Da der Koeffizient ζ_1 von der Schaufellänge und dem radialen Spiel abhängt, muß freilich auch hier eine vorläufige Annahme über dessen Zahlengröße gemacht werden. Trägt man h_r bzw. $\zeta_1 c_1^2/g$ für die vorhin herausgegriffenen Teilturbinen in die Figur ein, so kann durch Planimetrieren dessen Mittelwert h_{rm} ermittelt werden, und es gilt die Gleichung

$$\Sigma h_r = z h_{rm} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

mit noch unbekanntem z.

Die Summe der Reibungswärmen Σh_r bildet die gesamte Reibungsarbeit, die im Entropiediagramm (Fig. 161) durch die mit Q' und H_s bezeichneten Flächen dargestellt wird. Ersetzen wir näherungsweise die Zustandskurve durch eine Gerade, so wird

$$Q' = (T_0 - T_k)\frac{\Delta S}{2}; \qquad H_s = T_k \Delta S;$$

daher $\Sigma h_r = Q' + H_s = \left[1 + \frac{T_0 - T_k}{2T_k}\right] H_s$, oder mit der Abkürzung $\frac{T_0 - T_k}{2T_k} = \varepsilon$

die Reibungswärme $\Sigma h_r = (1+\varepsilon) H_s \quad \ldots \ldots \quad (5)$

Ist von Anfang an bekannt, ob die Zustandskurve nach innen oder nach außen durchgebogen ist, kann an ε ein Besichtigungsfaktor angebracht werden.

Die Verbindung von Gl. (5) und (4) liefert

$$H_s = \frac{z h_{rm}}{1+\varepsilon} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Das adiabatische Gefälle H_0 kann aber in die Teilgefälle

$$H_0 = i_0 - i_k' = (i_0 - i_k) + (i_k - i_k') = \Sigma h + H_s$$

zerlegt werden, was nach Einführung der Werte (3) und (5)

$$H_0 = z\left(h_m + \frac{h_{rm}}{1+\varepsilon}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

gibt und zur Berechnung des endgültigen Wertes der Stufenzahl z dient.

Eigentlich müßte von H_0 dasjenige kleine Gefälle abgezogen werden, welches zur Beschleunigung des Dampfes in der ersten Leitschaufel auf eine Geschwindigkeit w_1 erforderlich ist, damit auch für die erste Stufe das Gefälle durch Formel (1) ausdrückbar sei. Ebenso dürfte die Auslaßgeschwindigkeit beim Übergang von einer Trommel zur anderen verloren gegeben und ein entsprechender Abzug von H_0 gemacht werden.

Nun kann die wahre Zustandskurve ermittelt werden, indem man die Grundlinie in Fig. 160 in z gleiche Teile teilt und Stufe für Stufe das Nutzgefälle h gemäß Formel (1) und die Reibungsarbeit $h_r = A\zeta_1 c_1^2/g$ rechnet. Letztere unterscheidet sich so wenig vom kinetischen Energieverlust h_s, daß wir unbedenklich

$$h_s = A\zeta_1 \frac{c_1^2}{g}$$

setzen können, worauf sich das adiabatische Gefälle

$$h_0 = h + h_s,$$

daher der Wärmeinhalt $i' = i_0 - h_0$ der adiabatischen Expansion in der fraglichen Stufe, und aus der Beziehung $i = i' + h_s$ auf der zugehörigen Drucklinie der



Wärmeinhalt i und ein Punkt der wahren Zustandskurve ermitteln läßt. Da dies Verfahren für alle Stufen durchzuführen sehr zeitraubend wäre, wird man zu der Annäherung greifen, mehrere Stufen zu Gruppen zusammenzufassen (die auch mit den Gruppen gleicher Schaufellänge übereinstimmen dürfen) und wird nun

$$H_{z_I} = A \sum_1^{z_1} \zeta_1 \frac{c_1^2}{g}; \qquad H_{z_{II}} = A \sum_1^{z_2} \zeta_1 \frac{c_1^2}{g} \text{ usw.} \ldots.$$

anderseits die Summen der nutzbaren Gefälle

$$H_I = \sum_1^{z_1} h; \quad H_{II} = \sum_1^{z_2} h \text{ usw.} \ldots.$$

bilden. Vernachlässigt man den Flächeninhalt des kleinen Dreieckes $A_0 A_I A_I'$ (Fig. 161), so ist hiernach für die erste Gruppe das adiabatische Gefälle

$$H_I' = i_0 - i_I' = H_I + H_{Iz},$$

woraus sich i_I' mit dem zugehörigen Druck p_1 ergibt. Suchen wir auf dieser Drucklinie den Punkt

$$i_I = i_I' + H_{Iz},$$

so gelangen wir um so genauer zu einem Punkte der wahren Zustandskurve, je kleiner die Zahl der in eine Gruppe zusammengefaßten Stufen ist.

Für die zweite Gruppe ist ähnlich

$$H_{II}' = i_I - i_{II}' = H_{II} + H_{IIz},$$

woraus p_2, und

$$i_{II} = i_{II}' + H_{IIz}$$

und so fort für die übrigen. Zum Schluß kann eine kleine Korrektur notwendig werden, falls wir ε unrichtig eingeschätzt hatten.

Aus der festgelegten Zustandskurve kann das spezifische Volumen in das Stufendiagramm eingezeichnet und die Schaufellänge usw. berechnet werden.

Zahlenbeispiel.[1])

Der Anfangszustand sei $p_1 = 8{,}11$ kg/qcm abs., $t_1 = 243^0$ C, der Kondensatordruck $p_k = 0{,}09$ kg/qcm abs. Im Entropiediagramm (Fig. 162) wird der Schätzung nach die Zustandskurve a von A nach B durchgelegt, und aus dieser nach dem ersten Verfahren dieses Abschnittes die Turbine vorläufig berechnet. Hierauf tragen wir in Fig. 162 das Volumen v als Funktion der Stufenzahl auf, und schreiten zum genaueren Entwurf, indem wir den Einzelwiderstandskoeffizienten auf Grund der in Abschn. 62 besprochenen Versuche in Abhängigkeit bringen vom Schaufelspiel x und der Schaufellänge a. Wir wählen den Ansatz

$$\zeta = 0{,}12 + 4\frac{x}{a}.$$

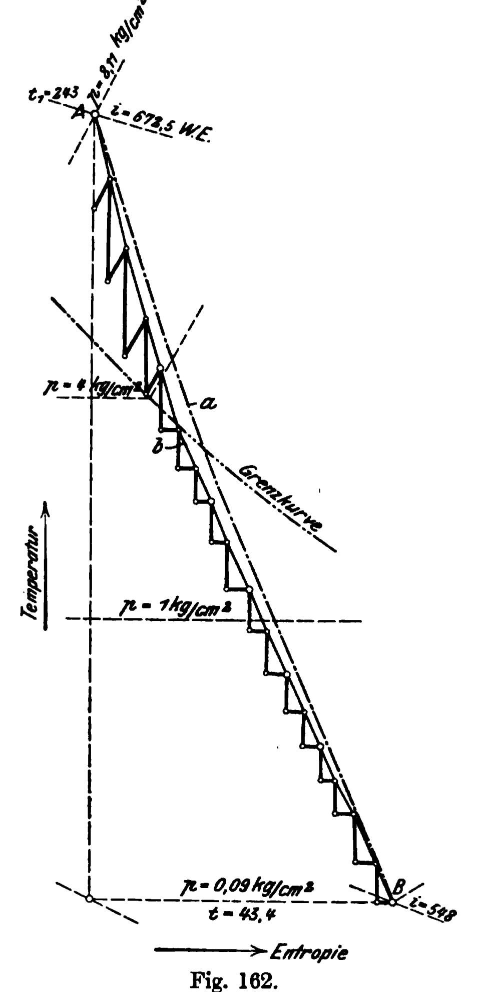


Fig. 162.

[1]) Von Hrn. Ing. Ziegler durchgeführt.

Digitized by Google

Das Spiel x sei für Leit- und Laufschaufel durchwegs 1 mm; die vorläufige Schaufellänge ist aus dem Vorentwurfe bekannt, so daß auch ζ für irgendeine Stufe berechnet werden kann. In Fig. 163 ist die Gruppeneinteilung und die Geschwindigkeit c_1, ferner die Reibungswärme h_r und das nutzbare Einzelgefälle h eingetragen. Durch Planimetrieren findet man $h_m = 1{,}92$ WE, $h_{rm} = 0{,}734$ WE, aus den Temperaturen $\varepsilon = 0{,}318$, ferner das adiabatische Gesamtgefälle $H_0 = 163{,}5$ WE. Mithin liefert Formel (6)

$$z = \frac{H_0}{h_m + h_{rm}/(1+\varepsilon)} = 66$$

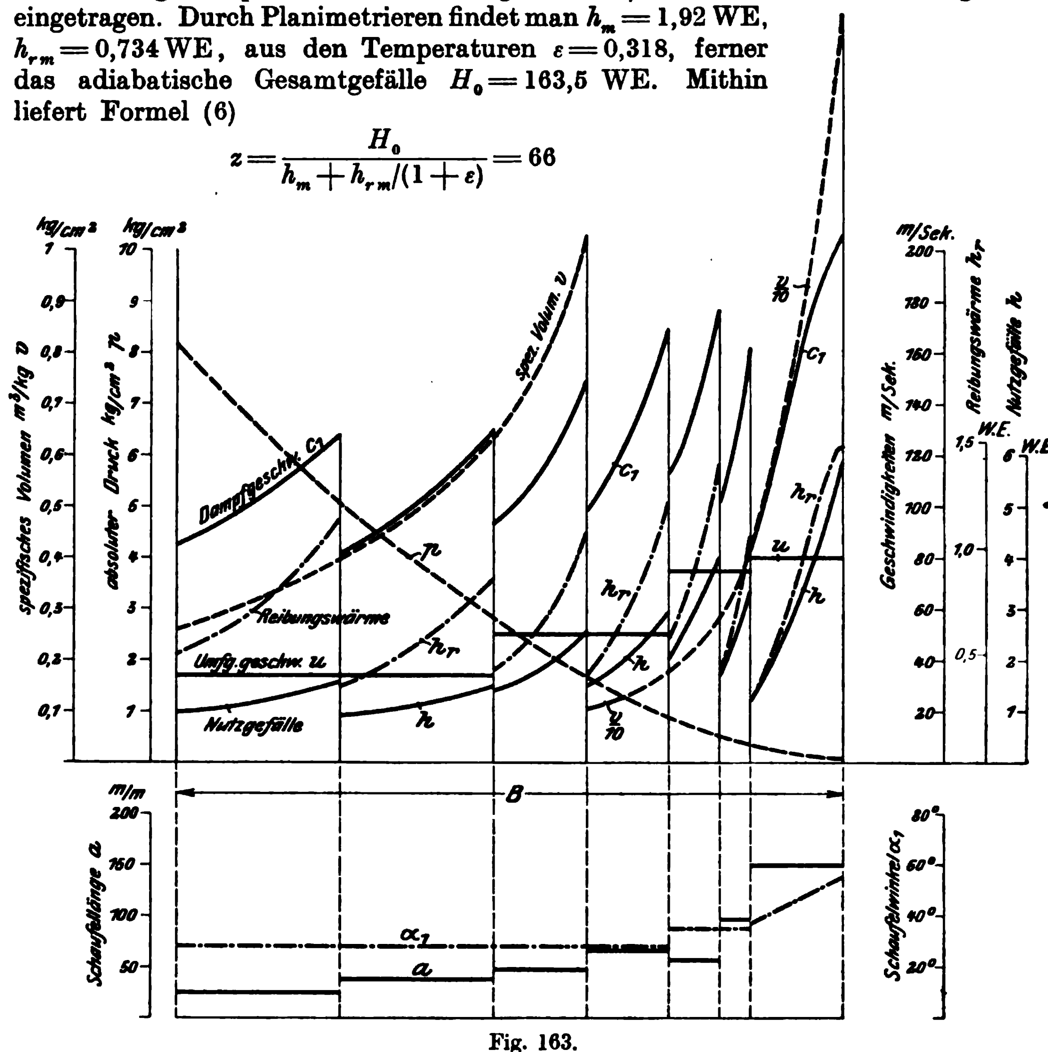


Fig. 163.

als gesamte Stufenzahl. Die hierauf vorgenommene Einzelberechnung der adiabatischen Gruppengefälle liefert die im Entropiediagramm eingezeichnete Zickzacklinie b, deren Eckpunkte sich der probeweise angenommenen Zustandskurve a so weit anschließen, daß eine Wiederholung des Verfahrens überflüssig erscheint. Die Ergebnisse stehen mit dem praktischen Versuch in befriedigender Übereinstimmung.

c) Die „praktische" Berechnungsart der vielstufigen Überdruckturbine.

Im Engineering, J. 1907, Bd. II, S. 799 bringt ein offenbar mit der Parsonsschen Rechnungsmethode vertrauter Gewährsmann folgende Angaben über die „praktische" Berechnung einer Parsons-Turbine.

Besitzen alle Stufen die konstante Umfangsgeschwindigkeit u m/sek, so hängt dieselbe mit der Stufenzahl durch die Beziehung

Digitized by Google

$$u^2 z = \text{konst.} = 150000 \text{ bei } 1200 \text{ Umdr. i. d. Min.},$$
$$u^2 z = \text{konst.} = 240000 \text{ bei } 1500 \text{ Umdr. i. d. Min.}$$

zusammen. Sind mehrere Trommeln I, II, III ... mit den Umfangsgeschwindigkeiten u_I, u_{II}, u_{III} ... und den Stufenzahlen z_I, z_{II}, z_{III} ... vorhanden, so ist die Summe

$$u_I^2 z_I + u_{II}^2 z_{II} + u_{III}^2 z_{III} = \Sigma u^2 z = K$$

der oben angeführten Konstanten gleich zu machen.

Über die Begründung dieser Formel wird mir von praktischer Seite aus England folgendes mitgeteilt: Benützt man $pv = \text{konst.} = k$ als angenäherte Zustandsgleichung, so liefert die Gleichung der lebendigen Kraft $w\,dw/g = -v\,dp$ das Integral

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = +k \lg n \frac{p_1}{p_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

für das Laufrad und eine ähnliche Gleichung für das Leitrad. Für die winkelgleiche Turbine sei $w_2 = c_1$; $w_1 = c_2$ und c_2 vernachlässigbar gegen c_1, dann ist das in einer Stufe ausgenützte Gefälle

$$\frac{c_1^2}{2g} + \frac{w_2^2}{2g} = 2\frac{c_1^2}{2g} = k \lg n \frac{p_0}{p_1} + k \lg n \frac{p_1}{p_2} = k \lg n \frac{p_0}{p_2} \quad \ldots \ldots \quad (1\text{a})$$

Bilden wir die Summe über alle Stufen, so wird

$$\sum \frac{c_1^2}{g} = k \lg n \frac{p_0}{p_2} + k \lg n \frac{p_2}{p_4} + \ldots = k \lg n \frac{p_0}{p_k} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

wo p_0 der Anfangs-, p_k der Kondensatordruck ist.

Man setzt voraus, daß das Verhältnis $\frac{u}{c_1} = \xi$ für alle Turbinen dasselbe ist, so daß die linke Seite von (2) die Form $\Sigma u^2/g\xi^2$ annimmt. Unterscheidet man wie oben die Gruppen z_I, z_{II} ..., so wird $\Sigma u^2 z = z_I u_I^2 + z_{II} u_{II}^2 + \ldots$ und wir erhalten

$$\Sigma u^2 z = g k \xi^2 \lg n \frac{p_0}{p_k} = K \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

wodurch die Elemente, aus denen sich die Konstante zusammensetzt, klargelegt sind.

Beispielsweise ist für $k_0 = 10$ Atm., $p_k = 0{,}06$ Atm., $t_0 = 300^\circ$ C bei $K = 240000$ das Verhältnis $\xi = 0{,}44$, also ein annehmbarer Mittelwert.

Man wählt wohl im allgemeinen drei Trommeln, deren Durchmesser sich wie $1 : \sqrt{2} : (\sqrt{2})^2 = 1 : \sqrt{2} : 2$ verhalten, und verteilt die Leistungen im Verhältnisse $1:1:2$, d. h. die Trommeln nehmen der Reihe nach $1/4$, $1/4$ und $1/2$ der Gesamtleistung auf. Nachdem die Arbeit bei Gleichheit der Zu- und Abflußgeschwindigkeit dem tatsächlichen Wärmegefälle gleich ist und dieses hier durch $k \lg n\,(p_0/p_k)$ oder $k \lg n\,(v_k/v_0)$ dargestellt wird, bedeutet dies, wenn wir mit v_I, v_{II} die spezifischen Rauminhalte am Ende der I. bzw. der II. Trommel bezeichnen, daß die Beziehungen

$$\lg n \frac{v_I}{v_0} = \frac{1}{4} \lg n \frac{v_k}{v_0}; \quad \lg n \frac{v_{II}}{v_I} = \frac{1}{4} \lg n \frac{v_k}{v_0}; \quad \lg n \frac{v_k}{v_{II}} = \frac{1}{2} \lg n \frac{v_k}{v_0}$$

oder

$$\frac{v_I}{v_0} = \sqrt[4]{\frac{v_k}{v_0}}; \quad \frac{v_{II}}{v_I} = \sqrt[4]{\frac{v_k}{v_0}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

bestehen müssen, aus welchen man v_I, v_{II} berechnet. Die Einzel-Stufenzahlen erhält man aus den Bedingungen

$$z_I u_I^2 = \tfrac{1}{4} K; \quad z_{II} u_{II}^2 = \tfrac{1}{4} K; \quad z_{III} u_{III}^2 = \tfrac{1}{2} K \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Jede Trommel teilt man nochmals in etwa vier Teile mit gleicher Leistung, und erhält als Volumina der ersten Teilgruppen v_0, v_1, v_2, v_I, die nach Analogie der Gl. (4) durch die Verhältnisse

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_2} = \sqrt[4]{\frac{v_I}{v_0}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

festgelegt werden. Die entsprechenden Leitradquerschnitte der ersten Trommel F_0, F_1, F_2, F_I ... rechnet man aus den Kontinuitätsgleichungen

$$G v_0 = F_0 c_I; \quad G v_1 = F_1 c_I; \quad G v_2 = F_2 c_I; \quad G v_I = F_I c_I,$$

Digitized by Google

in welchen $c_I = u_I/\xi$ ist. Als Querschnitt gilt der ganze Ringquerschnitt zwischen Trommel und Gehäuse, multipliziert mit dem Sinus des Schaufelwinkels (α_1), woraus die Schaufellängen a_0, a_1, a_2, a_I ... berechnet werden. Bei so weit getriebener Unterteilung nimmt man die Schaufellänge für jede Gruppe unveränderlich, als Mittelwert der gerechneten Längen für den Anfang und das Ende der Gruppe an, d. h. $\frac{1}{2}(a_0 + a_1)$; $\frac{1}{2}(a_1 + a_2)$; ...

Die Verluste werden veranschlagt, indem man die Arbeit nach der Formel vom Antrieb $L = (2c_1 \cos\alpha_1 - u)\,u/g$ durch die Annahme $\cos\alpha_1 = 1$ zu $L = (2c_1 - u)\,u/g$ vereinfacht. Als theoretisches Gefälle wird mit Vernachlässigung des c_2^2 neben c_1^2 das Gefälle $2c_1^2/2g$ gerechnet, so daß als scheinbarer Wirkungsgrad der Wert

$$\eta' = 1 - \zeta = \left(1 - \frac{c_1}{u}\right)\frac{u}{c_1}$$

herauskommt.

Zu dieser Rechnungsart ist zu bemerken, daß die Vernachlässigung von c_2^2 neben c_1^2 bei Verhältnissen wie $u : c_1 = 0{,}5$ noch weit mehr bei 0,2 einen erheblichen Fehler bedeutet. Ferner enthält Gl. (1) den grundsätzlichen Fehler, daß auf der rechten Seite die Reibungsarbeit nicht abgezogen ist. Es ist indes nicht schwierig, in diese recht primitive Rechnung Korrektionsfaktoren einzuführen, durch welche die Ergebnisse der Wirklichkeit bedeutend näher gebracht werden. Zu diesem Behufe müßte das Gefälle in Leit- und Laufrad vollständig als: $(c_1^2 - c_0^2 + w_2^2 - w_1^2)/2g$ oder bei kongruenten Schaufeln mit $c_0 = c_2 = w_1$ und $w_2 = c_1$ als $2(c_1^2 - w_1^2)/2g$ angeschrieben werden. Hierin ist $w_1 = \lambda c_1$, wo λ vom Verhältnis $\xi = u/c_1$ abhängt. Man erhielte auf der linken Seite von Gl. (2) $\Sigma(1 - \lambda^2)\,c_1^2/g$; auf der rechten Seite müßte die Reibungsarbeit abgezogen werden, was man durch Vermehrung von lgn p_0/p_k mit einem dem Wirkungsgrade nahe kommenden Faktor ε berücksichtigen kann. So ergäbe sich

$$K = \Sigma u^2 z = \frac{\varepsilon g k \xi^2}{1 - \lambda^2} \operatorname{lgn}\left(\frac{p_0}{p_k}\right)$$

als wesentlich genauerer Wert der Konstanten K, der praktisch für Überschlagsrechnungen in der Tat sehr gute Verwendung finden kann und volle Beachtung verdient.

Was η' anbelangt, so verweisen wir auf die Erörterung über die Veränderlichkeit des Wirkungsgrades (weiter unten).

d) Rechnerisches Verfahren des „Engineering".

Im „Engineering" vom 13. Januar 1905 u. f. und 19. Oktober 1906 u. f. entwickelt H. M. Martin, einer der Herausgeber dieser vornehmsten englischen Fachzeitschrift, ein beachtenswertes rechnerisches Verfahren, in welchem die Frage der rückgewinnbaren Wärme klar behandelt und nützliche analytische Formeln mitgeteilt werden. So wird statt der üblichen parabolischen Funktion für die spezifische Wärme des Wassers in englischem Maß die Formel

$$c = 0{,}5277\, T^{\frac{1}{10}}$$

aufgestellt, woraus für die Entropie der Flüssigkeit der Wert

$$s_f = 5{,}277\, T^{\frac{1}{10}} + \text{konst.},$$

ebenfalls in englischem Maße, folgt. Im weiteren wird die Gleichung der Zustandskurve für die unendlich vielstufige Turbine mit unveränderlichem Einzelwirkungsgrad wie folgt abgeleitet.

Bezeichnet s_1 die Entropie im Anfangszustand, s_f die Entropie des flüssigen Wassers beim Zustande der adiabatischen Expansion auf eine Zwischenstufe mit der Temperator T, ferner s' den ganzen Entropiezuwachs infolge der Reibungsverluste, so ist $-(s_1 - s_f + s')\,dT$ die verfügbare Wärme für die unendlich kleine Expansionsstufe mit dem Temperaturgefälle dT. Ist nun η_1 der scheinbare Einzelwirkungsgrad der Stufe, so wird im Sinne unserer Erläuterung bei der vielstufigen Gleichdruckturbine der Betrag $\zeta = (1 - \eta_1)$ in Wärme verwandelt, die im Entropiediagramm als Flächenstreifen $T ds'$ erscheint. Man erhält also

$$T ds' = -\zeta(s_1 - s_f + s')\,dT$$

oder, wenn wir beide Seiten mit $T^{\zeta - 1}$ multiplizieren und ordnen,


Digitized by Google

$$T^{\zeta} ds' + \zeta T^{\zeta-1} s' dT = d(T^{\zeta} s') = -\zeta(s_1 - s_f) T^{\zeta-1} dT,$$

woraus

$$T^{\zeta} s' = -\zeta s_1 \int T^{\zeta-1} dT + \zeta \int s_f T^{\zeta-1} dT + \text{konst.}$$

folgt. Beide Integrationen sind ausführbar, und die Konstante wird durch die Bedingung bestimmt, daß für $T = T_1$ die Zunahme $s' = 0$ sein muß. Ist bei Kondensatortemperatur T_k die Entropiezunahme s_k', so ist der gesamte Energieverlust AZ die Summe aus $T_k s_k'$ und der kinetischen Auslaßenergie. War also das adiabatische Gefälle $i_1 - i_k = H_0$, so ist die indizierte Arbeit $H_i = H_0 - AZ$ und der indizierte Wirkungsgrad kann berechnet werden.

Martin bezeichnet den tangentialen Eintritt in die Laufschaufel als „Synchronismus" und unterzieht die Stoßverluste bei unsynchronem Gang einer rechnerischen Untersuchung. Er betrachtet dabei die zur Schaufel senkrechte Komponente der relativen Geschwindigkeit als verloren, was zwar nach den hydraulischen Versuchen von Bánki[1]) als übertrieben zu gelten hat, allein der erste korrekt durchgeführte Vergleich dieser Art ist, wofür wir auf die Originalabhandlung verweisen.

Ob man der reinen Rechnung oder der Benutzung von graphischen Tafeln den Vorzug geben will, hängt von der persönlichen Neigung des Konstrukteurs ab. Die Methode Martins bildet den schärfsten Gegensatz zu der im vorhergehenden Abschnitt erläuterten Faustregel-Theorie, und beweist aufs neue, daß wennschon die englischen Ingenieure im allgemeinen der Theorie abhold sind, das Land doch auf technischem Gebiete über sehr gediegene wissenschaftliche Kräfte verfügt.

e) Vielstufige Turbinen mit stetig veränderlicher Umfangs- und Dampfgeschwindigkeit.

Wie die Besprechung angeführter Konstruktionen im praktischen Teil zeigen wird, beginnt die Praxis sich von der sprungweisen Änderung der Schaufellänge zu befreien, um eine möglichst vollkommene mit kleinster Reibungsarbeit behaftete Turbine zu erhalten.

Ein Beispiel dieser Art, das indessen nur zur Veranschaulichung der Verhältnisse dienen und nicht zur Ausführung empfohlen werden soll, ist

die hyperbolische Turbine,

wir nehmen an, daß sowohl u als c_1 nach einem hyperbolischen Gesetz zunehmen, indem wir den Geschwindigkeiten, die zum Abstande x auf der Basis B gehören (vom Anfang an gerechnet), die Werte

$$u_x = \frac{a}{x - x_1}, \qquad c_{1x} = \frac{b}{x - x_1} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

erteilen, worin die a, b, x_1 aus dem kleinsten und größten Wert der Umfangsgeschwindigkeit, nämlich $u = u_1$ für $x = 0$ und $u = u_2$ für $x = B$, und aus dem Anfangswerte von c_{1x}, der c_1 heißen soll, bestimmt werden.

Man findet

$$x_1 = B \frac{u_2}{u_2 - u_1}; \qquad a = B \frac{u_1 u_2}{u_2 - u_1}; \qquad b = a \frac{c_1}{u_1} \quad \ldots \quad (2)$$

und die letzte Eintrittsgeschwindigkeit c_{1n} ergibt sich zu $c_{1n} = c_1 \dfrac{u_2}{u_1}$.

Die Geschwindigkeiten c_{1x} und u_x sind einander proportional.

Wir setzen eine Turbine voraus, bei der die axialen Komponenten von c_1, w_1, w_2, c_2 gleich sind, ferner bei Aktion $\beta_1 = \beta_2$, bei Reaktion $\alpha_1 = \beta_2$ und die Winkel für alle Räder gleich. Als Wärmegefälle pro Einzelturbine ergibt sich nun nach leichter Umgestaltung bei Gleichdruck

$$h_a = \frac{A}{g}(2c_{1x}\cos\alpha - 2u_x)\,u_x \quad \text{bei Überdruck} \quad h_r = \frac{A}{g}(2c_{1x}\cos\alpha - u_x)\,u_x \quad (3)$$

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1909, S. 1492.

Die Stufenzahl bestimmt man unter Vernachlässigung des Eintrittsgefälles aus der Gleichung

$$H_w = \Sigma h_x = \frac{1}{\Delta x} \Sigma h_x \Delta x = \frac{z_0}{B} \int_0^B h_x dx = z_0 h_m$$

Hieraus folgt das mittlere Gefälle $h_m = \frac{1}{B} \int_0^B h_x dx$ . . . . (4)

in welche Formel h_x, c_{1x} und u_x einzuführen sind. Es stellt sich heraus, daß das Integral bestimmbar ist und nach Einführung der geometrischen Mittelwerte der Anfangs- und Endgeschwindigkeiten u_1 und u_2 sowie c_1 und c_{1n}, d. h. der Ausdrücke

$$u_m = \sqrt{u_1 u_2} \qquad c_{1m} = \sqrt{c_1 c_{1n}} \quad . . . . (5)$$

für Gleichdruck den Wert

$$h_{am} = \frac{A}{g} (2c_{1m} \cos \alpha - 2u_m) u_m \quad \text{für Überdruck} \quad h_{rm} = \frac{A}{g} (2c_{1m} \cos \alpha - u_m) u_m \quad (6)$$

ergibt. Hieraus folgt das wichtige Resultat: Bei der „hyperbolischen Turbine" ist das mittlere Radgefälle, mithin auch die Stufenzahl dieselbe, als wenn alle Räder mit dem (konstanten) geometrischen Mittel der Anfangs- und Endwerte der Umfangs- und der Dampfgeschwindigkeiten arbeiten würden.

Außerdem läßt sich nachweisen, daß bei gleich breiten Schaufeln und sofern die Reibungshöhe proportional der Schaufelbreite und dem Quadrate der Dampfgeschwindigkeit gesetzt werden darf, ferner falls das Verhältnis $u_x : c_x$ unverändert bleibt, die gesamte Dampfreibungsarbeit der Turbine nicht von der absoluten Höhe der Geschwindigkeiten abhängt, also gleich groß ist, ob viele oder wenige Stufen gewählt werden.

Diese unter Annahme eines konstanten Widerstandskoeffizienten ausgesprochene hypothetische Folgerung würde theoretisch durch Vermehrung der Stufen gestatten, mit der Umfangsgeschwindigkeit, z. B. bei der Schiffsturbine, beliebig tief herabzugehen, ohne den Wirkungsgrad zu schädigen. Freilich ist zu beachten, daß der Satz sich auf einerlei Systeme (also solche mit gleichem Reaktionsgrad) bezieht, und die Reibung der Trommeln oder Räder nicht berücksichtigt. Wir führen daher im folgenden noch einen etwas genaueren Vergleich durch.

f) Veränderlichkeit des Wirkungsgrades mit der Umfangsgeschwindigkeit. Vergleich mit der vielstufigen Gleichdruckturbine.

Wir haben die gesamte Schaufelreibung einschließlich Undichtheit durch das Schaufelspiel mit $\zeta_s H_0$ in Rechnung gestellt, wo H_0 das gesamte adiabatische Wärmegefälle bedeutet. Ähnlich können wir mit einer für den Vergleich hinreichenden Genauigkeit die Reibungsarbeit einer Stufe zu $\zeta_s h_0$ einschätzen, wenn wir unter h_0 das adiabatische Gefälle dieser Stufe verstehen. Dann ist $1 - \zeta_s$ der scheinbare Wirkungsgrad der Stufe, der sich vom Gesamtwirkungsgrad wie bei der vielstufigen Gleichdruckturbine um den Auslaßverlust und den Berichtigungsfaktor der rückgewinnbaren Wärme unterscheidet. Mit Bezug auf Fig. 152 ist nun $\zeta_s = (i_2 - i_2'') : (i_0 - i_2'')$ oder bei halbem Reaktionsgrad sehr angenähert

$$\zeta_s = \frac{i_1 - i_1'}{i_0 - i_1'} \qquad \text{daher} \qquad \eta_1 = 1 - \zeta_s = \frac{i_0 - i_1}{i_0 - i_1'} \quad . . . . (1)$$


Digitized by Google

Greifen wir auf die Darstellung mit den Einzel-Widerstandskoeffizienten nach Abschn. 62 zurück, so ist zu setzen

$$i_1 - i_1' = A\zeta_1 c_1^2/2g; \quad i_0 - i_1' = A[(1+\zeta_1)c_1 - c_0^2]/2g$$

und es wird

$$\zeta_s = \frac{\zeta_1 c_1^2}{(1+\zeta_1)c_1^2 - c_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_1 = \frac{c_1^2 - c_0^2}{c_1^2 - c_0^2 + \zeta_1 c_1^2} \quad . \quad . \quad (2)$$

Diese Formeln[1]) geben Aufschluß über das Verhältnis der Koeffizienten ζ_s und ζ_1, welches, wie ersichtlich, von dem Verhältnis $c_0 : c_1 = k$ abhängt. Es ist nach Auflösung

$$\zeta_1 = \frac{(1-k)/\zeta_s}{1-\zeta_s}$$

und man findet für verschiedene Werte von ζ_s folgende Werte des ζ_1:

Auf das adiabatische Gefälle bezogener Verlustkoeffizient ζ_s =	0,2			0,3			0,4		
Verhältnis $k = c_0 : c_1$	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7
Auf die kinetische Energie am Schaufelaustritt bezogener Widerstandskoeffizient (für Leit- und Laufschaufel gleich) . . . . ζ_1	0,17	0,12	0,075	0,30	0,21	0,13	0,47	0,33	0,20

Für mittlere Verhältnisse werden wohl meist die Werte $\zeta_s = 0{,}3$ mit $\zeta_1 = 0{,}2$ gelten.

Der Ausdruck des Wirkungsgrades kann auf eine einfachere Form gebracht werden für die Turbine mit kongruenten Leit- und Laufschaufeln, d. h. $\alpha_0 = \beta_1$, $\alpha_1 = \beta_2$, wenn zugleich $c_0 = w_1 = c_2$ und für $c_1^2 - c_0^2 = c_1^2 - w_1^2$ aus dem Geschwindigkeitsdreieck $2c_1 u \cos\alpha - u^2$ sowie $u = \xi c_1$ eingesetzt wird.

Man erhält

$$\eta_1 = \frac{(2\xi\cos\alpha_1 - \xi^2)}{(2\xi\cos\alpha_1 - \xi^2) + \xi_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

In Fig. 164 sind für die Werte $\zeta_1 = 0{,}1$ bis $0{,}6$ und $\alpha_1 = 17^\circ$ die Werte von η_1 als Funktion des Verhältnisses u/c_1 aufgetragen. Es folgt aus dieser Abbildung, daß der Höchstwert des Wirkungsgrades bei der vielstufigen Überdruckturbine erst in der Nähe des Wertes $u = c_1$ erreicht wird, daß der Wirkungsgrad von $u = 0$ an sehr rasch ansteigt und innerhalb eines großen Intervalles wenig veränderlich ist.

Bei der vielstufigen Gleichdruckturbine mit Verwertung der Auslaßenergie haben wir als beste Umfangsgeschwindigkeit rd. $0{,}6\,c_1$ gefunden. In der Nähe des besten Wirkungsgrades verhalten sich aber die Geschwindigkeiten c_1 bei gleichen Stufengefällen für Über- bzw. Gleichdruck rd. wie $1 : \sqrt{2} = 0{,}7$, so daß die absoluten Werte der Umfangsgeschwindigkeit im Verhältnisse $0{,}7 : 0{,}6$ stehen werden. Die vielstufige Gleichdruckturbine benötigt also eine nur unwesentlich kleinere Umfangsgeschwindigkeit, als die Überdruckturbine von gleicher Stufenzahl; sie gestattet aber (bei der Bauart mit Einzelrädern) hohe Umfangsgeschwindigkeiten und wird daher mit wesentlich weniger Stufen ausgeführt.

Des Vergleiches halber sind in die Figur die Wirkungsgrade der Gleichdruckturbine (bei Verwertung von c_2 mit $\alpha_1 = 17^0$; $\beta_1 = \beta_2$), deren Berechnung in

[1]) Vgl. Bánki, Z. Ver. deutsch. Ing. 1905, S. 480, der sich als Erster mit diesen Fragen befaßt hat, und mit dessen Entwickelungen wir übereinstimmen bis auf den Ausdruck von ζ_s, in dessen Nenner wir bei B. das Glied c_0^2 vermissen.


Digitized by Google

Abschn. 60 nachzusehen ist, hineinpunktiert, so daß leicht festgestellt werden kann, unter welchen Umständen die beiden Systeme gleiche Wirkungsgrade zu erzielen vermögen. Die Gleichdruckkurven fallen nur deshalb so rasch ab, weil wir $\beta_2 = \beta_1$ machten; bei $\beta_2 > \beta_1$ wäre der Leerlauf flacher.

Für die Überdruckturbine können wir als Mittelwert von ζ den Wert 0,2 ansetzen. Für die Gleichdruckturbine sind $\varphi = 0{,}95$, $\psi = 0{,}80$ wohl erprobte Größen; und unsere Zusammenstellung zeigt, daß bei diesem Werte die beiderseitigen Wirkungsgrade genau übereinstimmen — es besitzt in dieser Beziehung keines der Systeme eine Überlegenheit.

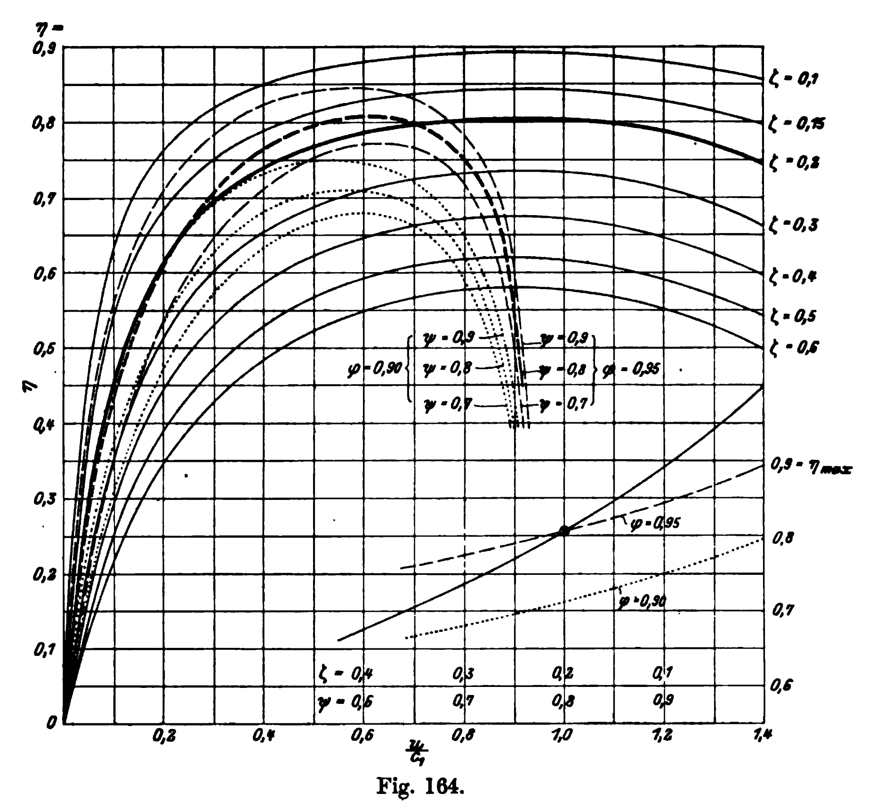


Fig. 164.

Die in der rechten Ecke der Figur angefügte Zusammenstellung der Höchstwerte des η_i als Funktion von ζ und ψ erleichtert die Übersicht und man kann zusammengehörende, d. h. gleichem Wirkungsgrade entsprechende Werte von ζ, φ, ψ leicht auffinden. Die Kurven für die Gleichdruckturbine (punktiert) sind den einzelnen Werten von φ zugeordnet, bei $\varphi = 1$ würde die (nicht gezeichnete) Gleichdruckkurve ebenso durch den Punkt $\eta = 1{,}0$ hindurchgehen, wie die (vollgezogene) Kurve der Überdruckturbine.

Einfluß des Auslaßverlustes.

In obiger Erörterung ist der Auslaßverlust der letzten Stufe vernachlässigt worden. Je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit ist, ein um so kleinerer Teil der Dampfenergie wird in Arbeit umgesetzt, um so größer muß der Auslaßverlust werden. Die wahren Wirkungsgrade bei halber Umlaufzahl werden daher mit den Werten von η, die dem halben Wert u/c_1 entsprechen, nicht übereinstimmen, sondern kleiner sein. Um zu erkennen, wie groß dieser Einfluß ist, sind die Schaulinien Fig. 165 entworfen worden. Eine vielstufige Überdruckturbine mit dem überall gleichen Verhältnis $u : c_1 = 0{,}4$ besitzt nach Fig. 164, wenn wir $\zeta = 0{,}2$ annehmen, den Einzelwirkungsgrad $\eta_1 = 0{,}734$. Infolge der rückgewinnbaren Wärme würde, wie bei der Gleichdruckturbine, der Gesamtwirkungsgrad beispielsweise bei $p_1 = 10$ Atm. abs. $t_1 = 300^0$ um 3,5 v. H. höher, $= 0{,}769$ werden. Hiervon müssen wir


Digitized by Google

nun den Auslaßverlust abziehen, für den wir mit $u = 100$ m/sek und 40° Schaufelwinkel $c_2 = 184$ m/sek, also $H_a = A c_2^2/2g = 4{,}05$ WE, oder 1,93 v. H. vom theoretischen Gefälle $H_0 = 210$ WE (entsprechend 0,05 Atm. Gegendruck) finden, was den endgültigen indizierten Wirkungsgrad $\eta_i = 0{,}750$ ergibt. Gehen wir nun zu einer kleineren Umlaufzahl über, so ist in erster Linie zu beachten, daß bei gleichem Anfangszustand die sekundliche Dampfmenge zunimmt, und zwar, wie wir später nachweisen, etwa im Verhältnis der in Fig. 165 graphisch angegebenen Schaulinie. Im gleichen Verhältnis wird in erster Annäherung c_1 zunehmen und wir werden aus Fig. 164 zu dem neuen Wert u'/c_1' den Einzelwirkungsgrad η_1' entnehmen, den Gesamtwirkungsgrad einschätzen und daraus den Endpunkt der Zustandskurve im Entropiediagramm bestimmen, an dem wir das Endvolumen v_2' abgreifen. Die Stetigkeit $G' v_2' = f_2 w_2'$ liefert mit dem für die normale Umlaufzahl vorher berechneten Austrittsquerschnitt f_2 die neue Geschwindigkeit w_2' und diese wieder c_2'. Nun wird der neue Auslaßverlust $H_a' = A c_2'^2/2g$ berechnet und nach Abzug hiervon der schließliche indizierte Wirkungsgrad ermittelt. Da c_1 nicht in allen Stufen im gleichen Verhältnis zunimmt, ist in unserem Entwurf die Rechnung wiederholt und ein Mittelwert gewählt worden.

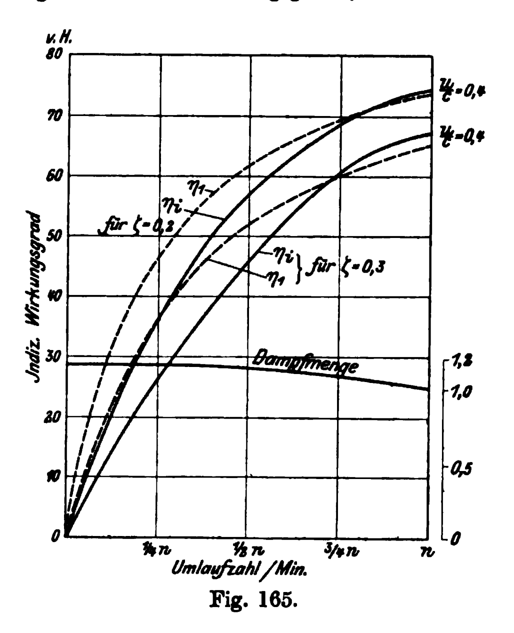


Fig. 165.

Die so bestimmten Werte η_i unterscheiden sich erheblich von den scheinbaren Wirkungsgraden η_1, wie auch das zweite in Fig. 165 aufgenommene Beispiel, mit $\zeta = 0{,}3$ und für den Normalgang $u/c_1 = 0{,}4$ lehrt, indem der Anstieg viel geradliniger erfolgt. In den praktischen Ausführungen pflegt der Auslaßverlust größer zu sein als wir angenommen haben, und die nahezu geradlinige Zunahme des Wirkungsgrades reicht fast bis zum Normalgang hinauf.

65. Druckverlauf bei vorgeschriebenen Querschnitten und Austrittswinkeln der Leit- und Laufräder. Die v^2-Methode.

Die Umkehrung der beim Neuentwurfe zu lösenden Aufgabe wäre die, für eine gegebene Turbine bei gegebener Umlaufzahl und Anfangs- wie Enddruck den Druckverlauf und das durchströmende Dampfgewicht zu bestimmen. Eine angenäherte analytische Lösung hierfür werden wir im X. Teil geben; an dieser Stelle untersuchen wir die Aufgabe graphisch. Von Wichtigkeit ist die Lösung für die Niederdruckstufen. Bei den heute üblichen niedrigen Vakuumpressungen, welche bereits 0,05 kg/qcm unterschreiten (in einzelnen Fällen wurde schon 0,02 kg/qcm festgestellt), nimmt das Dampfvolumen und die Schaufellänge von Stufe zu Stufe so stark zu, daß der Dampf sehr divergente Bahnen beschreiben müßte, um die Querschnitte ganz auszufüllen, auch müßten die Schaufeln unausführbar lang werden. In solchen Fällen empfiehlt es sich, nach Parsons eine ganze aus 4—6 und mehr Stufen bestehende Gruppe mit gleichlangen Schaufeln auszuführen und den erforderlichen Querschnitt durch Vergrößerung der Winkel zu erzielen.

Wir haben als gegeben zu betrachten das sekundliche Dampfgewicht, die Umfangsgeschwindigkeit, die Länge und die Austrittswinkel der Schaufeln, so daß die Austrittsquerschnitte von vornherein berechnet werden können. Die Eintrittswinkel werden erst nach Ermittelung der Geschwindigkeiten so festgelegt, daß stoßfreier Eintritt vorhanden ist. Das Verfahren kann nach Belieben auf einen Teil oder auf die ganze Turbine ausgedehnt werden.

Beim Eintritt in ein bestimmtes Leitrad ist

$$c_0 = \frac{G v_0}{F_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

und der Wärmeinhalt i_0 als gegeben anzusehen. Für den Austritt aus diesem Leitrad gilt die Beziehung

Digitized by Google

$$i_0 - i_1 = \frac{A}{2g}(c_1^2 - c_0^2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und

$$G^2 v_1^2 = F_1^2 c_1^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Aus diesen beiden Gleichungen sind zwei den Zustand bestimmende Größen, z. B. c_1 und v_1, zu ermitteln. Dies läßt sich am bequemsten graphisch durchführen, indem wir zunächst die **Zustandskurve** als **bekannt** voraussetzen und mit

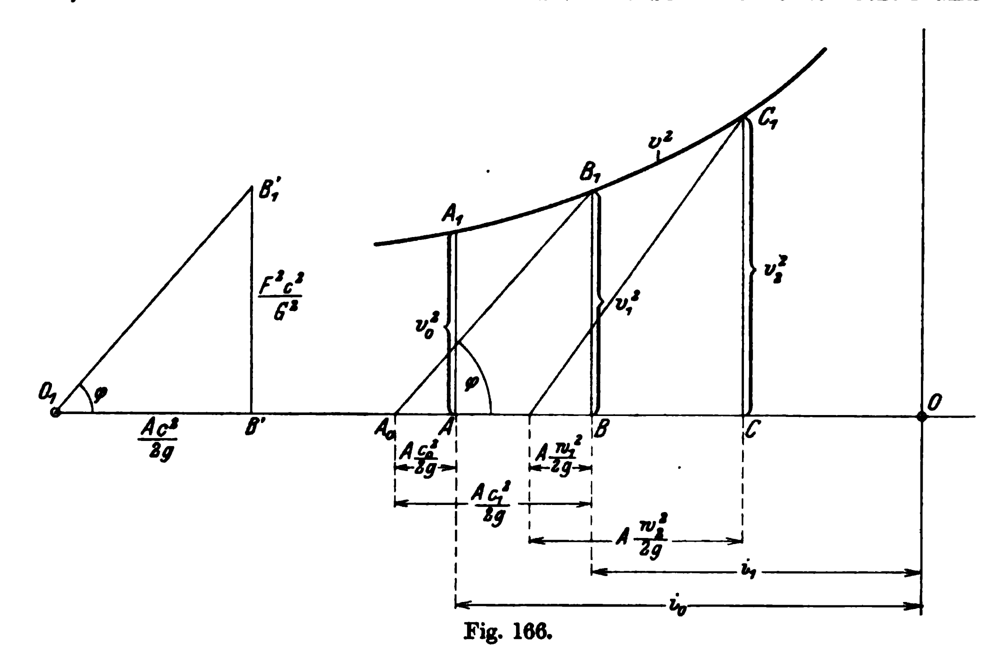


Fig. 166.

ihrer Hilfe in Fig. 166 das Quadrat des spezifischen Volumens als Funktion des (abnehmenden) Wärmeinhaltes darstellen. AA_1 sei $= v_0^2$; $AO = i_0$. Nehmen wir an, BB_1 wäre als Lösung für das Volumen v_1^2 im Spalt gefunden; daher $BO = i_1$. Tragen wir

$$\overline{AA_0} = A\frac{c_0^2}{2g}$$

ab, so muß einerseits nach Gl. (2)

$$A_0 B = i_0 - i_1 + A\frac{c_0^2}{2g} = A\frac{c_1^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

sein; anderseits stellt sich nach Gl. (3) die Tangente des Winkels φ als

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{BB_1}{A_0B} = \frac{v_1^2}{\left(A\frac{c_1^2}{2g}\right)} = \frac{F_1^2}{\frac{A}{2g}G^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

dar. Konstruieren wir daher in der Hilfsfigur links $\operatorname{tg}\varphi$ durch ein rechtwinkliges Dreieck mit der senkrechten Kathete F_1^2/G^2 und der wagerechten Kathete $A/2g$, so wird die zur Hypothenuse von A_0 aus gezogene Parallele den unbekannten Punkt B_1 aus der v^2-Kurve herausschneiden. (Um mit den Maßstäben in keine Schwierigkeiten zu geraten, nehme man, mit einer beliebigen Geschwindigkeit c, als vertikale Kathete $F_1^2c^2/G^2$, welche im Maßstabe der Volumenquadrate und als horizontale Kathete $Ac^2/2g$, welche im Maßstabe der WE abzutragen ist.)

Nachdem die Strecke A_0B uns c_1 zu berechnen gestattet, bilden wir w_1 als Resultierende aus c_1 und $-u$ und schreiben die für das Laufrad gültigen Gleichungen

Digitized by Google

$$A\frac{w_2^2}{2g} = i_1 - i_2 + A\frac{w_1^2}{2g}$$

$$G^2 v_2^2 = F_2^2 w_2^2$$

an, deren Auflösung nach gleichem Muster erfolgt, indem wir $A w_1^2/2g$ links von B abtragen und $\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{F_2^2}{(A/2g)G^2}$ graphisch bestimmen. Die vom Endpunkte der Strecke $A w_1^2/2g$ unter dem Winkel φ_2 gezogene Gerade schneidet auf der v^2-Kurve den Punkt C_1 aus, und es bilden die eingetragenen Längen $CC_1 = v_2^2$ und $A w_2^2/2g$ die Werte des Volumenquadrates und der kinetischen Energie für das Laufschaufelende. Hierauf gibt uns die Resultierende aus w_2 und $+u$ die Geschwindigkeit c_2, welche für das nächste Leitrad die Rolle des c_0 übernimmt. Auf diese Weise schreitet man fort, bis der Kondensatordruck erreicht ist. Wenn im Verlaufe der Berechnung die Schräge unter dem Winkel φ die v^2-Kurve nicht schneidet, so ist das ein Zeichen, daß die vorgeschriebene Dampfmenge durch den betreffenden Querschnitt nicht hindurch zu strömen vermag und derselbe offenbar vergrößert werden muß. Dies kann durch Verlängerung der Schaufel oder Vergrößerung des Austrittswinkels erreicht werden.

Sonderfall: Gruppe mit konstanter Schaufellänge und konstanten Geschwindigkeiten c_1, w_2 kommt für die Turbine von Willans & Robinson in Betracht und erledigt sich in einfacher Weise, indem man für die erste Stufe den Winkel α_1 und c_1 vorschreibt, darauf $w_1 = \text{Result.}\,(c_1, -u)$ ermittelt und $A w_1^2/2g$ links von B aufträgt. Nun soll $w_2 = c_1$ sein, daher ist der Punkt C und die Größe des (nicht eingetragenen) Winkels φ_2 bestimmt, worauf mit Hilfe der Nebenfigur die Größe des Querschnittes und daraus der Schaufelwinkel β_2 gerechnet werden. Das Austrittsdreieck liefert c_2 und die Wiederholung des Verfahrens c_1 usw.

Die v^2-Methode in Verbindungen mit den Widerstandskoeffizienten. Tafel der adiabatischen v-Quadrate.

Wollte man bei gegebenen Austritts-Querschnitten und -Winkeln die Zustandskurve und den Druckverlauf unter Benutzung des Widerstandskoeffizienten theoretisch genauer verfolgen, so würde man das nachbeschriebene, freilich sehr umständliche Verfahren anzuwenden haben.

Ist c_0 die Eintrittsgeschwindigkeit, so gelten (Fig. 167) für das Leitrad die Gleichungen

$$i_0 - i_1' = A(1+\zeta)\frac{c_1^2}{2g} - A\frac{c_0^2}{2g} \quad \dots \quad (1)$$

$$i_1 - i_1' = A\zeta\frac{c_1^2}{2g} \quad \dots \quad (2)$$

$$G^2 v_1^2 = F_1^2 c_1^2 \quad \dots \quad (3)$$

zu welchen als vierte Beziehung gehört, daß i_1' der adiabatischen Expansion von i_0 aus entspricht.

Die Aufgabe ist, aus diesen Beziehungen zu den bekannten Größen c_0, i_0, G, F_1, ζ die Unbekannten c_1, v_1, p_1, i_1' oder, was dasselbe ist, c_1, v_1, i_1, i_1' zu bestimmen. Zu diesem Behufe wird man sich eine Tafel der adiabatischen v-Quadrate entwerfen, in welcher für eine Schar von Adiabaten die Wärmeinhalte als Abszissen, die zugehörigen spezifischen Volumina, ins Quadrat erhoben, als Ordinaten aufgetragen werden. Durch Verbindung derjenigen Punkte an diesen Kurven, die gleichem Drucke entsprechen, entsteht eine zweite Kurvenschar $p =$ konst. Eine solche Tafel bildet eine Abbildung der Dampftabellen, wobei jeder Punkt durch Druck und Volumen bestimmt wird und den zugehörigen Wärmeinhalt abzulesen gestattet.

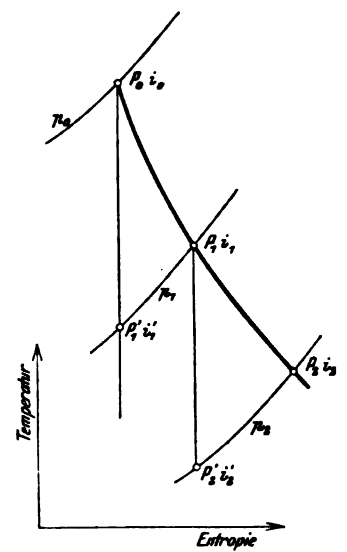


Fig. 167.

Für den gesuchten Endzustand können mit Hilfe dieser Tafel zwei geometrische Orte angegeben werden. Expandieren wir vom Eintrittszustand A_1 in Fig. 168 zunächst adiabatisch zum willkürlichen Punkt B_1, so daß

Digitized by Google

$$\overline{AB} = i_0 - i_1'$$

bedeutet. Tragen wir $\overline{AA_0} = A c_0^2/2g$ von A nach links ab, so ist nach Gl. (1)

$$\overline{A_0 B} = A \frac{c_0^2}{2g} + (i_0 - i_1') = A (1 + \zeta) \frac{c_1^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

Die Verlustwärme sei

$$A \zeta \frac{c_1^2}{2g} = \overline{BC} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

Sie wird bei konstantem Druck zugeführt und liefert senkrecht über C auf der durch B_1 gehenden Linie $p =$ konst. den Zustandspunkt C_1. Durch Division von (5) und (4) erhält man

$$\frac{CB}{A_0 B} = \frac{\zeta}{1 + \zeta}.$$

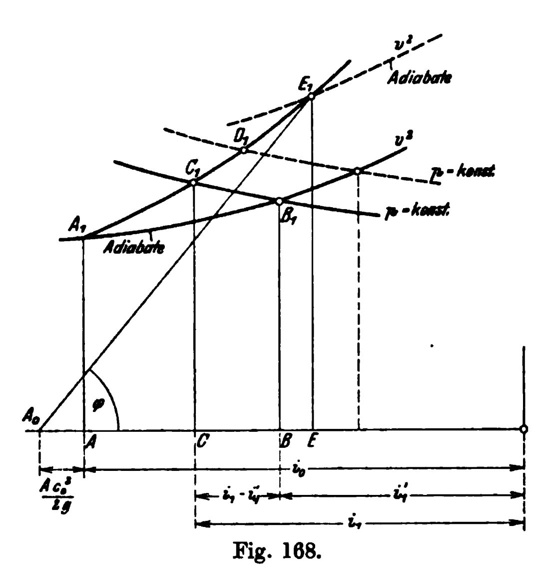


Fig. 168.

Um also den Zustandspunkt C_1 zu erhalten, teilen wir also $A_0 B$ im Verhältnis $\zeta : 1 + \zeta$, ohne c_1 ausdrücklich berechnet zu haben und projizieren den Punkt C senkrecht und auf die durch B_1 gehende Linie $p =$ konst. Durch Wiederholung der Konstruktion ergibt sich die „Zustandskurve" $A_1 C_1 D_1 \ldots$ als der erste geometrische Ort.

Der zweite geometrische Ort soll die Auflösung der durch Addition von Gl. (1) und (2) entstehenden Gleichung

$$i_0 - i_1 = A \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g}$$

und der Gl. (3)

$$G^2 v_1^2 = F_1^2 c_1^2$$

darstellen. Aus diesen beiden folgt genau wie im vorigen Abschnitt, daß v_1^2 auf der durch A_0 unter dem Winkel

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_1^2}{\frac{A}{2g} G^2}$$

gezogenen Geraden gelegen sein muß. Der Schnitt E_1 dieser Schrägen mit der vorhin ermittelten „Zustandskurve" bildet die Lösung der Aufgabe, und zwar ist $\overline{A_0 E} = A c_1^2/2g$ und $\overline{E E_1} = v_1^2$.

Wir bilden $w_1 =$ Result. aus c_1 und $-u$, und wiederholen das Verfahren, indem nun w_1 an Stelle von c_0, $w_2 v_2$ an Stelle von $c_1 v_1$ treten. Die Umständlichkeit des Verfahrens besteht darin, daß wir auch die „Zustandskurve" von E_1 aus frisch konstruieren müssen, und daß dies für jede neue Schaufelreihe von neuem erforderlich ist.

66. Genauere Durchrechnung der letzten Stufen bei vielstufigen Turbinen.

Die entwickelten angenäherten Verfahren können wir beim Neuentwurf einer Turbine mit hinlänglicher Genauigkeit bis auf einen Druck von etwa 0,5 oder 0,3 kg/qcm hinab anwenden. Darüber hinaus ist am besten die „v^2-Methode" zu benützen, unter Annahme der für das allgemeine Verfahren verwendeten Zustandskurve und Festlegung der zulässigen Schaufellänge.

Ebenso einfach ist es, Stufe auf Stufe unter Benutzung der allgemeinen Gleichungen mit nach Bedarf vergrößerten Schaufellängen und Winkeln schrittweise zu rechnen.

Schließlich ist auch das nachbeschriebene Verfahren von Koob[1]) gut anwendbar, bei welchem man mit der letzten Stufe beim Kondensatordruck beginnend schrittweise nach vorwärts geht.

Wir legen zunächst den Auslaßquerschnitt der letzten Stufe fest, welcher als Kompromiß zwischen den Forderungen, den Auslaßverlust klein zu erhalten und die Schaufel nicht zu lang

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1904, S. 660.

Digitized by Google

werden zu lassen, erhalten wird. Als ein praktisches Maximum der Schaufellänge können wir etwa $^1/_7$ des Trommeldurchmessers bezeichnen, dann verhält sich die äußerste Umfangsgeschwindigkeit zur innersten wie 4 : 3, oder die Abweichung vom Mittel beträgt $^1/_7$ nach beiden Seiten. Um ebensoviel weicht auch die Teilung von ihrem Mittelwert ab, was noch zulässig sein dürfte. Bei der gewählten Schaufellänge a_z ist der ideelle Reinquerschnitt in axialer Richtung für unendlich dünne Schaufeln $= \pi D_z a_z$, der mit Rücksicht auf die Schaufeldicke mit einem probeweise angenommenen Faktor $\tau < 1$ zu multiplizieren ist und den effektiven Axialquerschnitt

$$f^a_{2z} = \tau \pi D_z a_z$$

ergibt. Der pro Kilogramm Dampf zugelassene Auslaßverlust $c_{2z}^2/2g$ lehrt uns c_{2z} kennen. Wenn die axiale Komponente von c_{2z} mit c_{2z}'' bezeichnet wird, so muß

$$f^a_{2z} c_{2z}'' = G_{sek} v_z' \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

sein, wo v_z' das spezifische Dampfvolumen beim Austritt bedeutet, wie es sich aus der Zustandskurve ergibt. Aus (1) berechnen wir c_{2z}'' und konstruieren c_{2z} als Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit c_{2z}'' als Kathete (Fig. 169). Indem wir $-u$ hinzufügen, ergibt sich w_{2z} und der Winkel β_{2z} (in der Figur mit α_{2z} bezeichnet). Hierauf kann f^a_{2z} genau gerechnet und β_{2z} abgeändert werden, falls die Abweichung zu groß war. Nun schreiten wir an die Berechnung der übrigen Querschnitte bez. Winkel, indem wir die Größe der Geschwindigkeiten, d. h. das Wärmegefälle vorschreiben und die Geschwindigkeitsdreiecke konstruieren.

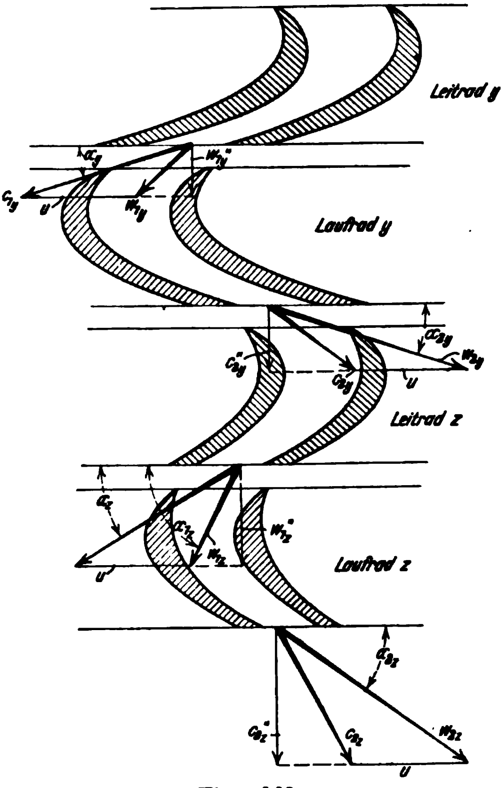


Fig. 169.

Bezeichnen wir die letzten Stufen mit .... x, y, z. Die Wärmeinhalte beim Austritt aus dem Leitrade x, auf den letzten Querschnitt der Laufschaufel bezogen, mit i_x, beim Austritt aus dem Laufrade x, auf den letzten Querschnitt der Laufschaufel bezogen, mit i_x', und analog für y mit i_y, i_y' für z mit i_z, i_z', ferner die spezifischen Dampfvolumina an denselben Stellen mit v_x, v_x' bzw. v_y, v_y' bzw. v_z, v_z', endlich die Pressungen mit p_x, p_x'; p_y, p_y'; p_z, p_z'. Im übrigen bedienen wir uns derselben Zustandskurve wie beim Näherungsverfahren; die Wärmeinhalte i_x, i_x' ..... beziehen sich also auf Punkte dieser Kurve. Für das Laufrad z besteht die Gleichung

$$A \frac{w_{2z}^2 - w_{1z}^2}{2g} = i_z - i_z' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und nachdem w_{1z} die Resultierende aus $+c_{1z}$ und $-u$ ist, sind in der Differenz der Wärmeinhalte auch alle Verluste beim Übergang durch den Spalt eingeschlossen. War w_{1z} angenommen, so bestimmt Gl. (2) i_z und umgekehrt. Aus der Zustandskurve im Entropiediagramm kann also auch v_z bestimmt werden. Nun muß für den Austrittsquerschnitt f_{1z}, aus dem Leitrade z, die Kontinuitätsgleichung

$$G_{sek} v_z = f_{1z} c_{1z}$$

erfüllt sein. Ebenso für die axiale Geschwindigkeitskomponente c_{1z}'', welche aber identisch ist mit der axialen Komponente von w_{1z}, d. h. w_{1z}'', und den effektiven axialen Querschnitt f^a_{1z}

$$G_{sek} v_z = f^a_{1z} w_{1z}'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Wären der „Verengungskoeffizient" τ und die Schaufellänge gleich wie beim Austritt, so erhielte man

$$f^a_{1z} = \tau \pi D_z a_z = f^a_{2z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

oder durch Vergleich von Gl. (1) mit Gl. (3)

$$\frac{w_{1z}''}{c_{2z}''} = \frac{v_z}{v_z'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Digitized by Google

Wenn hieraus w_{1z}'' berechnet ist, so ergibt sich der relative Eintrittswinkel in das Laufrad β_{1z} (in der Figur mit α_{1z} bezeichnet) durch das rechtwinklige Dreieck aus w_{1z}'' und w_{1z}. Bildet man c_{1z} als Resultierende aus w_{1z} und $+u$, so erhält man die Neigung der Leitschaufel α_z. Da aber τ in Gl. (2) nicht dasselbe ist wie oben, so muß f_{1z}^{a} neu berechnet werden, und ergibt aus Gl. (3) die korrigierte Komponente w_{1z}'', welche mit dem unveränderten w_{1z} zur Berichtigung der Winkel β_{1z} und α_{1z} dient. Ähnlich ist nun zu verfahren mit der Leitschaufel und den weiteren Turbinenstufen y, x . . . . . .

C. Radialturbinen.

67. Die Hauptgleichungen für den gleichmäßig rotierenden Kanal beliebiger Form.

Es bezeichne i_1, i_2 die Wärmeinhalte des Dampfes beim Eintritt und beim Austritt; r_1, r_2 die entsprechenden Halbmesser und u_1, u_2 die Umfangsgeschwindigkeiten unseres Kanales.

Die Drehung erfolge mit der gleichmäßigen Winkelgeschwindigkeit ω, so daß wir als scheinbare Zusatzkräfte der relativen Bewegung die „Fliehkraft" $\delta m r \omega^2$ (in radialer Richtung) und die Coriolissche Kraft $2\omega w \sin\alpha \delta m$ (senkrecht zu der Ebene, die die Tangente an die Kanalachse und die momentane Drehachse einschließen) an jedem Massenelement δm anzufügen haben. Die relative Arbeit der letzteren ist Null, und auch von der einseitigen Verdichtung, die sie erzeugt, sehen wir, weil im allgemeinen geringfügig, ab. Die Arbeit der Fliehkräfte hingegen ist das Produkt der Kraft und der in ihre Richtung fallenden Projektion des Weges, welche für das beliebig gerichtete Bogenelement ds der Kanalachse stets der Zunahme dr der Halbmesser gleich ist. Diese Arbeit wird daher für 1 kg, d. h. die Masse $1/g$ durch den Ausdruck $r\omega^2 dr/g$ wiedergegeben, den wir in die Energiegleichungen einzuführen haben.

Indem wir von der Schwere absehen, erhalten wir nach Abschn. 20 als Gleichung der lebendigen Kraft

$$\frac{w\,dw}{g} = -v\,dp - dR + \frac{r\omega^2}{g}dr \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ferner die Gleichung der Gesamtenergie

$$di + A\frac{w\,dw}{g} = dq + A\frac{r\omega^2}{g} - A\,dR \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und die Wärmegleichung

$$dq' + A\,dR = di - A\,v\,dp \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Für die ganze Wegstrecke zwischen r_1 und r_2 ist

$$\int\frac{r\omega^2 dr}{g} = \frac{r_2^2\omega^2 - r_1^2\omega^2}{2g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

der Ausdruck für die Arbeit der Fliehkräfte, und so lauten die obigen Gleichungen in der Integralform:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = -\int v\,dp - R + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$i_2 - i_1 + A\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = q + A\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - AR \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

$$q = q' + AR = i_2 - i_1 - A\int v\,dp \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Digitized by Google

Diese Gleichungen unterscheiden sich von denjenigen für die Axialturbine nur durch die Anwesenheit der Arbeit $(u_2^2 - u_1^2)/2g$, die eine gleichwertige Zunahme der relativen kinetischen Energie bewirkt, also das verfügbare Gefälle scheinbar vergrößert.

Anwendung auf die Radialturbine.

Der Laufkanal der Radialturbine ist gegenüber dem allgemeinen Fall durch das einzige Merkmal gekennzeichnet, daß seine Mittellinie in einer zur Achse senkrechten Ebene liegt. Da aber die allgemeinen Formeln nur den Ein- und Austrittshalbmesser enthalten und unabhängig sind von der Kanalform, können sie unmittelbar angewendet werden.

Für den feststehenden Leitkanal seien $i_0 r_0 c_0$ Wärmeinhalt, Halbmesser und Geschwindigkeit am Eintritt, $i_1 r_1 c_1$ dieselben am Austritt, dann gelten die früheren Gleichungen

$$i_0 - i_1' = A \frac{(1+\zeta_1) c_1^2 - c_0^2}{2g} \quad \dots \quad (8)$$

$$i_1 - i_1' = A \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} \quad \dots \quad (8a)$$

Für den Laufkanal machen wir die Annahme $dq = A dR$ und drücken die Reibungsarbeit durch die Widerstandskoeffizienten aus. Demnach gilt hier

$$A \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + i_1 - i_2' = A \frac{(1+\zeta_2) w_2^2 - w_1^2}{2g} \quad \dots \quad (9)$$

$$i_2 - i_2' = A \zeta_2 \frac{w_2^2}{2g} \quad \dots \quad (9a)$$

Bei einstufigen Turbinen kann die Fliehkraftarbeit meist weggelassen werden, bei vielstufigen nicht ohne weiteres. Durch Addition der Gl. (8) und (9) und Subtraktion von (8a) und (9a) ergibt sich nämlich das Einzelgefälle einer Stufe

$$h = i_0 - i_2 = \frac{A}{2g} [(c_1^2 - c_0^2) + (w_2^2 - w_1^2) - (u_2^2 - u_1^2)] \quad \dots \quad (10)$$

Die Summation über alle Stufen führt zum „wirksamen Gefälle“

$$H_w = h_e + \Sigma h,$$

wenn h_e das früher definierte Gefälle für den Eintritt in das erste Leitrad bedeutet. Setzen wir voraus, daß alle Stufen (radial) unmittelbar aufeinanderfolgen, und benutzen wir den Umstand, daß näherungsweise $u_2^2 - u_1^2 = \frac{1}{2}(u_2^2 - u_0^2)$ gesetzt werden darf, so ergibt sich $\Sigma(u_2^2 - u_1^2) = \Sigma(u_2^2 - u_0^2)/2$, wobei, wenn man über alle Stufen summiert, die Zwischenglieder sich gegenseitig wegheben und nur

$$\frac{1}{2}(u_a^2 - u_e^2) \quad \dots \quad (11)$$

übrig bleibt, unter u_a die Geschwindigkeit des letzten, unter u_e die des ersten Rades verstanden. Dieses Glied kann unter Umständen Bedeutung haben.

Beim Entwurfe der vielstufigen Turbinen würde man, falls alle Schaufeln gleiche Breite haben, die Umfangsgeschwindigheit als lineare Funktion der Stufenzahl einführen müssen. Wegen größerer Länge und starker Biegungsinanspruchnahme werden die äußersten Schaufelreihen freilich meist breiter gemacht, daher hier die Umfangsgeschwindigkeit rascher wächst.

Im übrigen sind alle Verfahren, die wir für die axialen Turbinen entwickelt haben, ohne weiteres anwendbar, da der ganze Unterschied in der Rechnung darin besteht, daß zum Gefälle in der Laufschaufel das Glied $A(u_2^2 - u_1^2)/2g$ hinzu-

Digitized by Google

tritt. So ist beispielsweise bei der v^2-Methode in Fig. 166 an B angrenzend nicht $Aw_1^2/2g$ sondern die Strecke $Aw_1^2/2g + A(u_2^2 - u_1^2)/2g$ abzutragen, während A_0A nach wie vor $Ac_0^2/2g$ bleibt. Man vergleiche hierzu auch Fig. 208.

Es sind Radialturbinen vorgeschlagen worden, bei welchen Leit- und Laufräder mit gleicher, aber entgegengesetzter Winkelgeschwindigkeit rotieren, sogenannte „Gegenlauf"-Turbinen. Hier sind für die Strömung im Leit- und Laufrad Formeln (9), (9a) anzuwenden und das Wärmegefälle für eine Stufe wird

$$h = \frac{A}{2g}[(c_1^2 - c_0^2) + (w_2^2 - w_1^2) - (u_2^2 - u_0^2)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Beim Aufzeichnen der Geschwindigkeitsdreiecke für eine derartige Turbine ist selbstverständlich zu beachten, daß wir beispielsweise c_1 zunächst mit der Umfangsgeschwindigkeit u_1 des Leitrades zusammensetzen müssen, um die absolute Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitrade zu erhalten. Das geometrische Anfügen der negativen Laufradgeschwindigkeit $-u_1$ ergibt erst w_1 usw. Abgesehen von dem im ganzen nicht großen Anteil der Fliehkraftarbeit wirkt die Rotation des Leitrades somit wie eine Verdoppelung der Umfangsgeschwindigkeit; oder: man kann bei vorgeschriebener Geschwindigkeit die Umlaufzahl auf die Hälfte herabsetzen. Ist die höchste Umfangsgeschwindigkeit vorgeschrieben, so kann die Gegenlaufturbine mit doppelt so großen Dampfgeschwindigkeiten arbeiten, als die einfache Turbine beim gleichen Verhältnis u/c_1. Es wird also bei gleich gutem Einzelwirkungsgrad ein 4 mal so großes Gefälle pro Stufe aufgezehrt, daher eine entsprechend kleinere Stufenzahl erforderlich ist. Damit der Gesamtwirkungsgrad gleich werde, muß aber auch der Auslaßverlust derselbe sein, und dieser wäre bei der Gegenlaufturbine 4 mal größer, daher hier besondere Vorkehrungen erforderlich sind. Man hat das Zuschalten von Geschwindigkeitsstufen vorgeschlagen, die sicher einen Teil der Auslaßenergie nutzbar machen, aber eine unter Umständen schwierig ausführbare Verlängerung der letzten Schaufel bedingen.

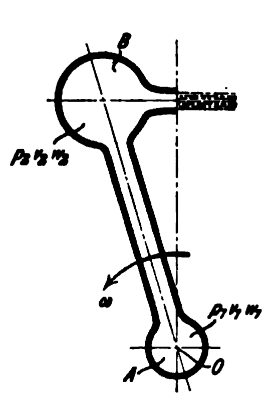


Fig. 170.

Von Parsons stammt ein Vorschlag für eine Radialturbine, welche aus der Lavalturbine abgeleitet werden kann, indem man den Düsen durch eine hohle Achse Dampf zuführt und sie im entgegengesetzten Sinn wie das Laufrad rotieren läßt. Diese Turbinenart bietet ein gutes Übungsspiel für die Handhabung des Energiebegriffes und soll daher näher besprochen werden.

Die rotierende Düse kann schematisch durch Fig. 170 veranschaulicht werden, wobei vor dem Eintritt in die hohle Achse der Druck p_1, die Geschwindigkeit $w_1 = 0$, beim Eintritt in den Behälter B ein Druck p_2 und eine ebenfalls vernachlässigbare Geschwindigkeit w_2 herrschen mögen. Der Dampf ströme mit der relativen Geschwindigkeit w aus der Düse, die mit der Geschwindigkeit u rotiert, in einem Raum mit der Pressung p_0. Bei Vernachlässigung von w_2 übt der ausströmende Dampf auf das Gefäß B eine „Reaktion"

$$P = Mw \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

aus, wenn mit M die sekundlich im Beharrungszustande durchströmende Dampfmasse bezeichnet wird. Die von P geleistete Arbeit ist

$$E_P = Mwu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Man wäre geneigt, dies für die Nutzarbeit zu halten, bemerkt indessen bald, daß dann ein Perpetuum mobile vorläge, denn man brauchte nur die Umfangsgeschwindigkeit zu vergrößern, um mit gleichem Dampfaufwand immer größere Leistungen zu erhalten. Daß dies in Wahrheit nicht möglich ist, liegt in erster Linie, wie man sofort einwenden wird, daran, daß die Dampfteilchen während des Zuströmens auf die Geschwindigkeit u beschleunigt werden müssen, weshalb von E_P die Beschleunigungsarbeit

$$E_b = \frac{Mu^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

abgezogen werden muß. Allein man darf nicht glauben, daß dieser Abzug genügt. Man würde hierbei übersehen, daß der Dampf auch noch vom Drucke p_1 auf p_2 verdichtet worden ist. Die ge-


Digitized by Google

leistete Kompressionsarbeit E_k erhöht die innere Energie von U_1 auf U_2 und verrichtet die Druckarbeit $G p_2 v_2$, zu welcher indes bei der Einmündung der Oberflächendruck p_1 die Arbeit $G p_1 v_1$ beisteuert. Wir haben also

$$E_k = G\left[(U_2 - U_1)\frac{1}{A} + (p_2 v_2 - p_1 v_1)\right] \quad \ldots \quad (17)$$

Nun liefert Gl. (9) und (9a) bei Vernachlässigung von w_1 und w_2, sowie mit $u_1 = 0$, $u_2 = u$,

$$\frac{1}{A}(i_1 - i_2) + \frac{u^2}{2g} = 0 \quad \ldots \quad (18)$$

oder wenn die Ausdrücke von $i_1\, i_2$ eingesetzt werden

$$(U_2 - U_1)\frac{1}{A} + (p_2 v_2 - p_1 v_1) = \frac{u^2}{2g},$$

also erhalten wir für die Kompressionsarbeit

$$E_k = \frac{G}{g}\frac{u^2}{2} = \frac{M u^2}{2} \quad \ldots \quad (19)$$

mithin die wirkliche Nutzleistung

$$E_n = E_p - E_b - E_k = M w u - M u^2 = M(w - u)u \quad \ldots \quad (20)$$

Daß dieser weite Umweg auf ein richtiges Ergebnis führt, überzeugen wir uns durch Anwendung der Gleichung der Drehmomente, wobei zu beachten ist, daß das Moment der Eintrittsgeschwindigkeit $= 0$ ist. Die absolute Austrittsgeschwindigkeit $w - u$ ergibt $(w - u)r$, und so ist das Drehmoment $\mathfrak{M} = M(w - u)r$, woraus die Leistung durch Vermehrung mit ω hervorgeht, und wenn $r\omega = u$ gesetzt wird, so erhalten wir

$$E = \mathfrak{M}\omega = M(w - u)u,$$

wie oben.

Eine weitere Kontrolle bildet die Betrachtung des Seitendruckes, den das Zuleitungsrohr erfährt. Die Maße in einem Rohrabschnitt von der Länge dr ist $dm = f dr \gamma / g$, die Geschwindigkeit sei w_0, dann ist nach Coriolis der „Bahndruck" $dk = 2 dm\, w_0\, \omega$ die von ihm geleistete elementare absolute Arbeit

$$= dk\, r\omega\, dt = 2(f w_0 dt \gamma / g)\,\omega^2 r\, dr = 2M\omega^2 r\, dr$$

und die Integration von 0 bis r liefert $M u^2$, also wie sein muß die Summe der Beschleunigungs- und Kompressionsarbeit $E_b + E_k$, da sonst keine andere Kraft vorhanden ist, die dazu herangezogen werden könnte.

Um die Geschwindigkeit w zu ermitteln, berechnet man zunächst i_2 nach Formel (18) und erhält p_2, indem man in der Entropietafel (wie wir annehmen wollen) adiabatisch vom Zustande $p_1 v_1$ zum Wärmeinhalt i_2 fortschreitet. Nunmehr benützt man die Beziehung

$$A\frac{w^2}{2g} = i_2 - i_0 \quad \ldots \quad (21)$$

wobei i_0 den Wärmeinhalt desjenigen Dampfzustandes darstellt, den wir durch adiabatische oder mit Reibung behaftete Expansion vom Zustande i_2 auf den Druck p_0 der Umgebung erhalten.

Um diese Rechnung auf die Parsonssche Radialturbine anzuwenden, ist zu beachten, daß die Düse unter einem Winkel α gegen den Umfang geneigt sein wird, es besteht mithin die absolute Austrittsgeschwindigkeit, die wir mit c_1 zu bezeichnen haben, aus der axialen Komponente $w \sin\alpha$ und der tangentialen Komponente $w\cos\alpha - u$, demzufolge ist die vom Düsenrad geleistete Arbeit

$$E_1 = M(w\cos\alpha - u)u \quad \ldots \quad (22)$$

Die Arbeit des eigentlichen Laufrades wird gerechnet wie bei einer gewöhnlichen einstufigen Druckturbine, welche durch einen Dampfstrahl mit der Neigung α und der oben definierten Geschwindigkeit c_1 beaufschlagt wird.


Digitized by Google

D. Allgemeines Verhalten der Dampfturbine unter veränderten Betriebsverhältnissen.

68. Einfluß kleiner Druck- und Temperaturänderungen auf den Dampf- und Wärmeverbrauch (bei konstanter Umlaufzahl).

Der Dampf- und Wärmeverbrauch der Turbinen nimmt unter sonst gleichen Umständen ab mit der Erhöhung der Eintrittsspannung und Eintrittstemperatur und mit der Vertiefung des Gegendruckes.

Die theoretischen Werte dieses Einflusses sind in Fig. 171 u. d. f. für das praktisch wichtige Gebiet dargestellt.

a) Erhöhung der Anfangsspannung (Fig. 171).

Es stellen dar: Linien a_1, a_2 die Zunahme des Wärmegefälles in WE für gesättigten Anfangszustand, bzw. für 300° C Anfangstemperatur. Linien b_1, b_2 die entsprechende Abnahme des theoretischen Dampfverbrauches in Hundertteilen des ursprünglichen für je 1 kg/qcm Druckerhöhung bei konstantem Gegendruck von 0,1 kg/qcm.

Fig. 171.

Mittelwert: Zwischen 10 und 15 Atm. nimmt der Dampfverbrauch für je 1 Atm. Druckerhöhung bei Sättigung um 1,7 v. H., bei 300° Überhitzung um 1,0 v. H. ab.

Der Wärmeverbrauch ist das Produkt aus dem Dampfverbrauch pro PS-st und dem anfänglichen Wärmeinhalt, wenn wir der Einfachheit halber Speisewasser von 0° C voraussetzen. Nun ist für gesättigten Anfangszustand bei 8 und bei 20 kg/qcm abs. $i = 664$ und 673,8, die Zunahme beträgt daher im Mittel $9,8 : 664 \times 12 \cong 0,12$ v. H. auf 1 Atm. Druckerhöhung. Die Abnahme des Wärmeverbrauches ist also nahezu gleich mit der Abnahme des Dampfverbrauches.

b) Erhöhung der Überhitzungstemperatur (Fig. 171a).

Es stellen dar: Linien a_1, a_2, a_3 die Zunahme des Wärmegefälles mit der Temperatur für 10, 15, 20 Atm. abs. Anfangsdruck. Linien b_1, b_2, b_3 die Abnahme des theoretischen Dampfverbrauches bei 0,1 Atm. abs. Gegendruck für je 10° C Mehrüberhitzung.

Mittelwert. Der Dampfverbrauch nimmt bei 0,1 Atm. abs. Gegendruck und 10—20 Atm. abs. Anfangsdruck für je 10° Mehrüberhitzung um 1,3 v. H. ab, oder: um 1,0 v. H. ab auf je 7,7° C Mehrüberhitzung.

Der Gewinn an Wärmeverbrauch ist hiervon erheblich verschieden. Beispielsweise ist bei 10 kg/qcm abs. für 200 bzw. 250° C Dampftemperatur der Wärmeinhalt 678,2 bzw. 705 WE. Das Wärmegefälle bis auf 0,1 kg/qcm Kondensatordruck ist 167,9 bzw. 177,6 WE, also um 5,78 v. H. günstiger. Allein der

Digitized by Google

Wärmeaufwand ist um (705—678,2):(678,2) = 3,95 v. H. gestiegen, also haben wir theoretisch nur 5,78 — 3,95 = 1,83 v. H. reinen Gewinn. Genauer wird der Vergleich, wenn der gesamte Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis des Wärmegefälles zur Gesamtwärme in Betracht gezogen wird. Bei 200° C erhalten wir hierfür 167,9 : 678,2 = 24,73 v. H.; bei 250° C desgleichen 25,20 v. H., der Gewinn ist (25,20 — 24,73) : 24,73 = 1,9 v. H. auf 50° oder 0,38 v. H. auf 10° Erhöhung der Überhitzung. Der so berechnete Gewinn ist in Fig. 171b als Funktion der Temperatur und des Druckes aufgetragen. Mittelwert. Der theoretische Gewinn an Wärmeverbrauch bei 10—20 Atm. Anfangs-, 0,1 Atm. Gegendruck und 200—300° C Dampftemperatur beträgt 0,4 v. H. auf je 10° Temperaturerhöhung. Der effektive Gewinn ist aus den unten angeführten Gründen größer.

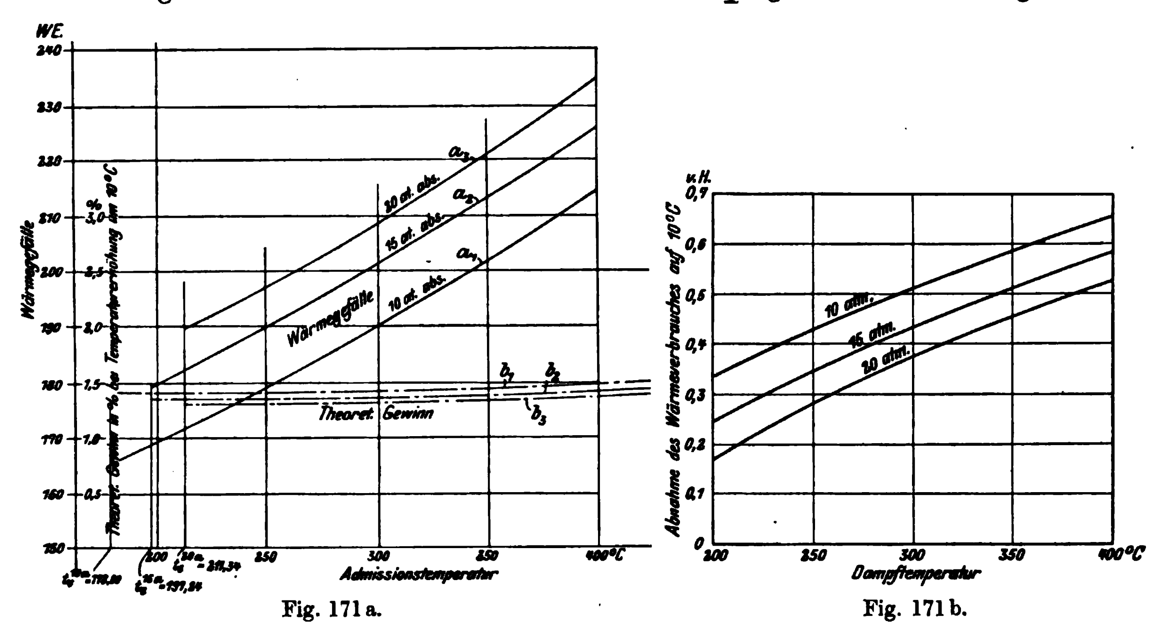


Fig. 171 a. Fig. 171 b.

c) Einfluß der Dampfnässe.

Die Dampfnässe spielt vor allem bei der Schiffsturbine eine große Rolle, da die engröhrigen Schiffskessel bei stärkerer Beanspruchung erhebliche Wassermengen mitzuführen pflegen. Man rechnet bei diesen Turbinen im allgemeinen mit 2 bis 3 ja bis 5 v. H. Wasserinhalt am Eintritt. Vergleichende Versuche über den Einfluß der Dampfnässe sind unseres Wissens nirgends veröffentlicht worden.

Um diese Lücke auszufüllen ist an der früher beschriebenen 8stufigen Überdruckturbine unseres Laboratoriums eine Versuchsreihe mit künstlich erhöhter Dampfnässe durchgeführt worden, indem man in das Dampfzuleitungsrohr kaltes Wasser in gemessenen Mengen gleichmäßig hineinpreßte. Infolge starker Drosselung beim Durchgang durch das Abschlußventil kann angenommen werden, daß die Durchmischung eine hinlänglich innige gewesen sein wird. Der Anfangsdruck betrug 2 kg/qcm abs., der Gegendruck 0,4 kg/qcm abs., die Umlaufzahl war 4000 i. d. Min. Es ergab sich

Spezifischer Dampfinhalt	$x = 1$	0,9	0,8	0,68
Stündliches Gesamtgewicht	$G = 978$	1000	1035	1094 kg
Adiabatisches Wärmegefälle	$H_0 = 61,3$	55	48,5	44,6 WE
Verhältnisse desselben	1	0,90	0,79	0,73
Mittlerer thermodyn. Wirkungsgrad der indizierten Leistung		28,6 v. H.		

Der thermodynamische Wirkungsgrad würde nach den unmittelbaren Ablesungen zunächst etwas wachsen, dann abnehmen, doch können die Abweichungen durch Beobachtungsfehler erklärt werden. Solange keine ausgedehnteren und genaueren Versuche an größeren Anlagen vorliegen, darf man mithin den indizierten Wirkungsgrad als unveränderlich ansehen. Unsere Zahlentafel zeigt aber, daß

Digitized by Google

das adiabatische Gefälle der spezifischen Dampfmenge angenähert proportional ist; und so sehen wir, daß die hin und wieder befolgte Regel begründet ist von der Nutzleistung, die trocken gesättigtem Anfangszustande entspricht, so viel Hundertteile abzuziehen, als die Dampfnässe beträgt.

d) Einfluß der Kondensatorspannung (Fig. 171c).

Es stellen dar: Linien a_1, a_2 das Wärmegefälle als Abhängige des Gegendruckes bei 10 und 15 Atm. abs. Anfangsdruck und anfänglicher Sättigung. Linien a_1^*, a_2^* dasselbe bei 300° C Dampftemperatur. Linien b_1, b_2, b_1^*, b_2^* die entsprechenden Abnahmen des theoretischen Dampfverbrauches in v. H. für die Erniedrigung des Kondensatordruckes um je 0,01 Atm. abs.

Mittelwerte: Einer Abnahme des Kondensatordruckes um 0,01 Atm. abs. entspricht folgende Abnahme des Dampfverbrauches bei 10—15 Atm. abs. Anfangsdruck und Sättigung bei der 300° C Überhitzung.

Gegendruck	0,10	0,04	0,02	Atm. abs.
Abnahme des Dampfverbr.	1,5	2,4	5,2	v. H.

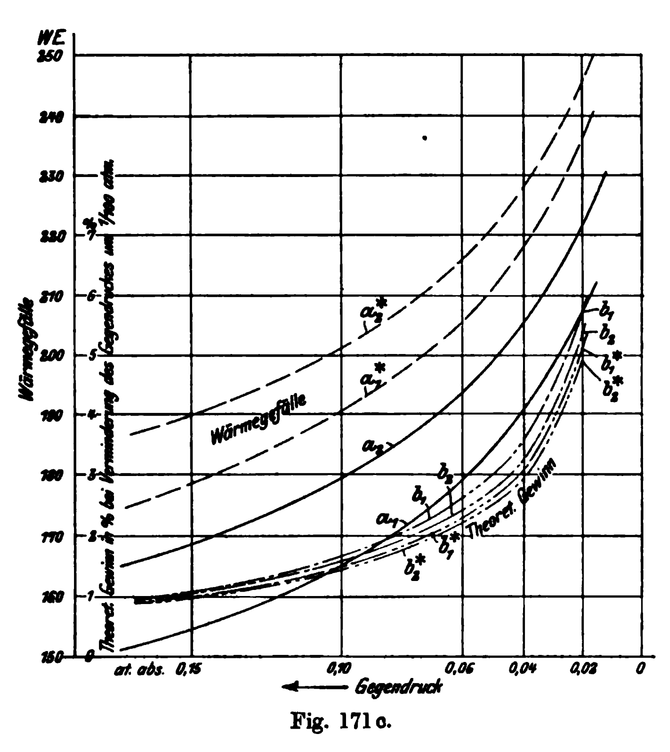


Fig. 171c.

Der Übergang von Kondensation zum freien Auspuff beeinflußt, wie wir weiter unten nachweisen, das bei gleichem Anfangsdruck durchströmende sekundliche Dampfgewicht sozusagen gar nicht; das Wärmegefälle hingegen nimmt je nach der Überhitzung und der Luftleere auf 0,5 bis 0,6 seines ursprünglichen Wertes ab. Der thermodynamische Wirkungsgrad ist ungünstiger, da die letzten Stufen keine Kraft mehr abgeben und vergrößerte Reibungsarbeit verursachen. Statt dessen wird der Betrag der verlorenen kinetischen Energie im Auslaß fast auf Null herabgesetzt. Im großen ganzen kann man daher als Dampfverbrauch für die PS_e-st etwas mehr als das Doppelte desjenigen bei Kondensation rechnen, erreicht also bei gleich großem Gesamt-Dampfverbrauch nur die Hälfte der früheren Leistung. Soll die Leistung durch Zusatzventile in Zwischenstufen erhöht werden, nimmt auch der spezifische Dampfverbrauch entsprechend zu.

Die wirkliche Abnahme des Dampfverbrauches. Nutzlosigkeit tiefen Vakuums unterhalb der Schallgrenze.

Für eine gegebene, d. h. ausgeführte Turbine weicht der wirkliche Dampfverbrauch von den oben gegebenen Zahlen mehr oder weniger ab und kann für die einzelnen Turbinensysteme aus den Versuchsergebnissen (im VI. Teil) abgelesen werden.

Im allgemeinen ist der Einfluß der Anfangsspannung kleiner als der theoretische, wohl deshalb, weil mit höherem Druck die Undichtheiten rascher zunehmen.

Digitized by Google

Der Gewinn durch Erhöhung der Überhitzungstemperatur ist umgekehrt größer als der theoretische, was in der Verminderung der Reibungsverluste seinen Grund hat, wie wir schon bei der Radreibung festgestellt haben. 1 v. H. Gewinn entfällt auf etwa 5,5 bis 6° C Überhitzung. Der thermodynamische Wirkungsgrad einer gegebenen Turbine steigt mit der Überhitzung.

Der Gewinn infolge Erniedrigung des Kondensatordruckes pflegt kleiner zu sein als der theoretische, da die Turbinen für ein mittleres Vakuum gebaut werden, nach dessen Überschreitung wegen vergrößerten Dampfvolumens der Auslaßverlust wächst. Der Gewinn beträgt daher praktisch bei 0,1 Atm. abs. Gegendruck etwa 1,0 v. H. bei 0,04 Atm. abs. Gegendruck etwa 1,5—2 v. H. für je 0,01 Atm. abs. Druckerniedrigung. Auf einen Umstand, der bis jetzt ziemlich allgemein übersehen wurde, müssen wir besonders hinweisen:

Sobald die Ausflußgeschwindigkeit in der letzten Stufe der Turbine die Schallgeschwindigkeit des dortigen Dampfzustandes erreicht hat, nützt die weitere Vertiefung des Vakuums überhaupt nichts mehr.

Hingegen könnte der Gewinn voll eingeheimst werden, wenn man die Turbine von vornherein für hohes Vakuum konstruieren, d. h. mit genügend langen Austrittsschaufeln versehen würde.

Ganz eigenartige Verhältnisse treten auf, wenn die letzte Stufe, wie bei Curtis, mit Düsen versehen ist, die, sofern der Anfangsdruck konstant bleibt, unabänderlich dieselbe Dampfmenge in der Zeiteinheit zuführen. Die v^2-Methode erweist sich hier als wertvolles Hilfsmittel der Untersuchung, wie wir weiter unten sehen werden. An dieser Stelle wollen wir als einfaches Beispiel den Vorgang beschreiben, der sich abspielt, wenn das normale Vakuum um einen kleinen Betrag vertieft wird. Wir machen die Annahme, daß ein einfaches Laufrad vorliegt, welches vollbeaufschlagt ist, mit etwas Reaktion arbeitet, und daß wohl c_1 größer, hingegen w_1, w_2, c_2 kleiner als die Schallgeschwindigkeit (w_s) sind. Bei unverändertem G fordert nun die v^2-Methode, wie man sich an einer Skizze klar machen kann, denselben Endzustand am Ende der Düse und am Ende der Laufschaufel wie beim normalen Vakuum, und es müßte hiernach beim Austritt aus der Laufschaufel der Druck sprungweise auf das tiefere Vakuum sinken. Da aber die Geschwindigkeiten unter der Schallgrenze liegen, ist eine Druckunstetigkeit unmöglich. Man befindet sich einem eigentümlichen Widerspruch gegenüber, der nur durch den Entschluß behoben wird, die Konsequenzen der v^2-Methode zu ziehen: wollen wir auf den kleinen Druck gelangen, so benötigen wir nach dem Volumendiagramm einen kleineren Querschnitt, daher **muß sich der Strahl von der Schaufel ablösen.** Der Sprung tritt dann am Düsenende auf, wo freilich wegen der unveränderten Winkel kein stoßfreier Eintritt mehr möglich ist, und der Rest der Schaufel arbeitet unter konstantem Druck.

Ganz anders ist die Sachlage, wenn das Vakuum erheblich erniedrigt worden ist, so daß die relative Austrittsgeschwindigkeit über die Schallgrenze steigen mußte. Dies wäre nur möglich, wenn die Schaufel ebenfalls Düsenform, d. h. einen engsten Querschnitt und eine Erweiterung besitzen würde. Da wir unsere Schaufel mit der üblichen Form voraussetzen, wird nun allerdings ein Drucksprung auftreten, und die Vertiefung des Vakuums ist nutzlos gewesen.

Wird das Vakuum verschlechtert, so pflanzt sich der Druck, da wir uns unter der Schallgrenze befinden, in das Innere der Schaufel fort, erhöht den Gegendruck von der Düse, und in dieser muß daher ein Dampfstoß auftreten.

Es wird für den Studierenden eine gute Übung bilden, die Vorgänge bei mehreren Geschwindigkeitsstufen oder bei über der Schallgrenze liegenden relativen Geschwindigkeiten zu untersuchen.

69. Druckverlauf und durchströmendes Dampfgewicht einer gegebenen Turbine bei größeren Druckänderungen und konstanter Umlaufzahl.

a) Kleiner Gegendruck (Vakuum).

Die praktische Erfahrung lehrt folgendes:

1. Das sekundlich durchströmende Gewicht einer gegebenen Turbine bei unveränderten Querschnitten und tiefer Luftleere ist dem Anfangsdrucke angenähert proportional.


Digitized by Google

2. Die elektrische Nutzleistung nimmt mit dem Anfangsdruck angenähert linear zu.

3. Der gesamte Dampfverbrauch im Leerlauf beträgt 10—15 v. H. desjenigen bei Vollbelastung.

In vielen Fällen genügt daher die Ermittlung des Dampfverbrauches bei zwei Belastungen, woraus der Verbrauch bei irgend einer anderen durch lineare Fortsetzung angenähert bestimmt werden kann.

Erhält die Turbine Quantitätsregelung, so bleiben die Querschnitte nicht unverändert, und obige Erfahrungsregeln gelten nicht mehr.

4. Bei tiefer Luftleere ändern sich (von den allerletzten Stufen abgesehen) alle Zwischendrücke mit dem Anfangsdrucke proportional.

Bei größeren Gegendrücken ändern sich die Verhältnisse sehr wesentlich, können indes wie folgt doch sehr anschaulich gemacht werden.

b) Die Ellipse als Gesetz der Veränderung des durchströmenden Dampfgewichtes bei höherem Gegendruck.

Der Kegel der Dampfgewichte.

An der früher beschriebenen achtstufigen Überdruckturbine unseres Laboratoriums wurden Anfangs- und Enddruck in weiten Grenzen verändert und bei unveränderlicher Umlaufzahl (4000 Min.), die in Fig. 172 dargestellte Abhängigkeit des sekundlichen Dampfgewichtes von den Drücken festgestellt.

O ist der Anfang des Koordinatensystems,
OA die Achse des absoluten Anfangsdruckes,
OB die Achse des stündl. Dampfgewichtes,
OC die Achse des absoluten Gegendruckes.

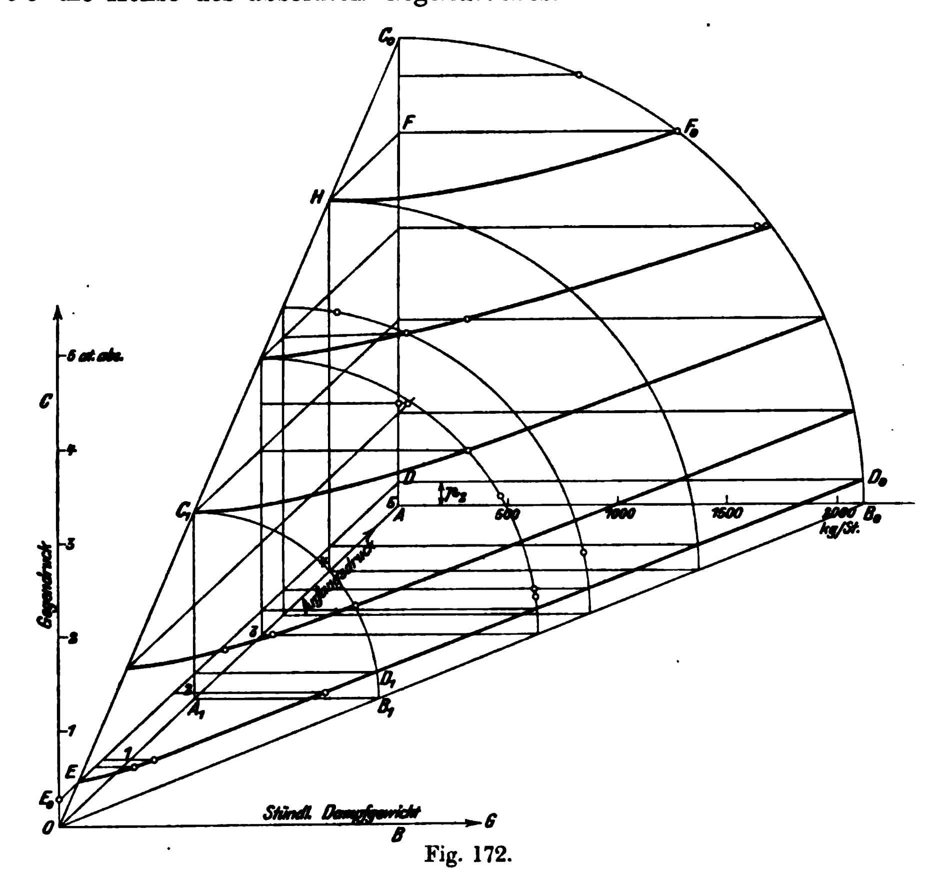


Fig. 172.

Behalten wir den Anfangsdruck unveränderlich, beispielsweise $= OA$, und lassen wir den Gegendruck von Null bis auf den Betrag $AC_0 = OA$ wachsen, so nimmt das Dampfgewicht vom Werte $G_{max} = AB_0$ gemäß einer der Ellipse sehr nahe kommenden Kurve $B_0F_0C_0$ ab. Nähert sich der Gegendruck dem Anfangsdruck, so ist die Abnahme eine ungemein rasche, und wir setzen für die Grenze, wo Gegendruck = Anfangsdruck ist, das Dampfgewicht $G = 0$, obwohl es wegen der Pumpenwirkung der (künstlich anzutreibenden) Turbine nicht ganz verschwinden wird. Bei ganz kleinem Gegendruck etwa zwischen B_0D_0 ist die Dampfmenge, wie wir weiter unten theoretisch nachweisen, konstant, so daß eigentlich nur Bogen $D_0F_0C_0$ als Ellipse anzusehen ist. Stellen wir einen kleineren Anfangsdruck OA_1 her, so ergibt der Versuch bei Veränderung des Gegendruckes eine der früheren ähnliche Ellipse $B_1D_1C_1$, deren Achsen im Verhältnisse der Anfangsdrücke kleiner sind.

Hiernach **stellt die Ellipse das Grundgesetz für die Veränderung der Dampfmenge mit dem Gegendruck, bei gegebenem Anfangsdruck und konstanter Umlaufzahl, dar.**

Im graphischen Diagramm kann diese Ellipse durch geeignete Wahl der Maßstäbe als Kreis dargestellt werden.

Die Gesamtheit der Endpunkte der Strecken G erfüllt eine **Kegeloberfläche** $OB_0F_0C_0$, zu deren Bestimmung ein einziger Hauptschnitt wie $AB_0D_0C_0$ genügt.

Will man die Veränderung des G bei **konstantem Gegendrucke** beispielsweise $p_2 = AD$ kennen lernen, so muß der Kegel durch die Horizontalebene im Abstande AD geschnitten werden, was die Schnittlinie D_0D_1E ergibt. Wir erkennen, daß das Dampfgewicht dem Anfangsdrucke um so genauer proportional ist, je kleiner der Gegendruck war, da der Schnitt einer Erzeugenden des Kegels um so näher kommt. Für den höheren Druck AF ist die Krümmung der Schnittlinie F_0H schon eine ausgesprochene.

Soll das **sekundliche Gewicht konstant** bleiben, so entspricht dies einem Vorgang in einer zu den Achsen $p_1\,p_2$ parallelen Schnittebene. Es wird also bei einer Erhöhung des Gegendruckes der Anfangsdruck auch steigen müssen, und zwar nach einem hyperbolischen Gesetz. Sind wir vom Scheitel der Hyperbel weiter entfernt, so ist die Zunahme eine angenähert lineare.

Die theoretische Begründung dieser Regeln geben wir im folgenden Abschnitt.

c) Druckverlauf im Inneren der vielstufigen Turbine bei Änderung des Anfangs- und des Gegendruckes.

Es sei AB in Fig. 173 die Linie des Druckverlaufes einer gegebenen Turbine als Funktion der durch Punkte in gleichen Abständen auf der Abszissenachse dargestellten Stufenzahl für $A_0A = p_1$ als Anfangs-, $B_0B = p_2$ als Enddruck und zwar in der Form, die der theoretische Entwurf geliefert hat.

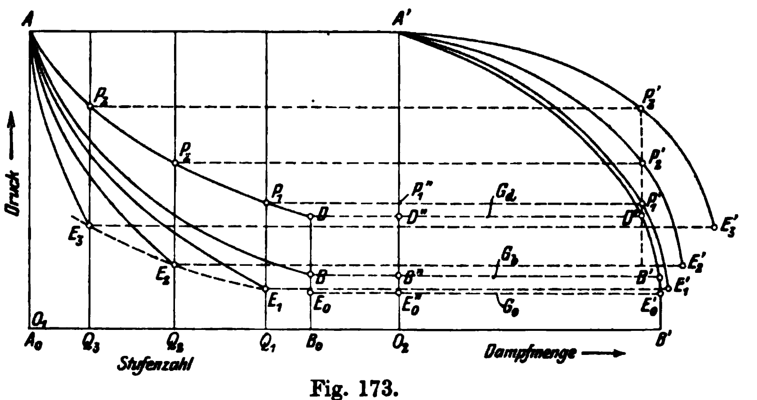


Fig. 173.

Um zu erfahren, welche Änderung eintritt, wenn der Gegendruck erhöht oder erniedrigt wird, kann

man einen Versuch mit der analytischen Methode unternehmen, die aber, wie später gezeigt wird, auf eine nicht allgemein integrierbare Differentialgleichung führt. Es ist daher ein sehr glücklicher Umstand, daß die früher erläuterte v^2-Methode (Abschn. 65) die Aufgabe ohne jede Schwierigkeit graphisch löst.

Ist beispielsweise der Druckverlauf bei höherem Gegendruck zu untersuchen, so machen wir einen Versuch mit einer Dampfmenge G_d die kleiner ist als G_b, und ermitteln mit dem alten Anfangszustand A beginnend und unter Benutzung der alten Zustandskurve (indem wir die Stoßverluste vernachlässigen), also der alten v^2-Kurve die neuen Zustandspunkte am Ende der einzelnen Stufen. So ergibt sich ein Druckverlauf $AP_3P_2P_1D$, zu dessen Enddruck B_0D wir die angenommene Dampfmenge G_d in der Nebenfigur als Strecke $D''D'$ abtragen. Wiederholen wir dies Verfahren für andere Dampfgewichte, so werden wir feststellen, daß die Punkte $A'D'G'$ ... auf dem Umfang einer der Ellipse sehr nahe kommenden Kurve gelegen sind, womit der praktisch-theoretische Beweis für das Gesetz der Ellipse geleistet ist. Doch wäre das Verfahren zu mühsam und zeitraubend, wenn wir immer die v^2-Methode anwenden müßten. Dies erweist sich indes als überflüssig durch die

Auffindung der Schallgeschwindigkeitspunkte.

In Fig. 173a seien die Kurven der v^2 und zugleich gemäß der angenommenen Zustandskurve die zugehörigen Drücke als Funktionen von i eingetragen. Die schrittweise Rechnung habe P als Zustand am Ende des letzten Leitrades ergeben, und P_1P_2 sei $Aw_1{}^2/2g$, so daß von P_2 aus die letzte Schnittgerade unter dem in der Nebenfigur links durch $(f:G_0)^2$ bedingten Neigungswinkel φ zu ziehen ist. Falls diese Gerade die v^2-Kurve berührt, so haben wir einen Punkt mit Schallgeschwindigkeit[1]) erreicht; nimmt man G_0 größer an, so wird die v^2-Kurve nicht mehr getroffen,

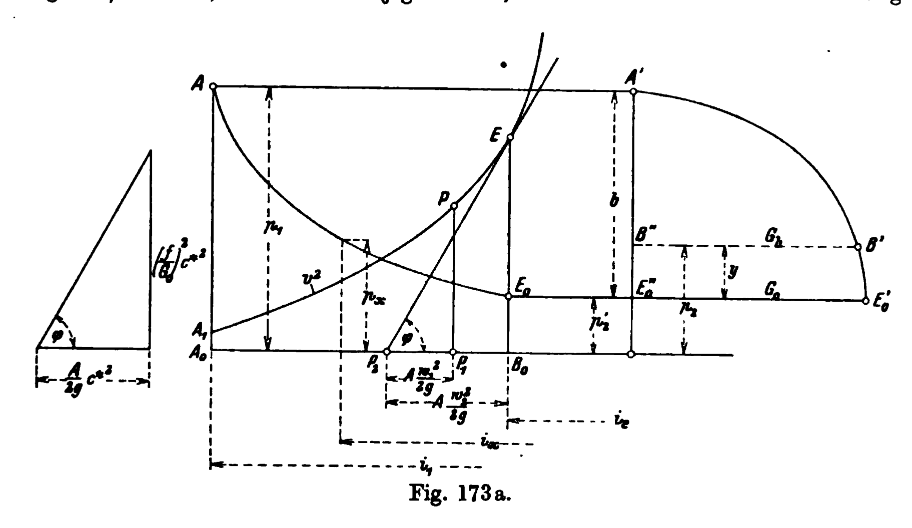


Fig. 173a.

die Strömung ist unmöglich. Wäre nun die entsprechende Dampfmenge G_0 bekannt, so brauchte man nur, ohne die vorhergehenden Zustände zu kennen, die unter dem Winkel φ geneigte Tangente an die v^2-Kurve zu ziehen, und erhielte in E den Endzustand und in $B_0E_0 = p_2{}'$ den Enddruck, der dem Auftreten der Schallgeschwindigkeit entspricht. Da indes G_0 nicht bekannt ist, wird man den Winkel φ zunächst mit dem Werte f/G_b bilden, wo G_b das dem normalen Enddruck p_2 entsprechende, von früher her bekannte sekundliche Gewicht bedeutet und der so bestimmte Punkt E wird in den meisten Fällen genügend genau sein, falls der Unterschied um p_2 und $p_2{}'$ nicht groß ist.

Es ist aber leicht, seine Lage zu korrigieren, indem man bedenkt, daß, wenn $p_2{}'$ der Enddruck ist, das durchströmende Gewicht sich als der Abschnitt $E_0{}''E_0{}'$, d. h. als die horizontale Halbachse der Ellipse der Dampfgewichte $A'B'E_0{}'$ darstellen muß, deren senkrechte Halbachse durch $E_0{}''A' = b$

[1]) In dem Sinne, daß man annimmt, der Dampfzustand werde auch beim Eintritt der Schallgeschwindigkeit der angenommenen Zustandskurve folgen.


Digitized by Google

gegeben ist. In dieser Ellipse ist G_b die Abszisse, die aus der Figur abzugreifende Strecke y die Ordinate des Punktes B', und gemäß der Gleichung der Ellipse ist

$$\left(\frac{G_b}{G_0}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1,$$

woraus man G_0 und den berichtigten Wert von φ ermittelt. Die neue Tangente liefert die neue, genauere Lage des Punktes C_1, und einen hinlänglich genauen Wert p_2', so daß der Scheitel der Ellipse E_0' festgelegt erscheint. Es ist kaum nötig, das Verfahren zu wiederholen.

Durch diese **Hauptellipse** ist zu jedem Dampfgewicht ein bestimmter Enddruck zugeordnet, aber wir sind noch nicht in der Lage, die Zwischendrücke anzugeben. Dies gelingt durch die Überlegung, daß ein Teil unserer Turbine dem gleichen allgemeinen Gesetz gehorchen muß, wie die ganze Turbine. Betrachten wir also in Fig. 173 etwa die zwischen A_0 und Q_1 gelegenen Stufen als eine Turbine für sich, so kann auf diese das gleiche Verfahren angewendet werden, und wir werden in E_1 die Schallgeschwindigkeitsgrenze, in E_1' den Scheitel derjenigen Ellipse auffinden, die für die Teilturbine A_0Q_1 maßgebend ist.

Die Ellipsen E_0' und E_1' stehen miteinander in einer besonderen Verwandtschaft. Betrachten wir die Drucklinie AP_1D, so ist für die ganze Turbine die sekundliche Dampfmenge gemäß Ellipse E_0' die Strecke $D''D'$; für die Teilturbine gemäß Ellipse E_1' die Strecke $P_1'P_1''$; da aber durch die Turbine überall dieselbe Dampfmenge strömt, muß

$$D''D'=P_1''P_1'$$

sein. In gleicher Weise können wir nun zu den Teilturbinen A_0Q_2, A_0Q_3 . . . usw. die Ellipsen mit den Scheiteln E_2', E_3' . . . usw. ermitteln, und die vorhin entwickelte Beziehung liefert nun ein einfaches Mittel, die Zwischendrücke wie folgt zu ermitteln.

Druckverlauf für einen willkürlich vorgeschriebenen Gegendruck.

Es sei die Drucklinie für den Gegendruck B_0D (Fig. 173) unbekannt vorausgesetzt. Durch wagerechte Projektion auf die Hauptellipse erhalten wir in $D'D''$ die Dampfmenge G_d, die auf alle übrigen Ellipsen lotrecht übertragen, die Teilpunkte $P_1'\,P_2'\,P_3'$ . . . ergibt. Diese projizieren wir rückwärts auf die Lotrechten durch $E_1\,E_2\,E_3$ . . ., wodurch auf diesen die Kurve des Druckverlaufes $P_1P_2P_3$ . . . herausgeschnitten wird.

Die Untersuchung zeigt, daß sich die Druckkurven vom Anfangspunkt ausgehend gegenseitig innig anschmiegen, und erst später fast plötzlich stärker auseinandergehen. Das bedeutet, daß **das Druckgefälle, also auch die geleistete Arbeit, in den ersten Stufen durch Veränderung des Gegendruckes nur sehr wenig beeinflußt werden.**

Die Erhöhung des Gegendruckes setzt in erster Linie die Leistung der letzten Stufen herab, so daß die **letzten Räder** alsbald **nur leer mitlaufen.**

Dies bewirkt bei **geteilten** Turbinen, insbesondere der **Schiffsturbine,** daß die **Verteilung der Arbeit auf die Einzelturbinen durch Erhöhung des Gegendruckes (des Vakuums) sich wesentlich ändert.**

Wenn die **Schallgeschwindigkeit in Zwischenstufen überschritten wird,** was bei Turbinen, die durch Veränderung aller Leitradquerschnitte (mittelst Schieber) regulieren, möglich ist, so stellt sich eine Unstetigkeit ein, die indes einfach zu übersehen ist. Beispielsweise soll in einer Zwischenstufe von 6 Atm. auf 2 Atm. expandiert werden, während 3,4 Atm. der kritische Druck sein möge. Erhöhen wir den Gegendruck am Austritt der Turbine, so wird die durchfließende Dampfmenge nicht geändert, und der Druck in der Zwischenstufe steigt nach dem in Absatz b erwähnten hyperbolischen Gesetz, bis der kritische Druck 3,4 Atm. erreicht ist. Von da an wird sich ein Stau im engsten Düsenquerschnitt einstellen und die Dampfmenge sinkt nach der Ellipse, die Turbine kann als einheitliches Ganzes behandelt werden. War hingegen die betreffende Stufe mit Düsen ausgestattet, so steigt der Druck, wie in Abschn. 31 erläutert wurde, weit über 3,4 Atm., bevor die Dampfmenge zu sinken beginnt.

Ist in allen Stufen die Schallgeschwindigkeit überschritten, so kann der Druckverlauf auf dem Wege der Rechnung leicht verfolgt werden, indem man eine angenäherte Zustandsgleichung $p^{\frac{1}{n}}v=k$ aufstellt und für das alle Stufen durchströmende Gewicht die Ausflußformel


Digitized by Google

$G = \alpha f \sqrt{p/v}$ benutzt, in welcher f der vorgeschriebene Leitquerschnitt jeder Stufe (Funktion der Stufenzahl) ist. Durch Einsetzen des v aus der ersten Gleichung erhält man

$$p^{\frac{n+1}{n}} = \frac{k G^2}{\alpha^2 f^2},$$

also p als Funktion der Stufenzahl. Das sekundliche Gewicht hängt nur ab von der allerersten Düse und dem hinter ihr herrschenden Gegendruck.[1])

Ebenfalls einfach kann, wie Forner gezeigt hat,[2]) der Druckverlauf auf dem Wege der Rechnung für die Druckstufenturbine ermittelt werden, sofern die Auslaßenergie in allen Stufen durch Wirbelung vernichtet wird. Wird die Schallgeschwindigkeit nicht überschritten, so ist die allgemeine Strömungsformel in Abschn. 22 zu benutzen, gemäß welcher die sekundliche Dampfmenge G eine Funktion des Querschnittes, des Anfangs- und Enddruckes $p_1\,p_2$ und des Anfangsvolumens v_1 ist. Für eine gegebene Turbine sind die Leitradquerschnitte aller Stufen gegeben, wir können also zu einem angenommenen G, p_1, v_1 den Druck am Ende der ersten Stufe p_2 berechnen. Zu diesem liefert eine angenäherte Zustandsgleichung das Volumen v_2, und wir können den Druck p_3 der zweiten Stufe ermitteln usf., bis alle Stufen erledigt sind.

Das Gesetz für die Abhängigkeit der sekundlichen Dampfmenge vom Gegendruck hat eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Gesetz der durch eine einfache Mündung strömenden Dampfmenge. In beiden Fällen gibt es einen kritischen Wert des Druckes, von welchem an eine Erniedrigung des Gegendruckes die Dampfmenge nicht mehr beeinflußt, und wenn der Gegendruck höher ist, als der kritische, nimmt die Dampfmenge angenähert nach einer Ellipse ab. Allein dieser kritische Druck ist bei der Turbine in der beschriebenen, eigenartigen Weise durch die Abmessungen (Querschnitte, Winkel, Umfangsgeschwindigkeit) bedingt und besitzt meist sehr niedrige Werte, so daß sich in dieser Beziehung eine Analogie mit der Strömung durch lange Rohrleitungen, Abschn. 28, aufdrängt. Allein die Reibung ist hier nicht das Bestimmende; an ihre Stelle tritt in der Turbine die Arbeitsabgabe an die Laufräder, wodurch dem Dampf Stufe für Stufe Energie entzogen wird, und dieser Einfluß überwiegt die Wirkung der Reibung um ein Bedeutendes. Um dies klar einzusehen, führen wir im folgenden ein Beispiel durch, in welchem jede Reibung vollkommen ausgeschlossen wird.

1. Beispiel. Eine 15stufige Gleichdruckturbine mit 10 kg/qcm abs. Anfangsdruck, 250° C Anfangstemperatur und 0,1 kg/qcm Vakuum wurde in gewöhnlicher Weise unter der Annahme durchkonstruiert, daß die Auslaßgeschwindigkeit jeder Stufe vollständig verwertet wird. Als Dampfgewicht wurde 1 kg/sek gewählt, bei 125,6 m/sek Umfangsgeschwindigkeit (3000 Uml./min); die Zustandsänderung ist **reibungsfrei adiabatisch** vorausgesetzt. Mit der so bestimmten Reihe der Leitquerschnitte, Leit- und Laufschaufelwinkel wurde sodann nach der v^2-Methode der Druckverlauf für verschiedene, in Fig. 174 angegebene Gewichte bestimmt. Bei 1 kg/sek führt die Druckkurve nicht ganz auf den ursprünglichen Kondensatordruck hinab, was bei der großen Empfindlichkeit der v^2-Methode nicht zu verwundern braucht. Der Schallpunkt am Ende der 15. Stufe fällt auf E_{15}, und man sieht, daß die theoretischen Punkte P_1'; Q_1'; R_1' . . . genügend nahe auf den Umfang der Hauptellipse E_{15}' fallen. Nun wurden die Schallpunkte E_6 und E_3 der 6. und 3. Stufe bestimmt und die Kontrolle ausgeführt, inwieweit die Ellipsen E_6' und E_3' mit den schon bekannten Drucklinien übereinstimmen. Man projiziert beispielsweise die Punkte $P_1 P_2 P_3$ auf die zugehörigen Ellipsen, dann müssen die Schnittpunkte $P_1' P_2' P_3'$, weil demselben Dampfgewicht angehörend, auf einer Vertikalen liegen. Sowohl diese Punkte, als auch $Q_1' Q_2' Q_3'$ lassen erkennen, daß die Genauigkeit der Ellipse eine praktisch befriedigende ist. Die ebenfalls eingezeichnete Kurve der Wärmegefälle gestattet das leichte Abgreifen der bei einem bestimmten Gegendruck in Arbeit umgesetzten Wärmemenge.

---

[1]) Graphische Methoden mit genauer Berücksichtigung der wirklichen Zustandsänderung gibt H. Baer in der sehr gründlichen Untersuchung: Die Regelung der Dampfturbinen und ihr Einfluß auf die Energieentwicklung in den einzelnen Druckstufen. Mitteil. über Forschungsarbeiten. Berlin 1909.

[2]) Z. V. deutsch. Ing. 1909, S. 674.


Digitized by Google

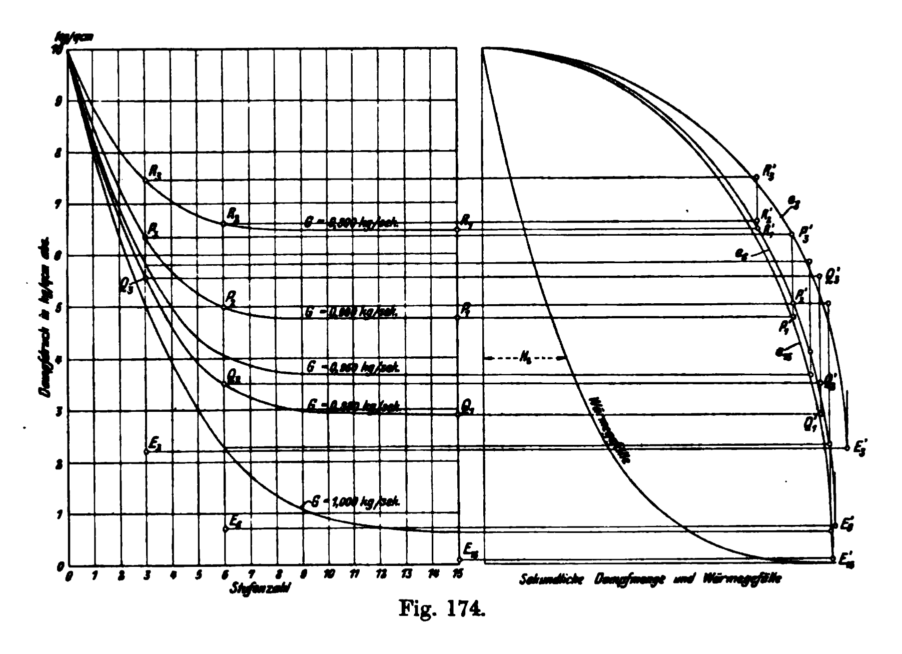


Fig. 174.

2. Beispiel. Die gleiche Turbine wurde, um auch Widerstände einzuführen, unter der Annahme behandelt, daß die Auslaßenergie aller Stufen vernichtet (in Wärme umgewandelt) wird, und zwar einmal bei vollem Anfangsdruck (10 Atm. abs.), dann bei Drosselung (bei konstantem Wärmeinhalt) auf 5 bzw. 1 Atm. abs. Die gewonnenen Kurven [1]) sind in Fig. 174a veranschaulicht, aus der die räumliche Darstellung des sekundlichen Dampfgewichtes (Fig. 174b) als Funktion des Anfangs- und des Enddruckes abgeleitet wurde. Auch hier stimmt die tatsächliche Kurve *a* (vollgezogen) mit der theoretischen Ellipse (punktiert) sehr nahe überein und bestätigt das Gesetz von der „Kegelfläche" der Dampfmengen.

Fig 174a.

Fig. 174b.

[1]) Von Herrn Ing. R. Fehr ermittelt.

Digitized by Google

Experimentelle Bestimmung des Druckverlaufes.

Die Ergebnisse der Theorie werden durch den praktischen Versuch vollauf bestätigt. So vor allem in Grambergs[1]) sehr vollständigen Untersuchung einer Oerlikon-Gleichdruckturbine von 14 Stufen, 150 KW-Leistung bei 3000 Uml./min, deren Druckkurven alle wesentlichen Kennzeichen der oben theoretisch abgeleiteten Schaubilder aufweisen.

d) Dampfmenge und Druckverlauf bei veränderlicher Umlaufszahl.

Wird in der vielstufigen Turbine die Auslaßgeschwindigkeit jeder Stufe durch Wirbelung vernichtet, so ist die sekundlich durchströmende Dampfmenge von der Umlaufzahl so gut wie unabhängig. Die Zustandskurve ändert sich wohl, und zwar so, daß bei Verkleinerung der Umlaufzahl und demgemäß (im allgemeinen) sinkender Leistung der Wärmeinhalt mit dem Normalen verglichen größer wird (beim Stillstand fällt der Zustand schließlich mit der Linie $i =$ konst. zusammen). Die adiabatischen Gefälle der einzelnen Stufen nehmen indessen nur unwesentlich zu, und da auch das spezifische Volumen etwas wächst, bleibt die Dampfmenge nahezu konstant.

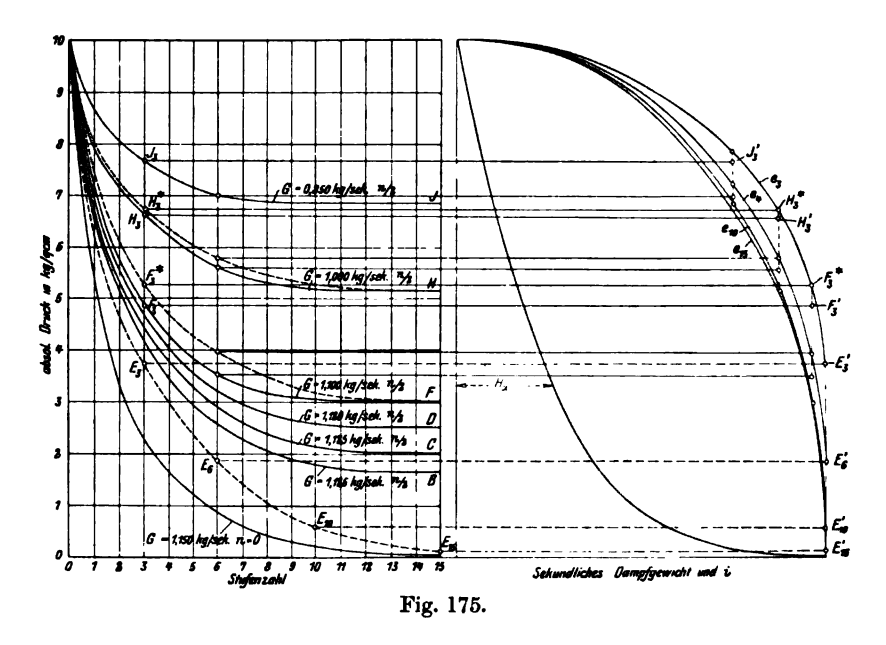


Fig. 175.

Sobald aber die Auslaßgeschwindigkeit verwertet wird, wie bei der Überdruckturbine und den vollbeaufschlagten Stufen der Gleichdruckturbine, wird bei kleinerer Umfangsgeschwindigkeit ein kleinerer Teil der Dampfenergie in Nutzarbeit umgesetzt, was eine Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit, daher auch der Dampfmenge zur Folge haben muß.

Die theoretische Vorausbestimmung der Zunahme ist sehr umständlich und kaum genau durchzuführen, denn die Turbine arbeitet nicht mehr mit stoßfreiem Eintritt, und es ist schwer einzuschätzen, um wieviel die Widerstände infolgedessen zunehmen.

Um in dieser Beziehung eine klare Situation zu schaffen, wurde die Dampfmenge bei halber Umlaufzahl für die vorhin untersuchte Turbine unter der Voraussetzung bestimmt, daß die Zustandsänderung nach wie vor eine reibungsfrei adiabatische ist. Dies bedeutet, daß man die Eintritts-

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1909, S. 250.


Digitized by Google

winkel aller Leit- und Laufräder stets auf stoßfreien Eintritt umgestellt denkt, während die Austrittswinkel erhalten bleiben. In Fig. 175 sind die Ergebnisse [1]) der mit der v^2-Methode durchgeführten Untersuchung veranschaulicht. Die Scheitel der für Stufe 15, 10, 6 und 3 bestimmten Ellipsen fallen hier in eine Vertikale und mußten teilweise berichtigt werden, da ein einwärtsliegender Scheitel, wie man bei näherer Überlegung einsieht, einen Widerspruch im Druckverlauf ergeben würde. Die Abweichungen der tatsächlichen, d. h. genau auf dem Umfang der Ellipse E_3' gelegenen Punkte $F_3^* H_3^*$ von den theoretischen ist hier etwas merklicher, ebenso entfernen sich die mit der theoretischen Ellipse ermittelten (punktierten) Druckkurven bei F_3 und H_3 mehr als oben von den wirklichen, was an dem Umstande liegt, daß bei kleiner Umlaufzahl die Geschwindigkeiten c_1 und w_1 jeweil wenig voneinander verschieden sind, daher das Resultat gewissermaßen der (an sich kleine) Unterschied zweier großer Zahlen ist und durch die Ungenauigkeit der Zeichnung mehr beeinflußt wird.

Druckverlauf mit Verdichtung.

Gehen wir mit der Umlaufzahl sehr weit hinab, so treten ganz eigentümliche Verhältnisse auf, die wir zunächst wieder an reibungsfrei adiabatischer Zustandsänderung veranschaulichen wollen, da sie nur bei aufmerksamster Vergegenwärtigung der Strömungsgesetze verständlich sind. Wählen wir das durchströmende Gewicht klein, so führt die v^2-Methode zum Ergebnis, daß die Pressung hinter der ersten Stufe wieder zunimmt, wie die oberen Kurven in Fig. 176 anzeigen. Dies liegt daran, daß von der kinetischen Energie $c_1^2/2g$ infolge der niedrigen Umfangsgeschwindigkeit nur ein kleiner Teil in Arbeit umgesetzt wird, so daß c_2 wenig von c_1 verschieden ist, und der Ausgangspunkt B_1 (Fig. 176 a) für die zweite Stufe nahe an A_0 heranrückt, so daß die neue Schnittlinie $B_1 C$ **vor** dem Punkte B die v^2-Kurve schneidet. Dies bedeutet, daß in der Leitschaufel der 2. Stufe unter den gegebenen Verhältnissen eine **Verdichtung** und keine Expansion stattfinden muß.

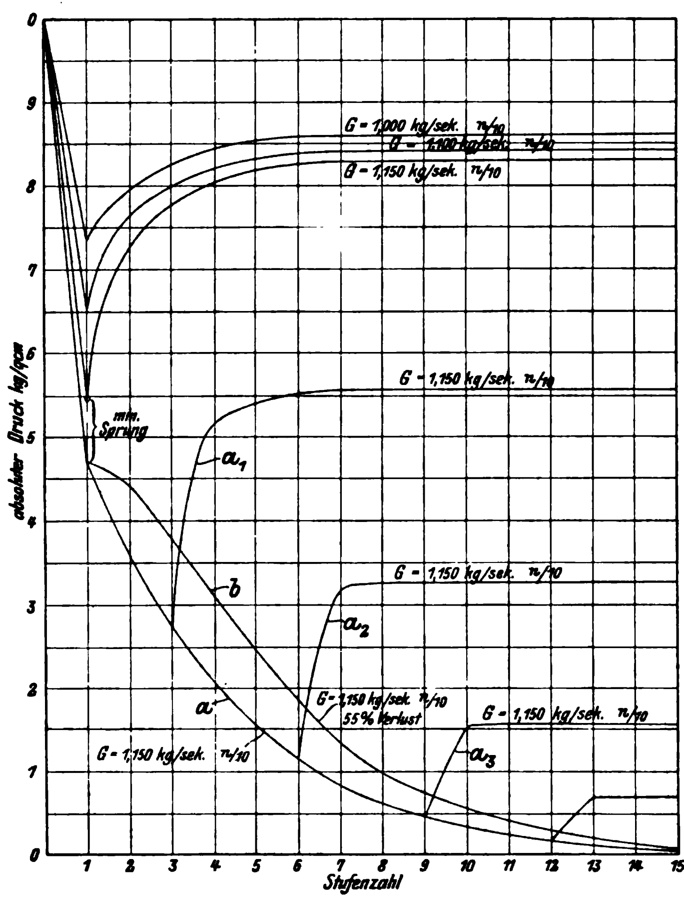


Fig. 176.

Vergrößern wir die Dampfmenge, so gelangen wir alsbald an die Grenze, wo am Ende des 1. Leitrades die **Schallgeschwindigkeit** auftritt, und unsere unter dem neuen Winkel gezogene Schnittlinie die v^2-Kurve in B' berührt. Der Ausgangspunkt für die 2. Stufe ist dann B' (Fig. 176 a) und die Schnittlinie der nun folgenden Stufe wird die v^2-Kurve wieder diesseits von B' in C' treffen, so daß wir gewissermaßen nicht vom Fleck kommen, d. h. den Kondensatordruck nicht erreichen können. Die Lösung dieses scheinbaren Paradoxons ist, daß hinter dem 1. Leitrad eine Diskontinuität auftritt, d. h. daß sich dort ein unter dem kritischen Wert stehender Druck einstellt, der einer Expansion bis auf Punkt C in Fig. 176 b entspricht. Da wir aber gewöhnliche, unerweiterte Leitkanäle voraussetzten, wird am Ende des Leitrades stets der Zustand B' vorhanden sein, und die weitere Expansion wird sich, wie wir annehmen wollen, ganz im Spalt vor dem Laufrad vollziehen. Die Wahl des Punktes C ist an die Bedingung geknüpft, daß die verbleibende Auslaßge-

[1]) Von Herrn Ing. **Kappeler** ermittelt.

Digitized by Google

schwindigkeit c_2 die Schallgeschwindigkeit überschreitet. Ist dies der Fall, so werden wir nämlich für die von C_1 unter dem Winkel φ_2 ausgehende Schnittlinie nicht mehr den ersten Schnittpunkt D_1 sondern den in der Verlängerung liegenden Punkt D_2 wählen, denn jetzt befinden wir uns gewissermaßen hinter dem engsten Querschnitt einer Düse und bleiben im Gebiete der Überschallgeschwindigkeit. Die so gewonnene Expansionslinie a in Fig. 176 entspricht dem kleinsten zulässigen Druckabfall hinter dem 1. Leitrad und führt in der Tat auf einen genügend tiefen Kondensatordruck.

Bei einer Erhöhung des Gegendruckes versagt das Gesetz der Ellipse vollständig, und es treten Erscheinungen auf, die denjenigen des Dampfstoßes in einer Düse gleich sehen. Wenn C_1 in Fig. 176b den Ausgangspunkt für eine bestimmte spätere

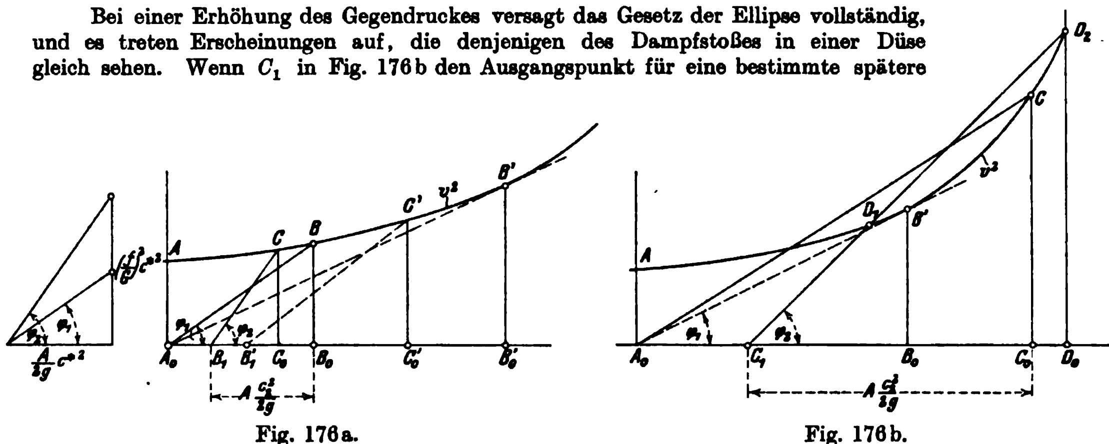


Fig. 176a. Fig. 176b.

Stufe bedeutet, so ist in der Tat die Fortsetzung stets bis zum Zustand D_2 oder aber D_1 zulässig. Der letztere bedeutet wieder eine Verdichtung, die wenigstens theoretisch ohne Stoß möglich ist, da die Leitschaufel einen sich verengenden Kanal bildet. So gelangen wir zu den Schaulinien $a_1\ a_2\ a_3 \ldots$ der Figur 176.

Im Stillstand ist die Turbine, wenn wir an der reibungsfreien adiabatischen Zustandsänderung festhalten, vollends als Düse anzusehen, deren engsten Querschnitt in unserem Beispiel das erste Leitrad bildet, und die mit zahlreichen Erweiterungen und Verengerungen versehen ist, die indes alle verlustfrei durchlaufen werden. Der Druckverlauf in den einzelnen Stufen wäre einfach die Nachbildung der bei der Düse gewonnenen Schaulinien.

Sobald die Reibung in Betracht gezogen wird, ändert sich das Aussehen der Drucklinien, ohne grundsätzlich von dem Erörterten abzuweichen. Ein Beispiel bei normaler Umlaufzahl ist oben mitgeteilt worden und in Fig. 176 wurde die Drucklinie b auf Grund der Annahme durchkonstruiert, daß die Reibungsarbeit dem Quadrate der mittleren Geschwindigkeit proportional ist. Es wurde eine Zustandskurve probeweise angenommen und die Rechnung wiederholt, bis einigermaßen Übereinstimmung herrschte. Bis zum Zustand hinter dem 1. Leitrad konnte adiabatische Expansion angenommen werden; die großen Widerstände setzen erst von hier ab ein. Es stellte sich heraus, daß die Reibungsarbeit bei $^1/_{10}$ der normalen Umlaufzahl etwa 55 v. H. des adiabatischen Gefälles anwächst, während sie normal mit 30 v. H. eingeschätzt war.

Die Gesamtzunahme von normaler Umlaufzahl bis zum Stillstand beträgt für unser Beispiel bei reibungsfreier Strömung 15 v. H. Bei einer Turbine Parnusscher Bauart wird der Betrag mit Rücksicht auf die Reibung kleiner, weil hier eine ganze Gruppe gleicher Leit- und Laufräder den Anfang bildet, und nur das letzte Leitrad dieser Gruppe den „Minimalquerschnitt" der Düse bildet, mit der wir die Turbine vergleichen können. Die Reibung der vorhergehenden Stufen setzt aber die durchströmende Dampfmenge herab.

e) Gleichzeitige Drosselung und Verringerung der Umlaufzahl.

Wird der Anfangs- und der Gegendruck einer Turbine bei unveränderter Umlaufzahl in gleichem Verhältnis verkleinert, so nimmt, wie wir eben angeführt haben, auch die sekundliche Dampfmenge und die Pressung in allen Zwischenstufen proportional ab. Sei in Fig. 176c AB der alte und A_1B_1 der neue Druckverlauf, so gilt für den Betrieb mit Drosselung die zu $A'B'$ ähnlich gelegene Ellipse der Dampfmengen $B_1'A_1'$. Das Vakuum wird bei kleinerer Belastung von

Digitized by Google

selbst besser, indes nicht im Verhältnis der Anfangsdrücke, und wir werden nur etwa bis zum Drucke $B_0 B_2$ gelangen, dem der punktierte Druckverlauf, und die Dampfmenge $B_2 B_2'$ entsprechen.

Bei der **Schiffsturbine** ist nun mit der Drosselung auch eine Abnahme der Umdrehzahl verbunden, so daß die Dampfmenge auf der neuen Ellipse $A_1' B_1''$ abzulesen ist.

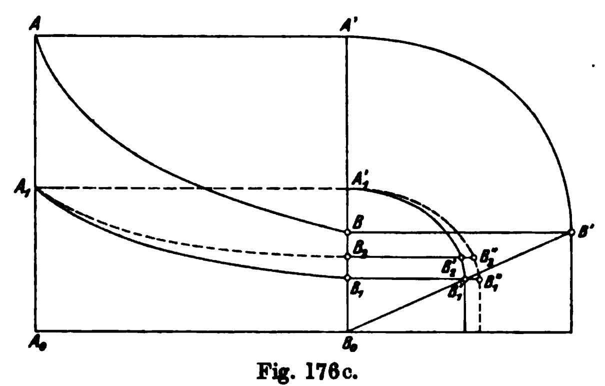


Fig. 176c.

Es stehen sich hier zwei entgegengesetzt wirkende Einflüsse gegenüber: das ungenügend tiefe Vakuum verkleinert, — die Abnahme der Drehzahl vergrößert die Dampfmenge. Wenn infolge Vorschaltens von Marschturbinen auch der Anfangszustand des Dampfes geändert wird, sind die Verhältnisse noch verwickelter. Wir behandeln im Abschnitt über die Schiffsturbine ein entsprechendes Beispiel in ausführlicherer Weise.

f) Dampfverbrauch für die effektive PS-st bei Turbinen gleicher Bauart, aber verschieden großer Leistung.

Je größer die Turbine, desto mehr treten die nebensächlichen Widerstände, wie Rad-, Lagerreibung und Undichtheit gegen die Nutzleistung zurück, und der Verlust beschränkt sich auf die eigentliche Schaufelreibung. Große Einheiten werden daher einen günstigeren spezifischen Dampfverbrauch aufweisen, wie beispielsweise in Fig. 177 nach Angaben der A.-G. **Escher Wyss** & Co, Zürich, dargestellt ist.

Fig. 177.

Sowohl die Leistung N_e als der Verbrauch G_e sind in logarithmischem Maßstab aufgetragen, und liefern wie ersichtlich nahezu Gerade als Schaulinien, daher der Zusammenhang zwischen G_e und N_e durch ein Potenzgesetz dargestellt werden könnte. Die Figur lehrt auch, um wieviel die Einheiten mit hohen Umlaufzahlen wirtschaftlicher sind, als die langsam laufenden.

Digitized by Google

V. Konstruktion der wichtigsten Turbinenelemente.

70. Praktisch übliche Schaufelformen.

Für die praktische Ausführung kommt nicht einseitig der beste Dampfwirkungsgrad in Betracht; man muß vielmehr mit den Gesamtkosten rechnen, und diese gebieten, daß das Gewicht der Turbine gewisse Grenzen nicht überschreite. Wenn also etwa eine 100 mm breite Schaufel einen etwas besseren Wirkungsgrad liefert als eine solche von 25 mm, so wird man doch nicht die erstere wählen, da sie zu schwere Räder, zu große Lagerdistanz, schwere Wellen usw. bedingen würde.

Bei **Leitschaufeln** ist die Herstellung aus Blech sehr allgemein, daher die Stegdicke konstant bleibt, und die Schaufelform mit ziemlich willkürlicher Krümmung vom Eintrittswinkel zum Austrittswinkel überführt.

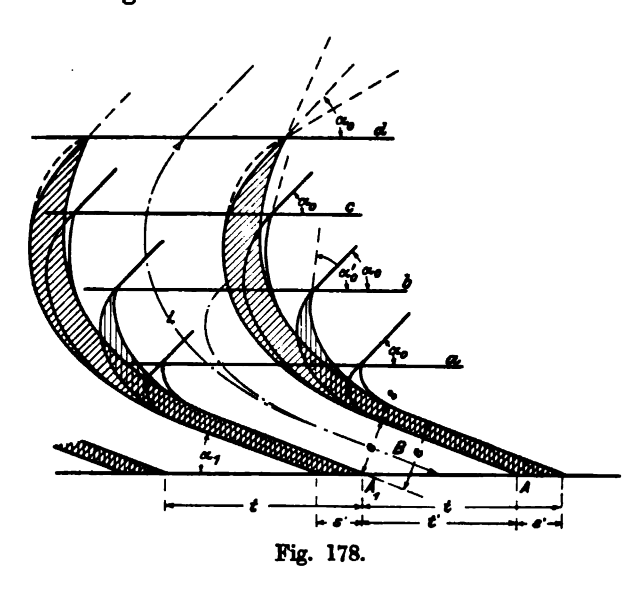


Fig. 178.

Sind die Stufen durch Zwischenwände getrennt, so ist meist genügend Raum vorhanden, um ganz breite Schaufeln auszuführen, was die Praxis von Anfang an ausgenützt hat. Wir finden Teilungen von 20—25 mm und mehr. Als mittlere Ausführungsform wird Beispiel *b* oder *c* in Fig. 178 gelten können, während *a* zu scharf gekrümmt ist, *d* nutzlos langen Dampfweg bietet. Die Austrittseite soll mit großer Sorgfalt behandelt werden, damit genügend lange geradlinige Führungsstrecken AB vorhanden seien.

Bei radialen Turbinen gilt für freie Strömung das Gesetz rc_u = konst. (wie wir später begründen werden) und, sofern dieselbe zwischen zwei zur Achse senkrechten Ebenen vor sich geht, für unelastische Flüssigkeiten auch rc_r = konst. (wo c_r die radiale Geschwindigkeit bedeutet), daher ist das Verhältnis $c_r : c_u$ auch = konst., d. h. die resultierende Geschwindigkeit bildet mit dem Leitstrahl einen konstanten Winkel, wir müssen das Schaufelende nach einer logarithmischen Spirale formen.

Will man vollkommen zusammenhängenden Dampfstrahl erhalten, so müssen die Leitschaufelstege zugespitzt, und die Seitenwände entsprechend konvergent geformt werden.

Für den Eintritt wird hie und da die Neigung des Schaufelrückens α_0 der Neigung des eintretenden Strahles gleichgemacht. Die hohle Kante weist dann einen Winkel $\alpha_0' > \alpha_0$ und einen Stoß auf, der aber weniger schädlich wirken kann, als eine eventuelle Ablösung des Strahles vom Schaufelrücken bei zu scharfer Krümmung.

Im allgemeinen soll α_0 die Spitze der Schaufel halbieren.

Digitized by Google

Eine **Schaufel für Überdruck**, die nach Engineering 1906, II, S. 511, der von **Parsons** benutzten Originalform entspricht, ist in Fig. 178a dargestellt. Als Einheit ist die mittlere Strahldicke gewählt. Hier ist die Geradlinigkeit des Auslaufes zugunsten einer Verringerung der Stegdicke aufgegeben. Fig. 178b ist eine verwandte Form, bei der im Einlauf tunlichst lang eine kleine Geschwindigkeit angestrebt wird. In der Tat ist es bei Überdruck nicht bloß zulässig, sondern zweckmäßig, den Dampf sehr plötzlich zu beschleunigen, um nur auf kurze Strecken reibungverursachende hohe Geschwindigkeiten zu haben. Dabei konzentriert sich auch die Arbeitsabgabe auf diese Kanalstrecke, was aber in keiner Weise ein Nachteil ist. **Da die relative Reibungsarbeit zugleich absoluter Verlust ist, haben wir für die Laufschaufel nur die relative Bewegung zu prüfen, und diese so einzurichten, daß sie mit möglichst geringem Reibungsverlust vor sich geht.** Indes hat Profil Fig. 178b doch den Nachteil, daß im Übergang ein deutliches Minimum des Querschnittes vorhanden ist (überall gleich lange Schaufel vorausgesetzt), daher der Dampf wie bei einer Düse mit Diffusor nutzlos tief expandiert und wieder verdichtet wird. Noch schlimmer wäre es, wenn der Strahl, was nicht unmöglich erscheint, sich vom Schaufelrücken ablösen würde. Dies wird bei der Parsonsschen Form nicht eintreten, da das Minimum außerhalb des Kanales liegt. Als Austrittswinkel bei diesen divergierenden Strahlrändern wird man natürlich das Mittel der beiden Winkel nehmen.

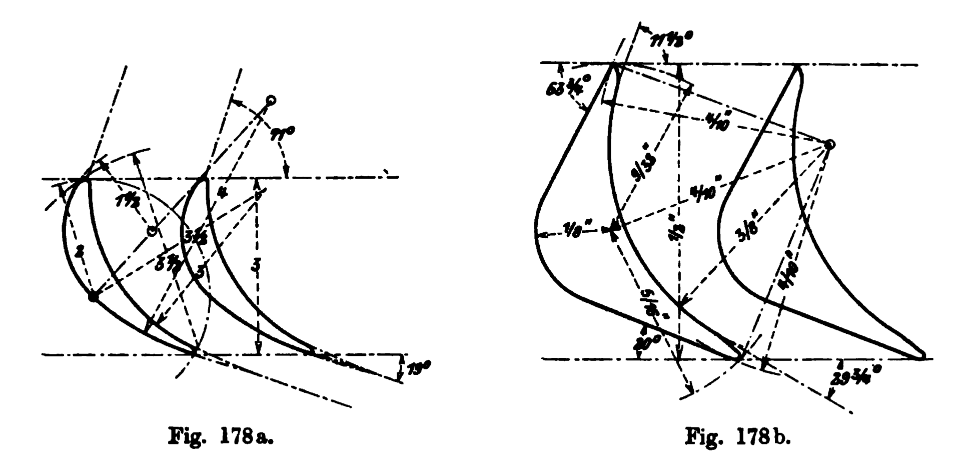


Fig. 178a. Fig. 178b.

Die große Stufenzahl der Parsonsturbine zwingt zur Anwendung sehr kleiner Schaufelbreiten, und zwar am Hochdruckteil bis hinab auf 6 mm Breite bis etwa

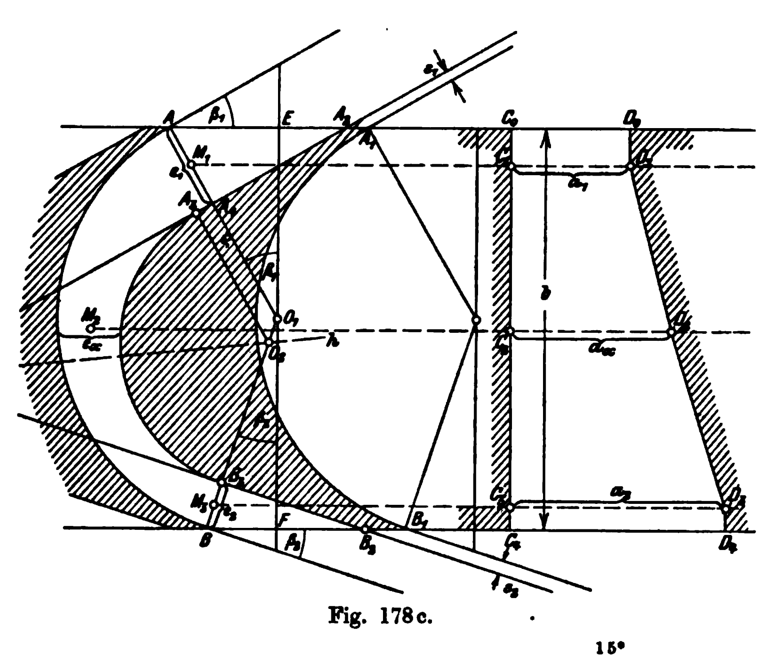


Fig. 178c.

Digitized by Google

4,2 mm Teilung. Dann etwa 10 mm Breite 6 mm Teilung bis hinauf auf 25 mm Breite 14 bis 16 mm Teilung.

Die Form der Gleichdruckschaufel, wie sie beispielsweise die General Electric Company ausführt, wird durch Fig. 178c veranschaulicht.

Von der durch O_1 gelegten Lotrechten tragen wir die vorgeschriebenen Winkel β_1 und β_2 ab und beschreiben mit dem Halbmesser der Krümmung ϱ die hohle Seite AB. Dabei ist die Schaufelbreite $b = \varrho(\cos\beta_1 + \cos\beta_2)$, woraus ϱ bei gegebenem b berechnet werden kann. Die Teilung, die etwas kleiner als ϱ gewählt wird, liefert das Nachbarprofil A_1B_1. Man trägt nun die Stegdicke s_1 am Eintritt etwa 0,3—0,5 mm und die am Austritt s_2 = etwa 0,5—1 mm ab und sucht die Winkelhalbierende h der durch A_2 und B_2 unter den Winkeln β_1 und β_2 gezogenen Geraden. Der Auslauf muß geradlinig begrenzt werden bis mindestens zum Punkte B_3, der B gegenüberliegt, also liefert die Verlängerung BB_3 auf h den Mittelpunkt O_2 für den inneren Kreisbogen A_3B_3. Hierdurch sind die Kanalweiten am Ein- und Austritt e_1, e_2 gegeben, und man erhält die Längen a_1, a_2 aus den Querschnitten f_1, f_2, die wieder aus der Stetigkeitsgleichung

$$Gv_1 = f_1w_1; \qquad Gv_2 = f_2w_2$$

folgen. Man sorgt dafür, daß der Querschnitt stetig von f_1 in f_2 übergeht. Eine Kontrolle des Zwischenzustandes wäre bei den verwickelten Verdichtungserscheinungen außerordentlich umständlich. An Stelle der gebrochenen Linie $D_0D_1D_2D_3D_4$ wird eine schiefe Gerade von D_0 nach D_4 durchgezogen. Sofern man mit Überschallgeschwindigkeit arbeitet, wird vielfach f angenähert = konst. gemacht. Die aus Blech von unveränderlicher Dicke gebogene Schaufel braucht nicht weiter beschrieben zu werden. Meist wird nur der Eintrittsrand zugeschärft, und zwar auf der Außenseite.

Die Schaufelbreite schwankt zwischen 15 und 25 mm, die Teilung beträgt etwa 0,5 bis 0,6 der Breite.

71. Konstruktion und Befestigung der Schaufeln.

1. Hohe Umfangsgeschwindigkeit.

Mit hoher Umfangsgeschwindigkeit ist naturgemäß hohe Dampfgeschwindigkeit und die Gefahr raschen Verschleißes verbunden. Nasser Dampf übt eine ungemein starke koordinierende Wirkung aus, wie aus den Versuchen von Ing. R. Sulzer (s. die Beschreibung der Sulzer-Turbine) besonders augenfällig hervorgeht. Nur hochprozentiger Nickelstahl hält auf die Dauer stand, indes auch nicht ohne gewisse Gefahren, über die wir in Abschn. 85 berichten. Überhitzter Dampf greift die Schaufel in wesentlich geringerem Maße an, doch muß wegen der mit erhöhter Temperatur rasch sinkenden Festigkeit der Bronzen auch Nickelstahl verwendet werden. Die Bronzen hingegen eignen sich vortrefflich bei mäßigen Geschwindigkeiten und Temperaturen wegen der leichten Bearbeitung und insbesondere weil sie dem Rosten nicht ausgesetzt sind.

Für Räder mit hoher, d. h. über etwa 150 m gelegener Geschwindigkeit hat de Laval die musterhafte in Fig. 179 dargestellte Konstruktion geschaffen. Die Schaufeln werden aus Flußstahl gepreßt, auf Kaliber gefräst und in der Nute leicht verstemmt. Das Prinzip der Vertauschbarkeit ist streng gewahrt und die Kosten für die Erneuerung eines Schaufelsatzes nicht groß. Die Schaufeln besitzen am äußeren Ende Ansätze, die sich gegenseitig berühren und einen geschlossenen Begrenzungsring bilden. Die Stege sind stark verdickt, um angenähert konstanten Durchfluß zu gewähren. Man kann sie nach oben hin verjüngen, um die Fliehkraft zu vermindern, erhält aber weniger gute Dampfführung (siehe Schnitt AB und CD, Fig. 179). Die Konstruktion ist für die höchsten bisher erreichten Geschwindigkeiten (etwa 430 m/sek) geeignet, indessen in der Anwendung auf Einzelräder, die von der Seite zugänglich sind, beschränkt.

In den ersten Ausführungen benutzte de Laval die in Fig. 180 dargestellte Konstruktion mit zweiteiligem Radkörper, die bei großen Rädern in dieser Form versagt.


Digitized by Google

Seger ließ durch das Engl. Pat. Nr. 4611, vom Jahre 1894, die in Fig. 181 dargestellte Ausführung schützen. Die Schaufel *a* wird aus gezogenem Profil auf Längen geschnitten, am unteren Ende in die Form einer Gabel gefräst und in die ebenfalls gefrästen Nuten *b* der Radscheibe eingesetzt. Die Gabelzinken werden nun umgebogen und könnten durch anzunietende Ringe *c* am Wiederaufbiegen verhindert werden. Da Nuten *b* am besten geradlinig gemacht werden, muß das Schaufelprofil aus zwei Geraden und einer Kurve bestehen.

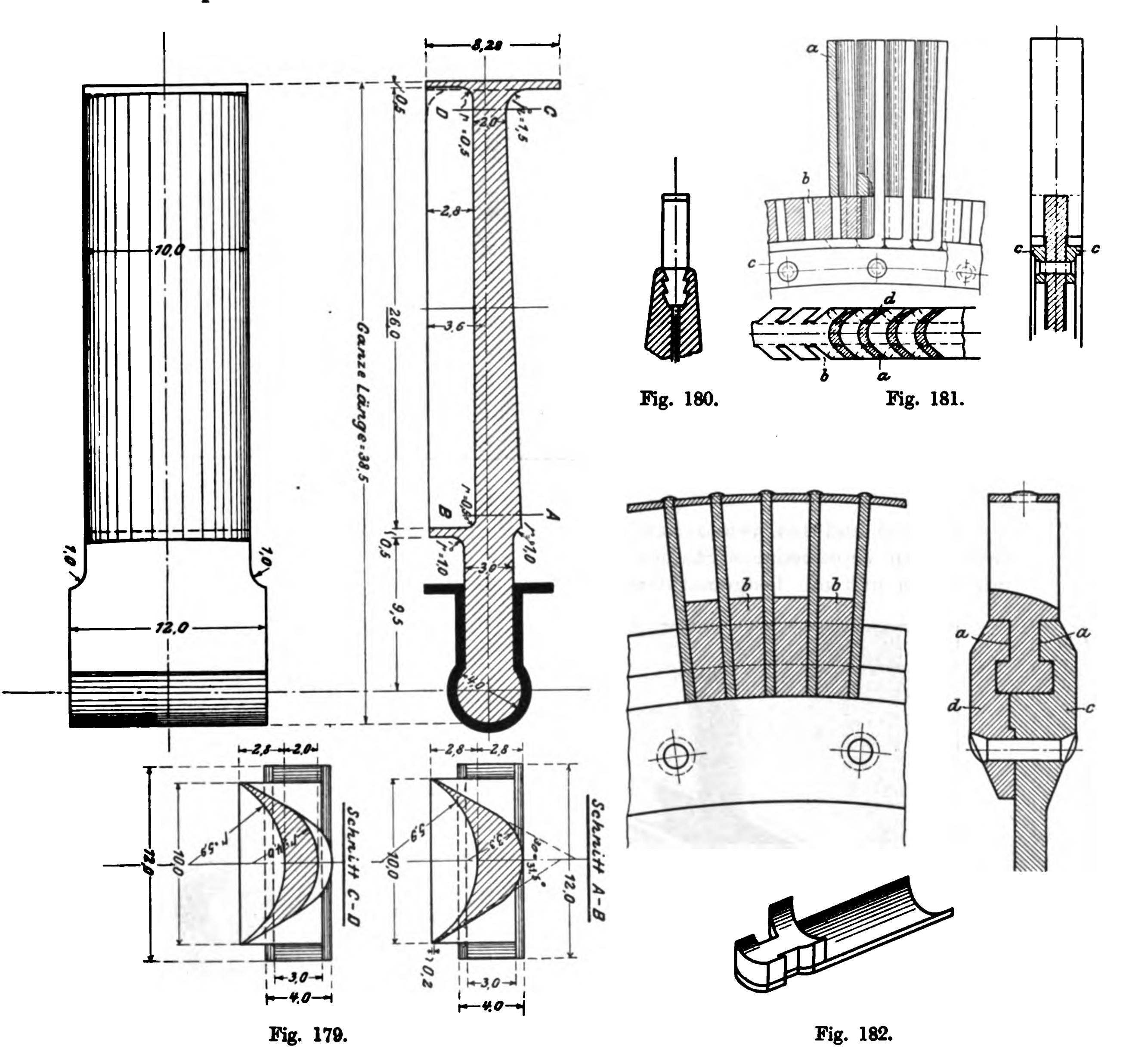


Fig. 179. Fig. 180. Fig. 181. Fig. 182.

Zölly benutzt für seine Aktionsräder Schaufeln aus Nickelstahl, welche blank und gegen das Außenende verjüngt nachgefräst werden. Zum Zwecke der Befestigung erhält die Schaufel (Fig. 182) beiderseitig rechtwinklige Einkerbungen *a*, welche in entsprechende Nuten des Rades *c* und eines Deckringes *d* hineinpassen. Letzterer wird nach dem Einlegen der Schaufel endgültig festgenietet.

Digitized by Google

Die Schaufeln werden im richtigen Abstand erhalten durch die allseitig gefrästen und ebenfalls mit Kerben versehenen Beilagen *b*.

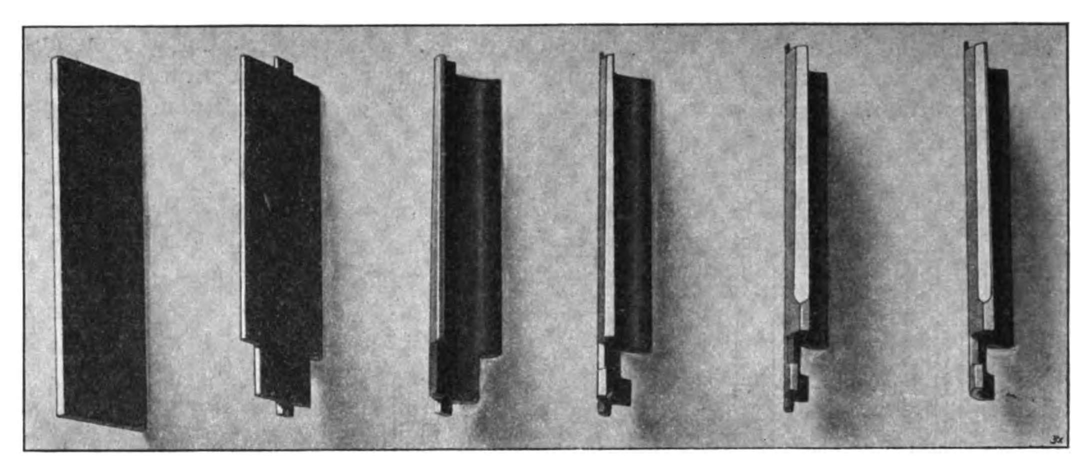


Fig. 183.

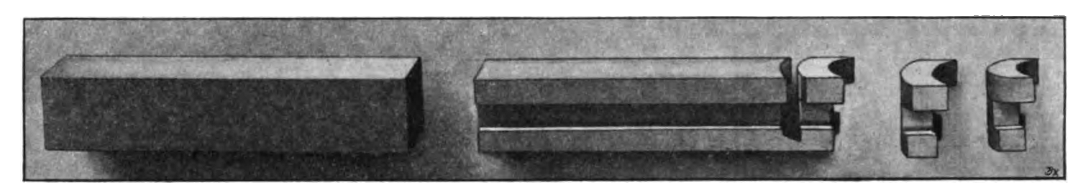


Fig. 184.

Fig. 183 und 184 veranschaulichen die Herstellung der Schaufeln und der Beilagen in verschiedenen Stadien. Fig. 185 und 185a sind Schnitte des Kranzes mit freiem und mit festgemachtem Deckring.

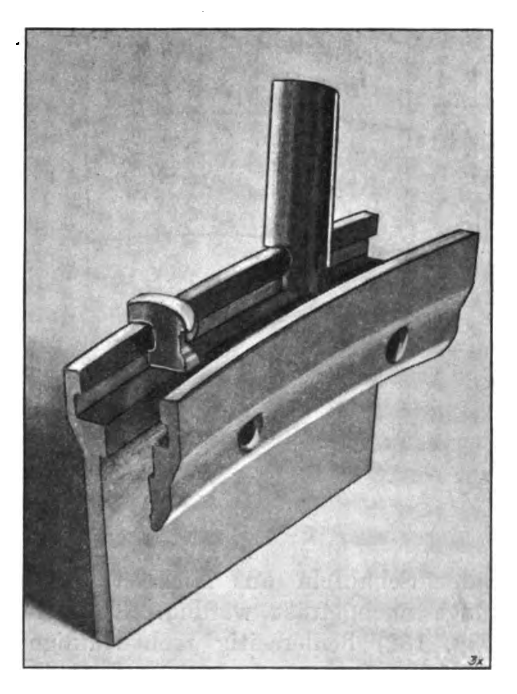


Fig. 185.

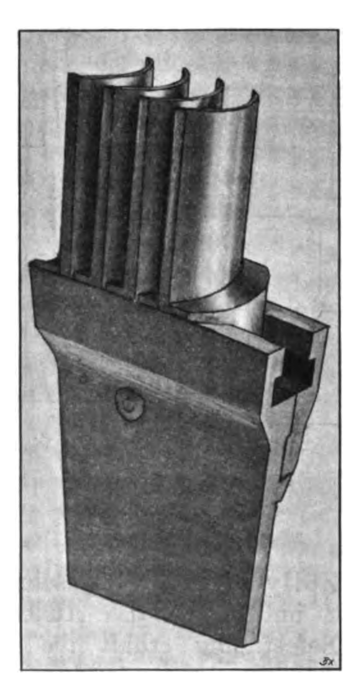


Fig. 185a.

Digitized by Google

Viel angewendet wird die Schwalbenschwanznute (Fig. 186), wobei als Schlußstück die zusammenhängende Einlage *a* — *a* von oben in eine vorerst rechtwinklige Nute eingelegt und in dieser verstemmt wird.

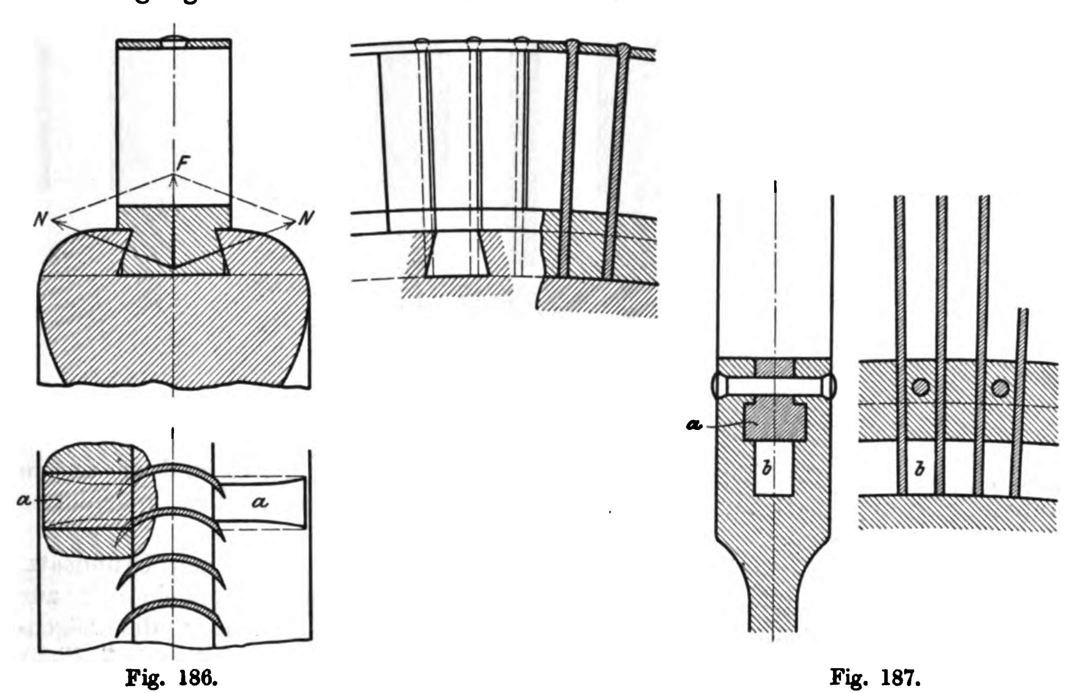


Fig. 186. Fig. 187.

Um den bedeutenden schiefen Seitendruck *N* des Schwalbenschwanzes zu vermeiden, legt die Maschinenfabrik Oerlikon die Schaufeln in eine rechtwinklige aus dem Vollen herausgedrehte Nute (Fig. 187) mit tief hinabreichenden

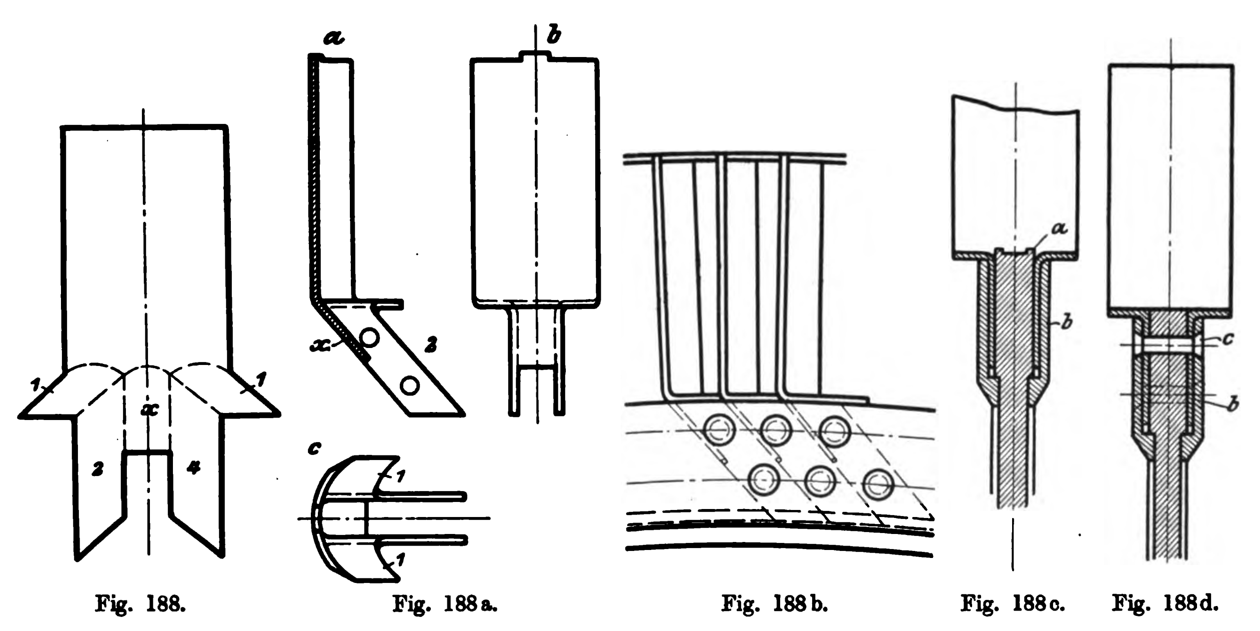


Fig. 188. Fig. 188a. Fig. 188b. Fig. 188c. Fig. 188d.

Stielen *b* ein, während die Beilagen kürzer bleiben. In Abständen werden die beiden Kranzteile durch Nieten zusammengehalten.

Fig. 188 bis 188d veranschaulichen das Verfahren der Skodowerke in Pilsen,

Digitized by Google

das ähnlich auch von Sautter, Harlé & Cie. in Paris ausgeführt wird. Die Schaufel wird aus Nickelstahlblech durch Pressen mit tunlichst geringer Dehnung (also im wesentlichen nur Faltung) hergestellt und „reitet" auf dem Laufrad-

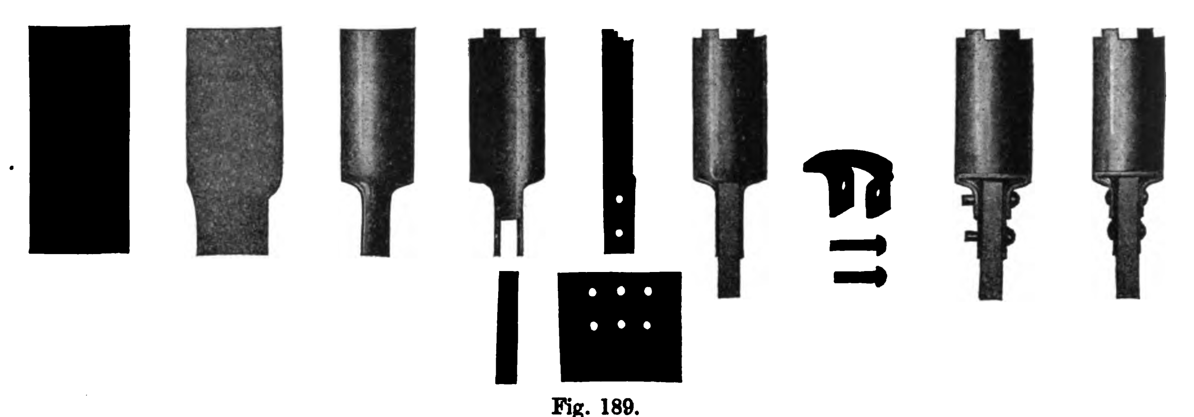


Fig. 189.

rande, den man zum Schluß umnietet, um die Schaufel zu halten und die untere Kanalbegrenzung glatt zu machen. Außerdem dienen zwei seitlich angenietete Ringe als Befestigung.

Die Bergmann-Elektrizitätswerke, A.-G., befolgt einen ähnlichen Grundsatz, wie die Aufeinanderfolge der Schaufelformen vom Nickelstahlblechstück zur fertigen Verbindung in Fig. 189 darstellt. Wesentlich sind hier die Sägeneinschnitte im Kranze, in die die Schaufelrücken hineinpassen, und die als 7. Figur dargestellte Beilage zur glatten Begrenzung des Dampfweges. Fig. 189a zeigt die Außenansicht eines Kranzteiles.

F. H. Wait in Chicago (Western Electr. Co.) verwendet gezogene Schaufeln mit hinreichender Verstärkung in der Mitte, um einen

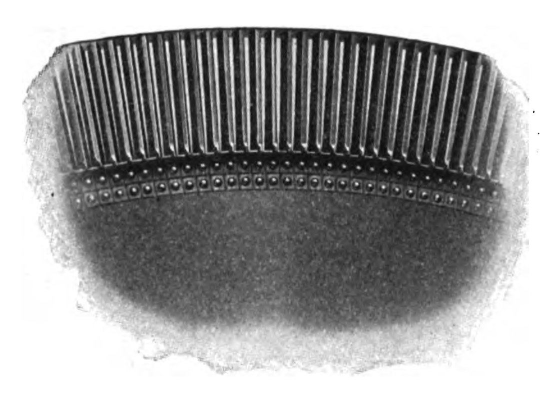


Fig. 189a.

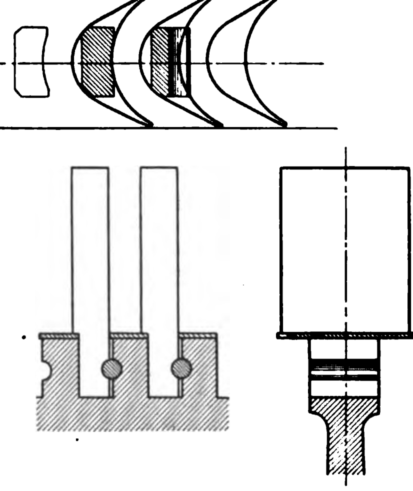


Fig. 190.

Steg ausfräsen zu können, der durch Querstift in Nuten gehalten wird (Fig. 190). Den inneren Kanalabschluß bildet ein gelochtes, durch die Schaufeln festgehaltenes Band.

An der jetzt verlassenen Riedler-Stumpfturbine, wie auch von der „Union" M. A. G. wurden früher Pelton-artige Schaufeln unmittelbar in den Kranz des Turbinenrades eingefräst. Die Fig. 191 veranschaulicht die Schaufelform nach dem franz. Patent 310020 vom Jahre 1901 von Stumpf. Eine fliegende Fräserscheibe schneidet den halbkreisförmigen Kanal und den halbrunden Ausschnitt in der Zellenscheidewand zugleich aus. Den Knick, der bei der angedeuteten Bearbeitung an der Zellenrückwand entstehen würde, vermeidet die wirkliche Ausführung durch eine schwach verjüngte

Digitized by Google

Form der Zelle mit ebenen Wänden. Fig. 191a stellt ein Fragment mit zweiseitiger Schaufel dar, bei welcher der Dampfstrahl durch den Mittelgrat in zwei gleiche Hälften gespalten wurde.

Die General Electric Cie. Schenectady hobelt die Schaufeln der axialen Druckturbine bei nicht zu großer Länge durch eigene Maschinen aus dem Vollen heraus. Der Hobelstahl muß die dem

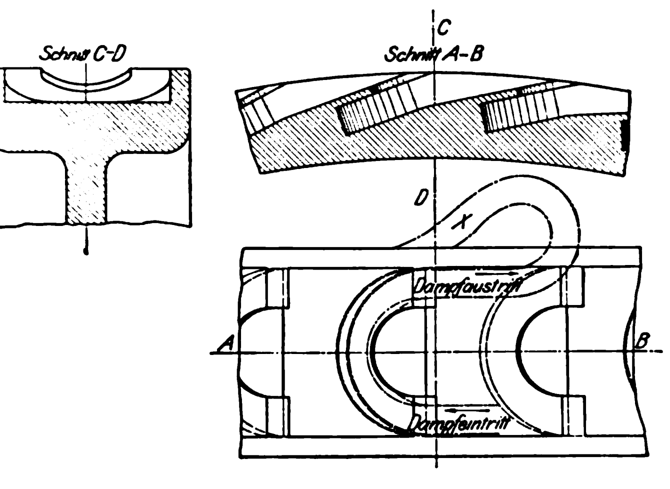


Fig. 191.

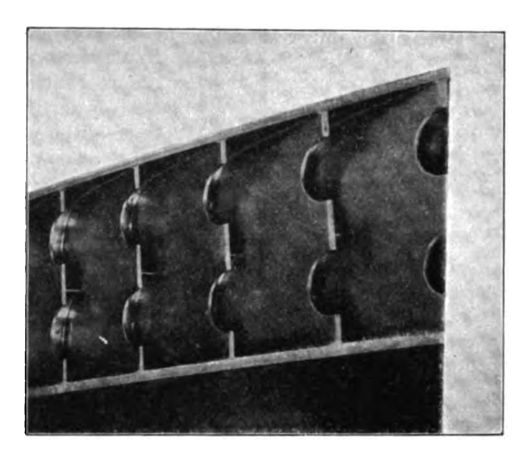


Fig. 191a.

Schaufelumriß entsprechende krummlinige Hin- und Herbewegung ausführen. In Fig. 191b bis 191d sind Kranzteile mit engerer und weiterer Teilung abgebildet. Über die Schaufelenden wird ein Band geschlungen und mittels der im Bilde ersichtlichen Ansätze vernietet. Über die moderne Konstruktion der General Electric Cie. vergleiche man die Beschreibung der Curtis-Turbine.

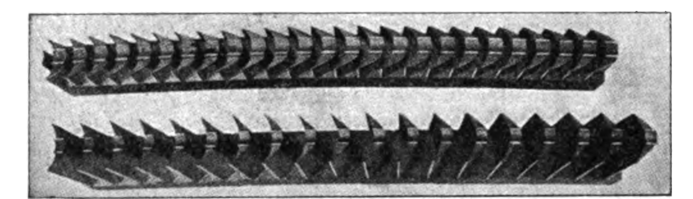


Fig. 191b.

2. Mäßige Umfangsgeschwindigkeit ($u < 120$ m/sek).

Die vielstufigen Turbinen arbeiten, wie wir erörtert haben, mit Umfangsgeschwindigkeiten, die 100 m/sek nur um weniges übertreffen. Da die Schaufeln nur geringen Fliehkräften zu widerstehen haben, so wird auch ihre Konstruktion wesentlich einfacher ausfallen.

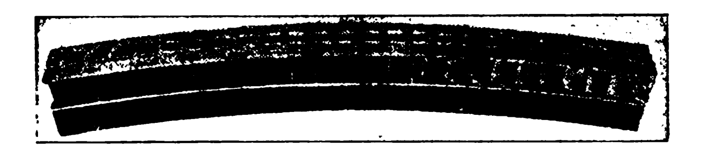


Fig. 191c.

Die Parsonsturbine verwendet nach den Prospekten ihrer Lizenzfirmen Schaufeln aus gezogenen Stäben von Bronze oder anderen Metallen, die in schwalbenschwanzartigen Nuten durch kleine Beilagen aus gleichen Baustoffen mittels Einklemmung festgehalten werden. Die Beilagen werden zum Schluß verstemmt, um eine allseitige Verspannung zu erzielen. Der Abschluß am

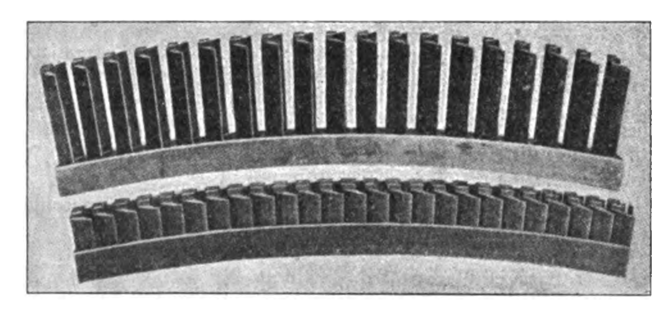


Fig. 191d.

Digitized by Google

äußeren Umfang wird im allgemeinen durch das Turbinengehäuse gebildet. Die Leitschaufeln sind in ähnlicher Art in der Wandung des Gehäuses befestigt. Leit- und Laufräder folgen unmittelbar aufeinander.

Fig. 192.

Um den Studierenden eine Vorstellung zu geben, wie der Erfindungsgeist in der ersten Epoche des Dampfturbinenbaues nach geeigneten Herstellungsmethoden herumtastete, geben wir im folgenden einige Patentskizzen[1]) früherer Zeiten wieder. Der Gegensatz zu den unten besprochenen ausgereiften Konstruktionen ist sehr lehrreich.

Nach Fig. 192 sollte das Schaufelende abgebogen und durch wechselweises Überdecken und eventuelles Verlöten der Ansätze B ein ganz oder teilweise geschlossener Ring (Fig. 193) geschaffen werden. Das innere Ende C der Schaufel ist erweitert, um die Schwalbenschwanznute auszufüllen. Die Beilagen sollen breiter ausgeführt werden als die Schaufeln, damit beim Verstemmen die Schaufel nicht beschädigt werde. Nach Fig. 194 wird die Schaufel durch Umbiegen der Zähne z eines Ringes befestigt, der in die Nute eingebracht und dort mittels eines besonderen Stemmringes festgehalten wird. In Fig. 195 wird der Befestigungsring in zwei Hälften A und B geteilt und mit Nuten C versehen, in welche die Schaufeln passen; D sind Stemmringe.

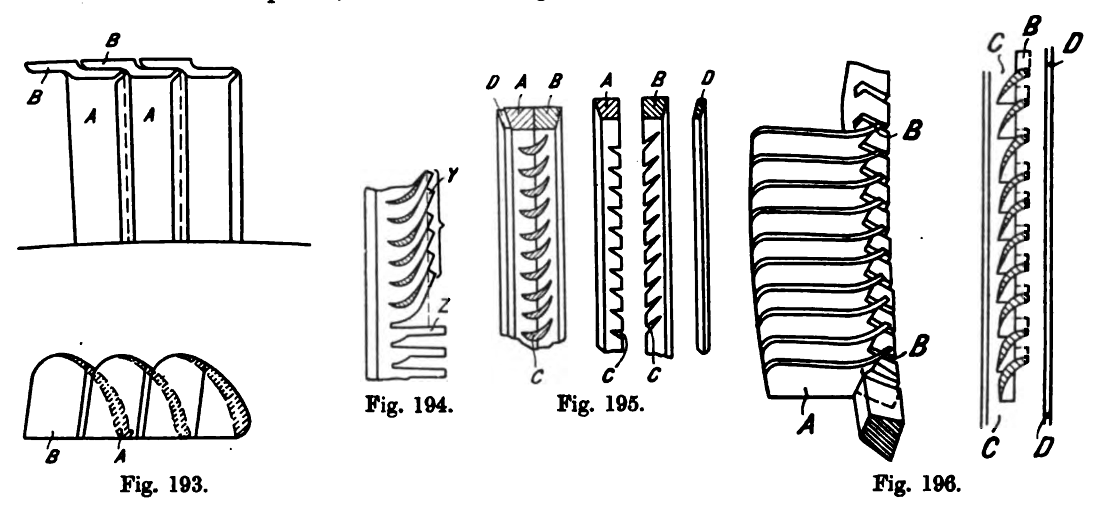


Fig. 193. Fig. 194. Fig. 195. Fig. 196.

Um volle Sicherheit gegen Herausfallen zu bieten, sollte die Schaufel A, in Fig. 196, am unteren Ende B geschlitzt und verschränkt werden. Die Nuten in den beiden Hälften des Befestigungsringes C, D wären dieser Schränkung angepaßt.

Die äußeren Enden der Schaufeln wurden ursprünglich gemäß Fig. 197 durch einen teilweise eingelassenen gelöteten Ring x zusammengehalten, wobei verlötete Drähte y den Zusammenhalt unterstützen.

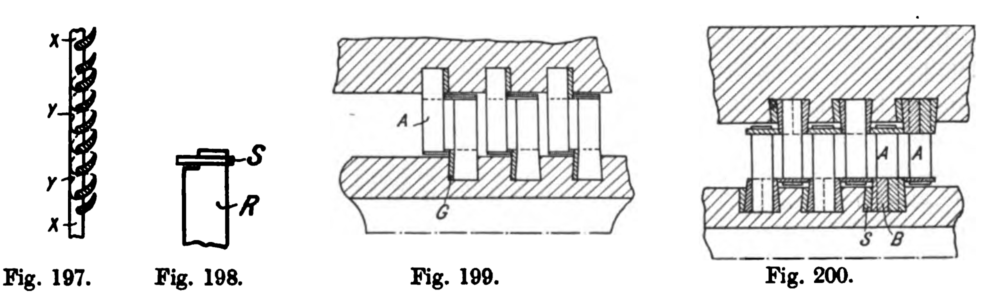


Fig. 197. Fig. 198. Fig. 199. Fig. 200.

Später wurden gelochte Ringe S Fig. 198 vorgeschlagen, die in geeigneter Weise mit dem Schaufelende R verbunden werden sollten.

[1]) H. F. Fullagar, Schweiz. Pat. Nr. 24039 Kl. 93; Parsons Foreign Patents Co. und A.-G. f. Dampfturb. Brown Boveri-Parsons. D. R. P. Nr. 144528 Kl. 14c. Letztere nochmals Schweiz. Pat. Nr. 26718 Kl. 93 u. a. m.

Digitized by Google

Diese Konstruktion sollte die Herstellung einer bedeutend besser gedichteten Turbine ermöglichen, etwa wie Fig. 199 zeigt, wobei die nach Fig. 198 hergestellten Abschlußringe mit möglichst geringem Spiel an den Stemmringen G vorbeistreifen.

In Fig. 200 wollte man ganz stetigen Dampfdurchfluß erzielen, was aber ganz und gar an der nicht unwesentlichen Verschiedenheit in der Längenausdehnung von Trommel und Gehäuse scheitert.

Der in Fig. 201 abgebildete Vorschlag einer Befestigung mittels angeschmiedeter Schwalbenschwänze, der von Parsons selbst stammt, ließe offenbar nichts zu wünschen übrig, ist indessen wirtschaftlich unhaltbar, denn eine vielstufige Turbine größerer Leistung enthält 50000 und mehr Schaufeln.

Ebenfalls aus wirtschaftlichen Gründen (schwierigere Herstellung der Beilagen, schwierigeres Stemmen u. a.) ist ein Vorschlag von Aichele[1]) nicht durchgedrungen, der folgenden Übelstand beseitigen wollte. Wenn die Schaufel infolge Wärmeausdehnung an das Gehäuse streift, so wird die vorauseilende Kante A Fig. 202 einen Kreisbogen mit der Diagonale nach dem schräg gegenüberliegenden Eckpunkt als Radius beschreiben und um so mehr in die Wandung einzudringen trachten. Nach Aichele sollen daher, wie im unteren Bilde dargestellt, die Schaufeln schief gestellt werden, damit der von A zur erwähnten Ecke führende Strahl einen Winkel von 90° mit der Tangente einschließe. Eine etwa streifende Schaufel kann hier nicht mehr als „Klemmgesperre" wirken, und wird, wenn aus nicht zu hartem Baustoff hergestellt, ohne Heißlauf auf die richtige Länge abgeschliffen.

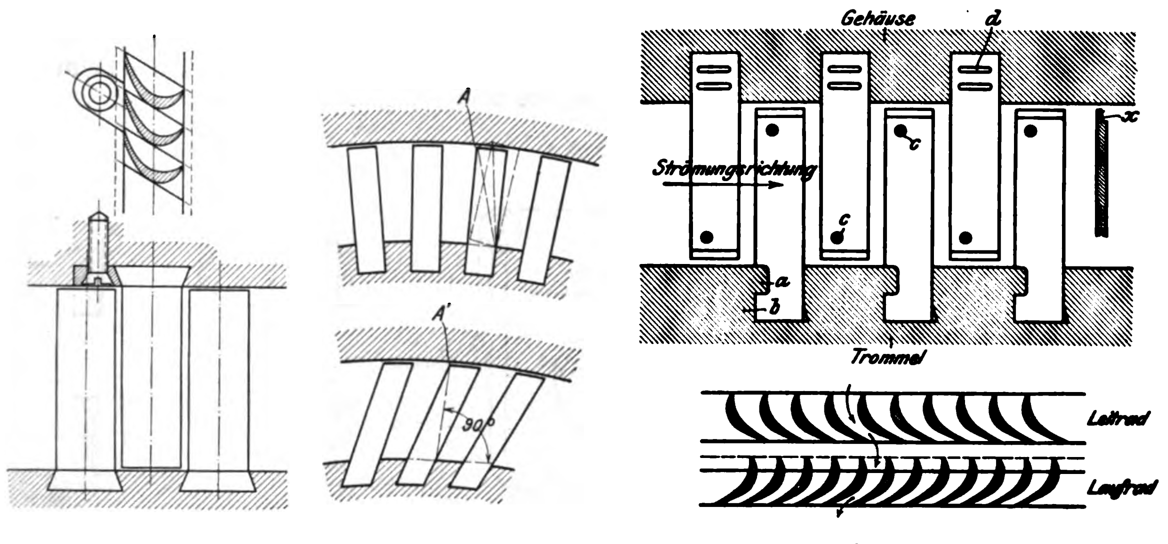


Fig. 201. Fig. 202. Fig. 203.

Die heute maßgebende Befestigungsart der Akt.-Ges. Brown, Boveri & Cie. besteht für die Laufschaufeln nach Fig. 203 im Einfräsen einer Kerbe a im dickeren Teile der Schaufel, wodurch diese durch den Vorsprung b in der Nute der Trommel unbedingt sicher festgehalten wird. Auch die Beilagen erhalten den gleichen Vorsprung bis auf die zuletzt einzuschiebende, die besonders sorgfältig verstemmt wird.

Für die Leitschaufeln genügt infolge Abwesenheit der Fliehkraft das Verstemmen an sich, wobei durch Kerben d in der Wurzel der Schaufel ein teilweises Eindringen der Beilage in die Schaufel ermöglicht wird.

Brown, Boveri & Cie. haben sich für die offenen Schaufeln entschieden, die indes von einer gewissen Länge ab, um Vibration zu verhüten, an den Enden nochmals verbunden werden müssen. Dies geschieht, indem man die mit c bezeichneten Drähte durchzieht und mit der Schaufel verlötet.

Die Gefahr des Anfressens bei eventuellem Streifen wird durch eine ebenso einfache als wirksame Maßregel bekämpft, indem man das freie Schaufelende, wie bei x in Fig. 203 angedeutet ist, auf die Länge von einigen Millimetern zuschärft, damit die dünne Wandstärke ohne Heißlauf abgeschliffen werden kann.

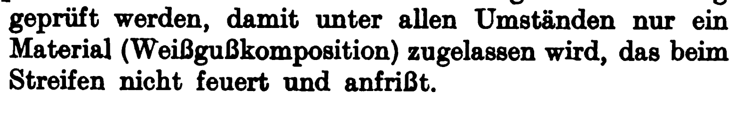
[1]) D. R. P. Nr. 157050.

Digitized by Google

Willans & Robinson in Rugby versehen mit anderen Lizenznehmern Parsons' die Schaufeln mit einem Deckring und setzen ganze Bogenstücke bis zum Halbkreis mit Hilfe eines „Grundringes“ außerhalb der Turbine zusammen. Dies ermöglicht Massenfabrikation mit Arbeitsteilung und Anwendung von Spezialarbeitsmaschinen. Die fertigen Segmente werden in die Trommelnuten eingefügt und mit Hilfe eines besonderen Stemmringes befestigt.

In Fig. 204 ist *b* der Deckring, die Strömung geht von rechts nach links. Der Schaufelfuß wird flach gepreßt, die Nuten im Grundring sind gerade, nur das dünne Ende der Schaufel bei *a* wird etwas umgebogen. Man erzielt den großen Vorteil, daß bei unverändertem Schaufelmodell der Austrittswinkel durch Änderung der Schlitzneigung leicht verändert werden kann. So wird in einer Gruppe gleich langer Schaufeln der Winkel in vier Abstufungen geändert. (Daß dabei der Eintrittswinkel nicht genau stimmt, ist von weit geringerer Bedeutung.)

Bemerkenswert ist die Sorgfalt, daß Stichproben der Deckringe in einer Maschine Fig. 205 durch Anpressen eines Stahlblockes auf Erwärmung und Abnutzung geprüft werden, damit unter allen Umständen nur ein Material (Weißgußkomposition) zugelassen wird, das beim Streifen nicht feuert und anfrißt.



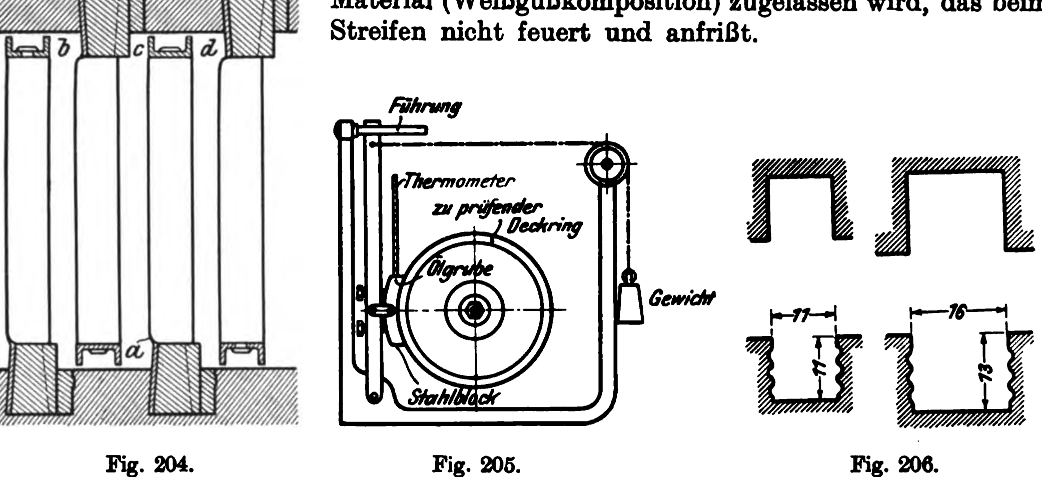


Fig. 204. Fig. 205. Fig. 206.

Ob man die eine oder die andere Methode anwendet, stets dürfte sich empfehlen, die Nute nach der Brush El. Eng. Co. in der Trommel, wie in Fig. 206 dargestellt, mit gewellten Seitenwänden auszuführen. Das Material der Beilagen dringt beim Stemmen in diese Rillen ein und erhöht die Festigkeit der Verbindung. Die Nuten im Gehäuse bleiben gerade. Die Brush El. Eng. Co. setzt die Schaufeln unmittelbar ein und führt als Vorteil davon die geringere Zahl von Teilen an, die bei hoher Überhitzung durch ihre Ausdehnung Schwierigkeiten bereiten könnten. Die Schaufeln der im ganzen eingesetzten Kranzstücke sollen sich bei Überhitzung stellenweise so stark geworfen und sogar verdreht haben, daß die **Durchströmquerschnitte** erheblich **verkleinert wurden.**

72. Festigkeit der Schaufeln.

Die Beanspruchung ist bei Axialturbinen eine solche auf Zug durch die Fliehkraft und auf Biegung durch die Umfangskraft P_1 und den Axialdruck Q_1, die auf eine Schaufel entfallen. Die Rechnung wäre leicht erledigt, wenn nicht die Unsymmetrie des Querschnittes zu einer Bemerkung nötigte. Denkt man sich nämlich P_1 und Q_1 an den Schwerpunkt des Schaufelquerschnittes übertragen

Digitized by Google

(Fig. 207), so darf man ja nicht etwa deren Richtungslinien als „Biegungsachsen" ansehen, sondern muß streng genommen, zu der im Maschinenbau seltener vorkommenden Aufgabe schreiten, die Hauptachsen des Querschnittes aufzusuchen. Praktisch genügt es, die Achse des kleinsten Trägheitsmomentes in Betracht zu ziehen, welche die in Fig. 207 mit J_1 bezeichnete Lage haben dürfte, worauf mit dem Widerstandsmomente $W_1 = J_1/y_1$ und der Summe der Normalkomponenten $N = P_1' + Q_1'$ für eine freie Schaufel das Moment $= Na/2$ die Biegungsspannungen zu berechnen erlaubt, die mit der Fliehkraftsspannung zu verbinden sind.

Der Deckring ist im allgemeinen nicht so stark, daß man die Schaufeln darin als „eingespannt" betrachten könnte; doch verhindert er wirksam das Erzittern und Lockern einzelner Schaufeln.

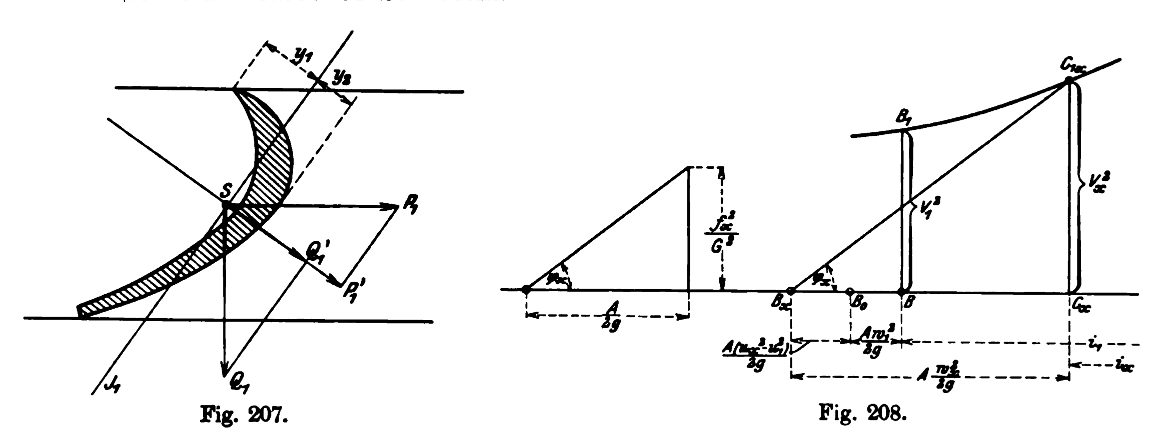


Fig. 207. Fig. 208.

Genauere Methode für Radialturbinen.

Um den Schaufeldruck zu bestimmen, müssen wir zunächst die Geschwindigkeit w_x in irgend einem Querschnitt f_x nach der v^2-Methode wie folgt ermitteln. In Fig. 208 ist $B_0 B = A w_1^2/2g$ und $B B_1$ das am Austritt aus dem Leitrad gültige v_1^2. Gehört zum Querschnitt f_x die Umfangsgeschwindigkeit u_x, so muß $B_0 B_x = A(u_x^2 - u_1^2)/2g$ hinzugefügt und von B_x aus unter der Neigung φ_x die den Punkt C_{1x} herausschneidende Gerade gezogen werden. Dann ist $C_{1x} C_x = v_x^2$ und $C_x B_x = A w_x^2/2g$. Der Punkt B_x wechselt somit für jeden Querschnitt seine Lage. Zu v_x wird aus der Zustandskurve der Druck p_x entnommen. Schneidet man durch zwei Parallelschnitte das Element dm (Fig. 209) heraus, so sind für die Radialturbine die Zusatzkräfte $dm r \omega^2$ und $dm 2 w_x \omega$ anzufügen. Die in der Normale wirkende Beschleunigungskraft $f(p'' - p''') + dm 2 w_x \omega$ muß aber den Wert $dm w^2/\varrho$ besitzen, wo ϱ der Krümmungsradius der Kanalmitte bedeutet. Da nun $dm = f e \gamma/g$, so folgt

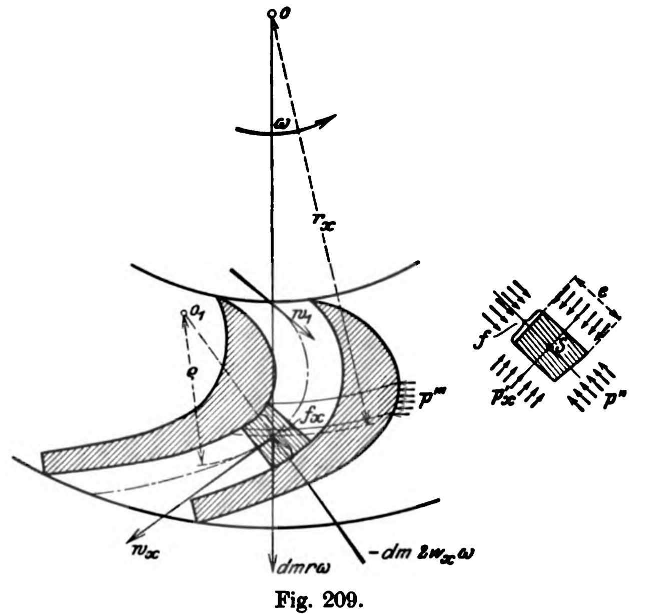


Fig. 209.

$$p'' - p''' = \Delta p = e \frac{\gamma}{g}\left(\frac{w_x^2}{\varrho} - 2 w_x \omega\right) \quad (1)$$

Der Druck wird vom Mittelwert p_x nach beiden Seiten um gleichviel abweichen, also kann man setzen

$$p'' = p_x + \frac{\Delta p}{2}; \quad p''' = p_x - \frac{\Delta p}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Digitized by Google

Sofern man von der Reibung absieht, so ist man jetzt in der Lage, die gesamte auf die Schaufel wirkende Kraft als Resultierende der Elementarflächendrücke der Größe und **der wahren Lage** nach zu bestimmen.

Aus Gl. (1) lesen wir ab, daß bei Radialturbinen in flachen Kanälen (mit großem ϱ) der Überdruck $p'' - p'''$ **negativ** werden, d. h. auf den Schaufelrücken wirken kann. An diesen Stellen würde die Schaufel Arbeit auf den Dampf übertragen.

73. Konstruktion der Leitvorrichtung.

Fig. 210 stellt den Einlauf zur **Lavalschen** Düse mit ihrer durch eine Stopfbüchse gedichteten Abschlußspindel dar. Die Düse dichtet metallisch in der sanft konischen Bohrung. Um die Düse herauszuheben, benutzt man Gewinde mit Preßschraube.

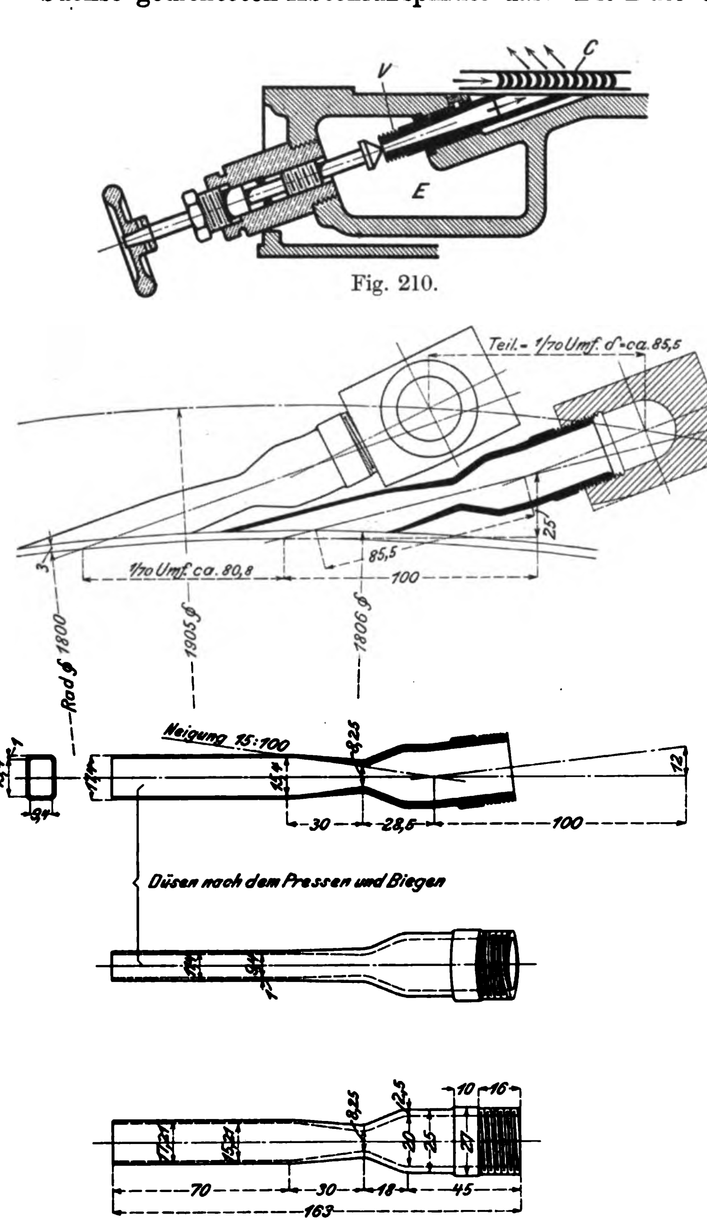


Fig. 210.

Fig. 211.

Bei der runden Düse bildet der Schnitt mit der Radebene eine recht flache Ellipse, und die ersten und letzten Schaufeln werden nicht voll ausgefüllt; sie reißen Dampf der Umgebung unter Arbeitsverlust in die Schaufel herein. Dieser Übelstand wird vermieden durch die **Stumpfsche** Düse, die ursprünglich rund gedreht, durch Pressen auf das Profil eines Rechteckes gebracht wird. Die Figuren 211 und 212 veranschaulichen diese Methode an einer früheren Ausführung der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft, bei welcher die Düse nach dem Runddrehen obendrein um einen gewissen Winkel gebogen werden mußte. Diese Düsen werden so dicht gestellt, daß der Dampfstrahl nahezu lückenlos ins Laufrad trifft. Teilweise Beaufschlagung ist hierbei sehr wohl zulässig.

Die neuere Ausführung der Allgem. Elektrizitäts-Gesellschaft für axiale Beaufschlagung wird in Fig. 213 dargestellt. Die Düsen sind der genauen Herstellung halber knapp vor dem engsten Querschnitt geteilt

Digitized by Google

und mittels Konus gedichtet. Als Befestigungsmittel wird man wohl Gewinde vermuten müssen, welches in der Ansicht, die unsere Figur darstellt, weggeschnitten ist, damit die Düsen dicht aufeinanderfolgen können.

Fig. 212.

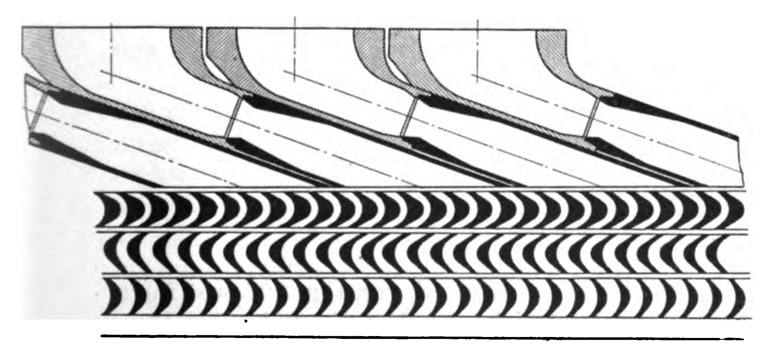


Fig. 213.

Noch vollständiger wird der Grundsatz des Strahlzusammenschlusses erreicht bei der Konstruktion von Reuter[1]), die von Gebr. Sulzer angenommen worden ist und unseres Wissens die erste Verwirklichung jenes Grundsatzes bildete. Nach der Patentskizze, Fig. 214, werden die Leitkanäle schraubenartig in den Umfang des Ringes *a* eingefräst und dampfdicht durch Ring *c* abgedeckt. Der Querschnitt der Düse ist ebenfalls rechteckig und die Scheidewände laufen spitz aus, wodurch volle Verschmelzung der einzelnen Strahlen erzielbar ist. In der Figur sind auch die Regulierabschlüsse eingezeichnet, die weiter unten besprochen werden.

Sehr einfach ist die Konstruktion des Einlaufes bei der Turbine der General Electric Company, die eine ganze Gruppe von Düsen (siehe Beschreibung

[1]) Schweiz. Pat. Nr. 25441, Kl. 93. Febr. 1902.

Digitized by Google

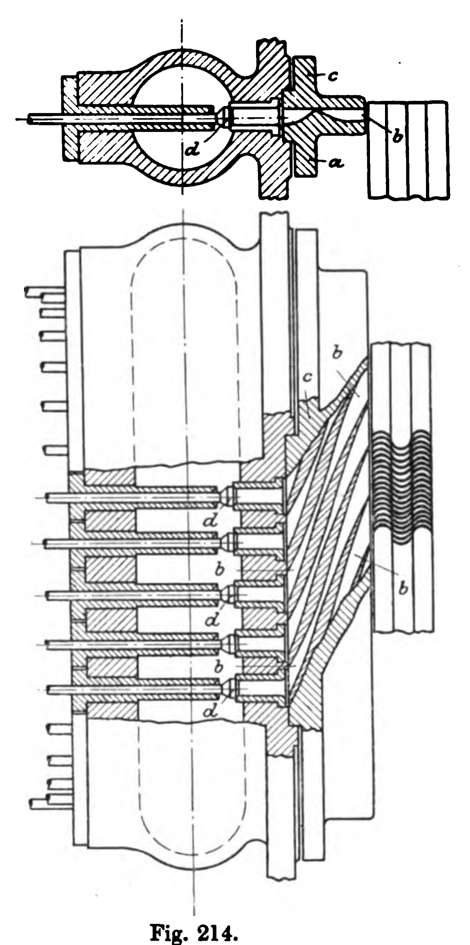


Fig. 214.

der Curtisturbine) in Bronze gießt und freilich im wesentlichen auf Bearbeitung von Hand angewiesen ist. Bronze schließt die Anwendung hoher Überhitzung aus, die in Amerika übrigens noch wenig eingebürgert ist.

Wo eine Erweiterung entbehrlich ist, d. h. bei vielstufigen Turbinen, arbeiten wir selbstverständlich mit der einfachen Schaufelform, und alles kommt auf ihre Herstellungsart an.

Fig. 215 zeigt den Einlauf der Zöllyschen Turbine für teilweise Beaufschlagung und kleine, etwa unter 10 mm gelegene Schaufelhöhen. Die zur Aufnahme der Schaufeln bestimmten Ausschnitte werden gefräst, die Schaufeln aus Stahlblech gebogen und gemäß Skizze *a* ausgeschnitten. Zur Aufnahme der Zacken *a* dienen Nuten *b*, worauf die Schaufeln durch die Ringe *c*, *d* festgehalten werden.

Bei größeren Schaufelhöhen und bei Vollbeaufschlagung gießt man die aus Nickelstahlblech gebogenen Schaufeln in die Gußeisenscheidewand ein. Das Verfahren bewährt sich sehr gut, auch wenn die Scheidewand in zwei Hälften geteilt wird. Die Teilfuge kann nach Fig. 216 so geführt werden, daß bloß eine einzige Leitschaufel gekürzt werden muß. In Fig. 217 ist eine Leitradhälfte eingeformt dargestellt. Der Guß muß tadellos gelingen, um die Nacharbeit des Endquerschnittes auf ein Mindestmaß zu reduzieren.

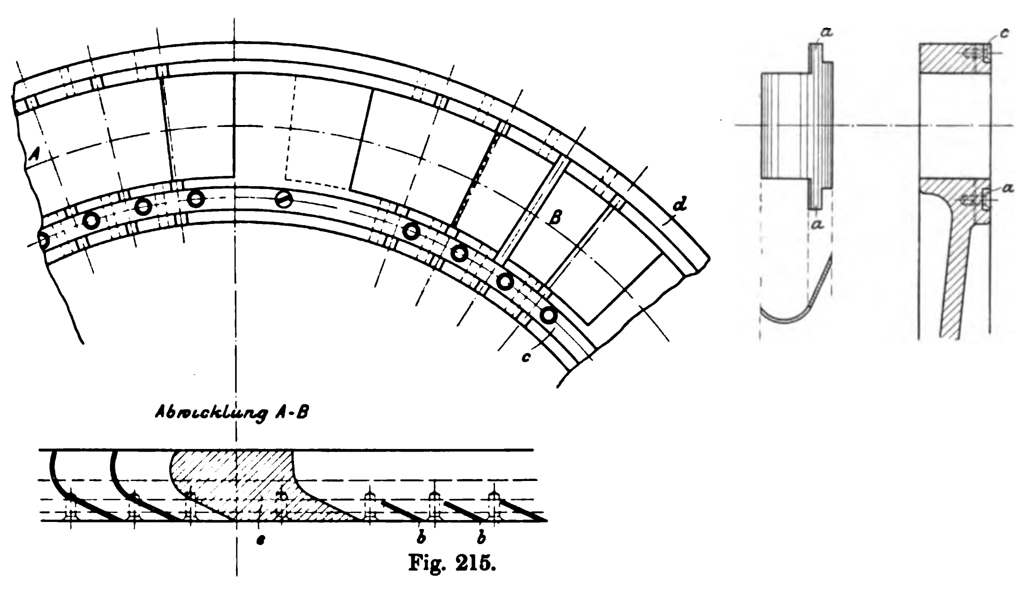


Fig. 215.

Die Festigkeit eines derartigen Leitrades kann an Hand von Fig. 207 wie folgt beurteilt werden. Die Umfangskraft berechnet sich aus dem Zuwachs der Umfangskomponente der Geschwindigkeit beispielsweise für senkrechten Eintritt als

Digitized by Google

$P = mc_{1u}$, wo m die sekundliche Dampfmasse bedeutet. Diese Kraft ist indes verschwindend klein gegenüber der axialen Belastung, die als Produkt aus dem Inhalt der bis an die Schaufelenden gerechneten Kreisfläche und dem Überdruck zu berechnen ist. Es darf also praktisch bloß die (auf eine Schaufel bezogene) Komponente Q_1' berücksichtigt werden, die eine Biegung um die Hauptachse J_1 hervorruft, während senkrecht dazu die Schaufel als starr angesehen werden kann. Der Außenring, in den die Schaufel eingegossen

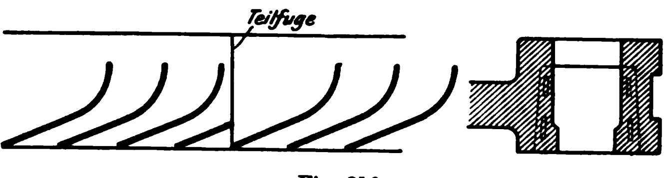


Fig. 216.

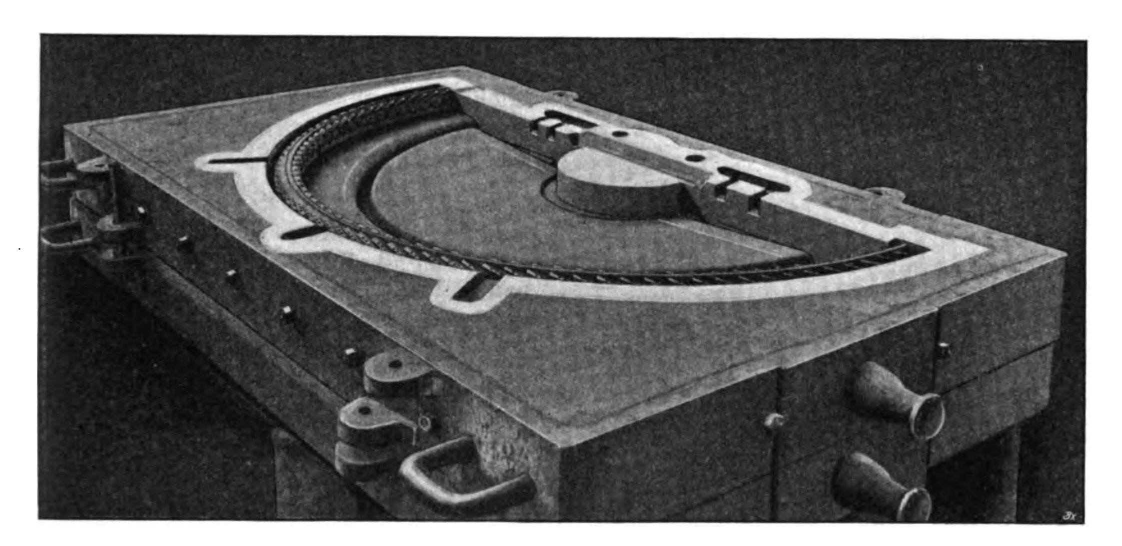


Fig. 217.

ist, wird hinreichend starr sein, um die Schaufel als „eingespannt" annehmen zu dürfen, daher das maximale Biegungsmoment $M_1 = Q_1'l/2$ ist, wenn l die ganze Schaufellänge bedeutet. In Wahrheit findet auch eine leichte Torsion statt, da bei der Verbiegung die Leitradscheibe um die Turbinenachse ein wenig verdreht wird, daher die Einspannungsquerschnitte der Schaufel nicht parallel bleiben. Auf die feinere Analyse dieser Beanspruchung, wie auch derjenigen des Außenringes einzutreten würde uns indes zu weit führen.

Brown, Boveri & Cie. stellen nach Fig. 218 die Leitvorrichtung aus einzelnen U-förmigen Düsen zusammen, die in einen (gedrehten) Ringschlitz mit Falz hineinpassen und durch zwei Eckkeile zusammengehalten werden. Auf diese Weise ist Massenherstellung und genaueste Bearbeitung aller Flächen ermöglicht.

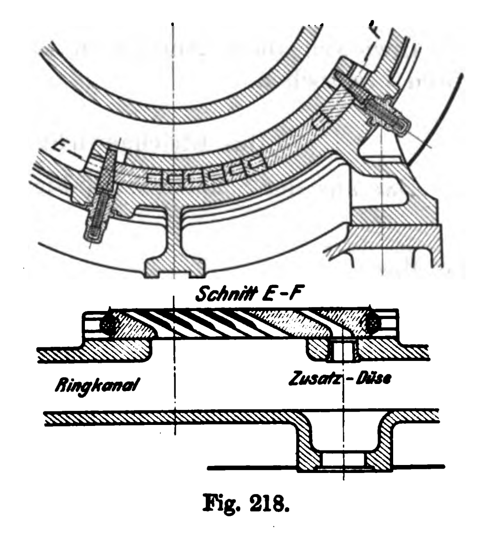


Fig. 218.

Digitized by Google

74. Die Berechnung der Scheibenräder.

Die Beanspruchung eines Scheibenrades durch die zu übertragende Umfangskraft ist bei den großen Geschwindigkeiten immer gering, diejenige durch die eigenen Fliehkräfte ist ausschlaggebend und wird wie folgt ermittelt.

Es bedeutet in Fig. 219

x den radialen Abstand eines Punktes von der Achse,
y die Dicke der Scheibe im Abstande x,
σ_r die radiale Spannung, d. h. die Spannung pro Flächeneinheit einer coaxialen Zylinderfläche,
σ_t die tangentiale Spannung, d. h. die Spannung pro Flächeneinheit eines axialen Schnittes,
$\mu = \gamma / g$ die spezifische Masse des Scheibenmateriales,
ω die Winkelgeschwindigkeit der Rotation,
$m = \frac{1}{\nu}$ das Verhältnis der Längenausdehnung zur sogenannten Querkontraktion, wobei für Flußeisen und Stahl $\nu = 0{,}3$ ist.

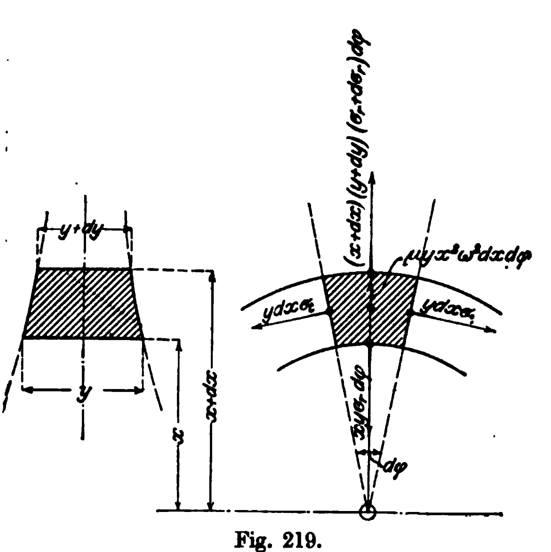


Fig. 219.

Das Scheibenrad wird in bezug auf eine zur Nabe senkrechte Ebene symmetrisch vorausgesetzt, und wir nehmen die Dicke desselben als so wenig veränderlich an, daß man die Neigung der radialen Spannungen gegen die Symmetrieebene des Rades vernachlässigen und die Spannungen über den Querschnitt gleichmäßig verteilt ansehen kann. Wir behandeln also die Radscheibe als einen „plattenförmigen" Körper mit wenig veränderlicher Dicke, und vernachlässigen die Schubspannungen, die in zur Achse senkrechten Schnittflächen und in der Mantelfläche von zylindrischen Schnitten vorkommen.

Inwieweit diese Annahmen für die Anwendungen zulässig sind, wird weiter unten besprochen.

Das Gleichgewicht der Kräfte am Massenelement.

Das aus der Scheibe nach Fig. 219 geschnittene Element besitzt das Volumen

$$dV = yx\,d\varphi\,dx \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

die Masse

$$dm = \mu\,dV \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

und wird von folgenden Kräften ergriffen: die eigene Fliehkraft

$$dF = dm\,x\,\omega^2 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

(bei der unendlich kleinen Dicke dürfen wir den Schwerpunktsradius mit x vertauschen).

Die Seitenkräfte

$$dT = y\,dx\,\sigma_t \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

die radiale Kraft auf der inneren Stirnfläche

$$dR = yx\,d\varphi\,\sigma_r \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Digitized by Google

und die gleichartige Kraft auf der äußeren Stirnfläche

$$dR' = (y + dy)(x + dx)\,d\varphi\,(\sigma_r + d\sigma_r) \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

wobei dy, $d\sigma_r$ algebraisch verstanden sind.

Das Gleichgewicht dieser Kräfte fordert das Verschwinden der radialen Komponenten, d. h.

$$dR' - dR - T\,d\varphi + dF = 0 \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Oder wenn wir (1) bis (6) einsetzen:

$$\frac{d(xy\sigma_r)}{dx} - y\sigma_t + \mu\omega^2 x^2 y = 0 \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Diese allgemeine Differentialgleichung, die für jeden Abstand x von den Werten der Spannungen und der Scheibendicke y erfüllt sein muß, ist nun zu verbinden mit dem

Grundgesetz der Elastizität.

Es bezeichnen

ξ die radiale Verschiebung im Endpunkte des Radius x,
ε_r die spezifische Dehnung in radialem Sinne,
ε_t die spezifische Dehnung in tangentialem Sinne.

Aus der Elastizitätstheorie wissen wir, daß, wenn ein elastischer Körper einer reinen Zugbeanspruchung unterworfen wird, durch welche in Richtung des Zuges die spezifische (d. h. auf die Längeneinheit bezogene) Dehnung ε hervorgerufen werde, in allen Richtungen senkrecht dazu eine Kontraktion eintritt, deren Betrag (ebenfalls für die Längeneinheit) $= \nu\varepsilon$ ist. Die Konstante ν besitzt für Flußeisen im Mittel den Wert 0,3. Ein Element unserer Scheibe erfährt durch die radiale Spannung σ_r zunächst die radiale Ausdehnung $\sigma_r : E$. Die gleichzeitig wirkende Tangentialspannung σ_t ruft indessen die sich algebraisch summierende Querkontraktion $\nu\sigma_t : E$ hervor, und es resultiert in radialer Richtung die spezifische Ausdehnung:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_t)$$

ebenso findet man

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu\sigma_r) \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Gleichzeitig wird natürlich die Scheibe auch eine Zusammenziehung in axialer Richtung erfahren, deren Betrag aus den beiden „Hauptspannungen" σ_r und σ_t für die Längeneinheit sich zu

$$\varepsilon_a = -\frac{\nu(\sigma_r + \sigma_t)}{E} \quad \ldots\ldots \quad (9a)$$

bestimmt.

Diese Dehnungen können durch die Verschiebung ξ ausgedrückt werden. Ein unendlich dünner Ring vom Radius x besitzt vor der Ausdehnung den Umfang $2\pi x$; nach der Ausdehnung $2\pi(x + \xi)$, mithin ist die spezifische Dehnung im Umfange

$$\varepsilon_t = \frac{2\pi(x + \xi) - 2\pi x}{2\pi x} = \frac{\xi}{x} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Da die Verschiebung des im Abstande x befindlichen Punktes A durch ξ gegeben ist, erhalten wir für den sich ursprünglich im Abstande $x + dx$ befindlichen Punkt B die Verschiebung

$$\xi' = \xi + \frac{d\xi}{dx}dx.$$

Digitized by Google

Die ursprüngliche Länge der Strecke AB ist dx; die nach der Ausdehnung

$$dx' = (x + dx + \xi') - (x + \xi) = \xi' - \xi + dx = \frac{d\xi}{dx} dx + dx.$$

Die spezifische Dehnung beträgt also

$$\varepsilon_r = \frac{dx' - dx}{dx} = \frac{d\xi}{dx} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

Setzen wir die Werte von ε_t und ε_r in Gl. (9) ein, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_t) = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\nu\frac{\xi}{x} + \frac{d\xi}{dx}\right) \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\varepsilon_r + \varepsilon_t) = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\frac{\xi}{x} + \nu\frac{d\xi}{dx}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (12)$$

Durch Einführung in Gl. (8) entsteht

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} + \left[\frac{d(\lg n\, y)}{dx} + \frac{1}{x}\right]\frac{d\xi}{dx} + \left[\frac{\nu}{x}\frac{d(\lg n\, y)}{dx} - \frac{1}{x^2}\right]\xi + Ax = 0 \quad . \ . \quad (13)$$

mit der abkürzenden Bezeichnung

$$A = \frac{(1-\nu^2)\mu\omega^2}{E} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13\text{a})$$

Gl. (13) dient im Verein mit den Bedingungen, welchen die Spannungen oder die Dehnungen am inneren oder äußeren Rande der Scheibe unterworfen sind, zur Bestimmung der unbekannten Funktion ξ, aus welcher nach Gl. (12) die Spannungen selbst in jedem Punkte folgen. Nur in den nachfolgend behandelten wenigen Sonderfällen führt indessen die Rechnung zu praktisch brauchbaren einfachen Resultaten.

Das Gesetz von Guest-Mohr.

Bis vor kurzem glaubte man die größte Dehnung als Maß der Beanspruchung betrachten zu wollen. Seit den ausgezeichneten Versuchen von Guest[1]) und der theoretischen Deutung derselben durch Mohr[2]) kann zumindest für zähdehnbare Stoffe diese Hypothese nicht mehr aufrecht erhalten, und muß die größte Schubspannung als Maß der Beanspruchungsgefahr anerkannt werden. Die größte Schubspannung ist aber nach der Elastizitätslehre der halbe Unterschied der algebraisch genommen größten und kleinsten Normalhauptspannung. Die mittlere Hauptspannung fällt daher ganz aus dem Spiel. Bei unseren Scheiben sind σ_r und σ_t zwei Hauptspannungen, die dritte, die zur Scheibenmittelebene senkrecht stünde, ist Null. Die größte Schubspannung ist daher $\sigma_r/2$ oder $\sigma_t/2$, je nachdem σ_r oder σ_t größer ist, und sie wirkt im ersten Falle in einer der beiden Ebenen, die durch die Tangente an den betreffenden Breitenkreis gehen und um 45° gegen die Achse geneigt sind; im zweiten Fall gehen die Ebenen durch den Radius und schließen mit der Achse ebenfalls den Winkel von 45° ein. Infolge dieses einfachen Zusammenhanges ist mit der Bestimmung der Spannungen σ_r und σ_t auch die Schubspannung schon mitbestimmt, und es ist gleichgültig, ob wir z. B. für ein größtes σ_t den Wert 2000 kg/qcm oder für das größte τ entsprechend 1000 kg/qcm als Beanspruchung zulassen. Wir können daher im folgenden nach der alten Methode, d. h. mit den größten Normalspannungen rechnen.

---

[1]) Philos. Magaz. 1900, Juli.
[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1900, S. 1524 f.

Digitized by Google

75. Die Scheibe gleicher Festigkeit ohne Bohrung.

Gleiche Festigkeit bedeutet hier, daß die radiale und tangentiale Spannung überall denselben konstanten Wert besitzen. Statt uns auf die allgemeine Integration der Gl. (13) einzulassen, führen wir besser die Werte

$$\sigma_r = \sigma_t = \sigma = \text{konst.} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

in Gl. (8) ein, wodurch sich Beziehung

$$\frac{dy}{dx} + \frac{\mu\omega^2}{\sigma} xy = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14a)$$

und aus dieser durch Integration die Lösung

$$y = y_a e^{\frac{-\mu\omega^2}{2\sigma}x^2} = y_a e^{\frac{-\mu w^2}{2\sigma}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

ergibt, wenn y_a die Scheibendicke im Wellenmittel, w die Umfangsgeschwindigkeit im Abstande x bedeutet.

Die spezifische Dehnung wird ebenfalls nach allen Richtungen gleich groß und die lineare Ausdehnung

$$\xi = \frac{1-\nu}{E}\sigma x \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

Berechnen wir mit diesem ξ die Spannungen σ_r, σ_t gemäß Gl. (12), so wird hinwieder Gl. (14) befriedigt. Gl. (15) und (16) in Gemeinschaft befriedigen aber Gl. (13), was beweist, daß die Lösung richtig ist.

Es sei hierbei darauf hingewiesen, daß durch Vernachlässigung der Querkontraktion (d. h. durch die Annahme $\nu = 0$) in diesem Falle ein erheblicher Fehler begangen wird, wie insbesondere aus den Grenzbedingungen hervorgeht.

Die Scheibe gleicher Festigkeit eignet sich für die höchsten Umfangsgeschwindigkeiten und sollte aus einem weiter unten angegebenen Grunde „voll", d. h. ohne Bohrung für die Welle ausgeführt werden. Wie alsdann die Welle befestigt werden kann, sehen wir aus Fig. 220a, welche ein de Lavalsches Turbinenrad darstellt. Die Konstrukteure de Lavals kennen und benutzen Formel (15) seit langem.

Um die Scheibe vollkommen zu bestimmen, haben wir zu achten auf die

Randbedingung.

Nach Formel (15) kann nämlich die Scheibe, wennschon mit endlos abnehmender Dicke, ins Unendliche fortgesetzt werden. Praktisch aber begrenzen wir die Scheibe durch einen zylindrischen Schnitt vom Radius x_2, in welchem sie eine Dicke y_2 (Fig. 220), besitzt, und im allgemeinen in einen breiteren Kranz

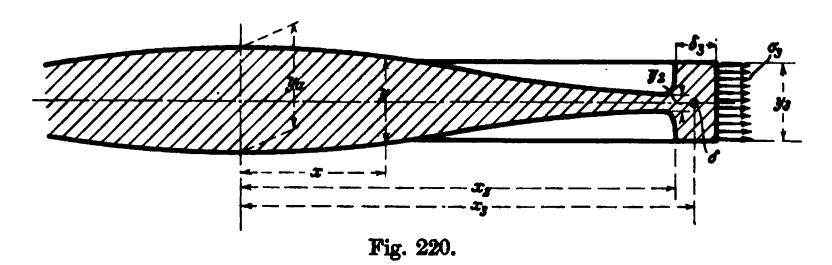


Fig. 220.

mit dem Schwerpunktradius x_3, der Breite y_3 und der radialen Dicke δ_3 übergeht. Der Ring nimmt eingefräste oder aufgesetzte Schaufeln auf, deren Fliehkraft auf den Quadratzentimeter der zylindrischen Mantelfläche vom Radius x_3 mit σ_3 be-

Digitized by Google

zeichnet werde. Außerdem wirken auf denselben die Fliehkräfte der eigenen Masse und der Zug durch die radiale Spannung σ der Scheibe auf der Breite y_2. Die Ausdehnung, die der Ring erfährt, muß gleich groß sein wie diejenige, um welche die Scheibe selbst sich ausdehnt, weil Scheibe und Ring im Zusammenhange bleiben. Wir haben nun als radiale Belastung des Ringes pro cm Länge des Umfanges vom Radius x_3 den Betrag

$$q_1 = \sigma_3 y_3 + \mu\omega^2 \delta_3 y_3 x_3 - \sigma y_2 \frac{x_2}{x_3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

mithin ist die radiale Ausdehnung desselben, wie man leicht nachrechnen kann,

$$\xi_2' = \frac{q_1 x_3^2}{E f_3},$$

wenn $f_3 = \delta_3 y_3$ ist.

Die Scheibe selbst besitzt gemäß Gl. (16) im Abstande x_2 die Ausdehnung

$$\xi_2 = \frac{(1-\nu)\sigma}{E} x_2$$

und es soll

$$\xi_2' = \xi_2$$

sein oder voll ausgeschrieben

$$\frac{x_3^2}{E \delta_3 y_3}\left(\sigma_3 y_3 + \mu\omega^2 \delta_3 y_3 x_3 - \sigma y_2 \frac{x_2}{x_3}\right) = \frac{(1-\nu)\sigma}{E} x_2 \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Da wir σ frei wählen, σ_3 und y_3 durch die Schaufelabmessungen bestimmt sind, und x_2 nahezu $= x_3$ wird, bleiben in dieser Randbedingung noch δ_3 und y_2 unbestimmt. Wenn eine dieser Größen gewählt wird, so dient (18) zur Berechnung der anderen. Bei einigermaßen großen Scheiben müssen wir für y_2 mit Rücksicht auf den Transport und die Möglichkeit, daß sich die Scheiben bei zu kleiner Stärke werfen oder krummziehen könnten, einen rein praktisch bedingten Minimalwert vorschreiben, zum Beispiel bei 1 m Durchmesser etwa 7 bis 15 mm, bei 3 m Durchmesser etwa 25—40 mm. Der für δ_3 alsdann berechnete Wert ist das Maximum, mit welchem die Kranzdicke ausgeführt werden kann — aber nicht muß. Machen wir δ_3 kleiner als das gerechnete, so wird vom Kranze ein geringerer Zug auf den Scheibenrand ausgeübt, als notwendig ist, um die Spannung σ hervorzurufen. Die Beanspruchung der Scheibe wird dann kleiner als gerechnet, doch pflegt die Abnahme in der Mitte, wie aus anderen Untersuchungen des Verfassers hervorgeht, nicht groß zu sein. Die Scheibe hört dann auf, eine solche „gleicher Festigkeit" zu sein, jedenfalls überschreitet die Beanspruchung nirgends den Wert σ.

Will man nun Gl. (18) zur Berechnung von y_2 aus dem durch konstruktive Rücksichten gegebenen δ_3 benutzen, so kann leicht der Fall eintreten, daß man negative Werte erhält. In einem solchen Fall muß die Spannung σ kleiner gewählt und die Rechnung wiederholt werden. Man kann auch die Grenze für σ leicht ausrechnen, z. B. wenn $\sigma_3 = 0$ ist, und wenn man angenähert $x_2 = x_3$ setzt, findet man, daß

$$\sigma < \frac{\sigma_u}{1-\nu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

sein müsse, wobei $\sigma_u = \mu\omega^2 x_2^2$ diejenige Spannung bedeutet, die ein frei rotierender Ring vom Radius x_2 aufweisen würde. Bedingung (19) wird wohl stets erfüllt sein.

An dem in Fig. 220a dargestellten Rade ist nach dem Patente der Maschinenbauanstalt Humboldt dicht unter dem Kranze beidseitig eine kleine Nute eingedreht, wodurch eine örtliche Schwächung hervorgerufen und bewirkt wird, daß

Digitized by Google

beim „Durchgehen“ der Turbine zuerst der Kranz abspringt und die Explosion der schweren Scheibe, die ungleich größere Folgen haben würde, verhütet wird.

Beispiel. Eine Scheibe von 2 m Durchmesser bei 3000 Umdr. p. M. aus Nickelstahl zu konstruieren. Wir wählen $y_2 = 15$ mm und die Spannung $\sigma = 2000$ kg/qcm. Die spezifische Masse folgt aus dem spezifischen Gewicht $\mu = \gamma : g$. Rechnen wir in kg/cm/sek als Einheiten, so ist γ das Gewicht eines Kubikzentimeters, d. h. 0,0078 kg/ccm und $g = 981$ cm·sek^{-2}, mithin $\mu = 7{,}95 \cdot 10^{-6}$. Ferner wenn wir näherungsweise $x_2 = 100$ cm einsetzen: $w_2 = 31\,420$ cm/sek und wir erhalten nach Formel (15) $y_a/y_2 = 7{,}11$; $y_a \cong 10{,}7$ cm. Das Rad soll mit zwei Schaufelkränzen versehen werden, welche $y_s = 8$ cm bedingen, und eine Fliehkraft ausüben mögen, die ebenso groß ist, als wäre der Umfang mit Stahl in einer Dicke von 1 cm belegt. Dann bedeutet σ_3 die Fliehkraft von 1 ccm Stahl im Abstande von rd. 100 cm, d. h. $\sigma_3 = \mu x_2 \omega^2 = 7{,}95 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot (314{,}2)^2 = 78{,}48$ kg/qcm. Die

Fig. 220a.

im frei rotierenden Ringe am Radius x_2 herrschende Spannung wäre $\sigma_u = \mu \omega^2 x_2^2 = \mu w_2^2 = 7848$ kg/qcm, und mit der Annäherung $x_3 = x_2$ erhalten wir aus Gl. (18): mit $\nu = 0{,}3$

$$\delta_3 = \frac{\sigma \dfrac{y_2}{y_3} - \sigma_3}{\sigma_u - (1-\nu)\,\sigma}\, x_2 = \sim 4{,}60 \text{ cm.}$$

Schließlich ist die Ausdehnung des Halbmessers mit $E = 2200000$ kg/qcm

$$\zeta_2 = \frac{0{,}7 \cdot 2000 \cdot 100}{2200000} = 0{,}021 \text{ cm.}$$

Über die genauere Berücksichtigung des Randeinflusses vergleiche man den übernächsten Abschnitt.[1])

[1]) Eine sehr gründliche Untersuchung der möglichen Scheibenformen für gleiche Festigkeit unter verschiedenen Gesichtspunkten findet man im Aufsatz: Über rotierende Scheiben gleichen Fliehkraftswiderstandes von A. Basch und A. Leon, Sitzungsberichte der Kais. Akad. d. Wiss. Wien, Bd. CXVI, Abt. IIa, Dez. 1907.



76. Scheibe gleicher Dicke.

wird durch den Wert $y =$ konst. gekennzeichnet, wodurch Gl. (13) in die einfachere

$$\frac{d^2\xi}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{d\xi}{dx}-\frac{\xi}{x^2}+Ax=0 \quad \text{mit} \quad A=(1-\nu^2)\frac{\mu\omega^2}{E} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

übergeht, die aber auch als $\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{x}\frac{d}{dx}(\xi x)\right]=-Ax$ geschrieben und sofort integriert werden kann. Man erhält zunächst

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}(\xi x)=-\frac{Ax^2}{2}+2b_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20a)$$

indem man die willkürliche Konstante mit $2b_1$ bezeichnet. Hieraus schließlich

$$\xi=-\frac{A}{8}x^3+b_1x+\frac{b_2}{x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

worin b_1 und b_2 durch die Randbedingungen bestimmt werden müssen.

Für die Spannungen liefern Gl. (12) die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r&=\frac{E}{1-\nu^2}\left[-(3+\nu)\frac{Ax^2}{8}+(1+\nu)b_1-(1-\nu)\frac{b_2}{x^2}\right]\\ \sigma_t&=\frac{E}{1-\nu^2}\left[-(1+3\nu)\frac{Ax^2}{8}+(1+\nu)b_1+(1-\nu)\frac{b_2}{x^2}\right]\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (22)$$

a) Durchlochte Scheibe mit freien Rändern.

Die Scheibe habe zur Aufnahme der Welle eine Bohrung vom Radius r_1 und einen Außenradius r_2. An beiden Rändern sei die Scheibe frei von radialen Spannungen, d. h. sowohl für $x=r_1$ wie für $x=r_2$ sei die Spannung $\sigma_r=0$.

Indem wir dieser Randbedingung gemäß in die erste der Gl. (22) einmal $x=r_1$ dann $x=r_2$ einschieben und das Resultat gleich Null setzen, erhalten wir zwei Gleichungen zur Bestimmung der Integrationskonstanten b_1, b_2. Die Auflösung ergibt

$$b_1=\frac{3+\nu}{1+\nu}\frac{A}{8}(r_2^2+r_1^2); \quad b_2=\frac{3+\nu}{1-\nu}\frac{A}{8}r_1^2r_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Diese Werte in Gl. (22) eingesetzt, würden unübersichtliche Ausdrücke ergeben; daher empfiehlt sich, in der Anwendung die Zahlenwerte von b_1 und b_2 und mit diesen die Zahlenwerte von σ_r, σ_t zu berechnen.

Besonders interessant ist der Fall, daß die zentrale Bohrung allmählich auf ein verschwindend kleines Loch zusammenschrumpft, d. h. daß wir zur Grenze $r_1=0$ übergehen. Es folgt wohl $b_2=0$, allein diesen Wert darf man nicht ohne weiteres in die Ausdrücke für die Spannungen einsetzen, sondern man hat den Grenzwert von $b_2 : x^2$ zu bilden, indem zunächst der vollständige Ausdruck von b_2 benutzt wird. Auf diese Weise erhält man

$$(1-\nu)\frac{b_2}{x^2}=\left(\frac{3+\nu}{8}A\frac{r_1^2r_2^2}{x^2}\right)_{\text{für}\left\{\begin{smallmatrix}x=0\\ r_1=0\end{smallmatrix}\right.}=\frac{3+\nu}{8}Ar_2^2$$

und die Werte der Spannungen sind

$$\left.\begin{aligned}&\text{für } x=0 \quad \sigma_r=0 \quad \sigma_t=\frac{3+\nu}{4}\frac{EAr_2^2}{(1-\nu^2)}=\frac{3+\nu}{4}\sigma_u\\ &\text{für } x=r_2 \quad \sigma_r=0 \quad \sigma_t=\frac{1-\nu}{4}\frac{EAr_2^2}{1-\nu^2}=\frac{1-\nu}{4}\sigma_u\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

wenn mit $\sigma_u=\mu\omega^2r_2^2$ wieder die Spannung bezeichnet wird, die ein freier Ring vom Radius r_2 bei gleicher Umlaufzahl erleiden würde.

Digitized by Google

b) Durchlochte ruhende Scheibe mit vorgeschriebenen radialen Randspannungen.

Die allgemeinen Formeln gelten für die ruhende Scheibe, wenn man $\omega = 0$ setzt, was auch $A = 0$ zur Folge hat. Nun sei als Randbedingung $\sigma_r = \sigma_1$ für $x = r_1$ und $\sigma_r = \sigma_2$ für $x = r_2$ vorgeschrieben. Durch Auflösung dieser Bedingungsgleichungen erhält man

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \frac{(1-\nu)}{E} \cdot \frac{\sigma_2 r_2^2 - \sigma_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \\ b_2 &= \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (23a)$$

Für eine rotierende Scheibe mit den Randspannungen σ_1 und σ_2 sind die Konstanten die Summen der für $b_1 b_2$ in Gl. (23) und (23a) aufgestellten Ausdrücke.

c) Volle Scheibe.

Hier muß für $x = 0$, $\xi = 0$ sein, was nach Gl. (21) allgemein $b_2 = 0$ ergibt. Aber auch der Grenzwert $b_2 : x^2$ ist $= 0$ für $x = 0$, weil in der Umgebung des Mittelpunktes und in diesem selbst $\sigma_r = \sigma_t$ sein muß. Für b_1 erhalten wir, falls der Rand frei ist,

$$b_1 = \frac{3+\nu}{1+\nu} \frac{A}{8} r_2^2.$$

Die Spannungen nehmen, wenn der Rand frei ist, folgende Werte an:

$$\left.\begin{aligned} &\text{für } x = 0 \quad \sigma_r = \sigma_t = \frac{3+\nu}{8} \sigma_u \\ &\text{für } x = r_2 \quad \sigma_r = 0 \quad \sigma_t = \frac{1-\nu}{4} \sigma_u \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (25)$$

Für die ruhende volle Scheibe, die am Rand der Radialspannung σ_2 ausgesetzt ist, findet man

$$b_2 = 0 \quad \text{und} \quad b_1 = \frac{1-\nu}{E} \sigma_2.$$

Daraus folgt aber nach Gl. (22), daß in dieser Scheibe überall

$$\sigma_r = \sigma_t = \sigma_2 \quad \ldots \ldots \quad (25a)$$

ist und die Ausdehnung wird

$$\xi = \frac{1-\nu}{E} x \sigma_2 \quad \ldots \ldots \quad (25b)$$

Die Gefahr der Anbohrung.

Vergleichen wir die Ergebnisse (24) und (25), so folgt, daß die Umfangsspannung am Außenrand durch eine kleine Bohrung in der Mitte nicht verändert wird. Die tangentiale Spannung am Rande der inneren Anbohrung hat hingegen, auch wenn das Loch noch so klein wäre, den doppelten Wert derjenigen, die in der vollen Scheibe herrscht. Dieses wichtige Ergebnis hat zuerst Grübler[1]) ausgesprochen. Kirsch hat[2]) des weiteren nachgewiesen, daß ein kreisrundes Loch in einer unendlich ausgedehnten Platte, die nach einer Richtung einem gleichmäßigen Zuge ausgesetzt ist, die Be-

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1897, S. 860.
[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1898, S. 798.

Digitized by Google

anspruchung geradezu auf das Dreifache derjenigen, die in der vollen Platte entstehen würde, steigert, und zwar in den Endpunkten des zur Zugrichtung senkrechten Durchmessers der Bohrung. In den Endpunkten des zum Zuge parallelen Durchmessers tritt ein der vollen Zugspannung gleicher tangentialer Druck auf. Diese Ergebnisse wird man näherungsweise auf irgendeinen Punkt eines beliebigen Scheibenrades anwenden dürfen, und man erhält durch Summation der von den radialen und tangentialen Spannungen herrührenden Anteile, falls in der vollen Scheibe die Spannungen mit σ_r und σ_t bezeichnet werden:

in den Endpunkten eines radialen Durchmessers am Rande der kreisrunden Bohrung die tangentiale Spannung

$$\sigma_t' = 3\,\sigma_t - \sigma_r;$$

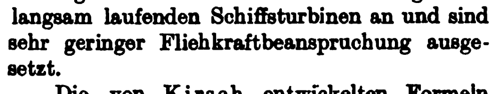
in den Endpunkten des zum Halbmesser senkrechten Durchmessers die tangentiale Spannung

$$\sigma_t'' = 3\,\sigma_r - \sigma_t.$$

Diese Formeln berechtigen mithin zu folgendem Schluß:

Die Durchbohrung eines Scheibenrades an irgendeiner Stelle steigert die Beanspruchung am Rande der Bohrung auf mindestens das Doppelte derjenigen, die ohne Bohrung vorhanden wäre. Ist im vollen Teile die radiale oder die tangentiale Spannung wesentlich überwiegend, so wird die Beanspruchung nahezu auf das Dreifache vergrößert.

Daß wir im Turbinenbau auch so stark durchlochte Scheiben vorfinden wie in Fig. 221 dargestellt ist, darf nicht als Widerspruch mit der Theorie aufgefaßt werden. Diese Scheiben gehören



langsam laufenden Schiffsturbinen an und sind sehr geringer Fliehkraftbeanspruchung ausgesetzt.

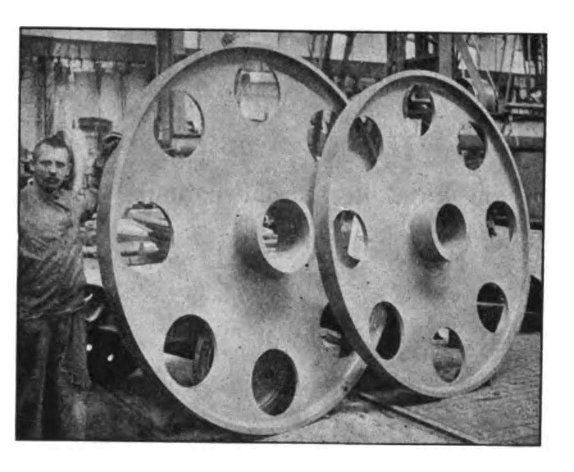


Fig. 221.

Die von Kirsch entwickelten Formeln lauten, wenn a den Radius des kreisrunden Loches, r den Leitstrahl vom Mittelpunkt zu einem beliebigen Punkt P, ϑ den Winkel, den der Leitstrahl mit der Zugrichtung bildet, σ die im vollen Teile (vor dem Anbohren) herrschende gleichmäßige Zugspannung; σ_r, σ_t, τ_{rt} die in P vorhandene Radial-, Tangential- und Schubspannung bedeuten

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2}\left(1 - \frac{\;}{r^2}\right)\left[1 + \left(1 - 3\,\frac{a^2}{r^2}\right)\cos 2\,\vartheta\right];$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma}{2}\left[\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \left(1 + 3\,\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\,\vartheta\right];$$

$$\tau_{rt} = -\frac{\sigma}{2}\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\left(1 + 3\,\frac{a^2}{r^2}\right)\sin 2\vartheta.$$

Die Lösung ist insofern unvollständig, als vorausgesetzt werden muß, daß senkrecht zur Scheibe noch die Zugspannung $\sigma_z = -2\,\nu\,\sigma\,\frac{a^2}{r^2}\cos 2\,\vartheta$ wirkt, welche in Wirklichkeit nicht vorhanden ist. Dieser Umstand beeinflußt indessen unsere Folgerung nur unwesentlich. — Die von Kirsch nicht veröffentlichte Ableitung obiger Formeln ist von A. Leon mit Verallgemeinerung auf räumliche Beanspruchung gegeben worden in der Studie „Über die Störungen der Spannungsverteilung durch Bohrungen und Bläschen", Wien 1900 (Selbstverlag).

Leon gelangt zu folgenden Ergebnissen:

Eine kugelförmige Höhlung in einem auf Zug beanspruchten Stab erhöht die örtliche Beanspruchung auf das Doppelte des im unversehrten Stabe herrschenden Betrages. In einer nach allen Richtungen gleichmäßig gespannten Platte beträgt die Erhöhung noch mehr.

Ferner teilt Leon mit, daß in einem (theoretisch unendlich breiten) Blechstreifen, der auf Zug gleichmäßig beansprucht wird, durch eine am Rande angebrachte halbkreisförmige Kerbe die Beanspruchung rd. auf das Doppelte steigt. Dasselbe wäre also der Fall, wenn wir im Beispiele von Kirsch in der Zugrichtung einen durch den Mittelpunkt der Bohrung gehenden Schnitt führen würden.

Digitized by Google

Ansichten über die „zulässige“ Beanspruchung in einer Bohrung.

In der technischen Literatur wird die zulässige Spannungsgrenze in der Hauptsache nur abhängig gemacht davon, ob die Beanspruchung eine ruhende oder wechselnde ist. Der Praktiker hat außerdem die Stärke und Häufigkeit von Stößen mit Recht seit jeher besonders berücksichtigt. Bei der Beurteilung der Anbohrungsgefahr kommt ein weiteres Moment hinzu, das bis anhin fast vollständig unbeachtet geblieben ist.

Wenn wir eine Reihe von wohl eingebürgerten Maschinenelementen genauer untersuchen, so finden wir, daß an vielen Stellen **Überbeanspruchungen** zugelassen werden, sofern nur die Gewähr vorhanden ist, daß nach Eintritt des Fließens an der betroffenen Stelle ein Ausgleich der Spannungen möglich ist. Vor allem die scharfen, aber auch die ungenügend abgerundeten Ecken sind Stellen dieser Art.

Die Überbeanspruchung in einer Bohrung besitzt nun die Eigenschaft, die Spannung durch bleibendes Strecken der inneren Fasern auf die weiter außen gelegenen so zu verteilen, daß die größte Beanspruchung sinkt. Bei der Beurteilung, was zulässig ist, muß aber ein weiteres wichtiges Kriterium hinzutreten: **die Ausdehnung der von der Überbeanspruchung betroffenen Stelle.**

Wenn in einer Scheibe von 2 m Durchmesser ein Loch von einem Millimeter Durchmesser gebohrt wird, wodurch die Spannung örtlich über die Fließgrenze gesteigert werden möge, so dürfte kein Praktiker an der Ungefährlichkeit dieser Maßregel zweifeln. Er traut dem plastischen Material und der durch die Streckung herbeigeführten Entlastung. Wie aber, wenn die Bohrung 200 mm lichte Weite hat und auf dem größten Teil des Umfanges über die Fließgrenze beansprucht wird? Dann wird die Toleranz wohl aufhören, und sie muß eine Grenze haben, da mit der Größe des überbeanspruchten Bezirkes die Möglichkeit von Fehlerstellen zunimmt, an welchen ein Riß sich ausbilden könnte, der unter allen Umständen als gefährlich angesehen werden muß. Die Grenze für die Ausdehnung des gefährlichen Bezirkes festzusetzen, muß vorläufig dem praktischen Ermessen überlassen werden.

77. Berechnung der Nabe.

a) Schwach beanspruchtes Rad mit großer Bohrung.

Man stellt sich die Nabe als einen Ring mit sehr kleiner radialer Dicke vor, der am Außenumfang der von der Scheibe herrührenden radialen Spannung σ_{r1} auf der Breite y_1, am Innenumfang einem „Montierungsdruck“ p_0 pro Flächeneinheit ausgesetzt ist. Mit den Maßen der Fig. 222 ist dann die als gleichmäßig angesehene Tangentialspannung

$$\sigma_{t0} = (\sigma_{r1} y_1 x_1 + \mu \omega^2 y_0 \delta_0 x_s^2 + y_0 p_0 x_0) \frac{1}{y_0 \delta_0} \quad \text{. . . . .} \quad (26)$$

und die radiale Ausdehnung

$$\xi_0 = \frac{\sigma_{t0} x_s}{E} \quad \text{. . . . .} \quad (27)$$

Diese Ausdehnung soll identisch sein mit der, die der Radius x_1, insofern er zur Scheibe gehört, erfährt. Wäre die Scheibe, nach der Form gleicher Festigkeit gebaut, mit der Spannung σ, die dann auch $= \sigma_{r1}$ ist, so hätte man am Rand

$$\xi_1 = \frac{1 - \nu}{E} \sigma x_1 \quad \text{. . . . .} \quad (28)$$

und es müßte die Bedingung

$$\xi_0 = \xi_1 \text{. . . . .} \quad (29)$$

Digitized by Google

bestehen. Aus dieser bestimmen wir die Unbekannte y_0, nachdem δ_0, somit auch x_0, x_s, x_1 probeweise angenommen worden sind.

Man erhält, wenn $\sigma_{u0} = \mu \omega^2 x_s^2$ eingeführt wird,

$$y_0 = \frac{\frac{x_1}{\delta_0}\sigma}{(1-\nu)\sigma\frac{x_1}{x_s} - p_0\frac{x_0}{\delta_0} - \sigma_{u0}} y_1 \quad \ldots \ldots \quad (29a)$$

Beispiel. Für eine mit 1500 Umdr. i. d. M. rotierende Scheibe gleicher Festigkeit sei $y_1 = 2$ cm, $\sigma = 800$ kg/qcm, $p_0 = 50$ kg/qcm, $x_1 = 15$ cm, $x_0 = 10$ cm, $x_s = 12{,}5$ cm, $\delta_0 = 5$ cm, $\nu = 0{,}3$. Man findet $\sigma_{u0} = 30{,}6$ kg/qcm und $y_0 = 8{,}87$ cm. Hieraus hinwieder die mittlere tangentiale Spannung in der Nabe, nach Formel (26) $\sigma_{t0} = 671{,}8$ kg/qcm. Da nun die Spannungsverteilung in Wahrheit eine ungleichmäßige ist, so kann bei diesem nicht eben niedrigen Mittelwert das wirklich auftretende Maximum unter Umständen gefährlich werden. In unserem Beispiel wäre also die nachfolgende strengere Rechnung anzuwenden.

b) Stärker beanspruchtes Rad mit kleiner Bohrung.

Wenn die Bohrung kleiner wird, so daß das Verhältnis $x_1 : x_0$ wesentlich größer ist als 1, unterscheiden sich die Spannungen der Nabe in verschiedenen radialen Abständen zu stark, als daß obige Näherungsrechnung zulässig wäre. Es wird alsdann notwendig, von den genauen Formeln Gebrauch zu machen, die im vorigen Abschnitt entwickelt wurden, denn die Nabe ist ja eine „Scheibe mit konstanter Dicke“.

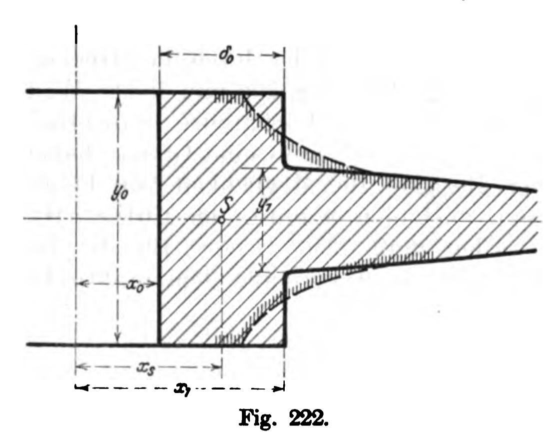


Fig. 222.

Wir haben mit Bezug auf Fig. 222 als gegeben anzusehen die Ausdehnung in Abstand x_1, welche $= \xi_1$ sei; am inneren Umfang für $x = x_0$ aber ist

$$\sigma_r = -p_0$$

durch den Montierungsdruck p_0 (als ein negativer Wert) vorgeschrieben. Für ξ gilt Formel (21) und wir erhalten

$$-\frac{A}{8}x_1^3 + b_1 x_1 + \frac{b_2}{x_1} = \xi_1 \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

als erste Bedingung. Sodann nach Gl. (22)

$$\frac{E}{1-\nu^2}\left[-\frac{3+\nu}{8}A x_0^2 + (1+\nu) b_1 - (1-\nu)\frac{b_2}{x_0^2}\right] = -p_0 \quad \ldots \quad (31)$$

als zweite. Aus (30) und (31) berechnen wir die Unbekannten b_1, b_2 und erhalten die radiale Spannung σ_{r1}, die am äußeren Umfang wirken muß, um die gewünschte Verlängerung zu erzielen, und zwar

$$\sigma_{r1} = \frac{E}{1-\nu^2}\left[-\frac{3+\nu}{8}A x_1^2 + (1+\nu) b_1 - (1-\nu)\frac{b_2}{x_1^2}\right] \quad \ldots \quad (32)$$

Nun können wir die Nabenlänge y_0 näherungsweise aus der Bedingung berechnen, daß die pro cm des Umfanges wirkende Kraft $\sigma_{r1} y_0$ gleich sei derjenigen, die in Wirklichkeit von der Scheibe auf die Nabe übertragen wird, d. h. σy_1, und wir erhalten

$$\sigma_{r1} y_0 = \sigma y_1 \quad \ldots \ldots \quad (33)$$


Digitized by Google

welche Gleichung indessen nur bei wenig voneinander abweichenden Werten y_0 und y_1 gebraucht werden darf.

Beispiel. Es sei wie im obigen Beispiel $x_0 = 10$ cm, $x_1 = 15$ cm, $y_1 = 2$ cm, $\nu = 0{,}3$, $\sigma = 800$ kg/qcm, $n = 1500$ i. d. M. Wir finden $A = 0{,}1786/E$, und wenn die Montierungsspannung $p_0 = 50$ kg/qcm angesetzt wird, aus Gl. (30) und (31)

$$b_1 = 296{,}2/E; \quad b_2 = 60480/E.$$

Die Ausdehnung ξ_1 wird für die Scheibe und für die Nabe, wie erforderlich, nach Gl. (28) und (30) identisch $= 8400/E$. Nun erhalten wir die (ideelle) radiale Spannung am Außenumfang der Nabe nach Gl. (32) $\sigma_{r1} = 198{,}2$ kg/qcm, also

$$y_0 = y_1 \frac{\sigma}{\sigma_{r1}} = 8{,}07 \text{ cm},$$

während die angenäherte Rechnung 8,87 cm ergab. Die tangentialen Spannungen berechnen sich nach Gl. (22) $\sigma_{t0} = 884$ kg/qcm; $\sigma_{t1} = 620$ kg/qcm. Der größte Wert der Spannung, d. h. σ_{t0}, übertrifft das im früheren Beispiel sich ergebende Mittel, d. h. 672 kg/qcm um rund $^1/_3$.

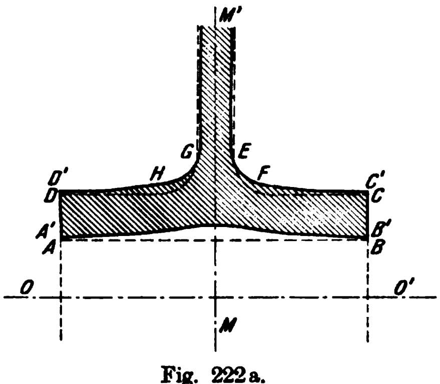


Fig. 222a.

Wenn die Nabenlänge die Scheibendicke erheblich übertrifft, so wird die Nabe ganz ungleichmäßig, d. h. in der Mitte bedeutend mehr gespannt als am Rande, und die Voraussetzungen unserer Formeln sind nicht mehr erfüllt. Um diesem Übelstande einigermaßen abzuhelfen, kann man, sofern die Unterschiede nicht größer sind als in der Figur, durch das punktiert eingetragene Profil einen Ausgleich anstreben.

Bei größeren Längen erfährt die Nabe eine vom Verfasser an Kautschukscheiben näher untersuchte starke Einbuchtung (Fig. 222a), die im X. Teil einer Berechnung unterworfen werden soll. Eine schlanke Nabe muß länger gemacht werden als das oben erhaltene theoretische Maß y_0, damit sie ebensoviel trägt, wie die gleichmäßig gedehnte theoretische Nabe. Die effektive Nabenlänge y_e kann als Abhängige des Verhältnisses x_1/x_0 und

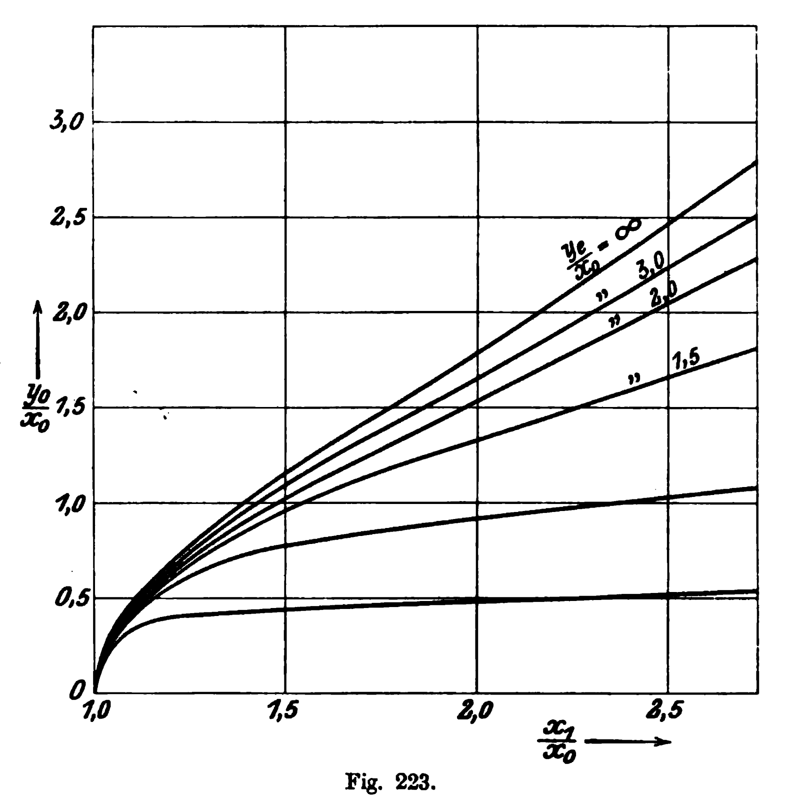


Fig. 223.

y_0/x_0 der Fig. 223 entnommen werden. Fällt diese Länge zu groß aus, so muß die Rechnung mit einem größeren Verhältnis x_1/x_0 wiederholt werden. Will man die Nabe nur auf einer Seite der Radscheibe anordnen, so ist y_e doppelt so lang als bei symmetrischer Nabe.

Digitized by Google

78. Scheibe mit hyperboloidischem Profil.

Einen für die Rechnung besonders einfachen Sonderfall bietet die Annahme, daß das Profil eines Meridianschnittes der Scheibe durch die Gleichung

$$y = c x^{-\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ausdrückbar ist. In diesem Falle wird Gl. (13) integrabel und nimmt die Form

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} + \frac{1-\alpha}{x}\frac{d\xi}{dx} - \frac{\alpha\nu+1}{x^2}\xi + Ax = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

an. Um das Glied mit x wegzuschaffen, setzen wir

$$\xi = z + a x^3 \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

und erhalten, wie nach dem Einsetzen ersichtlich wird,

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1-\alpha}{x}\frac{dz}{dx} - \frac{\alpha\nu+1}{x^2} z = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

sofern man

$$a = \frac{-(1-\nu^2)\,\mu\omega^2}{E\,[8-(3+\nu)\,\alpha]} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wählt. Die Lösung von (4) erfolgt durch den Ansatz $z = b x^{\psi}$, welcher zur Berechnung von ψ auf die Gleichung

$$\psi^2 - \alpha\psi - (1+\alpha\nu) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

führt. Es ergeben sich zwei Werte von ψ, und zwar

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{\alpha}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \alpha\nu + 1} \\ \psi_2 &= \frac{\alpha}{2} - \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \alpha\nu + 1} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wovon (bei posit. α) ψ_1 stets positiv, ψ_2 stets negativ ist. Die Lösungen liefern mit (3) das vollständige Integral

$$\xi = a x^3 + b_1 x^{\psi_1} + b_2 x^{\psi_2} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

worin b_1, b_2 durch die Randbedingungen zu bestimmende Konstanten sind. Wir bilden nun ξ/x und $d\xi/dx$, welche Ausdrücke, in Gl. (12) Abschn. 74 eingesetzt, die Werte der Spannungen

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2}\left[(3+\nu)\,a x^2 + (\psi_1+\nu)\,b_1 x^{\psi_1-1} + (\psi_2+\nu)\,b_2 x^{\psi_2-1}\right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\nu^2}\left[(1+3\nu)\,a x^2 + (1+\psi_1\nu)\,b_1 x^{\psi_1-1} + (1+\psi_2\nu)\,b_2 x^{\psi_2-1}\right] \end{aligned}\right\} \quad . \quad (9)$$

ergeben.

Die Randbedingungen.

Bei positiven Werten von α nimmt die Scheibe die Form des von de Laval für kleinere Räder angewendeten Scheibenprofiles an, welche, wie Fig. 224 angibt, aus der Verbindung dieser Scheibe mit einer Nabe und einem verstärkten Außenringe (zur Aufnahme der Schaufeln) besteht. Doch wären bei einer so starken Verbreiterung, wie in der Figur, unsere Formeln nicht mehr genau genug.

Die aus einem Stücke mit dem Rade gedachten Schaufeln üben eine Fliehkraft aus, die auf den Quadratzentimeter der zylindrischen Mantelfläche vom Radius x_3 und der Breite y_3 wie oben mit σ_3 bezeichnet werde. Der erwähnte Ring erfährt unter dem Einflusse der eigenen Fliehkraft, der von der Scheibe auf die


Digitized by Google

Breite y_2 ausgeübten radialen Spannung σ_{r2} und der Belastung σ_3 eine Ausdehnung ξ_2' gemäß Formel

$$\xi_2' = \frac{x_3^2}{E\delta_3 y_3}\left(\sigma_3 y_3 + \mu\omega^2\delta_3 y_3 x_3 - \sigma_{r2}\frac{x_2 y_2}{x_3}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10$$

wobei für σ_{r2} der Ausdruck aus Gl. (9) mit $x = x_2$ einzusetzen ist.

Ähnlich gilt für die Nabe, wenn wir von der Unstetigkeit des Überganges zwischen Scheibe und Nabe, sowie den radialen Spannungen in der letzteren absehen:

$$\xi_1' = \frac{x_0^2}{E\delta_0 y_0}\left(p_0 y_0 + \mu\omega^2\delta_0 y_0 x_0 + \sigma_{r1}\frac{x_1 y_1}{x_0}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

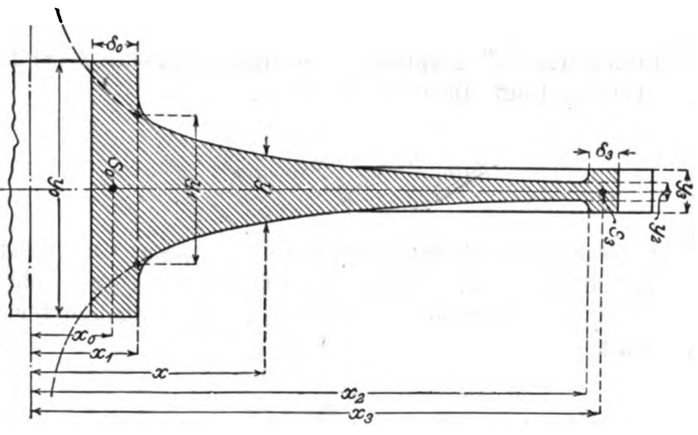


Fig. 224.

worin p_0 den von der Welle auf die Nabe ausgeübten Montierungsdruck pro qcm der Mantelfläche $2\pi x_0 y_0$ bedeutet. Andererseits beträgt die radiale Dehnung der Scheibe zufolge ihres eigenen Spannungszustandes bei x_1 bzw. x_2:

$$\left.\begin{aligned}\xi_1 &= a x_1^3 + b_1 x_1^{\psi_1} + b_2 x_1^{\psi_2}\\ \xi_2 &= a x_2^3 + b_1 x_2^{\psi_1} + b_2 x_2^{\psi_2}\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

und wie in früheren Beispielen muß

$$\xi_1 = \xi_1'; \qquad \xi_2 = \xi_2' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

sein, aus welchen linearen Gleichungen die Konstanten b_1, b_2 zu bestimmen sind, doch ist diese Rechnungsart, wie oben bemerkt, nur bei mäßig beanspruchten Rädern zulässig. Will man größere Genauigkeit haben, so müßte man auf Nabe und Kranz die im vorigen Abschnitt erläuterte Methode anwenden.

79. Graphische Methode für die Berechnung der Scheibenräder.

Die graphische Methode setzt sich zum Zweck, die für die Beanspruchung und Deformation der Scheibe maßgebende Gl. (13) Abschn. 74 auf zeichnerischem Wege zu integrieren. Denkt man sich in der Gleichung y als Funktion von x gegeben, d. h. soll die Beanspruchung einer ausgeführten Scheibe untersucht werden, so ist indessen die Aufgabe, wenigstens unmittelbar, nicht zu lösen.

Es bleibt daher nichts übrig, als das Verfahren umzukehren, indem man ξ als Funktion von x derart annimmt, daß die Randbedingungen erfüllt sind, und hieraus die Gestalt der Scheibe, d. h. y bestimmt. Aus ξ ermittelt man

Digitized by Google

graphisch ξ', ξ'' und hieraus durch Rechnung nach Gl. (12) Abschn. 74 die Spannungen $\sigma_r \sigma_t$ für die ganze Ausdehnung der Scheibe. Durch geeignete Änderungen im Verlaufe der ξ-Kurve kann man auf tunlichst gleichmäßige Beanspruchung des Materiales hinarbeiten.

Wir ordnen Gl. (13) unter Bezeichnung der Ableitungen mit $\xi' \xi''$ wie folgt:

$$\left(\xi'' + \frac{\xi'}{x} - \frac{\xi}{x_2} + A x\right) + \frac{y'}{y}\left(\xi' + \nu \frac{\xi}{x}\right) = 0,$$

deren Auflösung

$$\frac{y'}{y} = \frac{d\,(\lg n\, y)}{dx} = -\frac{\xi'' + \frac{\xi'}{x} - \frac{\xi}{x^2} + A x}{\xi' + \nu \frac{\xi}{x}} = F(x) \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ergibt und nun können wir $\xi' \xi''$ graphisch bestimmen, mithin $F(x)$ für jeden Wert von x angeben. Hieraus folgt durch Integration

$$\lg n \left(\frac{y}{y_0}\right) = \int_{x_0}^{x} F(x)\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wenn y_0 den Wert der Scheibendicke bezeichnet, den diese am Rand der Wellenbohrung bei $x = x_0$ erhalten soll. Will man aus Transportrücksichten den Wert am Rande für $x = x_2$ vorschreiben, so hat man in umgekehrter Richtung zu integrieren und erhält

$$\lg n \frac{y}{y_2} = \int_{x_2}^{x} F(x)\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Annahme der ξ-Linie ist an sich willkürlich, bis auf die Randbedingungen. Für die innere Bohrung wird man wieder den Montierungsdruck p_0 und eine (größte) Tangentialspannung σ_{t0} vorschreiben. Diese hängen mit ξ_0 und ξ_0' durch die Gleichungen

$$\xi'_0 = \frac{-p_0 - \nu \sigma_{t0}}{E}; \qquad \frac{\xi_0}{x_0} = \frac{\nu p_0 + \sigma_{t0}}{E}$$

zusammen, wodurch für $\xi = f(x)$ die Anfangsordinate ξ_0 und die Anfangsneigung ξ_0' vorgeschrieben sind. p_0 ist mit dem negativen Zeichen eingeführt, weil positive Werte von σ Zug bedeuten. Für den Außenrand wird man prinzipiell ebenfalls σ_{r2} und σ_{t2} vorschreiben können, woraus ξ_2 und ξ_2' gerechnet werden. Man verbindet die so bestimmten Anfangs- und Endpunkte mit ihren Tangenten durch eine stetige Linie und ermittelt nunmehr die Zwischenspannungen und das Scheibenprofil. Bei nicht passenden Ergebnissen müssen die Annahmen entsprechend abgeändert werden.

Wenn die Montierungsspannung vernachlässigt wird, muß am inneren Rande $\sigma_{r0} = 0$ sein und dann selbstverständlich zunehmen. Nachdem also für diese Spannung eine Konstanz grundsätzlich ausgeschlossen ist, wäre man versucht, wenigstens

$$\sigma_t = \text{konst.}$$

vorzuschreiben. Die zweite der Gleichungen (12) kann dann als Differentialgleichung

$$\nu \frac{d\xi}{dx} + \frac{\xi}{x} = \frac{1 - \nu^2}{E} \sigma_t$$

für ξ aufgefaßt und leicht integriert werden. Berechnet man σ_r, so zeigt sich, daß dieser Wert vom Rande ab sehr rasch wächst und sich asymptotisch an σ_t anschmiegt. Man hätte also scheinbar eine sehr schöne Lösung mit nahezu „gleicher Festigkeit“, welche indes praktisch leider nicht brauchbar ist, da sie für $x = x_0$ den Wert $y = \infty$, somit auch im weiteren Verlaufe unausführbar breite Nabendimensionen erheischt.


Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Da wir für die „Nabe", d. h. den an die Wellenbohrung angrenzenden Teil der Scheibe aus konstruktiven Gründen ebene Seitenbegrenzung verlangen, ist es am zweckmäßigsten, dies im Verlaufe der ξ-Kurve dadurch zum Ausdruck zu bringen, daß wir die Anfangswerte (von $x = x_0$ bis etwa $x = 1,5\,x_0$) mittels der für die Scheibe gleicher Dicke geltenden Gl. (21)

$$\xi = -\frac{A}{8}x^3 + b_1 x + \frac{b_2}{x} \quad \text{mit} \quad A = (1-\nu^2)\frac{\mu\omega^2}{E} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

rechnen. Die Konstanten b_1, b_2 werden wieder aus $\sigma_{r0} = -p_0$ und σ_{t0} gerechnet, indem man diese vorgeschriebenen Werte in Gl. (22) einsetzt. Ebenso verfahren wir mit dem Außenrand, wie am folgenden Beispiele klar wird.

1. Beispiel.

Die günstigste Annahme, die wir in bezug auf ξ machen könnten, scheint die einer geraden Linie zu sein, die durch den Koordinatenanfang geht. Diese Annahme ergibt $\sigma_r = \sigma_t =$ konst., führt also, wenn keine Bohrung benötigt wird, auf den oben durch Rechnung erledigten Fall der Scheibe gleicher Festigkeit. Soll die Scheibe eine zentrale Bohrung erhalten, so könnte man meinen, daß einfach diese Gerade am inneren und am äußeren Rand entsprechend abzubiegen wäre, wodurch man wenigstens im mittleren Teile des Rades gleiche Beanspruchung nach allen Richtungen erhielte. Die Lösung konkreter Beispiele zeigt indessen, daß entweder die Spannungen am inneren Rande, oder aber die Länge der Nabe unzulässig groß werden, und man erkennt, daß es zweckmäßiger ist, die Form

$$\xi = -a + bx$$

zu wählen, die an den Rändern passend umgeformt wird.

In Fig. 225 (Tafel III) wurde ein derartiges Beispiel für die Angaben $n = 3000$ Umdr. p. Min., Scheibendurchmesser $= 2300$ mm durchkonstruiert. Die Tafel besitzt vier Koordinaten-Anfänge O, O_1, O_2, O_3, wovon O mit seinen Achsen für die Darstellung des Meridianschnitts oder „Profiles" der Scheiben dient, während von O_1 aus ξ, ξ', ξ'', und y'/y, von O_2 aus lgn y und von O_3 aus die Spannungen σ_r, σ_t als Ordinaten zu zählen sind. Starke Krümmungen in der Deformationslinie sind zu vermeiden, da dann ξ'' und y'/y, also auch y', d. h. die Neigung des Profiles, groß werden.

Der Verlauf von ξ vom Rande der inneren Bohrung ab, ist durch die Forderung $\sigma_r = 0$; $\sigma_t = 2050$ kg/qcm, gemäß Formeln (5) und (4) zwischen B_1 und C_1, festgelegt worden. Dann schmiegt sich ξ allmählich an die bei F_1 beginnende, probeweise angenommene Gerade an. Bei A_1 beginnt wieder eine Krümmung, die so zum äußersten Punkte E_1 leitet, daß dort σ_{r2} verschwindet, d. h. $\xi' = \nu\xi/x$ wird. Nun läßt sich σ_t für Punkt E ausrechnen, und ergibt $\sigma_{t2} = 1460$ kg/qcm. Aus σ_{r2} und σ_{t2} kann wieder mit Gl. (4) und (5) b_1, b_2 und ξ so gerechnet werden, daß für $D_1 E_1$ die Seitenbegrenzung der Scheibe eben wird. Man vergewissert sich vor allem, wie hoch die Spannungen im Punkt A sind, da, wie aus dem weiteren hervorgeht, hier das Maximum auftritt. Es ergibt sich $\sigma_r = 2400$ kg/qcm und $\sigma_t = 2200$ kg/qcm, welche wir als zulässig ansehen wollen.

Hierauf bestimmen wir graphisch für die ganze Ausdehnung der Scheibe ξ' und aus diesem ξ'', welche in irgendeinem Maßstabe als Abhängige von x eingetragen werden. Dann wird die Konstante A und gemäß Formel (2) $F(x) = y'/y$ ermittelt. Mit dieser Funktion erhalten wir durch graphische Integration lgn (y/y_a), wo y_a sich auf einen beliebigen Wert x_a bezieht. Am zweckmäßigsten wird die Stärke der Scheibe in der Nähe des äußeren Randes, da wo die veränderte Krümmung von ξ beginnt, und die auch durch Rücksichten auf Transport usw. bedingt ist, festgelegt. Man integriert dann die Funktion y'/y von $x = x_a$ nach einwärts, so daß im Punkt A_2 der Wert von lgn (y/y_a) Null ist und gegen den Koordinatenanfang zu wächst. Aus dem Logarithmus erhalten wir schließlich y selbst und können, wie in der Tafel unten geschehen, das Profil der Scheibe einzeichnen. Für den betrachteten Scheibenteil sind in unserer Tafel ξ'' und y'/y positiv eingetragen, obwohl sie in Wahrheit negativ sind.

Die Bestimmung des äußeren Randes erfolgt durch eine zweite Integration vom Punkte A weg im Sinne wachsender x. Bei der Annahme des zugehörenden ξ sind teilweise Parabeln benutzt worden, für welche ξ'' eine Konstante wird. Es ergibt sich y'/y anfänglich negativ, daher y anfänglich etwas abnehmend, dann zunehmend. Für den Scheibenteil zwischen D_1 und E_1 ist eine besondere Ausrechnung von ξ'' überflüssig, da von vornherein bekannt ist, daß $y' = 0$ sein muß.

Digitized by Google

Hierdurch erhalten wir die äußere Breite y_2 und müssen Änderungen an den zwischen A_1 und E_1 liegenden Werten von ξ vornehmen, falls diese Breite konstruktiv nicht paßt. Man erwirbt, wenn erst einige Beispiele gelöst werden, raschen Überblick, in welchem Sinne ξ zu ändern ist.

Die Tafel enthält im Gebiete A bis E auch die Lösungen für die Fortsetzung der geraden Linie A_1E_2 für ξ.

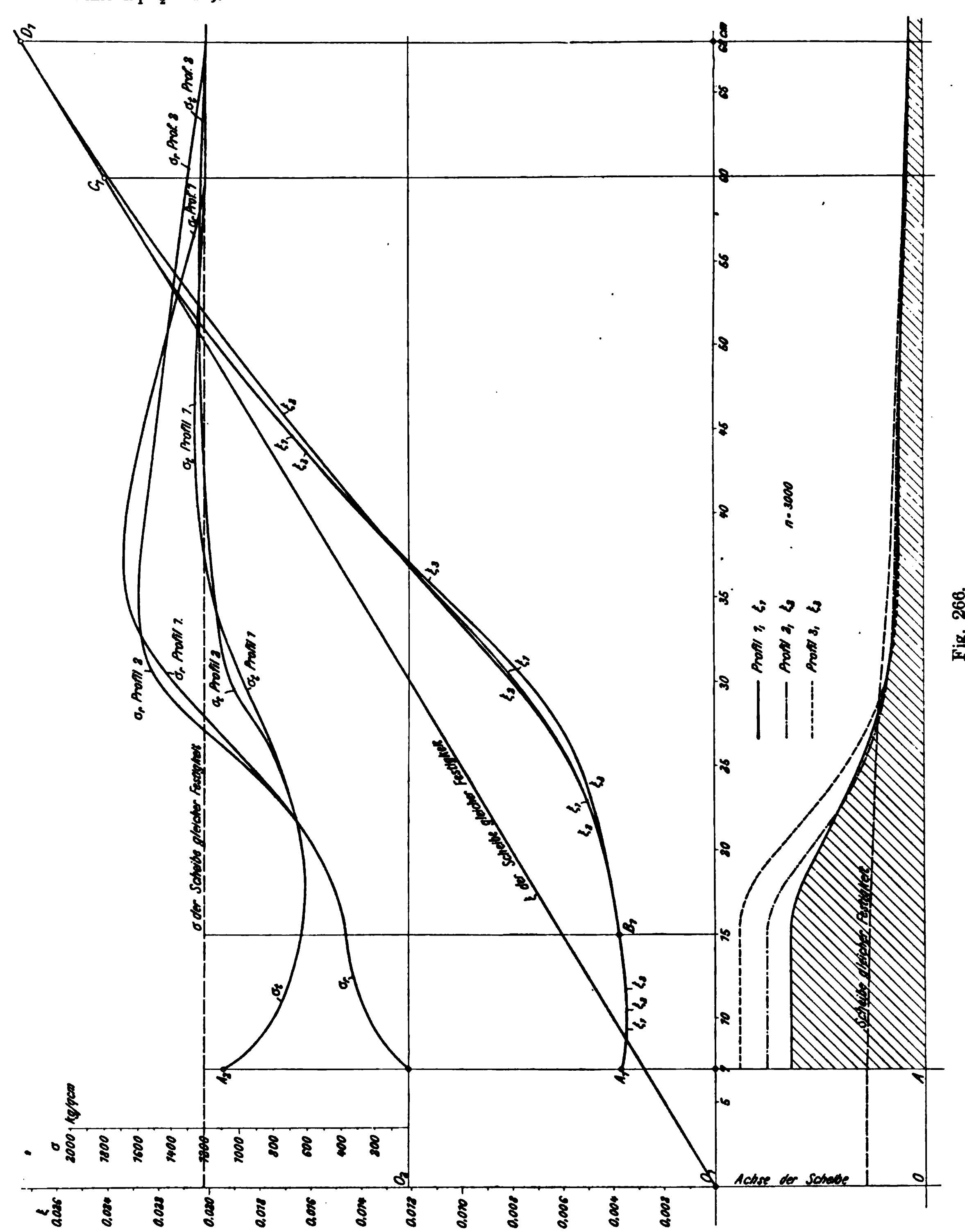


Fig. 266.

Der im oberen Achsenkreuz dargestellte Verlauf der Spannungen zeigt, daß σ_r von 0 an steigend bald einen nahezu konstanten Wert erlangt, mit dem kurz hinter A_1 auftretenden Maximum $\sigma_r = 2400$ kg/qcm. Die Tangentialspannung sinkt in der Nabe mit wachsendem x bis auf etwa $^2/_3$ ihres anfänglichen Wertes, um dann ein Maximum von 2200 kg zu erreichen. Im mittleren Teil kann man die Scheibe als von nahezu gleicher Festigkeit ansehen.

Die Tafel enthält außerdem drei weitere Scheibenprofile, die folgenden Voraussetzungen entsprechen:

a) Unter Beibehaltung der Umdrehungszahl 3000 ist die Deformation durchweg 1,7mal so klein angenommen worden, indem man den Maßstab der ξ änderte. Dies hat auch eine entsprechende Verkleinerung der Größen ξ', ξ'' und der Spannungen σ_r, σ_t zur Folge. Die Funktion y'/y nimmt wegen des nicht geänderten Gliedes $A\,x$ stärker zu und führt auf ein entsprechend stärkeres Profil, welches durch schraffierten Rand kenntlich gemacht und mit der Überschrift: „Profil für $n = 3000$, kleine Spannung" versehen, indessen nur von A bis B durchgeführt ist. Die Figur lehrt, daß die Scheibendicke um ein Vielfaches der Spannungsermäßigung zunimmt. Es findet hier das gleiche statt wie bei der vollen Scheibe, wo die Exponentialfunktion in der Formel für y an dem raschen Wachstum der Scheibendicke schuld ist.

b) Die zwei letzten Profile beziehen sich auf eine Scheibe gleichen Durchmessers, indes mit bloß 1500 Umdr. p. Min., wodurch Konstante A geändert wird. Auch hier ist eine Ausführung mit großer Deformation, also großer Spannung, und eine mit kleiner Spannung untersucht. Während die Spannungen dieselben Werte erhalten wie bei 3000 Umdr., sehen wir die Scheibendicke in bedeutend kleinerem Verhältnis zunehmen wie oben, woraus deutlich hervorgeht, einen wie großen Einfluß die Fliehkraft der Scheibenmasse selbst besitzt.

2. Beispiel.

Daß die im 1. Beispiel benutzte Form der Deformationslinie günstiger ist als die Annäherung an die Linie streng gleicher Festigkeit, geht aus den Schaulinien der Fig. 226 hervor. Hier stellt ξ die durch den Nullpunkt gehende Deformationsgerade dar, der die im Meridianschnitt als „Scheibe gleicher Festigkeit" überschriebene Linie entspricht. Wählen wir nun vom inneren Rand bei A_1 ausgehend Schaulinie ξ_1 zunächst bis B_1 nach dem Gesetze $\xi_1 = a\,x^2 + b_1\,x + b_2/x$, um ebene Nabenbegrenzung zu erhalten, und versuchen wir, uns durch allmähliche Krümmung der Linie ξ bis zum Punkte C_1 anzuschmiegen. Das Ergebnis ist der voll gezogene Scheibenumriß, der im mittleren Teile geringere Dicke aufweist, als die Scheibe gleicher Festigkeit, mithin wie die im Koordinatensystem O_2 aufgetragenen Werte dartun, größere Spannungen aufweist als besagte Scheibe.

Suchen wir den Anschluß etwas weiter, bei D_1 gemäß Linie ξ_2, so erhalten wir den strichpunktierten Umriß, mit ziemlich breiterer Nabe und ebenfalls zu hohen Spannungen.

Schaulinie ξ_3 soll endlich die Empfindlichkeit des Verfahrens beleuchten. ξ_3 weicht von ξ_1 nur unwesentlich ab; das ihm entsprechende Scheibenprofil (punktiert) ergibt trotzdem eine fast 1,4mal dickere Nabe! Es geht also aus dieser Untersuchung hervor, daß die Annahme der Deformation nach Fig. 225 viel günstiger ist. Die letztere besitzt noch die von manchen für wichtig gehaltene Eigenschaft, daß man die Spannungen in der Mitte kleiner halten kann als die am Rande, damit, wenn die Turbine „durchgeht", der Bruch nicht in der Mitte beginne, also die ganze Scheibenmasse bei dieser „Explosion" nicht als Geschoß wirken könne.

80. Beanspruchung einer gegebenen Scheibe.

Liegt eine Scheibe willkürlich-symmetrischer Form vor (Fig. 227), so kann die Beanspruchung bei einer vorgeschriebenen Umlaufzahl angenähert berechnet werden, indem wir die Scheibe in eine Anzahl von Teilen a, b, c ... zerlegen, von welchen jeder einzelne durch eine hyperboloidische oder flach zylindrische Form so genau als möglich ersetzt wird. Wir wählen beispielsweise am Teil b die Punkte A und B mit den Radien x_1, x_2 und den Dicken y_1, y_2. Soll die Gleichung den Umrissen der hyperbolischen Form entsprechen, so muß

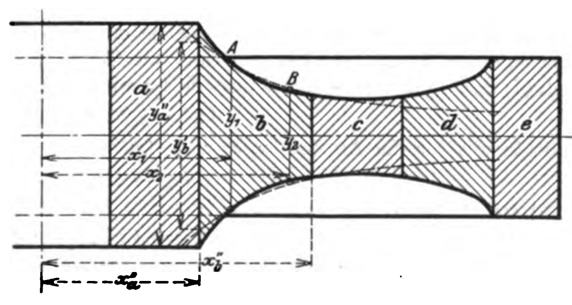


Fig. 227.

$$y_1 = c\,x_1^{-\alpha};$$

$$y_2 = c\,x_2^{-\alpha}$$

Digitized by Google

erfüllt sein, woraus sich durch Division

$$\frac{y_2}{y_1} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{-\alpha} \quad \text{oder} \quad \alpha = -\frac{\lg\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\lg\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

ergibt. Nun kann man diesen Umriß wie punktiert angedeutet einzeichnen und sich überzeugen, ob die Annäherung genügt. Auf diese Weise erhält man

$$\left.\begin{array}{ll} y_a = Y_a x^{-\alpha_1}; & \xi = a_0 x^3 + a_1 x^{\psi_1'} + a_2 x^{\psi_1''} \\ y_b = Y_b x^{-\alpha_2}; & \xi = b_0 x^3 + b_1 x^{\psi_2'} + b_2 x^{\psi_2''} \\ y_c = Y_c x^{-\alpha_3}; & \xi = c_0 x^3 + c_1 x^{\psi_3'} + c_2 x^{\psi_3''} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

worin auch die flachzylindrischen Teile durch den Sonderwert $\alpha = 0$ eingeschlossen sind und die Größen ψ_1', ψ_1''; ψ_2', ψ_2'' und a_0, b_0, c_0 ... nach den Formeln des Abschn. 78 berechnet werden. Die übrigen Größen a_1, a_2; b_1, b_2 ... sind durch die Randbedingungen wie folgt festgelegt.

Am inneren Rand sei der Montierungsdruck p_0, woraus die Bedingung

$$(\sigma_{r0})_a = -p_0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

folgt. Da wo Teil a und b zusammenstoßen, sei für Teil a die Dehnung ξ_a'', die radiale Spannung σ_{ra}'', die Dicke y_a''; für Teil b seien dieselben Größen ξ_b', σ_{rb}', y_b'. Dann gelten die Bedingungen

$$\left.\begin{array}{r} \xi_a'' = \xi_b' \\ y_a'' \sigma_{ra}'' = y_b' \sigma_{rb}' \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

ähnlich für den Anschluß von b an c

$$\left.\begin{array}{r} \xi_b'' = \xi_c' \\ y_b'' \sigma_{rb}'' = y_c' \sigma_{rc}' \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

und so fort für die anderen Teile, bis man beim Außenrand angelangt ist, an welchem der Schaufelzug die Spannung

$$\sigma_{rn}'' = \sigma \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

bedingen möge. Die Zahl der so gewonnenen Bedingungen ist der Zahl der Unbekannten gleich, und sie sind alle linear. So einfach sich die Bestimmungsgleichungen anschreiben lassen, so umständlich ist die Zahlenrechnung selbst.

So sehr erwünscht ein abgekürztes Verfahren wäre, so kann leider auch keine graphische Methode angegeben werden, die rasch und sicher zum Ziele führt. Bekanntlich ist jede Differentialgleichung lösbar, wenn man sich auf das Rechnen mit kleinen Differenzen (statt der Differentiale) verlegt. So könnten wir beispielsweise die Deformation Element für Element wie folgt ermitteln. Wir schreiben Gl. (13) in Abschn. 74 abkürzend

$$\xi'' = \varphi(x)\,\xi' + \psi(x)\,\xi + \chi(x) \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

indem wir durch einen bzw. zwei Striche die erste bzw. die zweite Ableitung bezeichnen. Im Ausgangspunkte $x = x_0$ denken wir uns die Werte $\xi = \xi_0$, $\xi' = \xi_0'$ gegeben und bestimmen vermöge Gl. (7) ξ_0''. Für das kleine Intervall Δx wird nun

$$\Delta \xi_0' = \xi_0'' \Delta x \quad \text{und} \quad \Delta \xi_0 = \xi_0' \Delta x,$$

mithin gilt für die Abszisse $x_1 = x_0 + \Delta x$

$$\xi_1' = \xi_0' + \Delta \xi_0'; \qquad \xi_1 = \xi_0 + \Delta \xi_0,$$

und Gl. (7) liefert das zugehörige

$$\xi_1'' = \varphi(x_1)\,\xi_1' + \psi(x_1)\,\xi_1 + \chi(x_1).$$

Nun wiederholen wir die Rechnung für ein weiteres Intervall Δx und erhalten

$$\Delta \xi_1' = \xi_1'' \Delta x; \qquad \Delta \xi_1 = \xi_1' \Delta x,$$

woraus

$$\xi_2' = \xi_1' + \Delta \xi_1'; \qquad \xi_2 = \xi_1 + \Delta \xi_1.$$

Digitized by Google

mithin mit Gl. (7) für die Abszisse $x_2 = x_1 + \Delta x$

$$\xi_2'' = \varphi(x_2)\,\xi_2' + \psi(x_2)\,\xi_2 + \chi(x_2)$$

und so fort, bis wir an den Scheibenrand gelangt sind.

Aus der Deformation bestimmen wir in bekannter Weise die Spannungen.

Diese Rechnung kann sich aber den gegebenen Randbedingungen nicht von vornherein anpassen. An der inneren Bohrung können wir wohl σ_r vorschreiben, aber wir wissen nicht, wie groß σ_t ist, wir müssen also letzteres probeweise annehmen, ξ_0 und ξ_0' bestimmen, die Rechnung für die ganze Scheibe erledigen, um erst am Schlusse zu erfahren, ob die gemachte Annahme auf die am Außenrand vorgeschriebene Spannung σ_r führt.

Den gleichen Zweck verfolgt Obering. H. Keller[1]) unter Einführung der Spannungen an Stelle der Deformationsgrößen. Die Gleichungen (9) in Abschn. 74

$$\xi' = (\sigma_r - \nu\sigma_t)/E; \qquad \xi/x = (\sigma_t - \nu\sigma_r)/E$$

werden benutzt, um ξ zu eliminieren, indem man aus der zweiten ξ berechnet, differentiert und in die erste einsetzt, was auf die Beziehung

$$\frac{d\sigma_t}{dx} = \nu\frac{d\sigma_r}{dx} + \frac{(1+\nu)}{x}(\sigma_r - \sigma_t) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

führt. Anderseits erhält man aus Gl. (8), Abschn. 74

$$\frac{d\sigma_r}{dx} = -\sigma_r\frac{y'}{y} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{x} + \mu\omega^2 x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Indem man also wieder am inneren Rand für $x = x_0$ die Spannungen σ_{r0}, σ_{t0} probeweise annimmt, liefert Gl. (9) die Zunahme $\Delta\sigma_{r0}$ und Gl. (8) die Zunahme $\Delta\sigma_{t0}$ im Abstande Δx, und daraus die neuen Spannungen $\sigma_{r1} = \sigma_{r0} + \Delta\sigma_{r0}$; $\sigma_{t1} = \sigma_{t0} + \Delta\sigma_{t0}$, mit welchen die Rechnung für weitere Δx wiederholt wird, bis wir beim äußeren Scheibenrand angelangt sind und feststellen können, ob dort σ_r stimmt. Keller empfiehlt den Mittelwert der Tangentialspannung σ_t von Anfang an zu ermitteln, indem man davon ausgeht, daß die Fliehkraft einer Scheibenhälfte dem Produkt aus dieser Spannung und dem Flächeninhalte eines Meridianschnitts gleich sein müsse. Die Kenntnis des Mittelwertes vermindert in etwas die Ungewißheit betreffend den Wert der am inneren Rande anzunehmenden Spannung σ_{t0}.

81. Geometrisch ähnliche Scheibenräder.

Das gemeinsame Merkmal der im obigen entwickelten Formeln besteht darin, daß alle Spannungen nur vom Quadrate der Umfangsgeschwindigkeit und nicht von der absoluten Größe des Halbmessers abhängen. Diese Eigenschaft kommt aber nicht bloß den besprochenen Sonderformen zu, ist vielmehr allgemein, wie man durch folgende Überlegung nachweisen kann.

Vergleichen wir zwei geometrisch ähnliche Scheibenräder beliebiger Form (mit Einschluß der Schaufeln usw.), von welchen die zweite k-fach so große lineare Abmessungen haben möge als die erste, und welche wir durch ihre Fliehkräfte so ausgedehnt denken, daß auch die Verschiebungen ähnlich gelegener Punkte derjenigen der ersten Scheibe proportional sind. Unter dieser Voraussetzung sind auch die Spannungen in ähnlich gelegenen Punkten nach gleichen Richtungen gleich. — Die Rotation der Scheiben erfolgt mit der Winkelgeschwindigkeit ω bzw. ω'. Wir schneiden aus den Scheibenkörpern zwei ähnlich gelegene geometrisch ähnliche Elemente heraus. Das der zweiten angehörende hat ein k^3-mal so großes Volumen, eine k^3-mal so große Masse; der Abstand von der Achse ist k-mal so groß, also ist die gesamte Fliehkraft $k^4\dfrac{\omega'^2}{\omega^2}$-mal größer als bei dem Element der ersten Scheibe. Die Flächenkräfte ergeben aber nur eine k^2-mal so große Resultierende; damit Gleichgewicht bestehe, ist also notwendig und hinreichend, daß $\omega^2 = k^2\omega'^2$, d. h. $\omega' = \omega : k$ sei. Dann ist aber die Geschwindigkeit des äußersten Umfanges der Scheiben gleich groß, und wir haben den Satz: Die Beanspruchung geometrisch ähnlicher Scheiben beliebiger Form ist

[1]) Schweiz. Bauztg. 1909, Bd. 54, S. 307.


Digitized by Google

bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit in ähnlich gelegenen Punkten gleich groß.

Spalten wir eine symmetrisch gedachte Scheibe durch ihre zur Achse senkrechte Symmetrieebene in zwei gleiche Teile, so sind die Fliehkräfte jeder Hälfte offenbar für sich im Gleichgewicht. Man müßte nur jede Hälfte zu einem in bezug auf die zur Achse senkrechte Ebene ebenfalls symmetrisch geformten Rade ummodellieren. Hieraus geht hervor, daß wir die axialen Dimensionen eines Rades (und natürlich auch der Schaufeln usw.) nach Belieben proportional vergrößern oder verkleinern können, ohne bei gleichbleibender Geschwindigkeit an der Beanspruchung etwas zu ändern.

Nun vergrößern wir ein Rad geometrisch auf die zweifache lineare Dimension unter Beibehaltung der alten Umfangsgeschwindigkeit. In ähnlich gelegenen Punkten erhalten wir gleiche Spannungen. Spalten wir das Rad durch seine zur Achse senkrechte Symmetrieebene in zwei Teile, so gilt für jede Hälfte dasselbe. Diese Hälfte kann man aber aus der ursprünglichen Weite auch dadurch entstanden denken, daß alle radialen Abmessungen derselben verdoppelt wurden.

Die beiden letzten Ergebnisse lassen sich in folgenden Satz vereinigen:

Bei gleichbleibender Umfangsgeschwindigkeit dürfen wir sowohl die axial als auch die radial genommenen Abmessungen eines Rades in beliebigem voneinander unabhängigen Verhältnis vergrößern oder verkleinern, ohne an den spezifischen Beanspruchungen in ähnlich gelegenen Punkten etwas zu ändern.

82. Beanspruchung der Scheibenräder bei ungleichmäßiger Erwärmung.

Man hat beobachtet, daß bei gewissen einstufigen Turbinen wegen der Wärmestrahlung des Düsenringes der Rand des Scheibenrades wesentlich höhere (bis um 100° verschiedene) Temperaturen annehmen kann als der Scheibenkörper, der an das kältere Gehäuse Wärme seitlich ausstrahlt. Deshalb wurden sogar Radkonstruktionen vorgeschlagen, bei denen der Kranz durch radiale Sägenschnitte in zahlreiche unabhängige Segmente getrennt werden sollte, damit er sich frei ausdehnen könne. Noch weit gefährlichere Beanspruchungen sind bei Betriebsunfällen denkbar; so könnte bei unsachgemäßer Bedienung (während des Abstellens) das Einspritzwasser in das Turbinengehäuse dringen und den Radkranz abkühlen, während die Scheibe warm bliebe.

Die Untersuchung wird bedeutend vereinfacht durch die Bemerkung, daß die Spannungen, welche von der ungleichen Erwärmung herrühren, nach dem Prinzip der Übereinanderlagerung („Superposition") mit den Fliehkraftspannungen vereinigt werden dürfen, d. h. daß man dieselben berechnen kann, als wenn das Rad ruhen würde.

Ein besonders durchsichtiger Fall entsteht, wenn wir eine Scheibe mit konstanter Dicke h untersuchen, deren Kranz mit dem Querschnitte f plötzlich um t^0 C gegenüber der gleichmäßigen Anfangstemperatur abgekühlt werde. Indem sich der Kranz zusammenzuziehen bestrebt, übt er auf die Scheibe einen radialen Druck p aus und wird selbst gespannt, genau wie ein Schrumpfring auf seiner Unterlage. Nehmen wir an, die Scheibe sei voll (ohne Bohrung), so wissen wir gemäß Früherem, daß die Druckspannung p nach allen Richtungen in der Scheibe gleich groß ist, und daß die lineare Zusammendrückung am Scheibenrande

$$\xi_r = \frac{1-\nu}{E} p r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist, worin r den Scheibenradius und angenähert den Schwerpunktradius des Ringes bedeutet.

Der Kranzhalbmesser, dessen Größe ursprünglich r gewesen ist, würde durch die Abkühlung um t^0 C eine Verkleinerung um

$$\Delta r = r \varepsilon t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$


Digitized by Google

erfahren, wenn ε den Wärmeausdehnungskoeffizienten bedeutet. Allein die Scheibe dehnt ihn mit dem auf die Breite b wirkenden, noch unbekannten Drucke p radial um den Betrag

$$\xi_r' = \frac{b p r^2}{E f} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

auseinander. Die Verkleinerung von r beträgt daher im ganzen $\Delta r - \xi_r'$ und muß dem Werte von ξ_r gleich sein. Nach Einsetzung der Werte (1), (2), (3) erhalten wir

$$\frac{1-\nu}{E} p r + \frac{b p r^2}{E f} = r \varepsilon t \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

woraus sich

$$p = \frac{E \varepsilon t}{(1-\nu) + \frac{b r}{f}} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

berechnet. Die Spannung σ_1 im Ring erhalten wir näherungsweise aus der Belastung p auf der Innenseite desselben durch die sogenannte Kesselformel

$$\sigma_1 = \frac{r b p}{f} = \frac{E \varepsilon t}{(1-\nu)\frac{f}{r b} + 1} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Formel (5) und (6) haben die Eigentümlichkeit, daß die Spannungen nur vom Temperaturunterschied t und dem Produkte rb, nicht aber einzeln von der Größe des Radius abhängen. Eine doppelt so große, aber doppelt so dünne Scheibe erfährt mithin bei gleichstarkem und gleicherhitztem Kranz die gleiche Beanspruchung.

Bei stetiger Verteilung der Temperatur müssen wir die elastischen Grundformeln benutzen, und nicht außer acht lassen, daß darin ε_r und ε_t nur die nach Abrechnung der Wärmeausdehnung sich ergebenden spezifischen elastischen Dehnungen bedeuten, die man wie folgt berechnet. Es sei t der in allen Punkten des Kreises vom Radius x konstante Temperaturüberschuß über die Anfangstemperatur, eine Abhängige des x. Der Radius nach erfolgter Anspannung und Erwärmung sei $x + \xi$. Ein Ring mit dem Halbmesser x würde durch die Wärme allein um

$$\xi' = \varepsilon x t$$

ausgedehnt worden sein. Nur der Überschuß $\xi'' = \xi - \xi'$ bildet eine elastische Deformation; mithin ist die tangentiale elastische Ausdehnung

$$\varepsilon_t = \frac{\xi''}{x} = \frac{\xi}{x} - \varepsilon t \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Gleicherweise ist die radiale Verschiebung des Punktes, der im Abstande dx vom Erstbetrachteten liegt, $\xi^* = \xi + d\xi/dx \cdot dx$, und die gesamte Ausdehnung des Elementes dx ist $d\xi/dx \cdot dx$. Die Wärme allein ergibt aber den Anteil $\varepsilon t dx$, als elastische Dehnung in radialer Richtung haben wir also nur anzusehen

$$\varepsilon_r = \frac{\frac{d\xi}{dx} dx - \varepsilon t dx}{dx} = \frac{d\xi}{dx} - \varepsilon t \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Die Ausdrücke der Spannungen (Gl. 12, Abschn. 74) lauten mithin

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2}\left[\nu\left(\frac{\xi}{x} - \varepsilon t\right) + \frac{d\xi}{dx} - \varepsilon t\right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\nu^2}\left[\left(\frac{\xi}{x} - \varepsilon t\right) + \nu\left(\frac{d\xi}{dx} - \varepsilon t\right)\right] \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

und Hauptgleichung (13) nimmt die Form an:

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} + \left(\frac{d \ln y}{dx} + \frac{1}{x}\right)\frac{d\xi}{dx} + \left(\frac{\nu}{x}\frac{d \ln y}{dx} - \frac{1}{x^2}\right)\xi$$
$$- (1+\nu)\varepsilon \frac{dt}{dx} - (1+\nu)\varepsilon t \frac{d \ln y}{dx} + A x = 0 \quad \ldots \quad (10)$$

mit

$$A = (1-\nu^2)\frac{\mu \omega^2}{E}.$$

Digitized by Google

Die Integration läßt sich leicht bewerkstelligen für die

a) Scheibe gleicher Dicke.

Mit $\omega = 0$, d. h. ruhender Scheibe und $y = h =$ konst., erhalten wir ganz wie in Abschn. 76

$$\frac{d^2\xi}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{d\xi}{dx} - \frac{\xi}{x^2} = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{x}\frac{d}{dx}(x\xi)\right] = (1+\nu)\,\varepsilon\frac{dt}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad (10a)$$

woraus

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}(x\xi) = (1+\nu)\,\varepsilon t + 2a_1,$$

wo $2a_1$ die erste Integrationskonstante ist. Nach Multiplikation mit x und Integration ergibt sich

$$\xi = \frac{(1+\nu)\,\varepsilon}{x}\int_{x_1}^{x} tx\,dx + a_1 x + \frac{a_2}{x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Das Integral darf als bestimmtes mit x_1 dem Halbmesser des inneren Randes als untere Grenze aufgefaßt werden, indem dies nur den Wert der Konstante a_2 beeinflußt und die Schlußformel vereinfacht.

Bilden wir nun $d\xi/dx$ und ξ/x, so erhalten wir für die Spannungen:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2}\left[-\frac{(1-\nu^2)\,\varepsilon}{x^2}\int_{x_1}^{x} tx\,dx + (1+\nu)\,a_1 - (1-\nu)\frac{a_2}{x^2}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2}\left[\frac{(1-\nu^2)\,\varepsilon}{x^2}\int_{x_1}^{x} tx\,dx - (1-\nu^2)\,\varepsilon t + (1+\nu)\,a_1 + (1-\nu)\frac{a_2}{x^2}\right] \quad (13)$$

Betrachten wir den Sonderfall, daß die Scheibe am Innen- und am Außenrand spannungsfrei ist, so muß

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für } x = x_1 & \sigma_r = 0 \\ \text{,, } x = x_2 & \sigma_r = 0 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

sein. In der ersten dieser Bedingungen kommt das Integral $\int_{x_1}^{x} tx\,dx$ vor, welches gleich Null ist. In der zweiten ist

$$\int_{x_1}^{x_2} tx\,dx = \tfrac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2} t\,d(x^2)$$

gegebenenfalls, wenn t eine verwickelte Funktion von x wäre, graphisch zu ermitteln. Nach dem Mittelwertsatz kann man das Integral auch

$$= \tfrac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2)\,t_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

setzen, woraus t_m als **„Mittelwert der auf das Quadrat des Halbmessers bezogenen Temperatur“** berechnet werden kann.

Aus (14) findet man

$$a_1 = \frac{(1-\nu)\,\varepsilon}{2}\,t_m; \qquad a_2 = \frac{(1+\nu)\,\varepsilon}{2}\,x_1^2 t_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

womit auch ξ und die Spannungen allgemein bestimmt sind. Der Höchstwert der Beanspruchung muß durch graphische Darstellung des ganzen Spannungsverlaufes ermittelt werden. Im allgemeinen wird er am inneren oder am äußeren Rande als Tangentialspannung auftreten, und zwar erhält man

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für } x = x_1 & \sigma_{t1} = E\varepsilon\,(t_m - t_1) \\ \text{,, } x = x_2 & \sigma_{t2} = E\varepsilon\,(t_m - t_2) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Für einen Hohlzylinder von unendlicher Länge mit nur radial veränderlicher Temperatur hat R. Lorenz in Z. V. deutsch. Ing. 1907, S. 743 die entsprechenden allgemeinen Formeln abgeleitet, auf welchen Aufsatz hier besonders verwiesen sei.


Digitized by Google

b) Hyperboloidische Scheibe.

Die allgemeine Differentialgleichung (10) für ξ wird noch in dem Falle leicht integrabel, wenn wir $y = c x^{-\alpha}$ setzen, und für die Temperatur das Gesetz

$$t = B x^n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

oder eine Summe von Potenzgliedern aufstellen. Man findet

$$\xi = a x^3 + b x^{n+1} + b_1 x^{\psi_1} + b_2 x^{\psi_2} \quad \ldots \ldots \quad (19)$$

wobei a, ψ_1, ψ_2 durch Gl. (5) und (7) Abschn. 78 definiert sind, während

$$b = \frac{(1+\nu)\,\varepsilon\,(n-\alpha)\,B}{n(n+1)+(1-\alpha)(n+1)-(\alpha\nu+1)} \quad \ldots \ldots \quad (20)$$

bedeutet. Zur Bestimmung von b_1, b_2 dienen die Randbedingungen (wie in Abschn. 78) indessen mit Inbetrachtnahme der Temperaturunterschiede. An Gl. (19) kann man die Behauptung bewahrheiten, daß die Lösungen für die ruhende, aber erwärmte Scheibe, und für die rotierende Scheibe aber mit $t = 0$ einfach addiert werden dürfen. Es liegt dies daran, daß sowohl die Differentialgleichung wie auch die Randbedingungen in ξ und seinen Ableitungen linear sind. Siehe die nähere Begründung in Abschn. 84.

c) Graphische Ermittelung der Scheibenabmessungen bei gegebener Temperaturverteilung.

Der aus anderweitigen Beobachtungen als bekannt anzusehende Verlauf der Temperatur sei durch Gleichung

$$t = \varphi(x) \quad \ldots \quad (21)$$

graphisch festgelegt. Man kann nun, wie in Abschn. 79, ξ versuchsweise annehmen, und σ_r sowie σ_t nach Formeln (9) berechnen, um festzustellen, ob dieselben zulässig sind. Dann kann $d(\ln y) : dx$ aus Gl. (10) ermittelt, aufgetragen und graphisch integriert werden, um $\ln y$ und y selbst zu erhalten.

Man kann indessen auch den Verlauf wenigstens einer der Spannungen σ_r, σ_t vorschreiben (insbesondere bei einer Scheibe ohne Bohrung) und kann daraus ξ bestimmen. Wenn z. B.

$$\sigma_t = f(x) \quad \ldots \quad (22)$$

gefordert wird, so findet man durch Integration

$$\xi = \frac{1}{\nu} x^{-\frac{1}{\nu}} \int_0^x F(x)\, x^{\frac{1}{\nu}}\, dx$$

wobei

$$F(x) = \frac{1-\nu^2}{E} f(x) + (1+\nu)\,\varepsilon\,\varphi(x) \quad (23)$$

bedeutet.

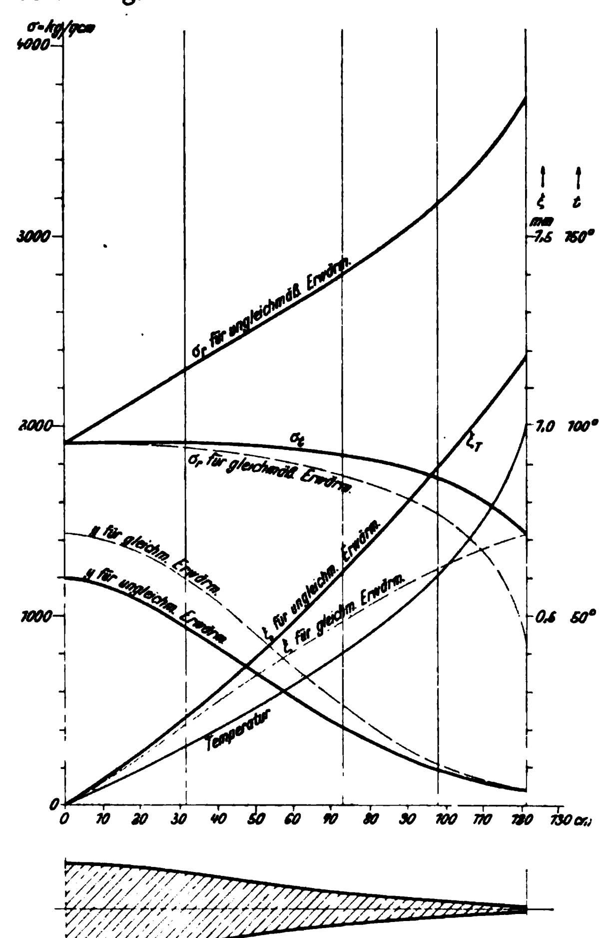


Fig. 228.


Digitized by Google

Sonst aber ist mit dem graphisch gewonnenen ξ der oben angegebene Rechnungsgang ebenfalls graphisch durchzuführen. Auf diese Art wurde das Beispiel Fig. 228 gelöst, wobei die Umdrehungszahl $n = 3000$ p. M. gesetzt ist. Die Scheibe ist verglichen mit einem anderen Rad, welches gleichmäßig erwärmt sein und dieselbe Tangentialspannung erleiden soll. Bei letzterem ist wohl die Dicke in der Mitte größer, die Spannungen nehmen aber von der Mitte aus ab. Bei ersterer ist die Spannung σ_r in der Mitte gleich σ_t, allein σ_r wächst ungemein stark und macht die Scheibe praktisch unbrauchbar. Da nur ein Beispiel geliefert werden sollte, wurde die Rechnung nicht wiederholt.[1])

Die Konstrukteure von Radialturbinen für hoch überhitzten Dampf werden sich mit diesen Rechnungsmethoden vertraut machen müssen, wenn sie den Sicherheitsgrad ihrer Konstruktionen beurteilen wollen.

83. Die Rad-Trommeln.

Die Laufräder werden bei vielstufigen Überdruck-Turbinen fast ohne Ausnahme in Gruppen auf mehr oder weniger langen Trommeln befestigt. Im Interesse vollständigen Massenausgleiches wird die Trommel auch inwendig abgedreht und die Befestigung kann entweder durch eingeschobene Armkreuze oder durch Flanschen an der Stirnseite und an die Welle angeschmiedete oder aufgepreßte Endscheiben erfolgen. Die Beanspruchung einer so befestigten Trommel ist, wenigstens soweit deren Mitte in Betracht kommt, der Sicherheit halber wie die eines frei rotierenden Ringes zu rechnen. Wie weit der Einfluß der verschraubten Enden die Festigkeit erhöht, werden wir im X. Teil untersuchen.

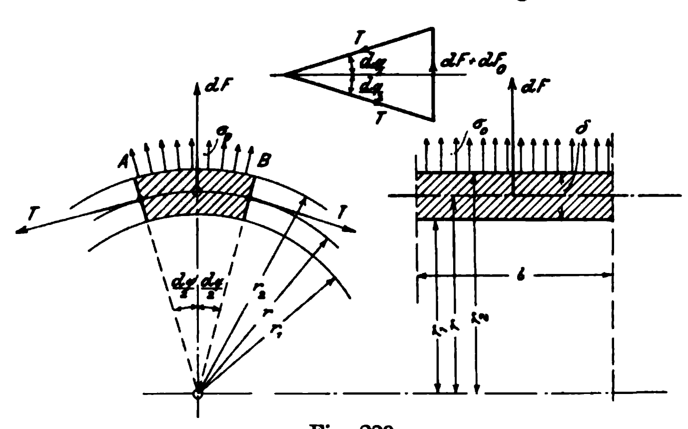


Fig. 229.

Schneiden wir in Fig. 229 aus der zylindrischen Trommel von der Länge l durch die unter $d\varphi/2$ geneigten axialen Ebenen das Element AB heraus, so findet sich dasselbe erstens durch die Fliehkraft der eigenen Masse

$$dF = (r\,d\varphi\,\delta\,l\,\mu)\,r\omega^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

beansprucht. Hierin bedeutet

$$\mu = \frac{\gamma}{g} \text{ die spezifische Masse, } \omega \text{ die Winkelgeschwindigkeit}$$

und die Bedeutung der übrigen Größen ist aus der Figur ersichtlich.

Die Spannung σ_u in Richtung des Umfanges darf bei nicht zu großer Dicke δ als gleichmäßig angenommen werden und bildet eine auf die Seitenfläche $l\delta$ wirkende Resultierende

$$T = l\delta\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Gleichgewicht besteht, falls die radialen Komponenten gleich sind

$$dF = 2T\sin\frac{d\varphi}{2} = T\,d\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

woraus

$$\sigma_u = \mu r^2\omega^2 = \mu w^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

[1]) Die wegen der Integrationsschwierigkeiten bei $x = 0$ sehr zeitraubende graphische Ausarbeitung dieses Beispieles verdanke ich Herrn Ing. Oechslin.

Digitized by Google

folgt, wenn w die Umfangsgeschwindigkeit bedeutet. Es ergibt sich daher der wichtige Satz: **Die Beanspruchung eines frei rotierenden Ringes durch die eigene Fliehkraft ist nur von der Umfangsgeschwindigkeit abhängig.**

Zwei Ringe mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit werden gleich beansprucht, wie sehr auch ihre Durchmesser und Kranzstärken verschieden sein mögen. Für Flußeisen erhält man folgende abgerundete Zahlen

$u =$ 25	50	75	100	150	200	400	m/sek
$\sigma_u =$ 50	200	450	800	1800	3200	12800	kg/qcm.

Auch abgesehen von den Schaufelfliehkräften ist also für eine freie Trommel eine Geschwindigkeit über 100 m/sek kaum zulässig.

Die Fliehkraft der Schaufeln und ihrer Befestigungsteile, welche wir gleichmäßig verteilt und pro Quadratzentimeter der mittleren Zylinderfläche (vom Radius r) mit σ_0 bezeichnen wollen, wird auf das Element die radiale Kraft $dF_0 = r\,d\varphi\,l\,\sigma_0$ ausüben und eine Kranzspannung σ_s hervorrufen, für die die Gleichung $dF_0 = 2l\delta\sigma_s \sin\frac{d\varphi}{2}$ gilt, aus der sich

$$\sigma_s = \frac{r\sigma_0}{\delta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

ergibt. Die gesamte Kranzspannung ist naturgemäß die Summe der einzelnen Spannungen

$$\sigma = \sigma_u + \sigma_s \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Durch das Verstemmen der einzelnen Schaufelreihen kommt eine axiale Verspannung hinzu, deren Größe freilich schwer anzugeben ist. Sie kann zu Neben-

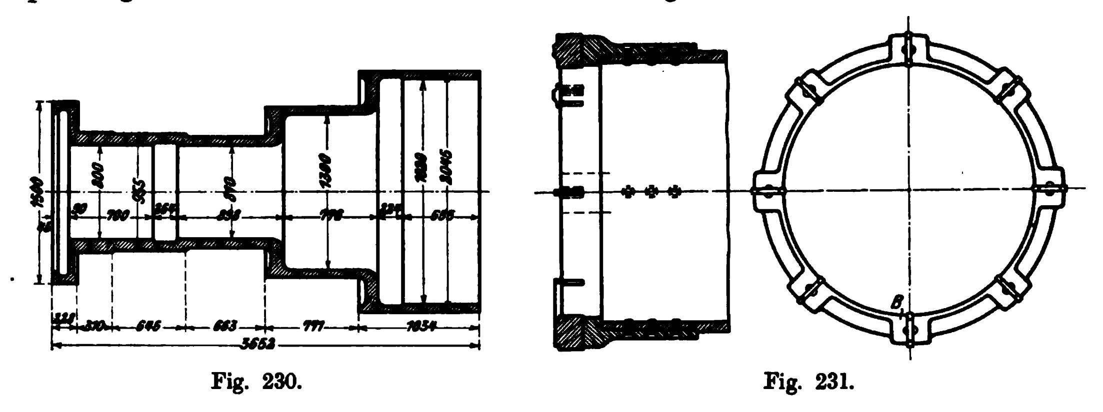


Fig. 230. Fig. 231.

erscheinungen bei Betrieb mit überhitztem Dampf Veranlassung geben, indem die Beilagen zufolge ungleich starken Stemmens bei ihrer Ausdehnung ungleiche axiale Drücke ausüben und die Trommel krummziehen können. Auch ursprüngliche Guß- (oder Schmiede-) Spannungen könnten ausgelöst werden, daher man neuerdings die Spindeln vor der Beschaufelung ausglüht und von dem früher verwendeten Stahlguß gänzlich zugunsten von geschmiedetem Material abkommt.

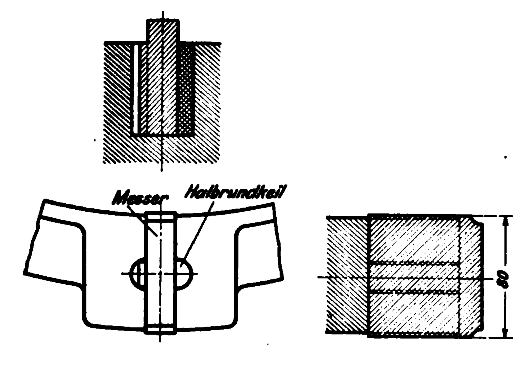


Fig. 232.

Die Herstellung der geschmiedeten hohlen Trommeln erfolgt nach gleichen Methoden wie die der Geschützrohre und wird von den Hüttenwerken geheim gehalten. Herr Oberingenieur Kraft von den Cockerill-Werken hat mir in dankenswerter Weise über die Herstellung der in Fig. 230 dargestellten

Digitized by Google

Trommel folgende Mitteilungen gemacht. Der rohe Stahlingot hatte 1,45 auf 1,55 m einbeschriebenen Durchmesser des Achteckes, 3,6 m Länge und rund 50 t Gewicht. Nachdem er auf den äußeren Fertigdurchmesser in der Mitte vorgeschmiedet war, wurde eine dem kleinsten Innendurchmesser entsprechende Seele herausgebohrt. Der verwendete Messerkopf (Fig. 231) enthält acht Messer am Umfang von 10 auf 80 mm zunehmender Schneidenbreite. Die Messer werden wie in Fig. 232 ersichtlich durch Keile befestigt. Hierauf wurden die Enden „aufgedornt“ (d. h. über einen Dorn ausgeschmiedet), um den vorgeschriebenen größeren Durchmesser zu erhalten, und das Stück konnte auf der Drehbank fertig bearbeitet werden. Schließliches Gewicht 10800 kg.

Auch die Schweißung von einzelnen gewalzten Trommeln soll auf gewissen Hüttenwerken geübt werden.

84. Befestigung der Trommel und der Welle.

Die von Parsons herstammende, sehr verbreitete Befestigungsart durch **Schrumpfung** ist in der unteren Figur der Abbildung 233 dargestellt. Der mit

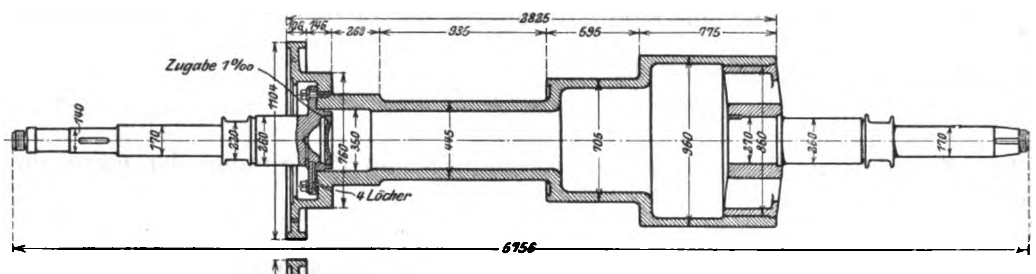


Fig. 233.

etwa $1{,}25\,^0/_{00}$ Zugabe versehene hohle Zapfen, wird in die mittels Gasflammen erwärmte Trommel eingesetzt und durch einige Stiftschrauben gegen Drehung gesichert.

Die Beanspruchung dieser Schrumpfverbindung ist an Hand der Formeln des Abschn. 76 unter vereinfachenden Annahmen leicht zu ermitteln. Betrachten wir zwei ruhende zylindrische Ringe (Fig. 234), deren aufeinander zu passende Durchmesser um den Betrag 2Δ verschieden sind.



Nach dem Aufschrumpfen ist für Ring I die radiale Dehnung



$$\xi_I = a_1 x + \frac{a_2}{x} \quad \ldots \quad (1)$$

für Ring II

$$\xi_{II} = b_1 x + \frac{b_2}{x} \quad \ldots \quad (2)$$

und die auftretenden Spannungen sind mit der Abkürzung

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2}$$

Fig. 234.

in Ring I

$$\sigma_r = E'\left[(1+\nu)\,a_1 - (1-\nu)\frac{a_2}{x^2}\right]; \quad \sigma_t = E'\left[(1+\nu)\,a_1 + (1-\nu)\frac{a_2}{x^2}\right] \quad . \quad (3)$$

in Ring II

$$\sigma_r = E'\left[(1+\nu)\,b_1 - (1-\nu)\frac{b_2}{x^2}\right]; \quad \sigma_t = E'\left[(1+\nu)\,b_1 + (1-\nu)\frac{b_2}{x^2}\right] \quad . \quad (4)$$

Digitized by Google

Die Konstanten a_1, a_2, b_1, b_2 werden aus folgenden Bedingungsgleichungen bestimmt:

Am inneren und äußeren Rand ist die radiale Spannung $=0$. Die Summe der radialen Ausdehnung für Ring II und der negativ genommenen Ausdehnung, d. h. der Zusammendrückung für Ring I muß gleich sein der Zugabe Δ. In der Berührungsfläche, d. h. für I bei $x=x_0$, für II bei $x=x_0'$, sind die radialen Spannungen gleich groß. Dies führt auf die Gleichungen:

$$(1+\nu)a_1-(1-\nu)\frac{a_2}{x_1^2}=0 \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

$$(1+\nu)b_1-(1-\nu)\frac{b_2}{x_2^2}=0 \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

$$-a_1x_0-\frac{a_2}{x_0}+b_1x_0'+\frac{b_2}{x_0'}=\Delta \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

$$(1+\nu)a_1-(1-\nu)\frac{a_1}{x_0^2}-(1+\nu)b_1+(1-\nu)\frac{b_2}{x_0'^2}=0 \quad \ldots \quad (8)$$

Da $x_0'=x_0-\Delta$ ist und Δ nur Tausendstel von x_0 ausmachen darf, kann hier unbedenklich $x_0'=x_0$ gesetzt werden, wodurch sich die Auflösung vereinfacht und auf die Werte

$$\left.\begin{aligned} a_1&=-\frac{(1-\nu)}{2}\left(\frac{\Delta}{x_0}\right)\frac{x_2^2-x_0^2}{x_2^2-x_1^2}; \quad & a_2&=-\frac{(1+\nu)}{2}\left(\frac{\Delta}{x_0}\right)\frac{x_2^2-x_0^2}{x_2^2-x_1^2}x_1^2 \\ b_1&=\frac{(1-\nu)}{2}\left(\frac{\Delta}{x_0}\right)\frac{x_0^2-x_1^2}{x_2^2-x_1^2}; \quad & b_2&=\frac{(1+\nu)}{2}\left(\frac{\Delta}{x_0}\right)\frac{x_0^2-x_1^2}{x_2^2-x_1^2}x_2^2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad (9)$$

führt. Hiermit erhält man die Spannung (d. h. den Druck) in der Berührungsfläche

$$\sigma_{r0}=-\frac{E\Delta}{2x_0}\frac{(x_0^2-x_1^2)(x_2^2-x_0^2)}{x_0^2(x_2^2-x_1^2)} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

und die gefährlichste Tangentialspannung an der inneren Zylinderfläche des äußeren Ringes σ_t für $x=x_0$.

$$(\sigma_{t0})_{II}=\frac{E\Delta}{2x_0}\frac{(x_0^2-x_1^2)(x_0^2+x_2^2)}{x_0^2(x_2^2-x_1^2)} \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

Von gleicher Größenordnung ist die tangentiale (Druck-) Spannung an der inneren Faser des inneren Ringes

$$\sigma_{t1}=\frac{E\Delta}{x_0}\frac{x_0^2-x_2^2}{x_2^2-x_1^2} \quad \ldots \ldots \quad (11a)$$

Die übrigen Spannungen sind kleiner.

Sonderfall: Ist die Wandstärke beider Ringe gleich $=h$, so vereinfachen sich die Ausdrücke weiter zu

$$\sigma_{r0}=-\frac{E\Delta}{2x_0}\frac{h}{x_0}\left(1-\frac{h^2}{4x_0^2}\right) \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

$$\sigma_{t0}=\frac{E\Delta}{2x_0}\left[1+\frac{h}{2x_0}-\frac{1}{4}\left(\frac{h}{x_0}\right)^3\right] \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

Die Ausdehnung in der Berührungsfläche ist für den Außenring

$$\xi_0=\frac{(1-\nu)\Delta}{2}\left[1+\frac{h}{2x_0}-\frac{1}{4}\left(\frac{h}{x_0}\right)^3\right] \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

Während der Anpressungsdruck nahezu im Verhältnis der Wandstärke wächst, ändert sich hiernach die größte Spannung σ_t in diesem Sonderfall nur wenig und


Digitized by Google

erreicht übrigens mit wachsendem h eigentümlicherweise ein Maximum bei etwa $h = 0{,}8\,x_0$.

Es ist bemerkenswert, daß die Spannungen vom Werte der Querkontraktion ν nicht abhängen.

Beispiel.

Eine Trommel von 400 mm innerem — 500 mm äußerem Durchmesser soll auf einen Zapfen aufgeschrumpft werden, den wir mit einer Bohrung von 300 mm Weite versehen.

Setzen wir für Flußeisen $E = 2200000$ kg/qcm, so ergibt sich für verschiedene Annahmen von $\varDelta$ folgende Zahlentafel:

Radiale Zugabe $\varDelta$ in mm		0,16	0,2	0,3	
Zapfen, innen	σ_{t1}	— 992	— 1240	— 1860	kg/qcm
Mitte	σ_{t0}	— 755	— 965	— 1450	„
„	σ_{r0}	— 216	— 271	— 406	„
Trommel, Mitte	σ_{r0}	— 216	— 271	— 406	„
„	σ_{t0}	+ 988	1237	1850	„
außen	σ_{t2}	+ 772	965	1445	„

Mit Rücksicht auf die rechnungsmäßige Inanspruchnahme wäre demnach eine Zugabe von 0,2 mm im Radius oder 0,4 im Durchmesser, d. h. 1 Tausendstel des Innendurchmessers zulässig, und das ist der Betrag, den auch die Praxis nur wenig zu überschreiten pflegt.

Kann die Schrumpfverbindung bei zu raschem Anwärmen locker werden?

Bei raschem Anwärmen werden die Außenschichten der Trommel heiß, während der Zapfen kalt bleibt, und es ist nur eine Frage der Temperaturverhältnisse, ob die Dehnung der Trommel diejenige des Zapfens so weit überholt, daß die Berührung der Schrumpfflächen aufgehoben wird.

Die seitliche Ausbreitung der Wärme und die Verteilung der Temperatur untersuchen wir rechnerisch im X. Teil. Hier setzen wir voraus, daß für einen bestimmten Zeitpunkt der Temperaturverlauf gegeben sei, und untersuchen, wie die Spannungen und Dehnungen zu ermitteln sind.

Die für ξ maßgebende Differentialgleichung ist Gl. (10) in Abschn. 82, die wir für $y =$ konst. in der Form

$$\Phi(\xi, \xi', \xi'') = \xi'' + \frac{\xi'}{x} - \frac{\xi}{x^2} = F(x) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

schreiben können. Im Falle, daß nur die von der Schrumpfung herstammenden Dehnungen zu untersuchen sind, ist $F(x) = 0$, und wir haben soeben eine Lösung ξ_I und ξ_{II} gefunden, die den Bedingungen $(\sigma_{r1})_I = 0$, $(\sigma_{r2})_{II} = 0$, $(\sigma_{r0})_I = (\sigma_{r0})_{II}$, $(\xi_0)_I + \varDelta = (\xi_0)_{II}$ genügt.

Denken wir uns nun als Fall II die Zugabe $\varDelta$ weggedreht, was bei der Kleinheit von $\varDelta$ für das folgende zulässig ist, die Zylinder ineinander geschoben, und als einen Körper so erwärmt, daß die betrachtete Temperaturverteilung zustande kommt. Für diesen Fall ist $F(x)$ die rechte Seite der Gl. (10a) in Abschn. 82 und Absatz a) desselben Abschnittes liefert uns die Lösung ξ für die Bedingungen $(\sigma_{r1})_I = 0$, $(\sigma_{r2})_{II} = 0$, wobei selbstverständlich auch $(\sigma_{r0})_I = (\sigma_{r0})_{II}$ und $(\xi_0)_I = (\xi_0)_{II}$ sind.

Endlich denken wir uns als Fall III die vorhin ineinander gesteckten Zylinder, unerwärmt in Drehung versetzt, dann bedeutet $F(x) = -A\,x$ und die Formeln des Abschn. 76 liefern eine Lösung für ξ, die den Bedingungen $(\sigma_{r1})_I = 0$, $(\sigma_{r2})_{II} = 0$ genügen, wobei auch hier selbstverständlich die Beziehungen $(\sigma_{r0})_I = (\sigma_{r0})_{II}$ und $(\xi_0)_I = (\xi_0)_{II}$ erfüllt sind.



Aus der linearen Natur des Ausdruckes $\Phi(\xi, \xi', \xi'')$ folgt, daß die Summe der so gefundenen Lösungen für ξ eine Lösung der Differentialgleichung (15) ist, wenn darin auf der rechten Seite $F(x)$ als Summe der für die drei Einzelfälle geltenden Funktionswerte eingesetzt wird, wie das zu geschehen hätte, wenn wir Schrumpfung, Erwärmung und Drehung vereinigt untersuchen wollten. **Die Lösung des allgemeinen Falles ist daher die Übereinanderlagerung der Lösungen für die Einzelfälle.** In der Tat überblickt man leicht, daß die Bedingungsgleichungen alle richtig erfüllt werden.

Ergibt nun diese Rechnung, daß im Abstand $x = x_0$ die radiale Gesamtspannung positiv ist, d. h. einen Zug bedeutet, so wird die Berührung wieder aufgehoben, es tritt (zeitweise) eine Lockerung ein.

Beispiel.

Wir nehmen an, daß die im vorigen Abschnitt behandelte Trommel nach längerem Betriebsstillstand plötzlich mit scharfem Dampfstrom von 300° Temperatur angewärmt wird, und daß die ältere Konstruktionsart vorliegt, bei der nur die Außenfläche plötzlich der höheren Temperatur ausgesetzt wird, so daß die Innentemperatur der Einfachheit halber anfangs $= 0$ angenommen werden darf.

Weiterhin wollen wir annehmen, daß der Wärmestrom im Inneren den gleichen Verlauf nehme wie bei der in Abschn. 157 b) behandelten Aufgabe. Wohl ist hier die „Wand“ nicht eben, doch stellt sich heraus, daß für den kritischen Spannungszustand die Wärme noch wenig tief eingedrungen ist, daher diese Annäherung um so eher zulässig ist, als wir in der erwähnten Aufgabe angenommen hatten, daß die zweite Endfläche für Wärme undurchdringlich ist, so daß sich dort ein

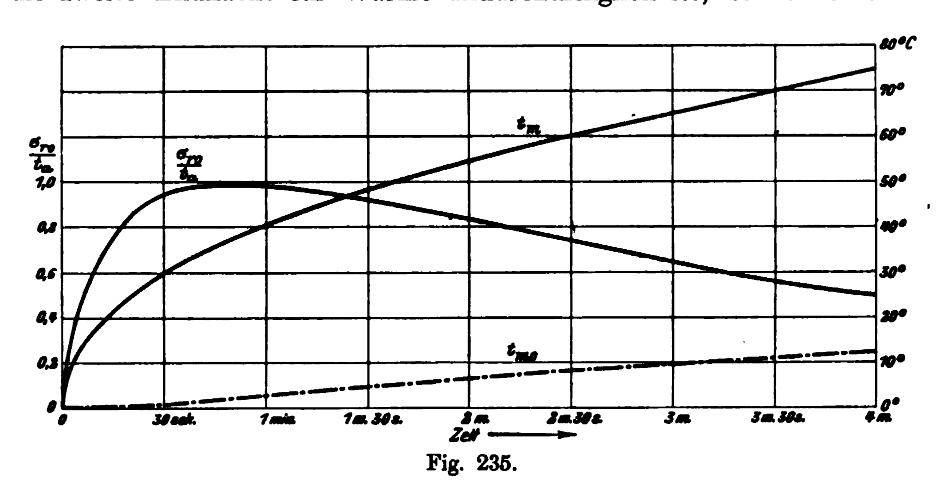


Fig. 235.

größerer Temperaturstau einstellt, als in Wirklichkeit, wo der Zapfen gegen das Lager hin Wärme ableitet.

Als maßgebend ist also die Temperaturverteilung Fig. 670 zu betrachten, deren Abszissenwerte für unsere Aufgabe gerade passen, da die Summe der Trommel- und Zapfenwandstärke 10 cm ausmacht.

Die von der Erwärmung herstammende Radialspannung in der Berührungsfläche für $x = x_0$ besitzt gemäß der allgemeinen Formel 12 in Abschn. 82 nach Einsetzen der Konstanten gemäß der dortigen Gl. (16) mit den Bezeichnungen

$$t_m = \frac{1}{x_2^2 - x_1^2} \int_{x_1^2}^{x_2^2} t\,d(x^2); \qquad t_{m0} = \frac{1}{x_0^2} \int_{x_1}^{x_0} t x\,dx$$

Digitized by Google

wobei die Verschiedenheit der Grenzen dieser Integrale zu beachten ist, den Wert

$$\sigma_{r0} = E\varepsilon\left[-t_{m0} + \left(1 - \frac{x_1^2}{x_0^2}\right)\frac{t_m}{2}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Aus Fig. 670 ist auf graphischem Wege t_m und t_{m0} daraufhin σ_{r0} für die verschiedenen Zeitpunkte des Anwärmens ermittelt und in Fig. 235 aufgetragen worden. Hiernach tritt nach etwa 50 Sekunden ein Maximum der Spannung auf, welches allgemein den Wert

$$(\sigma_{r0})_{max} = +\,0{,}985\, t_a \sim \text{rd.}\; t_a$$

besitzt, wenn t_a die Temperatur der Außenschicht bedeutet, und es ist nun leicht anzugeben, ob und wann eine Trennung der Schrumpfverbindung eintritt. Sehen wir von der Rotation ab, da beim Vorwärmen die Umlaufzahl nur allmählich gesteigert wird, so stellt sich bei 0,16 mm Zugabe und 300° Anfangstemperatur nach etwa 12 Sekunden die Spannung $\sigma_{r0} = 216$ kg/qcm ein; da aber nach unserer Tabelle die Schrumpfung gerade den Druck von 216 kg/qcm in der Berührungsfläche erzeugt hat, so tritt schon nach diesen 12 Sekunden eine Lockerung ein.

Bei 0,2 mm Zugabe ist die kritische Spannung 271 kg/qcm und es beträgt diese Zeitdauer etwa 23 Sekunden. Bliebe die Wärmeströmung unverändert, so würde die Lockerung etwa 90 Sekunden andauern, bis wieder der Wert von σ_{r0} auf den Schrumpfungsbetrag gesunken ist, — in Wahrheit viel länger, da der Wärmeübergang durch die entstehende Fuge gehemmt wäre. Weiter erkennen wir, daß **bei 0,2 mm, d. h. einer Zugabe von einem Tausendstel des Durchmessers schon eine Anfangstemperatur von 275° C genügt, um eine Lockerung hervorzurufen.**

Man kann hieraus ermessen, welche Gefahren durch rasches Anwärmen bei der alten Methode der Befestigung heraufbeschworen werden konnten. In der Tat wurde in Fachschriften wiederholt von eingetretenen Lockerungen berichtet. Es wird auch verständlich, daß man in gewissen Zentralen die Turbinen lieber 24 Stunden lang durchlaufen ließ, als sie abzustellen und wieder anzuwärmen, weil sie, wie mir von glaubwürdiger Seite mitgeteilt wurde, jedesmal die Auswuchtung verloren. Dies führte dann zu der neuen Methode der Befestigung, bei der man auch die Innenfläche des Zapfens durch Dampf von hoher Temperatur bestreichen läßt, siehe Fig. 233 oben, daher sich der Zapfen von Anfang an ausdehnen muß und der Lockerung wirksam entgegenarbeitet.

Moderne Befestigungsarten.

Die radikale Abhilfe gegen die Gefahr der Lockerung ist die Herstellung der Spindel in einem Stück. In Fig. 236 ist eine Ausführung dieser Art von Willans und Robinson dargestellt. Der Verschluß des Niederdruckendes, dessen Erwärmung nie gefährlich werden kann, erfolgt nach wie vor durch Schrumpfung, doch werden nach Fig. 237 in Schlitze eingelegte Schrauben in größerer Zahl zur Unterstützung angewendet, wobei man die Bolzen in der Mutter vernietet.

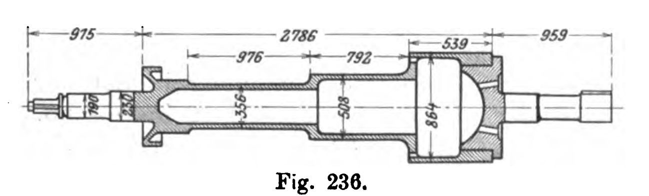


Fig. 236.

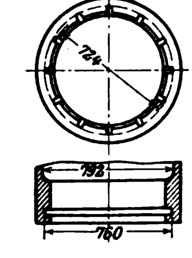


Fig. 237.

Brown, Boveri & Cie. (Fig. 238) und F. Tosi (Fig. 233 oben) verbessern bei großen Turbinen die Parsonssche Schrumpfverbindung, indem einerseits der

Digitized by Google

Wellenzapfen nach dem Einfügen verdreht und durch Bajonettverschluß sehr sicher festgehalten wird, anderseits Frischdampf durch Bohrungen in das Innere des Zapfenhohlraumes dringt und den Zapfen auch von innen anwärmt. Der Abfluß erfolgt bei Brown, Boveri & Cie. durch eine kleine Verbindungsöffnung nach dem Inneren der Trommel, bei F. Tosi durch Ableitung in die Labyrinthliderung.

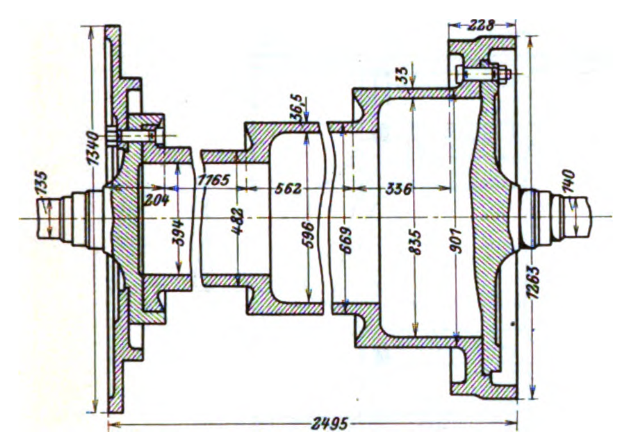


Fig. 239.

Manche Konstrukteure gehen der Schrumpfung grundsätzlich aus dem Wege, wie die Brush El. Eng. Comp., deren Bauart nach Fig. 239 reine Verschraubungen aufweist. Bemerkenswert sind die mit den Wellen aus einem Stück geschmiedeten Bodenscheiben.

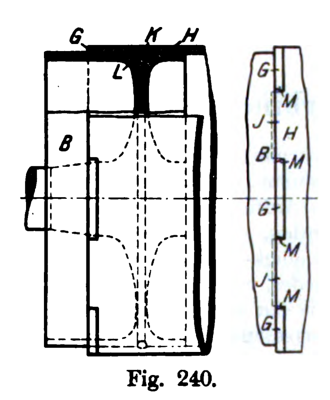


Fig. 240.

Besonders schwierige Aufgaben konstruktiver Art stellt die Schiffsturbine, deren Trommeln bei größten Abmessungen Leichtigkeit mit Steifheit verbinden sollen. Ein Beispiel der auftauchenden Aufgaben bietet das englische Patent

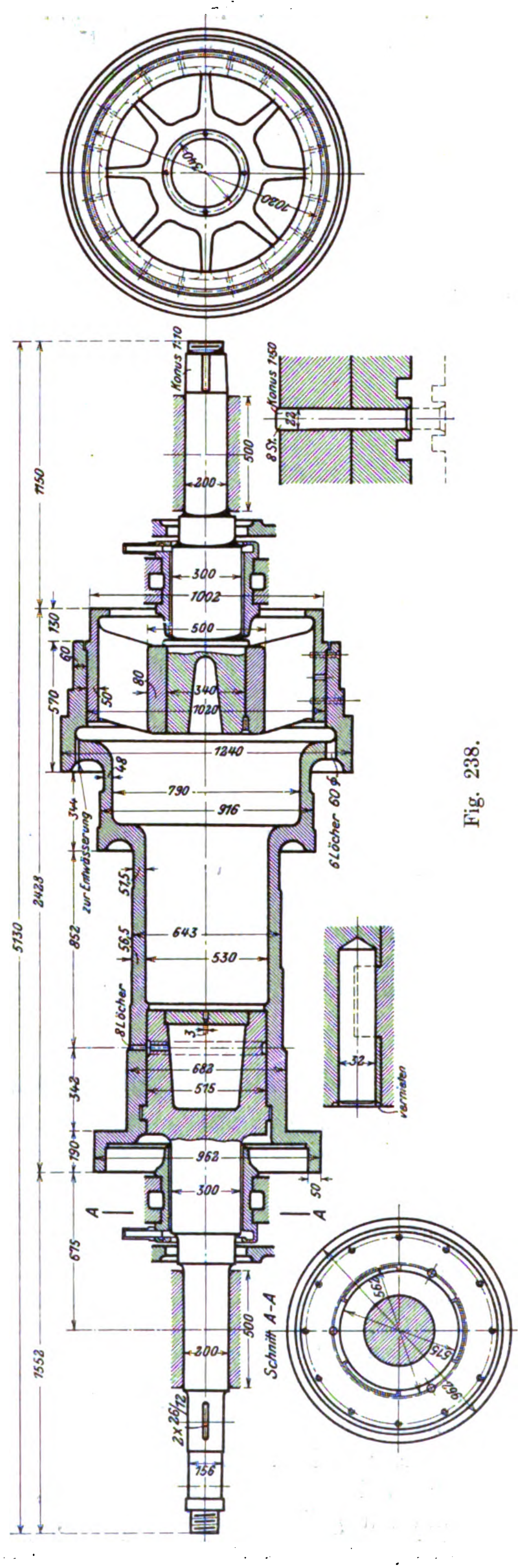


Fig. 238.

Nr. 22161 vom Jahre 1907 (Fig. 240). Die übergeschobene Trommel *H* greift in den Rand *G* nach Art einer Klauenkuppelung ein, deren Klauen zum Schluß in die konischen Lücken eingestemmt werden sollen. Auch soll Nute *L* mit geeignetem Metall ausgegossen werden, um die Festigkeit der Verbindung zu erhöhen. Es muß bezweifelt werden, daß diese Auskunftsmittel dem millionenfachen Hin- und Herbiegen der Trommel standhalten könnten.

Weitere konstruktive Beispiele werden bei der Schiffsturbine besprochen.

Allein auch im Landturbinenbau kommen äußerst verwickelte Anordnungen vor; beispielsweise bei der in Fig. 241 abgebildeten Trommel einer 5000 KW-

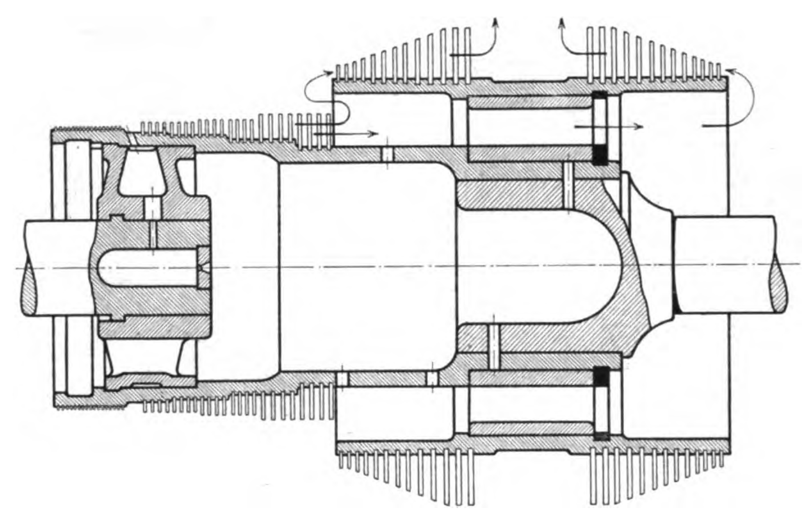


Fig. 241.

Turbine mit 1500 Umdr. i. d. Min. von Brown, Boveri & Cie. mit geteiltem Niederdruck-Dampfstrom, was bei großen Einheiten einen Entlastungskolben zu ersparen gestattet. Der Weg des Dampfes ist durch Pfeile angedeutet. Die richtige Aufschrumpfung der vier übereinanderliegenden Teile stellt die höchsten Anforderungen an die Genauigkeit der Werkstätte. Jedenfalls sollte diese durch ebenso genaue Berechnung seitens des Konstrukteurs unterstützt werden.

84a. Die Kupplung zwischen Turbine und Dynamo.

Diese Kupplung wird entweder fest oder beweglich konstruiert. Im ersten Fall kann ein Lager gespart werden, es besteht aber die Gefahr, daß bei unvollkommener Auswuchtung eines Teiles die Erschütterung sich auf den zweiten Teil überträgt und das Auffinden des Fehlers erschwert. An die beweglichen Kupplungen muß die Forderung gestellt werden, daß sie gegenüber Richtungsverschiedenheiten und Höhenverschiebungen der Wellen Nachgiebigkeit besitzen sollen. Man erreicht dieses Ziel durch Verwendung elastischer Übertragungsteile (Leder, Stahldrähte) oder Zahnkupplungen mit kleinem Spiel. Die Zahnkupplung wirkt grundsätzlich wie ein sog. Hookssches Gelenk, und bei diesem ist, sofern die Wellen einen Winkel bilden, das Übersetzungsverhältnis, wie bekannt veränderlich. Die Nachrechnung von Beispielen zeigt freilich, daß das Voreilen im Umfang bei praktisch möglichen Schiefstellungen nur Hundertstel eines Millimeters erreicht, daher innerhalb der Grenzen der Ölschichtendicke gelegen ist. Immerhin wird schon eine sehr kleine Ungleichmäßigkeit vorhandene Erschütterungen unterstützen, und schlecht ausgeführte Kupplungen sind häufig Quellen großer Anstände gewesen.

Die in Fig. 242 dargestellte Kupplung von Gebr. Stork in Hengelo liefert auch bei erheblicher Exzentrizität, aber parallelen Wellen einen theoretisch vollkommen gleichmäßigen Antrieb, und besteht aus zwei auf die Turbinen- bzw. die Dynamowelle fest aufgekeilten Scheiben und einem beweglichen Zwischenstück,

Digitized by Google

welches auf den beiden Seiten mit zueinander senkrecht stehenden Mitnehmernuten versehen ist, die in Nuten der festen Scheiben eingreifen. Setzen wir eine exzentrische Lage der Wellenenden voraus, so wird die Zwischenscheibe wie bei der Oldhamkupplung eine Drehung um den Halbierungspunkt des Wellenabstandes mit konstanter Geschwindigkeit ausführen, während die festen Scheiben um ent-

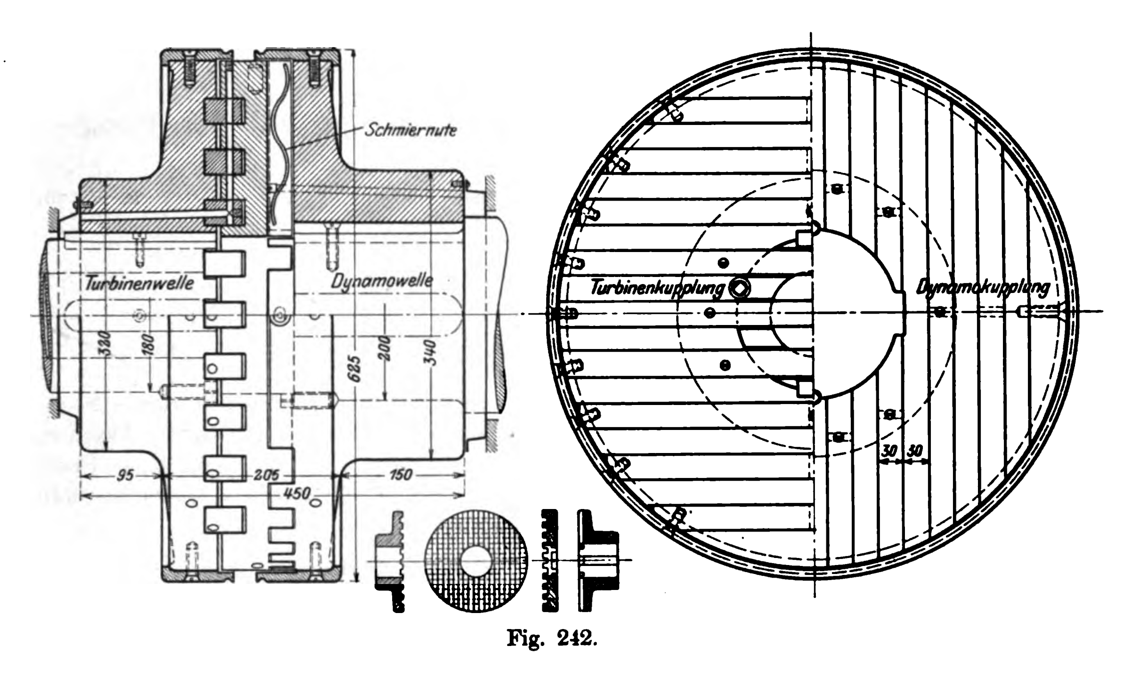


Fig. 242.

sprechende Beträge in den Nuten relativ auf und ab gleiten. Die Nuten bilden reichliche Tragflächen und werden, wie angedeutet, durch einen Teil des Öles, das den Lagern entquillt, geölt. Zum Zwecke leichten Zusammenbaues sind die „Federn" der Turbinenseite einsetzbar und werden durch Verschrauben mit dem Schutzring gesichert.

Weitere Beispiele werden bei den einzelnen Turbinensystemen besprochen.

85. Baustoffe und Beanspruchung.

Wie wir früher gesehen haben, genügt bei Geschwindigkeiten unter 200 m gewöhnlicher Flußstahl. Wenn wir aber 400 m/sek erreichen oder überschreiten wollen, dann sind neue Baustoffe notwendig. In der Tat wird bei 1500 kg/qcm Inanspruchnahme das Verhältnis $y_a : y_2$ der Scheibe gleicher Festigkeit für $w = 400$ m schon rd. 70, d. h. wenn y_2 auch nur $= 10$ mm angenommen wird, so ist $y_a = 700$ mm, und die Scheibe wird so bauchig, daß die Seitenteile unter Umständen überhaupt nicht genügend zum Tragen herangezogen werden können (unsere Formeln sind dann selbstverständlich nicht mehr anwendbar). Darf man aber 2500 kg/qcm wählen, so wird $y_a : y_2 =$ rd. 13, also gut ausführbar. Hier tritt nun der Nickelstahl in seine Rechte.

Die Firma Fried. Krupp in Essen empfiehlt als zweckmäßigstes Material für Turbinenscheiben einen Nickelstahl von etwa 90 kg/qcm Zerreißfestigkeit und 12 v. H. Dehnung, sowie 65 kg Festigkeit an der Elastizitätsgrenze.

An wirklichen Lieferungen sind folgende Festigkeitszahlen gewonnen worden:

Digitized by Google

Bruchfestigkeit kg/qmm	Elastizitäts-Grenze kg/qmm	Dehnung v. H.	Querschnittsverminderung v. H.
94,6	76,0	12,0	42
88,4	70,7	16,0	47
100,8	81,3	13,1	44
90,2	74,3	16,9	52
92,8	76,0	15,2	46
97,3	70,7	14,3	44

Von besonderem Interesse sind folgende von Krupp ermittelte Festigkeitszahlen eines Nickelstahles bei höheren Temperaturen:

Temperatur °C	Bruchfestigkeit kg/qmm	Elastizitäts-Grenze kg/qmm	Dehnung v. H.	Querschnittsverminderung v. H.
20	88,0	70	10,7	60,8
200	91,0	60	8,7	60,0
300	92,5	54	8,3	60,8
400	73,0	40	7,0	74,0

Weiterhin teilte mir Krupp schon vor längerem mit, daß es allerdings Nickelstahl mit noch höherer Festigkeit, natürlich bei entsprechend geringerer Dehnung, gebe, und daß man bei Schmiedestücken von geringeren Abmessungen sogar Festigkeiten von über 200 kg und über 160 kg/qmm an der Elastizitätsgrenze erreichen kann. So wurden unter andern folgende Zahlen festgestellt:

Zerreißfestigkeit kg/qmm	Dehnung v. H.	Elastizitätsgrenze kg/qmm	
180	7,0	96	100 mm Meßlänge und 12 mm Stabdurchmesser.
178	5,5	108	
177	6,0	148	
182	4,1	160	
149	6,8	132	
219	?[1])	150	

Der Turbinenbau ist auf die Verwendung so harten Nickelstahles für Scheiben indes mit Recht nicht eingetreten. Für Turbinenschaufeln hingegen läßt man nach anderen Angaben Nickelstähle mit bis zu 35 v. H. Nickelgehalt zu. Insbesondere empfiehlt die Bismarckhütte[2]) O.-S. einen Nickelstahl von 70—80 kg/qmm Festigkeit und 25—35 v. H. Dehnung, der für Schaufeln blank gezogen, an der Oberfläche eine weitgehende Verdichtung erfährt, während das Innere weich bleibt.

Die Beanspruchung ist für Siemens-Martinstahl von 55—60 kg/qmm Festigkeit etwa 800—1000 kg/qcm, wohl auch mehr. Bei Nickelstahl neigt man zu einer Ermäßigung gegenüber früher auf etwa $^1/_4$—$^1/_6$ der Streckgrenze. Doch können Räder mit 400 m/sek Umfangsgeschwindigkeit praktisch kaum gebaut werden, wenn man nicht 2000—2500 kg/qcm zuläßt.

Der Nickelstahl besitzt neben seinen Vorteilen auch bedenkliche Mängel, die insbesondere bei Turbinenschaufeln infolge Verwendung von Stählen ungeeigneter Zusammensetzung zutage traten. Die Hüttentechnik hat es stellenweise allem Anschein nach an der nötigen Sorgfalt fehlen lassen, und eine ganze Reihe von Turbinenbauanstalten sind durch epidemisch auftauchende Schaufelbrüche schwer geschädigt worden. Und doch war schon vor Jahren beispielsweise von Guillet[3]) auf den Wechsel im Gefüge des Stahles bei wechselndem Nickelgehalt mit großer Deutlichkeit hingewiesen worden. Nach den ausgedehnten Versuchen dieses Forschers ist bei kohlenstoffarmen Nickel-

[1]) Dehnung wurde nicht gemessen, weil der Stab in der Körnermarke dicht am Kopfe brach.
[2]) Die Turbine 1909, S. 216.
[3]) Étude des alliages métalliques, Paris 1906, S. 278.


Digitized by Google

stählen der Bereich von 13 bis 25 v. H. Nickelgehalt durch Auftreten fast reinen martensitischen Gefüges, daher große Härte und Brüchigkeit gekennzeichnet. Unterhalb 13 v. H. weist der Stahl vorwiegend perlitisches, oberhalb 25 v. H. vorwiegend polyedrisches (γ-Eisen-)Gefüge auf. Mit zunehmendem Kohlenstoffgehalt nehmen beide Grenzwerte ungefähr linear ab, man kann daher den Stahl bei gleichem Nickelgehalt durch geeignetes Regulieren anderer Zusatzstoffe aus dem gefährlichen martensitischen Gefüge in das günstigere polyedrische Gefüge überführen. Dies wird durch die beiden mikroskopischen Ätzbilder (Fig. 243, 243a), die ich der Elektrostahlfabrik Paul Girod in

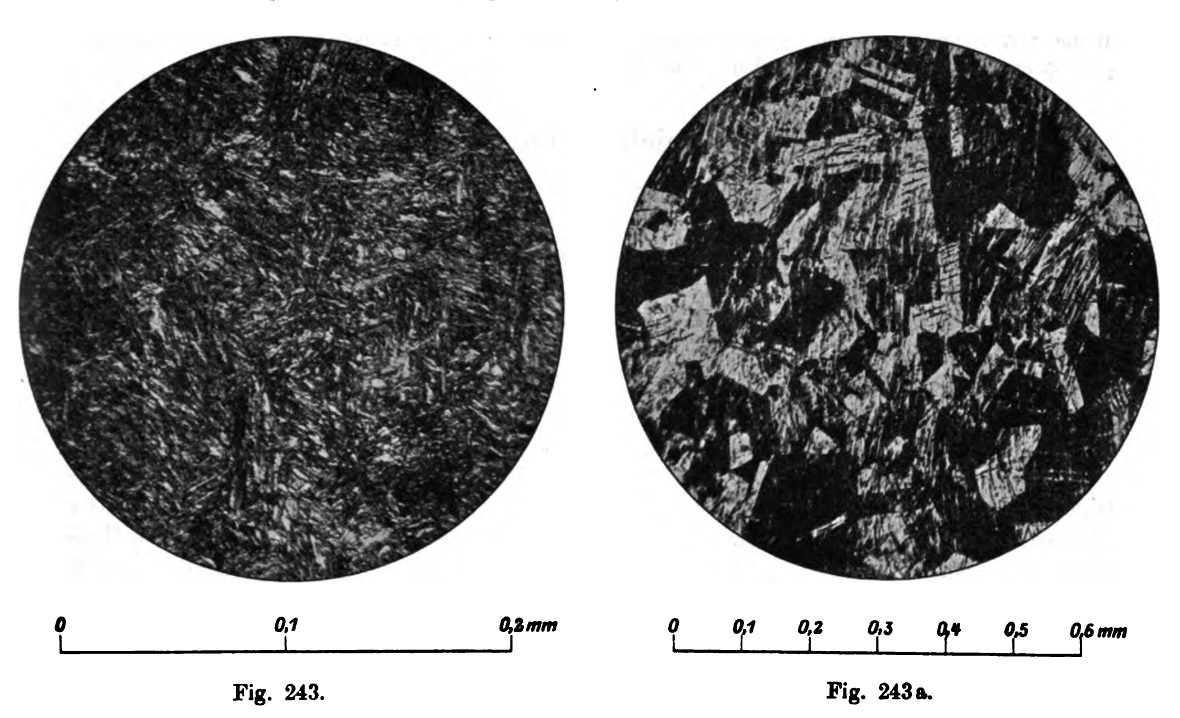


Fig. 243. Fig. 243a.

Ugine verdanke, aufs beste illustriert. Beide Stähle enthalten 22 v. H. Nickel, allein in Fig. 243 erscheint infolge sehr kleiner sonstiger Beimengungen das nadelförmige martensitische Gefüge, während in Fig. 243a so viel Mangan und Kohlenstoff zugesetzt wurden, daß polyedrisches Gefüge auftrat. Die zitierte Firma betont die Zuverlässigkeit des im elektrischen Ofen hergestellten Stahles, der während der Erzeugung auf seine Zusammensetzung hin geprüft wird, und empfiehlt bei gewöhnlicher Herstellung die Wahl höheren Nickelgehaltes, etwa 30 v. H.

Hr. Direktor Stribeck von der Firma Fr. Krupp, A.-G., teilt mir mit, daß einzelne ungünstige Erfahrungen wohl auf innere, durch Kaltbearbeiten hervorgerufene Spannungen, die nach einiger Zeit einen Bruch veranlassen können, zurückführbar sein dürften. Die Untersuchungen der Firma hätten festgestellt, daß Schaufelstangen von sehr ungleichmäßiger Härte angeliefert werden können, doch beherrsche die Firma die Bearbeitung hochprozentigen Nickelstahles ebenso wie die Herstellung von Schaufeln aus Messing oder Bronze, daher die Verwendung von 25prozentigem Stahl für Schaufeln im Wachsen begriffen sei.

Diesen Äußerungen steht die Tatsache gegenüber, daß Klagen über schlechte Erfahrungen mit Nickelstahl als Schaufelmaterial auch in der neueren Zeit nicht verstummt sind.

Wurden die großen Schmiedestücke, Scheiben, Trommeln usw., im Hüttenwerk nicht sachgemäß behandelt, so bleiben innere Spannungen zurück, die sich im Werfen und Windschiefwerden der Scheiben geäußert haben.

Während über die hier und da vorgekommenen Scheibenbrüche in Europa bisher nur weniges in die Öffentlichkeit gedrungen ist, wird von amerikanischen Ingenieuren die Gefahr der Materialfehler bei raschlaufenden Dynamoankern sehr offen besprochen.

So berichtete Mattice[1]) über die Explosion eines aus Nickelstahl bestehenden Dynamoankers, der aus zylindrischen Teilen von 594 mm Durchmesser und 722 mm Gesamtlänge zusammengesetzt

[1]) Transact. of Amer. Soc. of Mech. Eng. 1903, S. 1031.

Digitized by Google

war und beim ersten Anlassen ohne Belastung, als etwa 3600 Umdrehungen erreicht wurden, in viele Stücke zersprang. Die Elastizitätsgrenze des Nickelstahles betrug rd. 2800 kg/qcm bei 25 v. H. Bruchdehnung an Probestücken von $^1/_2$ Zoll Durchmesser 2 Zoll Markenabstand. Der Unfall führte dazu, strengere Übernahmsbedingungen vorzuschreiben. So sollen vom Schmiedestücke im Hüttenwerk mindestens zwei Probestücke, eines am Umfang, das andere dem Kern entnommen und aus dem Abfall der Bearbeitung weitere Stäbe geprüft, ferner das Stück nach der Bearbeitung womöglich poliert und geätzt werden, um allenfalls vorhandene Sprünge, welche die Ursache des geschilderten Unfalles waren, zu entdecken. Die so durchgeführten Prüfungen sollen zur Zurückweisung einer Reihe von Schmiedestücken geführt haben. Bekanntlich haben in neuerer Zeit die Schlagbiegeproben an eingekerbten Probestücken große Bedeutung erlangt.[1])

86. Der Massenausgleich rotierender starrer Körper.

Neben genügender Festigkeit ist bei der Konstruktion und Ausführung der Turbinentrommeln und -räder vor allem auf die Abwesenheit von Erschütterungen zu sehen. Die Größe der hier drohenden Gefahr geht z. B. aus der Angabe hervor, daß bei einem Lavalschen Rade von 760 mm Durchmesser und 420 m/sek Umfangsgeschwindigkeit ein am Umfange vorhandenes Übergewicht von 0,1 kg eine Fliehkraft von nahezu 5000 kg erzeugt. Es muß deshalb durch nachträglich angebrachte Zusatzgewichte oder das sog. „Auswuchten" eine solche Verteilung der Massen um die Rotationsachse angestrebt werden, daß die Fliehkräfte sich so vollkommen als nur erreichbar das Gleichgewicht halten.

Selbst falls man die Rotationsachse als starr ansehen darf, ist für den vollständigen Massenausgleich keineswegs hinreichend, daß der Schwerpunkt aller Massen in die Achse falle. Gegenüber noch immer vielfach vorhandenen Mißverständnissen verweisen wir auf Fig. 244. Der Schwerpunkt der beiden gleich großen und in gleichen Abständen befindlichen Massen m fällt wohl in die Achse, ihre Fliehkräfte aber gleichen sich nicht aus, sondern bilden ein Moment und rufen in den Lagern Gegendrücke

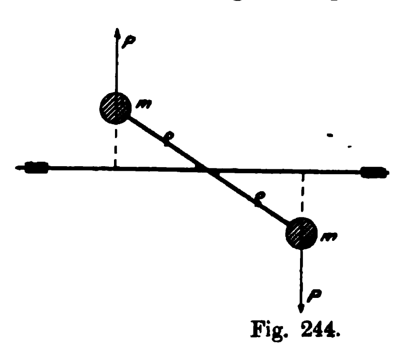


Fig. 244.

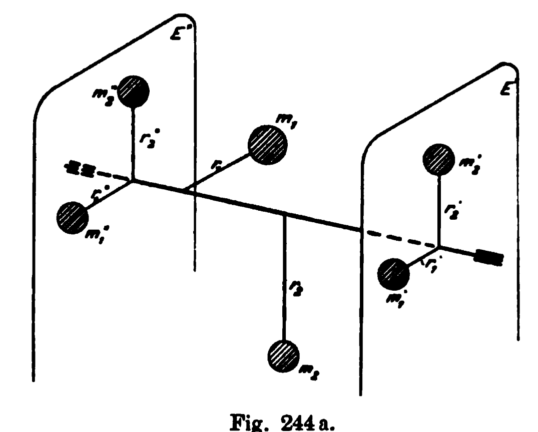


Fig. 244a.

hervor. Es muß daher die Bedingung hineingefügt werden, daß auch die Momente der Zentrifugalkräfte verschwinden müssen.

Wäre die Lage der „Überwucht" im rotierenden Körper (Fig. 244a) genau bekannt, z. B. durch m_1 und m_2 dargestellt, so ließe sich vollkommener Ausgleich erreichen, indem man in zwei Hilfsebenen E' und E'' Zusatzmassen unterbringt. Die Wirkung der Masse m_1, am Radius r_1, wird durch die Zusatzmassen m_1' und m_1'' an den Radien r_1', r_1'' ausgeglichen, falls $r_1\, r_1'\, r_1''$ in derselben Ebene liegen, und die Fliehkräfte von m_1, m_1', m_1'' sich das Gleichgewicht halten. Es müssen mithin die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} m_1 r_1 \omega^2 &= m_1' r_1' \omega^2 + m_1'' r_1'' \omega^2 \\ m_1' r_1' \omega^2 a_1' &= m_1'' r_1'' \omega^2 a_1'' \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

[1]) O. Lasche, Z. Ver. deutsch. Ing. 1906, S. 1358.

Digitized by Google

erfüllt sein, wo $a_1' a_1''$ die Abstände der Ebenen $E' E''$ von m_1 bedeuten. Diese Forderung wird insbesondere befriedigt, wenn man

$$m_1 = m_1' = m_1'' \qquad (2)$$

wählt, und die Radien aus

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = r_1' + r_1'' \\ r_1' a_1' = r_1'' a_1'' \end{array}\right\} \qquad (3)$$

bestimmt; was nichts anderes besagt, als daß die Radien $r_1' r_1''$, in deren Endpunkten die mit m_1 gleich großen Zusatzmassen untergebracht sind, als Kräfte betrachtet mit r_1 im Gleichgewicht sein müssen. Ebenso verfahren wir mit m_2 und weiteren etwa vorhandenen Überwuchtmassen. Die Einzelmassen m_1', m_2', . . . m_k' . . . in E', ebenso m_1'', m_2'' . . . in E'' werden je durch eine in ihrem gemeinsamen Schwerpunkte angebrachte Masse, deren Größe gleich ihrer Gesamtsumme ist, ersetzt.

Obwohl nun dies Verfahren wegen Unkenntnis der Lage der Überwuchtmassen nicht ohne weiteres in der zitierten Weise durchführbar ist, verdient doch das Ergebnis die Beachtung des Konstrukteurs, **daß bei starrer Rotationsachse durch Hinzufügen von zwei geeigneten Zusatzmassen in zwei sonst willkürlichen zur Achse senkrechten Ebenen vollkommener Massenausgleich erzielt werden kann.**

Für das Ausfindigmachen der Lage und Größe der Überwuchtmassen bietet uns die theoretische Mechanik Hilfsmittel dar, die darauf hinauslaufen, z. B. durch Pendelversuche Trägheitsmomente und aus diesen durch Rechnung die sog. Zentrifugalmomente zu bestimmen. Es darf indessen als nahezu sicher angesehen werden, daß bei den hier in Frage kommenden schweren Maschinenteilen diese Methoden keine hinreichend genauen Ergebnisse liefern würden.

Bedeutend mehr Erfolg hat ein anderes Verfahren aufzuweisen, welches sich bereits in der Praxis fest eingebürgert hat und darin besteht, daß man die Trommeln, nachdem ihr Schwerpunkt durch Zusatzmassen auf die gewohnte Art in die Rotationsachse versetzt worden ist, durch vertikal geführte Riemen in Lagern, die auf Rollen horizontal verschieblich sind, in Drehung versetzt. Die Trommel führt hierbei Schwingungen um eine vertikale Achse aus, so daß durch Ankreiden die Stellen größten Ausschlages bezeichnet und auf die Lage der Überwuchtmassen geschlossen werden kann. Man hat die Empfindlichkeit der Methode dadurch zu erhöhen verstanden, daß man auf die Lager je zwei horizontale einander gegenüberstehende Federn wirken läßt, die in der Mittellage des Lagers im Gleichgewichte stehen, bei einer Verschiebung hingegen eine gegen die Mittellage gerichtete Kraft auf das Lager ausüben. Auch das einfache Unterschieben von weichen Kautschukklötzen unter die Lager genügt.

Erreicht die Umlaufzahl die Höhe der Eigenschwingung des aus Trommel und Federn bestehenden Systems, so tritt die „Resonanz" ein, d. h. die Schwingung wird bis zu einem durch die Luftreibung u. a. bedingten Maße vergrößert, so daß schon sehr kleine Fehlermassen hinreichen, um sichtbare Ausschläge zu geben. Diese Vorgänge werden in der unten mitgeteilten Rechnung etwas näher untersucht. Die Praxis zieht mit Recht den Weg des Probierens vor.

Bei diesem versuchsweisen Vorgehen dürfte es zweckmäßig sein, sich vor Augen zu halten, daß man die Wirkung einer freien Fliehkraft und eines Momentes auszugleichen hat. Man darf sich die nicht ausgeglichenen Massen unter dem Bilde der Fig. 245 vorstellen, wo von m_0 die freie Fliehkraft und von den beiden gleich großen Massen m das Moment geliefert wird. Die Ebene der m kann zufällig mit der von m_0 zusammenfallen, im allgemeinen tut sie das nicht. Man bestimmt auf gewöhnliche Weise das Gegengewicht zu m_0. Hierauf sollte mit zwei weiteren,


Digitized by Google

aber gleich großen Massen m', welche bezüglich des Schwerpunktes zentrisch symmetrisch in den Stirnebenen der Trommel unterzubringen sind, der Versuch gemacht werden, das Moment der Massen m aufzuheben, wobei man sowohl die Größe wie die Lage von m' variiert, bis durch Laufenlassen der Trommel nachgewiesen ist, daß der Ausgleich gelang. Man pflegt die Ausgleichsmassen nicht unwandelbar, sondern in zwei Ringnuten beweglich zu befestigen, um eine Nachstellung bei einer durch Erschütterung nachträglich nicht selten verursachten Verschiebung des Schwerpunktes, insbesondere bei Dynamoankern zu ermöglichen.

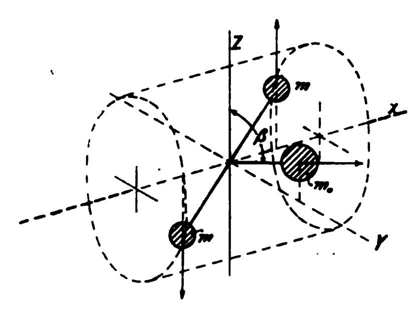


Fig. 245.

Der Arbeitsgang bei der Benützung einer Ausgleichvorrichtung mit Federn ist nach Mitteilungen der Allgem. Elektr.-Gesellsch. Berlin und des Herrn Ing. Beyer von der British Westinghouse Electr. & Manufacturing Co. L. (Manchester) der folgende: Nachdem die gewöhnliche Balancierung (die „statische", wie die Praktiker zu sagen pflegen) erledigt ist, wird die Trommel zur „dynamischen" Ausbalancierung auf die Vorrichtung gebracht und die Umlaufzahl bis zur kritischen Geschwindigkeit gesteigert. An jedem Ende wird z. B. durch Anlegen eines Rotstiftes die Stelle größter Auslenkung bezeichnet. Diese Stelle pflegt um rund 90° hinter dem Ort, wo sich die Überwucht befindet, zurückzubleiben. Zur größeren Sicherheit läßt man nun die Trommel auch rückwärts laufen und bezeichnet die schlagende Stelle abermals. Die an jedem Ende notwendigen Gegengewichte müssen dann in der Halbierungsebene des durch die beiden Marken bestimmten Winkels liegen, den Marken jeweils (mit Bezug auf den Drehungssinn) nacheilend.

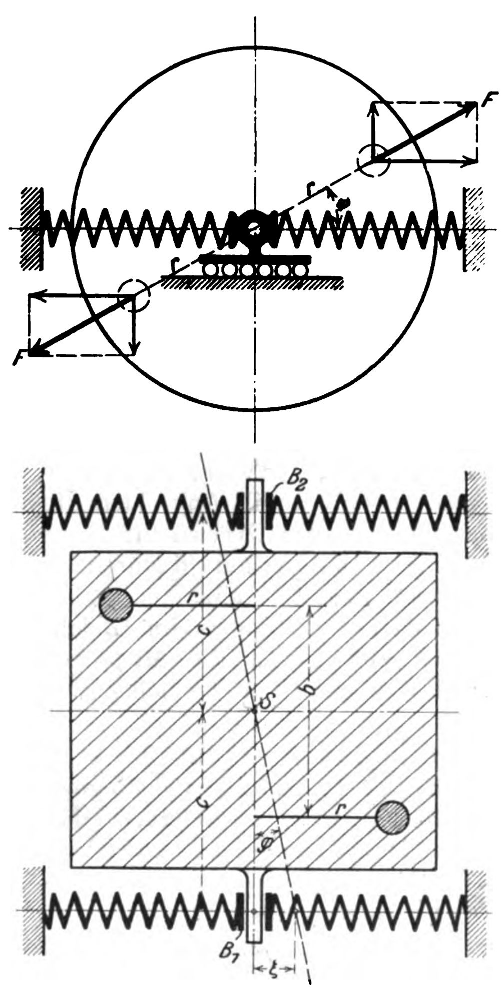


Fig. 246.

Theorie der Federausgleichvorrichtung.

In Fig. 246 sei A die auszuwuchtende Trommel, in welcher die Überwucht durch die beiden gleich großen Massen m dargestellt sein soll, die selbstverständlich als sehr klein vorausgesetzt werden. In den Lagerstellen B_1 B_2 wirkt einer Auslenkung ξ eine Federkraft $P = a\xi$ entgegen.[1])

Die von m ausgeübte Fliehkraft $m r \omega^2$ zerlegen wir in horizontale und vertikale Komponenten, welch letztere durch die Lager unmittelbar aufgehoben werden, während die horizontalen ein Moment

$$\mathfrak{M}_h = m r \omega^2 \cos \psi b$$

[1]) Wobei augenscheinlich die Wirkung doppelt so groß ist, als wenn bloß eine (ungespannte) Feder vorhanden wäre, d. h. wenn für eine Feder allein die Kraft P' mit der Auslenkung ξ' durch die Gleichung $P' = a'\xi'$ zusammenhängt, so ist $a = 2a'$ und hierbei ist innerhalb der Elastizitätsgrenze a unabhängig von der anfänglichen Spannung der Feder.

Digitized by Google

ergeben. Durch dieses Moment wird die Trommelachse um den Winkel φ gegen die Mittellage schief gestellt, wobei angenommen wird, daß der Schwerpunkt in der Mitte der Lagerentfernung liegt, so daß die Verschiebung in jedem Lager den Betrag

$$\xi = c\varphi$$

ausmacht. Hiernach wirken die Federn mit einem Momente

$$\mathfrak{M}_p = 2Pc = 2ac^2\varphi$$

zurück, zu welchem noch das Moment der Luftreibung $\mathfrak{M}_R$ (indes nur soweit diese durch die horizontale Schwingung verursacht wird) hinzutritt, und der Einfachheit halber der Schwingungsgeschwindigkeit $d\varphi : dt$ proportional gesetzt wird. Es sei

$$\mathfrak{M}_R = R\frac{d\varphi}{dt}.$$

Das Trägheitsmoment der Trommel (mit Ausschluß der Überwucht) bezogen auf die durch S gehende Vertikale, $= J$, bleibt für alle Winkel ψ gleich, und so darf man mit Vernachlässigung von m die Bewegungsgleichung in der Form

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \mathfrak{M}_k - \mathfrak{M}_p - \mathfrak{M}_R,$$

d. h.

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + R\frac{d\varphi}{dt} + 2ac^2\varphi = mbr\omega^2\cos\psi \quad \ldots \quad (4)$$

ansetzen. Ebenso ist es gestattet, ψ angenähert als mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω beschrieben anzusehen, so daß $\psi = \omega t$ wird. Die Auflösung von Gl. (4) wird in bekannter Weise gewonnen, indem man

$$\varphi = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + u$$

setzt, worin C_1 C_2 Konstante, u eine Funktion der Zeit sind. Letztere verschwindet sehr bald, d. h. der betreffende Anteil der Schwingung wird auf Null „abgedämpft", weil Exponentialglieder mit negativen Zeitexponenten vorkommen. Es genügt also, die Größen C_1 C_2 durch direktes Einsetzen zu bestimmen, und man findet

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= -\frac{A(J\omega^2 - B)\omega^2}{(J\omega^2 - B)^2 + R^2\omega^2} \\ C_2 &= \frac{AR\omega^3}{(J\omega^2 - B)^2 + R^2\omega^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (4a)$$

mit den Bezeichnungen

$$A = mbr \qquad B = 2ac^2.$$

Der Wert von φ kann vereinfacht

$$\varphi = C\cos(\omega t - \alpha) \quad \ldots \quad (4b)$$

geschrieben werden, wenn man

$$C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{C_2}{C_1} \quad \ldots \quad (4c)$$

setzt. Formel (4b) verdient wegen ihrer universellen Bedeutung für Schwingungsvorgänge aller Art eine Besprechung im einzelnen.

Betrachten wir erstens die **reibungslose Bewegung**, d. h. setzen wir $R = 0$ aber in der Meinung, daß noch ein ungemein kleiner Betrag an Reibung vorhanden sei, der die nicht „synchronen" Schwingungen der Trommel abdämpft, dann ist auch $C_2 = 0$, $\alpha = 0$, und die Schwingung wird durch Gleichung

$$\varphi = C_1\cos\omega t = -\frac{A\omega^2}{J\omega^2 - B}\cos\omega t \quad \ldots \quad (5)$$

dargestellt. Wird eine Winkelgeschwindigkeit ω_0 gewählt, welche den Nenner zu Null macht, d. h. der Gleichung

$$J\omega_0^2 - B = 0 \quad \ldots \quad (5a)$$

entspricht, so erhält man für φ unendlich große Werte. Dies ist der Fall der **„Resonanz"**, bei welcher die Umlaufzahl mit der Zahl der Eigenschwingung unseres Systems übereinstimmt (in der Tat ist die Gleichung der Eigenschwingung $J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -B\varphi$, durch welche unsere Behauptung leicht bewahrheitet wird). Diese Eigenschwingungen erhält bei jeder Umdrehung durch die Fliehkraft der Überwuchtmassen neue Impulse, so daß die Schwingungsweite (theoretisch) ins Unendliche zunimmt. B ist ein Maß für die Härte der Feder: je größer B, um so größer die Kraft, die zur Kompression der Feder um einen bestimmten Betrag gehört, desto härter ist die letztere. Haben wir nun eine unter der Resonanz liegende Umlaufzahl, so ist $J\omega^2 - B < 0$ und

$$\varphi = +C\cos\omega t,$$

Digitized by Google

wenn mit C die „Amplitude" in Formel (5) bezeichnet wird. Hier erreicht φ bei $t = 0$, d. h. $\psi = 0$, den Höchstwert; zur gleichen Zeit befindet sich aber die in Fig. 246 rechts dargestellte Masse m in der äußersten Lage rechts, oder mit einer Bezeichnung der Elekerotechnik: die Projektion der Überwuchtmasse und das ihr zunächst gelegene Lager bewegen sich „phasengleich".

Ist ein anderes Mal $J\omega^2 - B > 0$, d. h. befinden wir uns über der Resonanz, so wird

$$\varphi = -C \cos \omega t$$

für $t = 0$ ist $\varphi = -C$, d. h. die Lagerschwingung und die „Unbalanz" haben entgegengesetzte Phase.

Sobald **merkliche Reibung** vorhanden ist, verändern sich die Verhältnisse wesentlich. Der Fall der Resonanz, d. h.

$$J\omega_0^2 - B = 0$$

ergibt

$$C_1 = 0, \qquad C_2 = \frac{A\omega_0}{R}, \qquad \operatorname{tg} \alpha = \infty, \qquad \alpha = 90^0,$$

$$\varphi = C_2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Die Amplitude C_2 der Schwingung ist also endlich, kann aber große Beträge erreichen, wenn R klein ist. Für $t = 0$ ist $\varphi = 0$, und der Höchstwert wird erst erreicht, wenn $\omega t = \frac{\pi}{2}$ geworden ist, d. h. die Phase der Überwucht eilt der Lagerschwingung um 90^0 vor.

Unterhalb der Resonanz ($J\omega^2 - B < 0$) wird $C_1 > 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$, $\alpha < \pi/2$; oberhalb der Resonanz umgekehrt $C_1 < 0$, $\alpha > \pi/2$, und dies Ergebnis beweist die Zweckmäßigkeit des Arbeitsverfahrens, wie es Beyer angab. Wenn man nämlich die Trommel einmal vorwärts, einmal rückwärts treibt, ist es nicht notwendig, daß man die Resonanz genau erreicht habe. Wenn nur beide Male die Umlaufzahl gleich groß war, ist auch die Abweichung der Marke von der Überwucht gleich groß, die Überwucht liegt also, wie angegeben, in der Halbierungsebene.

Allgemeinere Untersuchung.

Hegt man Zweifel, ob die Form unserer Bewegungsgleichung auch dann gültig ist, wenn die Überwucht durch ein unregelmäßiges System von Verdichtungen (oder Höhlungen) gebildet wird, so kann man sich durch folgende allgemeine Untersuchung Aufschluß verschaffen.

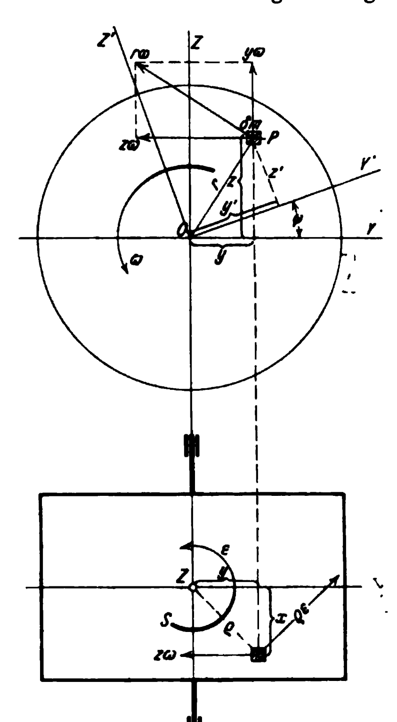


Fig. 247.

Den Ausdruck $K = \Sigma \delta m\, x z$, wo δm ein Massenelement des in Fig. 247 dargestellten Körpers x, z seine Koordinaten mit Bezug auf das in die Figur eingetragene Achsensystem sind, nennt man Zentrifugalmoment des Körpers. Nehmen wir ein im Körper festes Koordinatenssystem $x'\, y'\, z'$ an, dessen x'-Achse mit der x-Achse zusammenfällt.

Wir finden

$$z = y' \sin \psi + z' \cos \psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

somit

$$K = \sin \psi \, \Sigma \delta m\, x y' + \cos \psi \, \Sigma \delta m\, x z' \quad . \quad . \quad (7a)$$

oder wenn $A' = \Sigma \delta m\, x y'$; $B' = \Sigma \delta m\, x z'$ gesetzt wird,

$$K = A' \sin \psi + B' \cos \psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7b)$$

Man kann zwei Größen E und β stets so bestimmen, daß $A' = E \cos \beta$; $B' = E \sin \beta$ wird, nämlich $E = \sqrt{A'^2 + B'^2}$; $\operatorname{tg} \beta = \frac{B'}{A'}$, welche eingesetzt

$$K = E \sin(\psi + \beta)$$

liefern. Wenn wir $x\, y'\, z'$ mit dem Körper bewegen, so ist für

$$\psi_0 = -\beta \qquad K = 0,$$

und für

$$\psi = -\beta + \frac{\pi}{2} \qquad K = E,$$

d. h. es gibt zwei durch die Achse gehende zueinander senkrechte Ebenen, für welche das Zentrifugalmoment K verschwindet, bzw. ein Maximum wird.

Wir wollen nun die frühere Lage von X', Y', Z' ändern, und die $X'OY'$-Ebene mit der Ebene von $K = 0$ zusammenfallen lassen.

Digitized by Google

Dann erhalten wir

$$B' = \Sigma \delta m x z' = 0 \quad \text{und} \quad A' = \Sigma \delta m y' = E$$

(weil für letzteres y' identisch ist mit der Koordinate z für die Stellung $\varphi = -\alpha + \frac{\pi}{2}$ der früheren XOY-Ebene). Das neue Koordinatensystem verbinden wir fest mit dem Körper und bringen es wieder in die Lage der Fig. 247, dann ist

$$K = \Sigma \delta m x z = A' \sin \psi = E \sin \psi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

Die Bewegungsgleichung muß in diesem allgemeinen Falle aus dem Grundsatze abgeleitet werden, daß für die Achse Z der Differentialquotient des Momentes der Bewegungsgröße (des „Impulsmomentes") nach der Zeit gleich ist dem Momente der äußeren Kräfte. Das Moment der Bewegungsgröße setzt sich aber zusammen aus den beiden Anteilen, welche der Schwingung um die vertikale und der Rotation um die horizontale Achse zukommen. Mit Bezug auf den ersten Anteil ergibt das im Punkt P konzentrierte Massenelement δm die Bewegungsgröße (= Impuls) $\delta m \varrho \varepsilon$, wenn ε die Winkelgeschwindigkeit der Schwingung bedeutet. Das Moment für die Achse Z ist also $\delta m \varrho^2 \varepsilon$. Die Drehgeschwindigkeit $r\omega$ zerlegen wir in die Komponenten $-z\omega$ und $y\omega$, wobei nur $\delta m z \omega$ für Z ein Moment $-\delta m \omega x z$ ergibt. Im ganzen ist also das Impulsmoment

$$\Omega = \varepsilon \Sigma \delta m \varrho^2 - \omega \Sigma \delta m x z \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (9)$$

Hierin ist

$$\Sigma \delta m \varrho^2 = J$$

das Massenträgheitsmoment für die Z-Achse, welches mit Vernachlässigung der kleinen Überwuchtmassen aus der geometrischen Form des Körpers berechnet werden kann. Wenn wir in Gl. (8) $\psi = \omega t$ setzen, so erhalten wir

$$\Omega = \varepsilon J - E \omega \sin \omega t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (10)$$

Die Ableitung von Ω nach t ist nun gleich zu setzen dem (im gleichen Sinn wie das Impulsmoment positiv genommenen) Kraftmoment. Wir setzen letzteres gleich Null voraus, sehen also von Reibungen und Federkräften ab. Dann wird, da

$$\varepsilon = d\varphi / dt$$

$$0 = J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - E \omega^2 \cos \omega t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (11)$$

dies aber ist eine mit Gl. (4) identische Form, wenn wir $R = 0$ und $a = 0$ setzen, nur daß an Stelle von $A = mbr$ der Ausdruck E getreten ist. Wir dürfen also A und E identifizieren. Alle Sätze, die wir oben unter vereinfachenden Annahmen abgeleitet haben, gelten auch bei beliebiger Massenverteilung, wenn nur die Überwucht nicht zu groß ist.

Man könnte glauben, daß aus Formeln (6) auch die Überwucht selbst auf rechnerischem Wege zu bestimmen wäre. Man brauchte nur experimentell den größten Ausschlag φ_{max} bei Resonanz zu beobachten, und hätte

$$C_2 = \varphi_{max},$$

somit

$$A = mbr = \frac{R \varphi_{max}}{\omega_0}.$$

Diese Bestimmung ist aber hinfällig, weil R nicht auf einfache Weise ermittelbar ist. Die Ausgleichvorrichtung kann also nur die Aufgabe lösen: die Ebene der Überwucht (d. h. des Minimums des Zentrifugalmomentes) anzugeben, und in diese Ebene müssen zwei Zusatzmassen, deren Schwerpunkt mit dem Schwerpunkt des Körpers zusammenfällt, deren Fliehkräfte also ein reines Moment ergeben, mit probeweise angenommener Größe untergebracht und so lange abgeändert werden, bis der Ausschlag auch bei Resonanz unmerklich ist.

Die Bearbeitung der Räder und Wellen hat heute vielfach einen solchen Grad der Genauigkeit erlangt, daß oft eine Nachhilfe gar nicht erforderlich ist. Anderseits ist die Übung des immer mit der Auswuchtung beschäftigten Arbeiters so groß, daß in einigen Anstalten nur bei der Inbetriebsetzung, in den eigenen Lagern der Turbine ausgewuchtet wird.

Digitized by Google

87. Die Berechnung der Wellen.

Soweit bei der Welle die Beanspruchung durch biegende und drehende Momente in Frage kommt, unterscheidet sich ihre Berechnung in nichts von der jeder anderen Welle. Hingegen wäre es an der Zeit, mit der alten Formel für das „ideelle Biegungsmoment"

$$M_i = \frac{1}{2}\frac{m-1}{m}M_b + \frac{1}{2}\frac{m+1}{m}\sqrt{M_b^2 + M_t^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wo $m = 1/\nu$ die Poissonsche Zahl, M_b das biegende, M_t das verdrehende Moment ist, aufzuräumen. Nach Guest und Mohr ist, wie wir schon früher bemerkt haben, für die Beanspruchung die größte Schubspannung maßgebend, die in unserem Fall nach Formel

$$\tau = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{M_b^2 + M_t^2}}{W_b}; \quad \text{mit} \quad W_b = \frac{\pi}{32}d^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

zu rechnen ist, wenn d den Wellendurchmesser bedeutet. Diese Anschauung wurde gut bestätigt durch die Untersuchungen von W. Scoble[1]), der gefunden hat, daß auch bei Biegung und Torsion, wenn die Streckgrenze erreicht wurde, die Schubspannung τ stets denselben Wert annahm. Als zulässigen Wert von τ darf man rund die Hälfte desjenigen Betrages nehmen, der bei der Rechnung mit dem ideellen Moment für die „reduzierte Biegungsspannung" als zulässig angesehen wurde. Für Siemens-Martinstahl würde τ wohl $= 400$ kg/qcm gewählt werden dürfen. Nun darf die Verbiegung der Welle gewisse von den Spielräumen der Räder, der Scheidewände usw. abhängige Beträge nicht überschreiten, die auch der Beanspruchung eine Grenze setzen. Endlich kommt die Erscheinung der kritischen Geschwindigkeit hinzu, die unabhängig von Beanspruchung und Verbiegung durch rein dynamische Wirkungen hervorgerufen wird und bei der Bemessung der Wellenstärke die allergrößte Rolle spielt.

88. Kritische Geschwindigkeit für ein einzelnes Rad auf gewichtsloser Welle. Die biegsame Welle von de Laval.

Da auch bei sorgfältig ausgewuchteten Rädern der Ausgleich kein vollkommener ist, bleibt stets eine freie Fliehkraft übrig, die bei Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit auf einen genügend hohen Betrag die Welle bis zum Bruch beanspruchen kann. Die eigentümlichen Verhältnisse, die sich hier darbieten, wurden wissenschaftlich von Rankine, Reynolds, Dunkerley[2]) und Föppl[3]) klargelegt und unabhängig hiervon von de Laval in seiner Dampfturbine verwertet.

Es sei eine (sonst symmetrische) Scheibe mit einem um den Betrag e exzentrisch liegenden Schwerpunkt (Fig. 248) auf einer gewichtslos gedachten vertikalen Welle in solcher Lage befestigt, daß sie bei einer Biegung der Welle sich selbst parallel bleibt. Bei der Rotation wird die Welle durch die Fliehkraft um einen Betrag y durchgebogen, den wir aus der Bedingung zu bestimmen haben, daß die Fliehkraft $m(y+e)\omega^2$, worin m die Masse der Scheibe bedeutet, gleich sein müsse der von der Welle entwickelten elastischen Gegenkraft, die wir der Durchbiegung proportional setzen dürfen. Wenn α eine konstante, aus Wellenlänge, Lagerungsart usw. zu berechnende Verhältniszahl ist, so ist die elastische Gegenkraft

$$P = \alpha y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

[1]) Phil. Magaz., Dez. 1906.

[2]) Siehe die Quellenangaben in Phil. Transact. of the Royal Soc. London, Bd. 185, Jahrg. 1895, S. 281.

[3]) Civil-Ingenieur 1895, S. 333.

Digitized by Google

und die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$m(y+e)\omega^2 = P = \alpha y \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

woraus sich die Durchbiegung

$$y = \frac{m\omega^2 e}{\alpha - m\omega^2}$$

ergibt. Steigern wir die Winkelgeschwindigkeit bis $\alpha - m\omega^2$ verschwindet, d. h. bis ω den Betrag

$$\omega = \omega_k = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

erreicht, so wird y unendlich groß, d. h. die Fliehkraft würde die Welle bis zum Bruche verbiegen. Diesen Betrag von ω_k bezeichnen wir als „kritische" Winkelgeschwindigkeit und sprechen ebenso von der kritischen Umlaufzahl. Rechnen wir in den Einheiten cm·kg·sek, so bedeutet α gemäß (1) die Kraft in Kilogramm, welche die Welle um 1 cm verbiegt. Bedeutet ferner

$G = mg$ das Gewicht des Rades in Kilogramm,

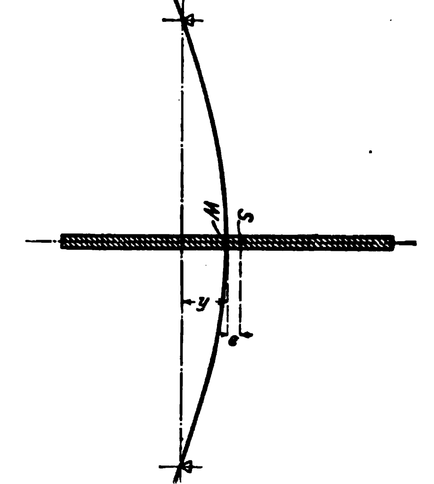


Fig. 248.

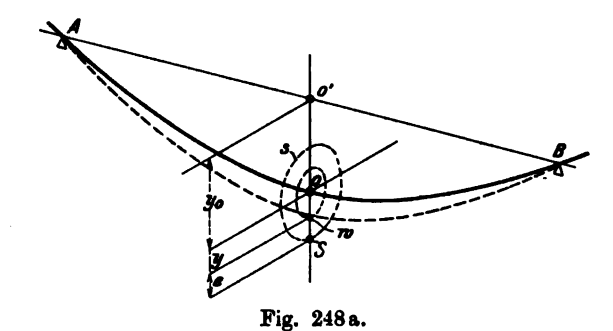


Fig. 248a.

so findet man für die minutliche Umlaufzahl mit $g = 981$ cm/sek² die Formel von Föppl

$$n_k = \frac{30\omega}{\pi} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{981\alpha}{G}} = 300\sqrt{\frac{\alpha}{G}} \quad \ldots \ldots \quad (3a).$$

Beispielsweise ist für die frei aufliegende Welle mit in der Mitte der Spannweite $2l$ befindlicher Scheibe

$$y = \frac{1}{6}\frac{Pl^3}{JE} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{6JE}{l^3} \quad \ldots \ldots$$

für die „eingespannte" Welle unter gleichen Umständen

$$y = \frac{1}{24}\frac{Pl^3}{JE}; \qquad \alpha = \frac{24JE}{l^3} \quad \ldots \ldots \quad (3b)$$

für die an einem Ende eingespannte, am andern Ende frei aufliegende Welle

$$y = \frac{7}{96}\frac{Pl^3}{JE}; \qquad \alpha = \frac{96}{7}\frac{JE}{l^3} \quad \ldots \ldots$$

Ist die Welle wagerecht gelagert, so entsteht durch das Eigengewicht der Scheibe und Welle eine Verbiegung y_0 (Fig. 248a) und die Form der elastischen Linie ist BOB. Die hinzutretende Fliehkraft vergrößert diese Biegung um y, welches so zu rechnen ist, als ob die Schwere nicht vorhanden wäre, und der Schwerpunkt beschreibt einen Kreis s um den ursprünglichen Wellenmittelpunkt O

Digitized by Google

herum und nicht um den vermeintlichen Drehpunkt O'. Dasselbe ist der Fall mit dem Wellendurchstoßpunkt W.

Praktisch können wir die kritische Umlaufzahl erreichen, wenn Führungen vorhanden sind, die ein übergroßes Ausbiegen der Welle verhindern. Dann können wir die kritische Umlaufzahl sogar überschreiten, und es frägt sich, wie sich die Welle dabei verhält? Theorie und Erfahrung beweisen nun übereinstimmend die überraschende Tatsache, daß sich dann ein neuer stabiler Gleichgewichtszustand einstellt, bei welchem der Wellendurchstoßpunkt W und der Schwerpunkt S ihre Lagen vertauschen, wie in Fig. 249 angedeutet. Die Größe der Durchbiegung berechnet man aus der Gleichung $m(y-e)\omega^2 = \alpha y$ und erhält

$$y = \frac{m\omega^2 e}{-\alpha + m\omega^2} = \frac{e}{1 - \frac{\alpha}{m\omega^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Je mehr wir ω steigern, desto kleiner wird y, um bei unendlich rascher Rotation mit e zusammenzufallen. Führen wir die kritische Geschwindigkeit ω_k ein, so wird $y = e:(1 - \omega_k^2/\omega^2)$, und die Größe der noch vorhandenen Fliehkraft, welche auf die Lager übertragen wird, ergibt sich zu

$$P = \alpha y = \frac{m e \omega^2}{\frac{\omega^2}{\omega_k^2} - 1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4a)$$

Durch geeignete Wahl von ω/ω_k, d. h. bei gegebenem ω durch Verkleinerung von ω_k sind wir mithin in der Lage, P nach Belieben zu verkleinern, ohne Rücksicht auf die Exzentrizität e, welche indes in Wirklichkeit selbstverständlich ebenfalls so klein als irgendmöglich gemacht wird. Dies war der Weg, den de Laval mit seiner berühmten „**biegsamen Welle**" beschritten hat, die bei knappstem Durchmesser eine so weite Lagerung erhält, daß die Winkelgeschwindigkeit des Betriebes etwa den 7fachen Wert von ω_k erreicht. Der gute Gang Lavalscher Turbinen hat die Richtigkeit dieser Wahl vollkommen bestätigt.

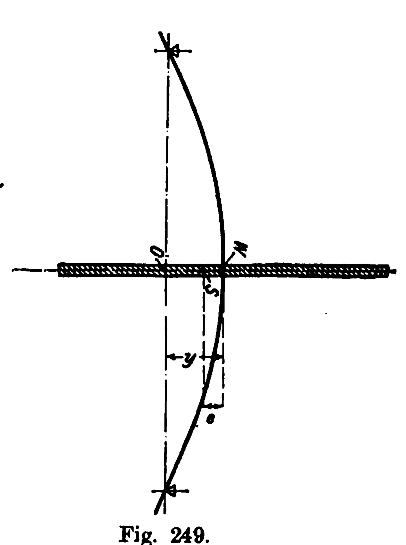


Fig. 249.

Daß die in Fig. 249 dargestellte Gleichgewichtslage nicht bloß eine mögliche, sondern eine stabile ist, hat Föppl durch seine theoretischen Untersuchungen unter vereinfachenden Annahmen erwiesen. Der allgemeine Beweis, den wir im X. Teil geben, führt auf die Tatsache, daß die Stabilität erst bei einer gewissen Größe des Massenträgheitsmomentes der Scheibe vorhanden ist; eine punktförmige, in S konzentrierte Masse würde, wie die Anschauung uns zwingend nahe legt, bei der geringsten Störung der in Fig. 249 dargestellten Lage umkippen. Das Gleichgewicht über der kritischen Geschwindigkeit ist also zu erklären als das **Bestreben der großen Schwungmasse um ihre „freie Achse", d. h. den Schwerpunkt, zu rotieren.**

Im **Idealfalle vollkommenen Ausgleiches**, wenn $e = 0$ gesetzt werden darf, erhält man bei der „kritischen" Umlaufzahl für jedes y

$$my\omega^2 = P = \alpha y,$$

d. h. die Fliehkraft und die elastische Gegenkraft sind bei jeder Auslenkung einander gleich, **die Scheibe befindet sich in jeder Lage im indifferenten Gleichgewicht.**


Digitized by Google

Diese Bemerkung benutzen wir im folgenden, um die kritische Umlaufzahl nicht als das Kennzeichen unendlich großer Auslenkung, sondern mit der Annahme $e = 0$ aus der Bedingung, daß die Verbiegung y unbestimmt (beliebig) sein müsse, zu berechnen.

Mit besonderem Nachdruck muß endlich betont werden, daß die Verbiegung der Welle durch das Gewicht der Scheibe die kritische Geschwindigkeit in keiner Weise beeinflußt. Eine gegebene Welle hat wagerecht oder senkrecht oder schief aufgestellt stets ein und dieselbe kritische Umlaufzahl.

Hingegen besteht allerdings ein Zusammenhang zwischen der Größe der durch das Eigengewicht G bewirkten Verbiegung und der kritischen Geschwindigkeit. Bei wagerechter Aufstellung ist nämlich nach Grundformel (1) der Biegungspfeil $y_0 = G/\alpha$; da aber $G = mg$ und $\alpha = m\omega_k^2$, so folgt

$$y_0 = \frac{g}{\omega_k^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Bei einer neu zu berechnenden Welle, für die wir die kritische Geschwindigkeit vorschreiben, ist also durch deren Annahme auch die Verbiegung durch das Eigengewicht bestimmt, unabhängig davon, welche Abmessungen die Welle im einzelnen besitzt. Mit anderen Worten: wenn wir von einer einfach belasteten Welle wissen, welches ihre kritische Geschwindigkeit ist, so wissen wir auch, wie stark sie sich unter dem Gewichte der Radscheibe durchbiegt.

Zahlenbeispiel.

Es ist die Welle einer Lavalschen Turbine zu berechnen, die an einem Ende als eingespannt, am anderen als frei aufliegend gelten kann. Die Konstruktion des Rades habe ein Gewicht desselben (samt Kupplungsflanschen) $G = 98$ kg, also $m = 98/981 \simeq 0{,}1$ kg/cm/sek^{-2} ergeben und die Welle soll $N_t = 500$ PS bei $\omega = 1000$ (d. h. bei ungefähr 10000 Uml./min.) übertragen. Wir wählen als kritische Winkelgeschwindigkeit $^1/_7$ der normalen, $\omega_k = 143$, und erhalten nach Gl. (5) die statische Verbiegung $y_0 = 981/143^2 = 0{,}048$ cm oder rund $^1/_2$ mm, was praktisch gut zulässig ist. Ferner folgt aus der Bedingung $\alpha = m\omega_k^2$ mit Rücksicht auf Gl. (3a)

$$J = \frac{7}{96} \frac{m\omega_k^2}{E} l^3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Nun ist die Beanspruchung der Welle in Betracht zu ziehen, die zunächst durch das Torsionsmoment

$$M_t = \frac{7500\, N_t}{\omega}$$

und nach der Theorie der Biegung durch das biegende Moment

$$M_b = \frac{3}{8} G l$$

bedingt wird. Rechnen wir nach Guest, so ist die größte Schubspannung maßgebend gemäß Formel

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{M_b^2 + M_t^2}}{W_b} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

worin $W_b \sim d^3 : 10$ das Widerstandsmoment für Biegung bedeutet. Wir haben zwei Gleichungen zur Verfügung und können zwei von den Abhängigen d, l, τ berechnen. Das natürliche wäre, τ vorzuschreiben und die Gleichungen nach d, l aufzulösen. Da dieser Weg nicht glatt gangbar ist, nehmen wir l probeweise an, berechnen d aus (1) und τ aus (2), und ändern l so lange ab, bis die Verhältnisse befriedigen. Man findet $M_t = 3750$ cmkg und

für die halbe Spannweite	$l = 100$	80	60	50 cm
den Wellendurchmesser	$d = 6{,}06$	5,14	4,14	3,6 cm
die größte Schubspannung	$\tau = 117$	177	308	447 kg/qcm.

Die größte Schubspannung sollte etwa die Hälfte der zulässigen größten Normalspannung erreichen dürfen; wir werden also zwischen den Werten $l = 50$ bis 60 cm zu wählen haben. Durch eine veränderte Annahme über die kritische Winkelgeschwindigkeit können wir l, d nach Wunsch beeinflussen.


Digitized by Google

Eigenschwingung der ruhenden Welle und kritische Umlaufzahl.

Erteilen wir der Scheibe in Fig. 248 oder 248a senkrecht zur Welle einen Impuls, so wird sie in Schwingungen geraten, für die (mit der Annahme $e = 0$) die Gleichung

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -P = -\alpha y \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

gilt, wenn man y von der Gleichgewichtslage rechnet, die der Biegung durch das Eigengewicht entspricht. Das Integral dieser Gleichung ist bekanntlich $y = A \cos t \sqrt{\frac{\alpha}{m}} + B \sin t \sqrt{\frac{\alpha}{m}}$, wo A und B von den Anfangsbedingungen abhängen; und hieraus folgt die Dauer einer vollen Hin- und Herschwingung

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

und die Schwingungszahl pro Sekunde

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7a)$$

Die kritische Umlaufzahl ist aber, wenn wir sie auf die Sekunde beziehen

$$n' = \frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

d. h. n und n' sind identisch.

Man könnte also in diesem einfachen Falle die kritische Umlaufzahl durch Beobachtung der Eigenschwingungszahl ermitteln.

Falls die Scheibe sich indes bei der Ausbiegung schief stellt, gilt Gl. (6) und die weiteren Folgerungen nicht mehr.

Schiefstellung der Scheibe.

Sobald infolge der Wellenbiegung die Radscheibe schief gestellt wird, entsteht ein Drehmoment, welches trotz der Kleinheit des Neigungswinkels die kritische Geschwindigkeit beeinflußt.

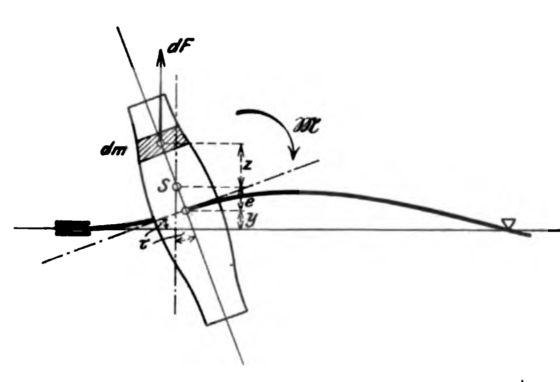


Fig. 250.

Sei Θ das Trägheitsmoment der sehr dünn vorausgesetzten Scheibe in bezug auf einen zur Ebene der elastischen Linie senkrechten Durchmesser, τ der sehr kleine Neigungswinkel der elastischen Linie, also zugleich der Winkel, den die Radebene und eine zur Achse senkrechte Ebene einschließen. Das Massenelement dm in Fig. 250 entwickelt eine Fliehkraft

$$(y + e + z)\, dm\, \omega^2,$$

deren Moment in bezug auf den Schwerpunkt $z\tau\,(y + e + z)\, dm\, \omega^2$ ist.

Durch Summierung erhalten wir die im Schwerpunkt angreifende Gesamtfliehkraft $M\,(y + e)\,\omega^2$ und das Fliehkraftmoment

$$\mathfrak{M} = (y + e)\,\omega^2 \tau \int z\,dm + \omega^2 \tau \int z^2\,dm.$$

Das erste Integral verschwindet, weil S der Schwerpunkt ist; das zweite ist nichts anderes als das oben mit Θ bezeichnete Trägheitsmoment, und wir erhalten

$$\mathfrak{M} = \Theta\,\omega^2 \tau \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Digitized by Google

Besitzt die Scheibe die gleichmäßige (kleine) Dicke h und den Durchmesser D, so ist

$$\Theta = \frac{\pi}{64} D^4 h \mu .$$

Beispiel: Die Schiefstellung der fliegenden Scheibe.

J und l seien Trägheitsmoment und Länge der Welle (Fig. 251). Üben wir auf den Endpunkt der Welle eine nach oben gerichtete Kraft P und ein im Sinne des Uhrzeigers drehendes Moment M aus, so erzeugen wir eine Durchbiegung und eine Wellenneigung, deren allgemeiner Ausdruck

$$y = \frac{1}{3}\frac{P l^3}{JE} - \frac{1}{2}\frac{M l^2}{JE}; \qquad \tau = \frac{1}{2}\frac{P l^2}{JE} - \frac{M l}{JE} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

ist. Mit der Bezeichnung $A = JE/l$ findet man umgekehrt durch Auflösung die Größe von P und M, die zu einem bestimmten Wertepaar y, τ gehören:

$$M = 6A\left(\frac{y}{l}\right) - 4A\tau ; \qquad Pl = 12A\left(\frac{y}{l}\right) - 6A\tau \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Auf die Scheibe, deren Schwerpunkt sich in ihrem Mittelpunkt befinde (d. h. die in die Figur eingetragene Exzentrizität e sei $= 0$), wirken einerseits ihre Fliehkraft $m y \omega^2$, das oben berechnete Moment ($\mathfrak{M}$ im Sinne des Uhrzeigers), anderseits die elastische Rückwirkung der Welle, d. h. $-P$, $-M$. Damit Gleichgewicht besteht, müssen die Bedingungen

$$P = m y \omega^2, \qquad M = \mathfrak{M} = \Theta \omega^2 \tau$$

erfüllt sein. Das gibt die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} (12A - m l^2 \omega^2)\left(\frac{y}{l}\right) - 6A\tau = 0 \\ 6A\left(\frac{y}{l}\right) - (4A + \Theta\omega^2)\tau = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (4)$$

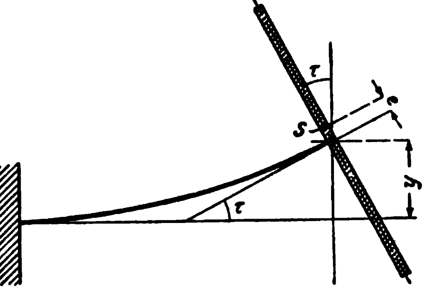


Fig. 251₁

Sollen diese gleichzeitig für endliche Werte von y und τ bestehen können, so muß das Verhältnis dieser Größen in beiden Gleichungen dasselbe sein (die „Determinante" der Gleichungen muß verschwinden). So erhält man

$$(12A - m l^2 \omega^2)(4A + \Theta\omega^2) - 36A^2 = 0 \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

als Gleichung zur Berechnung der kritischen Geschwindigkeit, die mit den Abkürzungen

$$B = \frac{m\Theta l^4}{12 J^2 E^2}; \qquad C = \frac{l}{2JE}\left(\frac{m l^2}{3} - \Theta\right)$$

die Form

$$B\omega^4 + 2C\omega^2 - 1 = 0 \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

annimmt, und die für unsere Aufgabe brauchbare Lösung

$$\omega_k^2 = \frac{-C + \sqrt{C^2 + B}}{B} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

liefert. Ist $\Theta = 0$, so erhalten wir $\omega_k^2 = \frac{3JE}{m l^3}$. Ist $\Theta = \infty$, so wird $\omega_k^2 = \frac{12JE}{m l^3}$.

Die Schiefstellung bewirkt mithin eine mit dem Trägheitsmoment wachsende Vergrößerung der kritischen Geschwindigkeit.

89. Kritische Winkelgeschwindigkeit einer einzelnen rotierenden Masse von beliebiger Form.

Die Trommel einer Parsonsturbine, die man praktisch als starr ansehen kann, wird infolge der federnden Wellenenden auch eine kritische Umlaufzahl besitzen, die nach dem Schema der unendlich dünnen Scheibe nicht gerechnet werden kann. Betrachten wir der Allgemeinheit halber in Fig. 252 einen starren Körper beliebiger Form, dessen Schwerpunkt ursprünglich um den Betrag e von der Achse abstand. Während der Drehung erfährt derselbe eine Verbiegung y und die X-Achse eines

Digitized by Google

im Körper festen Koordinatensystems $XYZS$, die ursprünglich mit der Rotationsachse parallel war, wird um den Winkel τ gedreht. Wir haben daher nach der Figur mit Rücksicht darauf, daß τ sehr klein (d. h. $\cos\tau = 1$; $\sin\tau = \tau$) ist

$$\xi' = \xi - \zeta\tau; \quad \zeta' = \xi\tau + \zeta \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

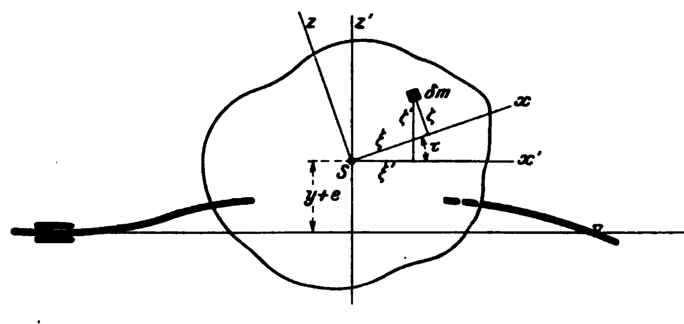


Fig. 252.

Die Zusammensetzung der Fliehkräfte ergibt die Einzelkraft $P = m(y + e)\omega^2$ im Schwerpunkt, und das (gegen den Uhrzeiger positiv gerechnete) Moment

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{M} &= \omega^2 \Sigma \delta m \xi' \zeta' = \omega^2 \Sigma \delta m (\xi - \zeta\tau)(\xi\tau + \zeta) \\ &= \omega^2 \tau (\Sigma \delta m \xi^2 - \Sigma \delta m \zeta^2) + \omega^2 (1 - \tau^2) \Sigma \delta m \xi \zeta\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (2)$$

oder mit der Bezeichnung

$$A = \Sigma \delta m \xi^2; \quad B = \Sigma \delta m \zeta^2; \quad C = \Sigma \delta m \xi \zeta \quad \ldots \quad (3)$$

und Vernachlässigung von τ^2 gegen 1

$$\mathfrak{M} = [(A - B)\tau + C]\omega^2 \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Nun muß nach den Lehren der Biegungsfestigkeit ausgerechnet werden, welche Deformation die elastischen Wellenenden unter der Einwirkung von P und $\mathfrak{M}$ erfahren. Jedenfalls hängen sie mit y und τ linear zusammen, und man wird die Gleichungen

$$y = aP + b\mathfrak{M}; \quad \tau = a'P + b'\mathfrak{M} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

aufstellen können, in welchen a, b, a', b' nun als bekannt vorausgesetzt werden sollen. Setzt man die Werte von P und $\mathfrak{M}$ ein, so entsteht

$$\left.\begin{aligned}(1 - am\omega^2)y - b(A - B)\omega^2\tau &= ame\omega^2 + bC\omega^2 \\ a'm\omega^2 y + [1 - b'(A - B)\omega^2]\tau &= a'me\omega^2 + b'C\omega^2\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (6)$$

und diese Gleichungen führen auf unendlich große Werte von y und τ, falls die Determinante der Koeffizienten verschwindet, d. h. falls

$$(1 - am\omega^2)[1 - b'(A - B)\omega^2] + a'b(A - B)m\omega^4 = 0$$

ist. Aus dieser Gleichung ergeben sich im allgemeinen zwei mögliche Werte der kritischen Geschwindigkeit ω_k. Es ist bemerkenswert, daß diese vom anfänglichen Wert des Zentrifugalmomentes C nicht abhängen.

Das Auftreten zweier kritischen Umlaufzahlen wird uns noch klarer werden im nachfolgenden Beispiel.


Digitized by Google

90. Kritische Winkelgeschwindigkeit bei zwei Einzelrädern auf gewichtsloser Welle.

Sobald die Welle den Fliehkräften von mehr als einer Masse ausgesetzt ist, gibt es nicht mehr eine, sondern mehrere kritische Geschwindigkeiten. Um die Verhältnisse an einem einfachen Beispiel zu überblicken, wählen wir den in Fig. 253 dargestellten Fall, wo zwei gleiche Scheiben in je $^1/_4$ der Spannweite einer frei aufliegenden, an den Enden vom Trägheitsmoment J auf J' abgesetzten Welle angebracht sind. Gemäß einer Bemerkung in Abschn. 88 kann die kritische Umlaufzahl auch aus der Bedingung gefunden werden, daß sich die Fliehkräfte der vollkommen zentrisch aufgekeilt gedachten Räder mit den elastischen Kräften im indifferenten Gleichgewicht befinden müssen. Es gibt aber offenbar zwei solche Gleichgewichtslagen: eine als Verbiegung nach bloß einer Seite (a), die andere mit S-förmiger, elastischer Linie nach (b). Für den ersten Fall haben wir zunächst die Verbiegung zu berechnen, die durch zwei beliebige (aber infolge der Symmetrie gleich große) Kräfte P, die an Stelle der Fliehkräfte angreifen, hervorgebracht wird. Denkt man sich die Welle, wie in Nebenfigur c angedeutet ist, in der Mitte eingespannt, so wirkt im Schnitt a nur ein Kräftepaar Pl und erzeugt die Neigung $\varphi_1 = Pl^2/JE$. Wäre aB starr, so hätte man $y_1 = \varphi_1 l$; infolge der Biegung durch P kommt $y_2 = Pl^3/3J'E$ hinzu. Im ganzen ist also

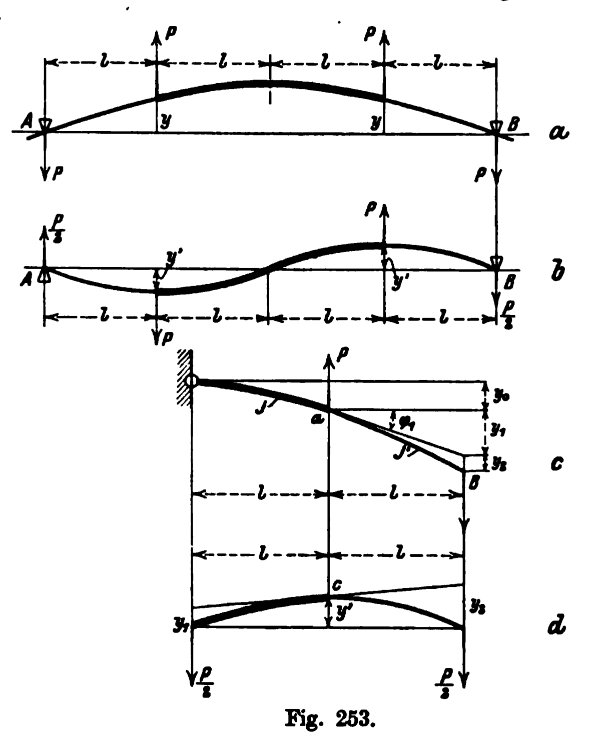


Fig. 253.

$$y = y_1 + y_2 = \frac{Pl^3}{3JE}\left(3 + \frac{J}{J'}\right) = \frac{P}{\alpha} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{3JE}{l^3\left(3 + \frac{J}{J'}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Nun muß die Fliehkraft $my\omega_k^2$ gerade der elastischen Rückwirkung gleich sein, woraus

$$my\omega_k^2 = P = \alpha y; \quad \omega_k = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

folgt. Betrachten wir die Verbiegung (b), so herrscht in der Mitte ein Moment $= 0$, weil dort eine Wendetangente vorhanden ist. Man kann also die halbe Welle für sich als frei aufliegenden Träger behandeln und findet mit Nebenfigur d, wenn die Welle in C eingespannt gedacht wird:

$$y_1 = \frac{Pl^3}{6JE}; \qquad y_2 = \frac{Pl^3}{6J'E};$$

$$y' = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{Pl^3}{12JE}\left(1 + \frac{J}{J'}\right) = \frac{P}{\alpha'} \quad \text{mit} \quad \alpha' = \frac{12(JE)}{l^3\left(1 + \frac{J}{J'}\right)} \quad . \quad . \quad (3)$$

Digitized by Google

Es gilt also wie oben

$$m y' \omega_k'^2 = P = \alpha' y', \text{ woraus } \omega_k' = \sqrt{\frac{\alpha'}{m}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Bilden wir das Verhältnis der beiden Winkelgeschwindigkeiten, so wird

$$\frac{\omega'}{\omega} = \sqrt{\frac{\alpha'}{\alpha}} = 2\sqrt{\frac{3 + J/J'}{1 + J/J'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Trägheitsmomente verhalten sich wie die 4. Potenzen der Durchmesser d und d'. Wir erhalten folgende Zahlenwerte

$d/d' = 1$	1,2	1,5	2,0
$J/J' = 1$	2,08	5,05	16,0
$\omega'/\omega = 2{,}83$	2,57	2,31	2,12

Aus dieser Zusammenstellung geht der große Einfluß des Wellenabsatzes klar hervor.

Für den allgemeinen Fall möge Fig. 253a den zur Winkelgeschwindigkeit ω gehörigen Gleichgewichtszustand darstellen. Im mitrotierenden Koordinatensystem XYZ seien O_1, O_2 die Durchstoßpunkte der die Lager verbindenden geometrischen Rotationsachse, x_1, y_1 die Koordinaten des Nabenmittelpunktes der einen, x_2, y_2 desgl. der anderen Scheibe. Für die nach diesen Punkten verschobenen parallelen Achsen der ξ und η seien ξ_1, η_1 und ξ_2 η_2 die Koordinaten der Schwerpunkte S_1, S_2, mithin e_1, e_2 deren „Exzentrizitäten". Die Torsionsdeformation ist gegenüber der Biegung wohl immer so gering, daß von einer Änderung des ursprünglich von e_1 und e_2 gebildeten Winkels abgesehen werden kann. Die von den Scheibenmassen m_1, m_2 entwickelten Fliehkräfte können in die Komponenten

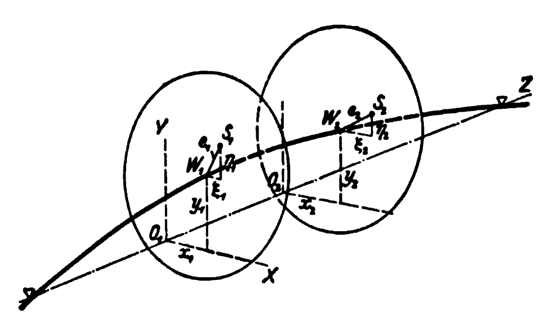


Fig. 253a.

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= (x_1 + \xi_1) m_1 \omega^2, \qquad Y_1 = (y_1 + \eta_1) m_1 \omega^2 \\ X_2 &= (x_2 + \xi_2) m_2 \omega^2, \qquad Y_2 = (y_2 + \eta_2) m_2 \omega^2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

zerlegt werden. Unter ihrer Einwirkung erfährt die Welle eine Einbiegung, für welche

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= a_{11} X_1 + a_{12} X_2, \qquad y_1 = a_{11} Y_1 + a_{12} Y_2 \\ x_2 &= a_{21} X_1 + a_{22} X_2, \qquad y_2 = a_{21} Y_1 + a_{22} Y_2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

mit $a_{12} = a_{21}$ gesetzt werden kann und für die Konstanten a lediglich die Kenntnis der Wellenabmessungen und der Lagerungsart erforderlich ist. Setzen wir die Ausdrücke der Kraftkomponenten ein, so ergeben sich die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} (a_{11} m_1 \omega^2 - 1) x_1 + a_{12} m_2 \omega^2 x_2 + a_{11} \xi_1 m_1 \omega^2 + a_{12} \xi_2 m_2 \omega^2 &= 0 \\ a_{21} m_1 \omega^2 x_1 + (a_{22} m_2 \omega^2 - 1) x_2 + a_{21} \xi_1 m_1 \omega^2 + a_{22} \xi_2 m_2 \omega^2 &= 0 \\ (a_{11} m_1 \omega^2 - 1) y_1 + a_{12} m_2 \omega^2 y_2 + a_{11} \eta_1 m_1 \omega^2 + a_{12} \eta_2 m_2 \omega^2 &= 0 \\ a_{21} m_1 \omega^2 y_1 + (a_{22} m_2 \omega^2 - 1) y_2 + a_{21} \eta_1 m_1 \omega^2 + a_{22} \eta_2 m_2 \omega^2 &= 0. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (3)$$

Die hieraus ermittelten Werte $x_1 x_2 y_1 y_2$ wachsen ins Unendliche, falls die Determinante

$$D = \begin{vmatrix} (a_{11} m_1 \omega^2 - 1), & a_{12} m_2 \omega^2 \\ a_{21} m_1 \omega^2, & (a_{22} m_2 \omega^2 - 1) \end{vmatrix}$$

Digitized by Google

verschwindet. Das Quadrat der kritischen Geschwindigkeit ω_k ist mithin aus der Gleichung

$$D = (a_{11} m_1 \omega_k^2 - 1)(a_{22} m_2 \omega_k^2 - 1) - a_{12}^2 m_1 m_2 \omega_k^4 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

zu berechnen.

Wir haben hiermit die kritische Geschwindigkeit aus einer Lage der Welle hergeleitet; aber es ist offenbar, daß in jeder anderen Lage, die aus der ersteren durch Drehung entstehe, die gleichen Kraftverhältnisse vorliegen werden. Wichtiger ist die Bemerkung, daß die Kräfte $X_1 Y_1 X_2 Y_2$ inbezug auf die geometrische Wellenachse im allgemeinen ein Moment ergeben werden, welches wir durch ein am Wellenende angreifendes, im Gegensinn drehendes Moment ausgeglichen denken müssen. Da wir die Torsionssteifigkeit der Welle sehr groß voraussetzen, macht dies für die kritische Umlaufzahl nichts aus. Sollten wir verlangen, daß die Fliehkräfte in sich selbst Gleichgewicht halten, so würden wir auf verwickelte Rechnungen geführt, die aber dasselbe ω_k ergeben.

Für den Fall gleicher Massen $m_1 = m_2 = m$ von symmetrischer Anordnung (auch hinsichtlich Wellenstärke und Lagerung) wird $a_{11} = a_{22} = \alpha$, $a_{12} = \beta$ und $\alpha m \omega_k^2 - 1 = \pm \beta m \omega_k^2$, woraus

$$m\omega_{k1}^2 = \frac{1}{\alpha - \beta}, \qquad m\omega_{k2}^2 = \frac{1}{\alpha + \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

folgt, als Verallgemeinerung der oben entwickelten einfachen Formeln.

Schon die Anordnung dreier Massen gibt indessen vollständig undurchsichtige Ergebnisse.

91. Stetig und gleichmäßig belastete Welle mit unveränderlichem Durchmesser.

a) Ohne Rücksicht auf die Schiefstellung der Scheiben.

Die Welle sei durch ungemein dicht gestellte gleichmäßig über die ganze Länge verteilte Scheibenräder belastet (Fig. 254), welche die Biegsamkeit der Welle indessen nicht beeinträchtigen sollen. Die auf die Längeneinheit entfallende Masse der Scheiben sei m_1, das unveränderliche Flächen-Trägheitsmoment der Welle J. Um die Rechnung in der einfachsten Form durchzuführen, werde angenommen, der Schwerpunkt aller Scheiben liege in einer und derselben axialen Ebene, um den konstanten Betrag e_0 (in der Figur mit e bezeichnet) nach derselben Seite gegen das Wellenmittel verschoben. Das Eigengewicht der Welle wird zum Gewichte der Scheiben geschlagen.

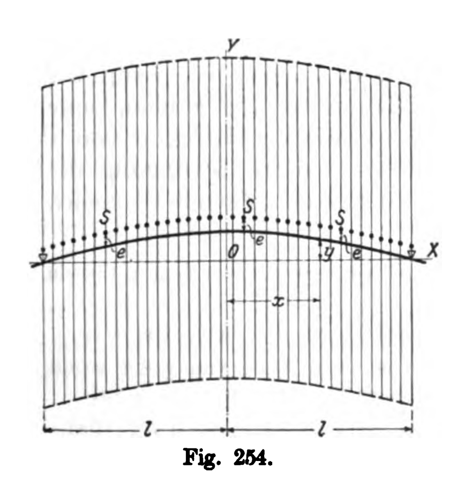


Fig. 254.

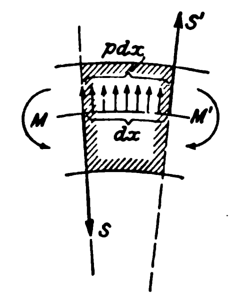


Fig. 255.

Wenn bei der Geschwindigkeit ω Gleichgewicht eingetreten ist, so findet sich ein Stabelement (Fig. 255) von der Länge dx, wenn wir von der Schiefstellung der Scheiben zunächst absehen, der Wirkung der Fliehkraft $m_1(y + e)\,dx\omega^2$ (als der Ergänzungskraft der relativen Bewegung) und den Biegungsmomenten M' und M, sowie den Scherkräften S' und S unterworfen.

Bezeichnen wir die Fliehkraft mit pdx, unter p die „Belastung“ der Längeneinheit verstanden, so ergibt sich aus dem Verschwinden der vertikalen Kraftkomponenten

$$S' - S + pdx = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dS}{dx} = -p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Digitized by Google

und aus dem Verschwinden der Momente für den Schwerpunkt

$$M' - M - S' \frac{dx}{2} - S \frac{dx}{2} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dM}{dx} = S \quad \ldots \quad (2)$$

Zu diesen Gleichungen fügen wir die bekannte Grundformel der Biegung hinzu, welche für die in Fig. 254 eingetragene Richtung der Koordinatenachsen, und wenn der Sinn von M' als positiv gilt, wie folgt lautet:

$$J E \frac{d^2 y}{d x^2} = -M \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Hieraus ergibt sich

$$J E \frac{d^4 y}{d x^4} = p = m_1 \omega^2 (y + e_0) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Diese Gleichung besitzt das allgemeine Integral

$$y = a e^{kx} + a' e^{-kx} + b \cos kx + b' \sin kx - e_0 \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

worin

$$k = + \sqrt[4]{\frac{m_1 \omega^2}{J E}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

und e die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnet, während die Konstanten a, a', b, b' den Bedingungen der Aufgabe angepaßt werden müssen, was für die nachfolgenden Sonderfälle geschehen mag.

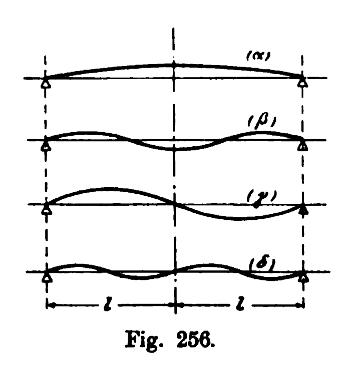


Fig. 256.

α) **Die beiderseits frei aufliegende Welle** von der Länge $2l$ wird sich offenbar entweder so verbiegen, daß, wie Beispiele α, β in Fig. 256 zeigen, die elastische Linie in bezug auf die Mittelsenkrechte symmetrisch bleibt, oder aber so, daß, wie γ, δ darstellen, die elastische Linie in bezug auf die Mitte der Lagerdistanz zentrisch-symmetrisch wird, wobei freilich e_0 verschwindend klein gedacht ist.

Im ersten Falle muß y in Formel (5), wenn wir die Abszisse von der Wellenmitte aus zählen, eine gerade, im zweiten eine ungerade Funktion von x werden, beide Male tritt als weitere Bedingung die Forderung hinzu, daß für $x = l$ sowohl $y = 0$ als auch das biegende Moment, d. h. gemäß Gl. (3) $d^2 y : d x^2 = 0$ sein muß.

Für die gerade Funktion muß also y für ein beliebiges positives x gleich sein dem y für ein gleich großes, aber negatives, x. d. h.

$$a e^{kx} + a' e^{-kx} + b \cos kx + b' \sin kx - e_0 \equiv a e^{-kx} + a' e^{+kx} + b \cos(-kx) + b' \sin(-kx) - e_0$$

oder $(a - a')(e^{kx} - e^{-kx}) + 2b' \sin kx \equiv 0$, welche Gleichung für beliebige Werte von x nur erfüllt werden kann, wenn $a - a' = 0$, $b' = 0$ ist. Es vereinfacht sich daher der Ausdruck von y auf

$$y = a(e^{kx} + e^{-kx}) + b \cos kx - e_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5a)$$

Die Bedingung, daß dy/dx für $x = 0$ verschwinden muß, ist bei der geraden Funktion von selbst erfüllt, sobald sie stetig ist, weil dann die Tangenten im Nullpunkt keinen Knick bilden dürfen.

Es bleiben daher nur die schon erwähnten Forderungen $y = 0$ für $x = l$ und $d^2 y : d x^2 = 0$ für $x = l$, oder ausgeschrieben $a(e^{kl} + e^{-kl}) + b \cos kl - e_0 = 0$, $a(e^{kl} + e^{-kl}) - b \cos kl = 0$; hieraus folgt für die Konstanten a, b:

$$a = \frac{e_0}{2(e^{kl} + e^{-kl})}, \quad b = \frac{e_0}{2 \cos kl} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

mithin die Durchbiegung unendlich, falls $\cos kl = 0$

oder

$$kl = \frac{\pi}{2} \ldots \frac{3\pi}{2} \ldots \frac{5\pi}{2} \ldots$$

Digitized by Google

Für die ungerade Funktion erhält man in ähnlicher Weise

$$a' = -a, \quad b = 0, \quad a = \frac{e_0}{2(e^{kl} - e^{-kl})}, \quad b' = \frac{e_0}{2 \sin kl} \quad . \quad . \quad . \quad (7a)$$

also wieder kritische Umlaufzahlen, falls

$$kl = \frac{2\pi}{2}, \quad \frac{4\pi}{2}, \quad \frac{6\pi}{2}, \ldots .$$

Es gibt mithin eine endlose Anzahl kritischer Werte kl, welche sich wie $1:2:3:4: \ldots .$ zueinander verhalten. Da nun gemäß Gl. (6) ω zu k^2 proportional ist, folgt, daß sich die kritischen Geschwindigkeiten selbst verhalten wie

$$1 : 2^2 : 3^2 : 4^2 : \ldots .$$

Insbesondere finden wir den niedrigsten Wert derselben mit $kl = \frac{\pi}{2}$ zu

$$\omega_k = \sqrt{\frac{\pi^4 JE}{16 m_1 l^4}} = 3{,}489 \sqrt{\frac{JE}{M l^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

insofern wir unter M die Gesamtmasse aller Scheiben und der Welle verstehen.[1]) Umgekehrt findet sich der Wellenhalbmesser, welcher der kritischen Geschwindigkeit ω_k entspricht, zu

$$r = 0{,}5686 \sqrt[4]{\frac{M l^3 \omega_k^2}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8a)$$

Es hat Interesse zu prüfen, wie rasch man sich der unendlich großen Verbiegung in der Nachbarschaft der kritischen Umlaufzahl nähert. Da sich das erste Glied in Gl. (5a) bei kleinen Unterschieden von ω nicht wesentlich ändert, betrachten wir nun das zweite Glied, welches für $x = 0$ den Wert b annimmt. Nun ist allgemein nach Gl. (6) $(kl)^4 = m_1 \omega^2 l^4 / JE$, hierin aber nach Gl. (8): $m_1 l^4 / JE = (\pi^4) : (16 \omega_k^2)$, welches eingesetzt $kl = (\pi/2) \sqrt{\omega/\omega_k}$ ergibt. Für verschiedene Verhältnisse der wirklichen Winkelgeschwindigkeit zur kritischen erhalten wir hiernach folgende Zahlenwerte

$\omega/\omega_k =$	0,50	0,90	0,95	0,99	1,0	1,01	1,05	1,10
(y) für $x = 0 = b =$	$1{,}08 e_0$	$6{,}25 e_0$	$12{,}53 e_0$	$63{,}70 e_0$	∞	$-63{,}70 e_0$	$-13{,}16 e_0$	$-6{,}50 e_0$

An dieser Tabelle ersieht man, daß die Verbiegung doch auch in größerer Entfernung von der kritischen Umlaufzahl ein ziemlich starkes Vielfache der Exzentrizität e_0 ist.

β) **Die beiderseits eingespannte Welle** von der Länge $2l$ gibt ebenfalls die Möglichkeit einer bezüglich der Mittelsenkrechten und einer bezüglich des Halbierungspunktes der Lagerdistanz symmetrischen Verbiegung. Die weiteren Grenzbedingungen sind $y = 0$ und $dy : dx = 0$ für $x = l$. Es ergibt sich für y als gerade Funktion das Auftreten einer kritischen Geschwindigkeit, falls

$$\operatorname{tg}(kl) = -\operatorname{tg} h\,(kl) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

wo $\operatorname{tg} h$ die sog. hyperbolische Tangente bedeutet, für deren Werte in der „Hütte" (des Ingenieurs Taschenbuch) ausführliche Tabellen mitgeteilt sind. Die Auflösung ergibt als Wurzeln

$$kl = \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{7}{4}\pi, \quad \frac{11}{4}\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Ist y eine ungerade Funktion, so folgt

$$\operatorname{tg}(kl) = +\operatorname{tg} h\,(kl) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

mit den Wurzeln

$$kl = \frac{5}{4}\pi, \quad \frac{9}{4}\pi, \quad \frac{13}{4}\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

[1]) Hr. Wißler, leitender Ingenieur bei Sautter, Harlé & Cie. in Paris, teilte mir im Jahre 1900 mit, daß er ähnliche Formeln zum Gebrauche seines Bureaus aufgestellt habe. Erst nach dem Erscheinen der ersten Auflage gelangte zur Kenntnis des Verfassers, daß auch Dunkerley in der weiter unten besprochenen Abhandlung die hier angeführten Lösungen schon im Jahre 1895 gebracht hat. Hingegen behandelt Dunkerley das im X. Teil erörterte Sonderproblem der kritischen Umlaufzahl zweiter Art nicht.


Digitized by Google

Die kritischen Umlaufzahlen verhalten sich mithin wie

$$3^2 : 5^2 : 7^2 : 9^2 : \ldots = 1 : 2{,}8 : 5{,}4 : 9 : \ldots \quad \ldots \quad (13)$$

und die niedrigste derselben ist

$$\omega_k = \sqrt{\left(\frac{3\pi}{4}\right)^4 \frac{JE}{m_1 l^4}} = 7{,}851 \sqrt{\frac{JE}{Ml^3}} \quad \ldots \quad (14)$$

woraus der Wellenhalbmesser

$$r = 0{,}3791 \sqrt[4]{\frac{Ml^3 \omega_k^2}{E}} \quad \ldots \quad (15)$$

Setzt man voraus, daß die Welle infolge schief montierter Lager mit der geometrischen Achse stets einen kleinen Winkel einschließt, so ergibt die Rechnung auffallenderweise dieselben kritischen Geschwindigkeiten wie bei horizontaler Einspannung.

γ) **Die überhängende einseitig eingespannte Welle** ergibt mit dem in Fig. 257 eingezeichneten Koordinatensystem die Bedingungen $y = 0$ und $\frac{dy}{dx} = 0$ für $x = 0$, ferner für $x = l$, Biegungsmoment und Schubkraft $= 0$, d. h. $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$ und $\frac{d^3 y}{dx^3} = 0$, also vier Gleichungen zur Bestimmung von a, a', b, b' in Formel (5).

Wenn die Determinante der Koeffizienten in den Bedingungsgleichungen verschwindet, so ergeben sich wieder unendlich große Werte der Durchbiegung. Die Rechnung führt auf den Ausdruck

$$\cos kl\,(e^{kl} + e^{-kl}) + 2 = 0 \quad \ldots \quad (16)$$

und die kleinste Wurzel dieser Gleichung ist $kl = 1{,}875$ oder rd. $1{,}19\,\pi/2$ gegenüber $\pi/2$ im vorigen Fall; also ist mit Gl. (6) die kritische Geschwindigkeit

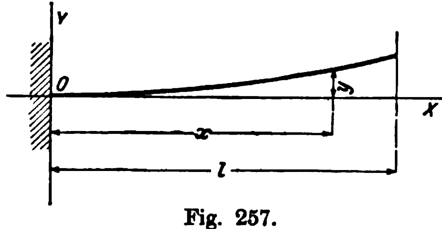


Fig. 257.

$$\omega_k = 3{,}494 \sqrt[2]{\frac{JE}{Ml^3}} \quad \ldots \quad (17)$$

oder der Wellenhalbmesser

$$r = 0{,}5683 \sqrt[4]{\frac{Ml^3 \omega_k^2}{E}} \quad . \quad (18)$$

In Wirklichkeit wird die Steifheit der Welle durch die Naben der Scheibenräder erhöht werden. Es muß der Erfahrung vorbehalten bleiben, zu ermitteln, wie groß dieser Einfluß ist, d. h. ein wie großer Teilbetrag des Trägheitsmomentes der Nabe zum Trägheitsmoment der Welle hinzugefügt werden darf.

δ) Durchbiegung durch das Gewicht der Scheiben und kritische Geschwindigkeit.

Nach der Biegungstheorie ist die Einsenkung der wagerechten Welle unter dem Einflusse des gleichmäßig verteilten Gesamtgewichtes G für die unter α, β, γ behandelten Lagerungsarten, indem wir für G der Reihe nach $2m_1 lg$, $2m_1 lg$, $m_1 lg$ setzen:

$$y_0 = \frac{5}{48}\frac{2m_1 l^4 g}{JE}, \text{ bzw. } = \frac{1}{48}\frac{2m_1 l^4 g}{JE}, \text{ bzw. } = \frac{1}{8}\frac{m_1 l^4 g}{JE}.$$

Für die tiefste kritische Umlaufzahl fanden wir in gleicher Reihenfolge

$$k^4 l^4 = \frac{m_1 \omega_k^2 l^4}{JE} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^4, \text{ bzw. } = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^4, \text{ bzw. } = \left(\frac{1{,}19\pi}{2}\right)^4.$$


Digitized by Google

Aus diesen Beziehungen können wir $m_1 l^4/JE$ berechnen, in die Formel für y_0 einsetzen, und gelangen auf die Ausdrücke

$$y_0 = \frac{1{,}275\,g}{\omega_k^2} \text{ für die frei aufliegende Welle,}$$

$$= \frac{1{,}294\,g}{\omega_k^2} \text{ ,, ,, beidseitig eingespannte Welle,}$$

$$= \frac{1{,}545\,g}{\omega_k^2} \text{ ,, ,, einseitig überhängende Welle.}$$

Diese Verbiegungen sind also durchweg stärker, als bei einer Welle mit konzentrierter Belastung und gleichem ω_k, weil die Fliehkräfte der in der Nähe der Auflager befindlichen Massen infolge kleinerer Halbmesser stark herabgesetzt werden. Die absoluten Beträge der Einsenkung sind bei langsam laufenden Turbinen (unter 1500 Uml./min) bedeutend, insbesondere wenn man die kritische Geschwindigkeit kleiner macht als die normale.

Beispielsweise wird eine frei aufliegende Welle, deren kritische Umdrehungszahl 1000 i. d. Min. beträgt, eine statische Durchbiegung $y_0 = 1{,}275 \cdot 981/104{,}5^2 = 0{,}114$ cm oder 1,14 mm aufweisen, wie kräftig sie auch sonst scheinen mag. Rechnet man die Erschütterung hinzu, die bei unvollständiger Auswuchtung auftritt, so ergibt sich ein ansehnliches Maß, um welches die Laufräder gegenüber den zentrisch bleibenden Leiträdern verschoben werden, und es erscheint fraglich, ob so tiefe kritische Drehzahlen überhaupt zulässig sind.

ε) Die glatte Welle unter dem Einflusse ihrer Eigenmasse.

Ist eine sonst unbelastete (z. B. vertikal gedachte) Welle von Anfang an verbogen, so wird sie durch die Fliehkraft weiter deformiert, und die ausgeübte elastische Gegenkraft ist hierbei der Differenz der wahren und der anfänglichen Durchbiegung proportional. Die Welle wird sich verhalten, als wäre eine ideale geradlinige Achse vorhanden, welche die elastischen Kräfte hergibt, während die Belastung durch die exzentrisch gelagerten (im übrigen frei gedachten) Massen der Welle geliefert wird. Wir können die entwickelten Formeln ohne weiteres anwenden und haben für die beidseitig frei aufliegende Welle von der Länge $2l$ in Formel (8) einzusetzen

$$M = \mu \pi r^2 2l,$$

wobei unter μ die spezifische Masse zu verstehen ist. Wir erhalten

$$\omega_k = 1{,}234 \frac{r}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\mu}} \quad \text{und} \quad r = 0{,}811\, \omega_k l^2 \sqrt{\frac{\mu}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Für die beidseitig eingespannte Welle

$$\omega_k = 2{,}776 \frac{r}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\mu}} \quad \text{und} \quad r = 0{,}360\, \omega_k l^2 \sqrt{\frac{\mu}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Für die einseitig überhängende Welle von der Länge l ist

$$M = \mu \pi r^2 l,$$

daher

$$\omega_k = 1{,}747 \frac{r}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\mu}} \quad \text{und} \quad r = 0{,}5724\, l^2 \omega_k \sqrt{\frac{\mu}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Schließlich ergibt sich für Flußeisen mit $\mu = 0{,}0078 : 981$ und $E = 2150000$ und mit Einführung der minutlichen Umdrehungszahl n in den drei Fällen



$$r = \frac{1{,}633}{10^7} l^2 n \quad \text{bzw.} \quad \frac{0{,}725}{10^7} l^2 n \quad \text{bzw.} \quad \frac{1{,}147}{10^7} l^2 n \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

r und l in Zentimetern. Beispielsweise wird für die beidseitig frei aufliegende Welle bei $n = 1500$ und $l = 100$ cm, $r = 2{,}45$ cm.

b) Einfluß der Schiefstellung der Scheiben.

Wir wollen unter Θ_1 das Massenträgheitsmoment von Scheiben und Welle pro Längeneinheit, bezogen auf eine zur elastischen Linie senkrechte Schwerpunktachse, verstehen, d. h. wir bestimmen die Summe der Trägheitsmomente der Scheiben und der in dünne Scheiben geteilt gedachten Welle und dividieren die erhaltene Summe durch die Länge der Achse.

Auf eine Länge dx entfällt dann, wenn τ die Neigung der elastischen Linie bedeutet, wie wir oben bewiesen haben, ein Fliehkraftmoment

$$\mathfrak{M}_1 dx = \Theta_1 dx \omega^2 \tau \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Das Gleichgewicht der Kräfte an dem in Fig. 258 dargestellten Wellenelement wird durch folgende Gleichungen ausgedrückt, wobei an der schräg nach oben gerichteten Schubkraft die Bezeichnung S' hinzuzudenken ist und pdx die Fliehkraft bedeuten soll.

$$\left.\begin{aligned} S' - S + pdx &= 0 \\ M' - M + Sdx - \mathfrak{M}_1 dx &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Aus (2) folgt

$$\frac{dS}{dx} = -p; \quad \frac{dM}{dx} = -S + \mathfrak{M}_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

Für den in der Figur angenommenen positiven Momentensinn gilt aber

$$JE \frac{d^2 y}{dx^2} = M$$

oder mit Rücksicht auf (2a)

$$JE \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{dM}{dx} = -S + \mathfrak{M}_1$$

und

$$JE \frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{dS}{dx} + \frac{d\mathfrak{M}_1}{dx}$$

oder schließlich, mit $\tau = dy : dx$ und indem wir die Exzentrizität $e_0 = 0$ setzen

$$JE \frac{d^4 y}{dx^4} - \Theta_1 \omega^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = p = m_1 \omega^2 y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Für eine freiaufliegende Welle von der Länge $2l$ bildet bei konstantem m_1, Θ_1, J der Ausdruck

$$y = a \cos kx$$

ein Integral und man erhält als Bedingung für k:

$$JEk^4 + \Theta_1 \omega^2 k^2 - m_1 \omega^2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

andererseits muß für eine Verbiegung nach Fig. 256, Fall α, $kl = \frac{\pi}{2}$ sein, so daß aus (4) die kritische Geschwindigkeit

$$\omega_k^2 = \frac{\pi^4 JE}{16 m_1 l^4} \frac{1}{\left(1 - \dfrac{\pi^2 \Theta_1}{4 m_1 l^2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

folgt. Auch hier bedingt also die Schiefstellung der Scheiben eine Vergrößerung von ω_k.



c) Eigenschwingung der stetig belasteten Welle und kritische Umlaufzahl.

Das Massenelement der schwingenden, beliebig belasteten Welle (Fig. 258) kann bekanntlich als im Gleichgewicht befindlich angesehen werden, wenn man zu den äußeren Kräften die d'Alembertschen Trägheitskräfte hinzufügt. Die Beschleunigung des Schwerpunktes in Richtung der y-Achse ist $\frac{d^2y}{dt^2}$, also die Trägheitskraft, die hier die Rolle der Fliehkraftbelastung pdx übernimmt:

$$-m_1 dx \frac{d^2y}{dt^2} = pdx \quad . \quad . \quad (6)$$

Die Drehung um den Schwerpunkt bedingt ein Beschleunigungsmoment

$$\mathfrak{M}_1 dx = \Theta_1 dx \frac{d^2\tau}{dt^2} \quad . \quad . \quad (7)$$

und wir müssen ein gleiches, aber entgegengesetztes Trägheits-Kraftmoment im Sinne des Uhrzeigers, hinzufügen. Die Gleichgewichtsbedingungen sind dann mit Formeln (2) und (2a) des vorigen Absatzes identisch, nur müssen wir für p und $\mathfrak{M}_1$ die Ausdrücke aus (6) und (7) einsetzen. Wir erhalten

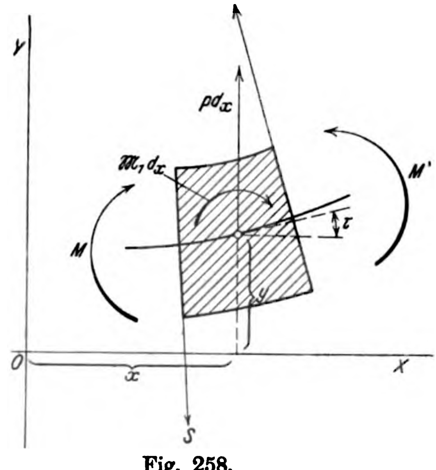


Fig. 258.

$$JE\frac{d^4y}{dx^4} - \Theta_1 \frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) = -m_1 \frac{d^2y}{dt^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Die einfachste Schwingung wird durch den Ansatz

$$y = f(x) \cos(\lambda t)$$

dargestellt, wobei $f(x)$ und λ durch Einsetzen zu ermitteln sind, und auf die Bedingungen

$$JE\frac{d^4f(x)}{dx^4} + \Theta_1 \lambda^2 \frac{d^2f(x)}{dx^2} - m_1 \lambda^2 f(x) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

führen. Diese Gleichung stimmt, bis auf das Vorzeichen von Θ_1 mit Gl. (3) des vorigen Absatzes überein, wenn wir

$$f(x) = y \quad \text{und} \quad \lambda = \omega$$

setzen. Ist Θ_1 vernachlässigbar, so wird die Übereinstimmung eine vollständige, d. h. wenn wir von der Schiefstellung der Scheiben absehen, so nimmt die elastische Linie der schwingenden Welle dieselbe Form an, wie bei der kritischen Geschwindigkeit, und die Schwingungszahl stimmt überein mit der Zahl der kritischen Umläufe pro Sekunde. Letzteres ist durch Gleichung $\lambda = \omega$ ausgedrückt.

Sowie aber die Massenträgheit bei der seitlichen Oszillation der Scheiben oder auch nur der Wellenelemente dazwischen tritt, erlischt die Gültigkeit des obigen Satzes.[1])

---

[1]) Über diesen Gegenstand hat C. Chree im Philos. Magaz., Mai 1904, eine beachtenswerte Studie veröffentlicht, die indessen, auf den allgemeinen Lagrangeschen Gleichungen und gewissen akustischen Methoden von Rayleigh fußend, tiefer reichende Kenntnisse der analytischen Mechanik voraussetzt.

Digitized by Google

92. Der Knesersche Ausgleich bei stetig belasteter Welle.

Kneser hat nachgewiesen,[1]) daß bei einer stetig belasteten Welle mit beliebig gruppierten Schwerpunkten der einzelnen Scheiben, durch geeignete Änderung der Schwerpunktsabstände (auf einem begrenzten Teil der Wellenlänge) die tiefste und beliebig viele der höheren kritische Umlaufzahlen unschädlich gemacht werden können. Diese besondere Gruppierung bringt dieselbe Wirkung hervor, wie wenn bei der Lavalschen Welle der Schwerpunkt in die Rotationsachse hereinfällt: bei der kritischen Umlaufzahl befinden sich Welle und Scheibe im indifferenten Gleichgewicht; die Unschädlichkeit dieses Ausgleiches beschränkt sich also darauf, daß die Ausschläge nicht von selbst ohne Ende zunehmen, indes ist die Welle bei der betreffenden Umlaufzahl doch mit der Besonderheit behaftet, daß sie einem Impuls z. B. einem Wasserschlag keinen Widerstand entgegensetzt.

Würde ein Impuls bei jeder Umdrehung an derselben Stelle wiederkehren, so könnte freilich die Verschiebung stark anwachsen, allein die Möglichkeit eines solchen Vorkommnisses ist im praktischen Betrieb äußerst gering.

Der allgemeine mathematische Nachweis des Kneserschen Theorems ist recht verwickelt und muß in der Originalabhandlung nachgelesen werden. Um jedoch dem Leser einen Begriff von der Möglichkeit des Ausgleiches zu geben, behandeln wir folgenden einfachen Sonderfall.

Die Schwerpunkte aller Scheiben mögen in einer Ebene liegen, die Exzentrizität e_x sei aber gemäß dem Gesetz

$$e_x = \Delta \sin \lambda x \text{ mit } \lambda = \frac{\pi}{l} \quad \ldots \quad (1)$$

veränderlich. Die Exzentrizitäten bilden also eine von $-\pi$ bis $+\pi$ reichende Sinuswelle. Mit den Bezeichnungen des Absatzes a) im vorigen Abschnitt gilt dann die Differentialgleichung

$$\frac{d^4 y}{d x^4} = k^4 (y + e_x) = k^4 y + k^4 \Delta \sin \lambda x \quad \ldots \quad (2)$$

Wir setzen $y = a_0 \sin \lambda x + z$ und erhalten

$$\frac{d^4 z}{d x^4} = k^4 z, \quad \text{sofern} \quad a_0 = \frac{\Delta k^4}{\lambda^4 - k^4} \quad \ldots \quad (3)$$

gewählt wird.

Die Auflösung von (3) ist durch Gl. (5) desselben Absatzes gegeben (bloß mit dem Unterschiede, daß $e_0 = 0$ ist), also wird

$$y = a_0 \sin \lambda x + a e^{kx} + a' e^{-kx} + b \cos kx + b' \sin kx \quad \ldots \quad (4)$$

Betrachten wir die beiderseits frei aufliegende Welle, so sind die Grenzbedingungen, daß für $x = +l$ und $x = -l$ sowohl $y = 0$ als auch das biegende Moment, d. h. $d^2 y/d x^2 = 0$ sein müssen. Aus diesen leicht aufzustellenden vier Gleichungen ergibt sich allgemein

$$a = 0 \qquad a' = 0 \qquad b \cos kl = 0 \qquad b' \sin kl = 0.$$

Die Auslenkung bleibt also im allgemeinen auf das erste Glied beschränkt und ist endlich. Wenn hingegen eine der kritischen Umlaufzahlen erreicht wird, d. h. wenn entweder $\cos kl = 0$ oder $\sin kl = 0$ ist, so ist entweder $b = 0/0$ oder $b' = 0/0$, d. h. beliebig, und neben $a_0 \sin \lambda x$ kann noch ein Kosinus- oder Sinusglied mit beliebiger Amplitude als mögliche Verbiegung hinzutreten. Bei der tiefsten kritischen Umlaufzahl, d. h. $kl = \pi/2$, ist nach (3a)

$$a_0 = \frac{\Delta \left(\frac{\pi}{2l}\right)^4}{\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \left(\frac{\pi}{2l}\right)^4}$$

endlich, daher ist diese Umlaufzahl ungefährlich. Bei der zweiten kritischen Geschwindigkeit ist $kl = \pi$, daher

$$a_0 = \frac{\Delta \left(\frac{\pi}{l}\right)^4}{\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 - \left(\frac{\pi}{l}\right)^4} = \infty,$$

und diese Geschwindigkeit bleibt nach wie vor gefährlich. Bei allen folgenden ist kl größer, also a_0 endlich, alle übrigen sind ungefährlich.

---

[1]) Zeitschr. f. Math. u. Phys. 1904, S. 264.

Digitized by Google

Hier ist also eine Anordnung der Schwerpunkte vorhanden, bei welcher nur die zweite kritische Umlaufzahl ihre Bedeutung beibehielt. Machten wir λ einem Vielfachen von π/l gleich, so wäre eine ganze Reihe der tieferen kritischen Umlaufzahlen unschädlich gemacht.

Die Ableitungen Knesers sind sicher auf allgemeinere Fälle mit ungleichen Scheiben und veränderlichem Wellendurchmesser übertragbar, und erklären uns, warum in der Praxis bei einzelnen Ausführungen eine kritische Umlaufzahl überhaupt nicht feststellbar war: Die Scheibenschwerpunkte der betreffenden Turbinen haben zufällig die Knesersche Gruppierung angenommen. Es wäre freilich auch denkbar, daß alle Exzentrizitäten genau $= 0$ waren, ist aber weit weniger wahrscheinlich.

93. Graphische Behandlung bei beliebiger Verteilung der Massen und beliebig veränderlicher Wellenstärke.

Da die Rechnung bei veränderlichen Scheibengrößen oder Wellendruckmessern undurchführbar oder sehr umständlich wird, so ist es ein wahres Glück, daß wir die allgemeine Aufgabe auf graphischem Wege, wenn auch nur in Form einer planmäßigen Annäherung, lösen können.[1]) Wir setzen die gründliche Kenntnis des Mohrschen Satzes zur Bestimmung der elastischen Linie eines gebogenen Balkens voraus und schlagen folgenden Weg ein.

Eine Welle mit beliebiger Lagerung sei durch die zur Balkenachse senkrechten Kräfte $P_1, P_2, \ldots$ belastet, welche an ihren Angriffspunkten die Durchbiegungen $y_1, y_2, \ldots$ hervorrufen. Werden alle Kräfte P auf das k-fache ihres Betrages gebracht, so wachsen auch die Durchbiegungen auf das k-fache. Die Welle trage eine Anzahl Massen, deren Schwerpunkte je in das Wellenmittel hereinfallen; die Kräfte P seien die Fliehkräfte, welche durch die Massen entwickelt werden, wenn die Welle rotiert und um die Beträge $y_1, y_2, \ldots$ ausgelenkt wird. Solange die Winkelgeschwindigkeit ω klein ist, sind die Fliehkräfte ungenügend, um die Welle durchzubiegen; erst bei der kritischen Umlaufzahl besteht Gleichgewicht zwischen Fliehkräften und den elastischen Kräften. Ist dies für eine Gruppe von Auslenkungen $y_1, y_2, \ldots$ der Fall, **so trifft es auch für das k-fache hiervon zu,** denn mit der Vergrößerung von y wachsen im gleichen Verhältnis auch die P, oder kurz ausgedrückt: **die Welle befindet sich bei der kritischen Umlaufzahl für jede Auslenkung im indifferenten Gleichgewicht.**

Dasselbe ist der Fall, wenn wir die durch Schiefstellung der Scheiben erzeugten Fliehkraftmomente $\mathfrak{M} = \Theta \omega^2 \tau$ berücksichtigen, wo τ die Neigung (trigonometrische Tangente) der elastischen Linie ist, da zwischen ω^2 und τ Proportionalität besteht.

Das Verfahren besteht darin, daß wir die elastische Linie der in ihren Abmessungen gegebenen Welle probeweise so aufzeichnen, daß den Bedingungen der Lagerungsart entsprochen wird. Besonders einfach ist der Fall freier Stützung in zwei Lagern. Zunächst werden mit einer willkürlichen Winkelgeschwindigkeit ω aus den angenommenen Durchbiegungen $y_1, y_2, \ldots$ und den Tangenten $\tau_1, \tau_2, \ldots$ die Fliehkräfte $P_1, P_2, \ldots$ und die Momente $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots$ berechnet.

Läßt man letztere weg, so ist die kritische Umlaufzahl niedriger, wir erhalten die untere Grenze derselben. Das Verfahren wird in sich einheitlich, wenn wir die Momente durch Kräftepaare $P_1 a_1, P_2 a_2, \ldots$ ersetzen, deren Arme a_1, a_2 man willkürlich aber klein (etwa gleich der halben Nabenlänge) wählt und die Kräfte

---

[1]) Eine Methode gleicher Art wurde angewendet von Vianello, um Knickungsaufgaben zu lösen, und Delaporte beschreibt ein verwandtes Verfahren in „Revue de mécanique“ 1903, Bd. XII, S. 517.



$+P_1 - P_1$ im Abstande $+a_{1/2}, -a_{1/2}$ von der Scheibenmittelebene an der Welle senkrecht angreifen läßt.

Aus den Kräften ergibt sich mit Hilfe des „Kräftepolygons" das „Seilpolygon", und durch dessen Schlußlinie die Biegungsmomentenfläche, deren Ordinaten mit der Poldistanz H des Kräftepolygons (die im Kräftemaßstabe gemessen wird) vermehrt das Biegungsmoment M liefern. Nun muß man am Element $\varDelta l$ der Wellenlänge die Größe $M \varDelta l = \varDelta \Phi$ als „Kraft" angreifend denken, und ein zweites Kraftpolygon der $\varDelta \Phi$ mit der Poldistanz JE entwerfen, wo J das Trägheitsmoment des Wellenquerschnittes bedeutet. Ist J veränderlich, so greift man ein mittleres J_0 heraus und multipliziert jedes Moment mit dem Verhältnisse J_0/J, so daß $J_0 E$ als für alle Teile konstante Poldistanz benützt werden darf. Um übrigens eine deutliche Zeichnung zu erhalten, muß man statt $J_0 E$ die Poldistanz $J_0 E/n$ wählen, wo n eine große Zahl ($10^3, 10^4, \ldots$) ist, so daß die Ordinaten des nun zu konstruierenden zweiten Seilpolygons n-fach vergrößert herauskommen.

Das zweite Seilpolygon ist die wahre elastische Linie, die den angenommenen Belastungskräften entspricht. Ihre Ordinaten $y_1', y_2', \ldots$ werden sich von den ursprünglich angenommenen Werten unterscheiden. Wir können indes einen davon, z. B. den in der Mitte der Lagerentfernung, dessen Wert y_m' sei, mit dem ursprüngsprünglichen Wert y_m (der etwas größer als y_m' sein mag) in Übereinstimmung bringen, indem wir statt ω die neue Geschwindigkeit

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{y_m}{y_m'}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

angewendet denken, weil hierdurch alle Kräfte im Verhältnis $y_m : y_m'$ vergrößert werden. Vergrößern wir auch die übrigen Ordinaten im Verhältnis $\omega'^2 : \omega^2$, so müßte die so erhaltene „korrigierte" elastische Linie mit der angenommenen übereinstimmen, wenn wir schon das erste Mal richtig geraten hätten. In diesem Falle wäre ω' die kritische Geschwindigkeit. In Wahrheit werden die beiden Linien abweichen, und wir müssen das Verfahren wiederholen, indem wir nun die vorhin „korrigierte" elastische Linie als zweite Annahme gelten lassen. Die zweimalige Wiederholung pflegt im allgemeinen zu genügen.

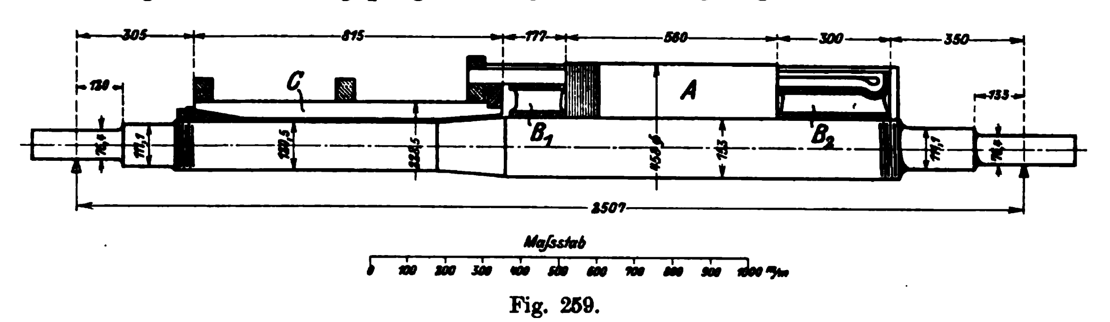


Fig. 259.

Zahlenbeispiel. Scheinbarer Widerspruch mit der Theorie.

Die in Fig. 259 dargestellte Ankerwelle einer Gleichstrommaschine hat folgende Gewichte zu tragen

Ankerbleche	438 kg
Kupferwicklung	242 „
Stütztrommeln hierzu . .	204 „
Kommutator (kompl.) . .	282 „
Welle	288 „
Insgesamt	1454 kg

Wir denken uns die Massen der Welle und der Kupferwicklung zu den auf der Welle sitzenden Teilen im Verhältnis zugeschlagen und die Masse des Kommutators in zwei Komponenten zerlegt, die je in den Stützflächen konzentriert sind.

Digitized by Google

Hierauf zeichnen wir die in Fig. 259a als „angenommen“ bezeichnete Durchbiegung, die wir zur Grundlage des näher zu erläuternden Entwurfes unter folgender Voraussetzung machen wollen.

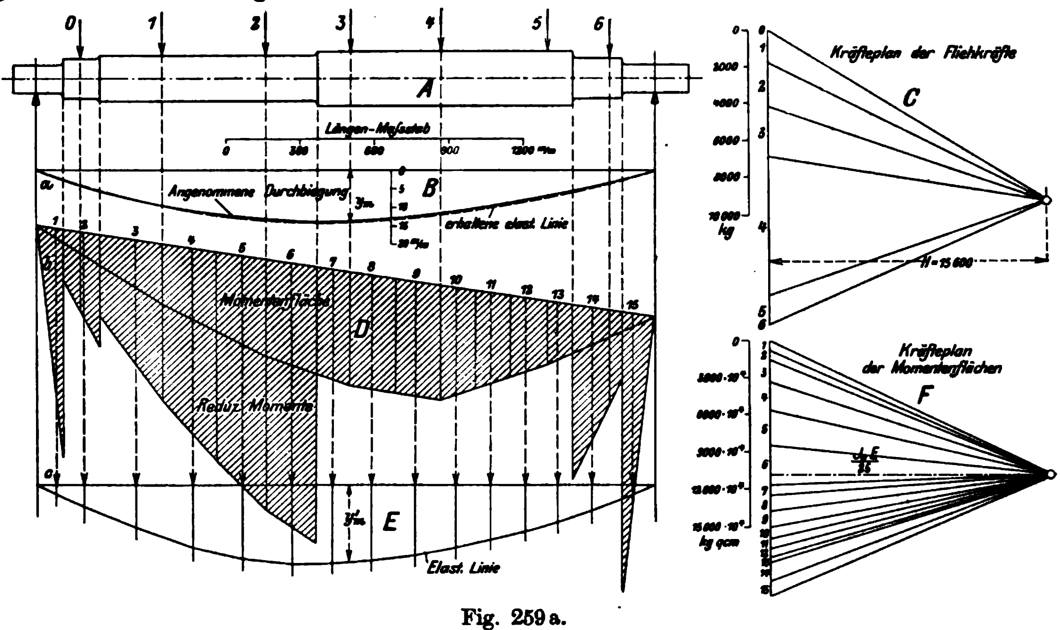


Fig. 259a.

I. Die Welle ist frei biegsam,

d. h. wir sehen von der versteifenden Wirkung der Armaturteile ab.

Wir messen die angenommene Durchbiegung am besonders angegebenen Vertikalmaßstab B und nehmen als vorläufige Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 100$$

an. Es ergeben sich folgende Fliehkräfte:

Angriffspunkt	0	1	2	3	4	5	6
Angenommene Durchbiegung y . cm	0,39	0,98	1,31	1,37	1,14	0,65	0,31
Konzentriertes Einzelgewicht . . kg	18,8	174,6	174,6	195	641	226,4	23,5
Masse $m = G/g$ . . . . kg/cm/sek²	0,0192	0,178	0,178	0,199	0,636	0,230	0,024
Fliehkraft $m y \omega^2$ . . . . kg	74,9	1741	2335	2720	7450	1498	74,5

Nun wird das Kräftepolygon C konstruiert, dessen Polabstand im angenommenen Maßstab $H = 15000$ kg bedeutet, worauf als Seilkurve das Momentenpolygon D entsteht. Um für alle Teile das gleiche Trägheitsmoment benutzen zu können, reduzieren wir die Ordinaten der Momentenfläche im Verhältnisse J_0/J, wo J_0 das Trägheitsmoment des mittleren Wellenteiles (A), J dasjenige des jeweiligen Schnittes bedeutet. Diese neue Momentenfläche wurde in 15 Teile geteilt und deren Flächeninhalt bestimmt. Zu diesem Behufe ist die mittlere Höhe h des jeweils entstehenden Trapezes in wahrer Länge mit dem Polabstand H zu multiplizieren (man muß daher h im beigegebenen Maßstab der Längen ausmessen), wodurch man das reduzierte Moment M erhält. Nun werden ebenso die jeweilige Breite Δx in wahrer Größe abgenommen (d. h. am Längenmaßstab in cm gemessen) und die Momentenflächen $F = M \Delta x$ in kgcm² gewonnen Diese sind im Kräfteplan der Momentenflächen (F) summiert, worauf mit dem Polabstand $J_0 E/25$, welche Größe im gleichen Maßstab wie die F abzutragen ist, die elastische Linie als Seilpolygon entworfen wird. Man erhält folgende Zahlenbeträge:

Nummer d. Momentenflächenabschnittes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Wellendurchmesser mm	76,4	111,1	120,55				153,0						111,1		76,4
Trägheitsmomente cm⁴	167	746	1037				$2682 = J_0$						746		167
Reduzierte Momentenfläche F in $\frac{\text{kgcm}^2}{10^7}$	0,802	0,681	1,817	2,330	2,804	3,160	0,901	1,257	1,250	0,900	0,770	0,645	0,354	1,486	1,222

Digitized by Google

Mit $J_0 = 2682$ und $E = 2{,}125 \cdot 10^6$ ist $J_0 E = 570 \cdot 10^7$ kgcm² und infolge der Verkleinerung auf $J_0 E/25$ erscheinen die Ordinaten der elastischen Linie 25 mal vergrößert. Vergleichen wir zunächst die Form der elastischen Linie E mit der Annahme B durch ähnliches Umzeichnen, so zeigt sich, daß die beiden fast vollkommen übereinstimmen, so daß eine Wiederholung des Verfahrens entbehrlich wird. Nun ist indes beispielsweise in der Mitte, im Längenmaßstabe, ausgemessen $y_m' = 307$ mm, also in Wahrheit $= 307/25 = 12{,}3$ mm, während das ursprüngliche (im vertikalen Sondermaßstabe gemessene) $y_m = 13{,}5$ mm gewesen ist. Wir müssen demnach die Fliehkräfte vergrößern, d. h. eine Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_k = 100 \sqrt{\frac{13{,}5}{12{,}3}} = 104{,}8$$

wählen, was die kritische Umlaufzahl

$$n_k = \text{rd. } 1000 \text{ i. d. Min.}$$

ergibt.

Der Konstrukteur des Ankers, Herr J. C. Macfarlane von Chelmsford in England, teilt mir nun in dankenswerter Weise mit, daß die Erprobung des Ankers auf eine kritische Umlaufzahl von 2600—2900 i. d. Min. führte, was einen **Widerspruch der Theorie mit der Wirklichkeit zu bedeuten scheint.** Sobald man indessen die versteifende Wirkung des Ankers und des Kommutators in Betracht zieht, verschwindet dieser Widerspruch vollständig, wie durch nachstehende Untersuchung nachgewiesen wird.

II. Versteifende Wirkung des Ankers.

Von Herrn Macfarlane wird mir weiter mitgeteilt, daß die Ankerscheiben und Stütztrommeln zusammen ausgebohrt und in vorgewärmtem Zustande auf die Welle mit etwa 1,5 t hydraulischem Druck aufgepreßt wurden. Das gleiche war mit dem Kommutator der Fall, dessen Lamellen mit den radialen Zuführungsstäben ein Stück bilden und nach Verbindung mit der Wicklung durch einen weiteren Schrumpfring zusammengepreßt wurden.

Obschon die angegebene axiale Pressung nur kleine Druckspannungen auf den Quadratzentimeter erzeugt, so daß der Anker bei nicht sehr großen Biegungsmomenten zu klaffen anfangen

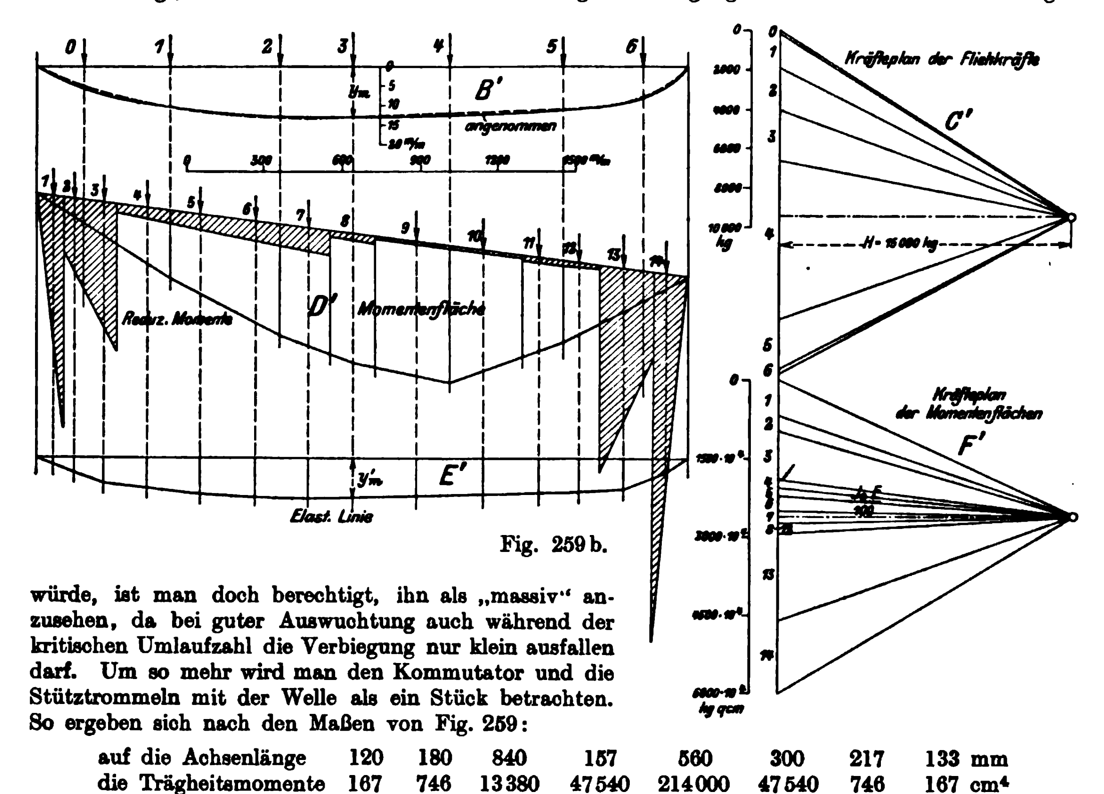


Fig. 259 b.

würde, ist man doch berechtigt, ihn als „massiv“ anzusehen, da bei guter Auswuchtung auch während der kritischen Umlaufzahl die Verbiegung nur klein ausfallen darf. Um so mehr wird man den Kommutator und die Stütztrommeln mit der Welle als ein Stück betrachten. So ergeben sich nach den Maßen von Fig. 259:

auf die Achsenlänge	120	180	840	157	560	300	217	133	mm
die Trägheitsmomente	167	746	13380	47540	214000	47540	746	167	cm⁴

Die auf Grund einer Vorprobe nach Fig. 259b im Mittelverlauf steifer angenommene elastische Linie, deren Ordinaten im beigefügten Vertikalmaßstab zu messen sind, führen auf die ähnlich zu berechnenden Fliehkräfte, die im Kräfteplan C' summiert wurden und die Momentenfläche D' ergeben

Digitized by Google

haben. Während diese sich von der obigen wenig unterscheidet, tritt bei der reduzierten Momentenfläche der Einfluß der Versteifung sehr augenfällig zutage. Indem wir das gleiche J_0 wie vorhin zur Umrechnung benutzen, verschwindet die Momentenfläche im mittleren Bereiche der Welle fast ganz, und nur die Wellenenden liefern noch Beiträge zur Biegung. Daher denn auch die neue elastische Linie E' in der Mitte ganz flach verläuft. Die Übertragung derselben in die Figur B' (punktiert) zeigt, daß auch hier die Übereinstimmung genügt. Nun war ursprünglich angenommen $y_m = 13{,}1$ mm, in E' ergab sich (im Längenmaßstabe gemessen) $y_m' = 150$ mm, oder in Wahrheit, da wir mit $J_0E/100$ statt mit J_0E konstruiert haben, $y_m' = 1{,}5$ mm, und wir müssen die Winkelgeschwindigkeit von $\omega = 100$ erhöhen auf

$$\omega_k = 100\sqrt{\frac{13{,}1}{1{,}5}} = 296, \text{ woraus } n_k = 2820 \text{ i. d. Min.}$$

folgt. Dieses Ergebnis steht mit dem Versuch in gutem Einklang und beweist, daß unsere Anschauung über die versteifende Wirkung der Ankerbestandteile den Tatsachen entspricht. Man vermutete ursprünglich, daß diese hohe Umlaufzahl die zweite kritische Geschwindigkeit der Welle bildet, wir sehen indes, daß die Abweichung der Wirklichkeit gegen die schematische Rechnung mit frei biegsamer Welle auf natürliche Weise aufgeklärt werden kann.

94. Die Formel von Dunkerley.

Das graphische Verfahren kann auch auf die in mehr als zwei Lagern gestützte „stetige" Welle ausgedehnt werden, ist indessen sehr umständlich. Es muß deshalb sehr begrüßt werden, daß es Dunkerley[1] in einer groß angelegten theoretischen und experimentellen Untersuchung gelungen ist, eine einfache empirische Formel aufzustellen, die für verwickelte Verhältnisse paßt.

Es sei auf einer gewichtslos gedachten Welle an bestimmter Stelle eine Scheibe von der Masse m_1 befestigt. Ihre kritische Geschwindigkeit ω_1 genügt der Gleichung

$$m_1\,\omega_1^2 = \alpha \quad \dots \dots \quad (1)$$

Nun werde m_1 entfernt und eine andere Scheibe von der Masse m_2 an gleicher Stelle befestigt, dann gilt

$$m_2\,\omega_2^2 = \alpha \quad \dots \dots \quad (2)$$

Für eine dritte Scheibe, deren Masse m die Summe $m_1 + m_2$ ist, erhalten wir

$$(m_1 + m_2)\,\omega^2 = \alpha \quad \dots \dots \quad (3)$$

oder indem wir m_1, m_2 aus (1) und (2) einsetzen

$$\omega^2 = \frac{\alpha}{\dfrac{\alpha}{\omega_1^2} + \dfrac{\alpha}{\omega_2^2}}; \quad \text{also} \quad \omega = \frac{\omega_1\,\omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}} \quad \dots \dots \quad (4)$$

Die resultierende Geschwindigkeit ist mithin kleiner als jedes der ursprünglichen ω_1, ω_2.

Nun fand Dunkerley auf experimentellem Wege, daß diese einfache Formel mit großer Annäherung überall da zutrifft, wo zwei beliebige Belastungszustände vereint auftreten. Beispielsweise sei eine beliebig gelagerte Welle gegeben, deren kritische Geschwindigkeit, wenn sie für sich allein rotiert, ω_1 sein möge. Auf diese Welle werde ein Rad an beliebiger Stelle aufgekeilt, und es möge ω_2 diejenige kritische Geschwindigkeit bedeuten, die sich einstellt, wenn wir von der Masse der Welle selbst absehen. Die in Wirklichkeit sich einstellende kritische Geschwindigkeit, die den vereinten Einfluß von Welle und Scheibe zum Ausdruck bringt, wird nun nach Dunkerley wieder durch Formel (4) ausgedrückt.

Wenn wir, nachdem Rad I demontiert worden ist, ein zweites Rad II an anderer Stelle aufkeilen, so möge, wenn die Welle wieder gewichtslos gedacht

[1]) Philos. Transact. of the Royal Soc. London. Bd. 185. Jahrg. 1895. S. 270 u. f.

Digitized by Google

wird, die theoretische Geschwindigkeit ω_3 sein. Bringen wir sowohl I als auch II auf, so ergibt das Experiment als wirkliche kritische Geschwindigkeit

$$\omega_0 = \frac{\omega_1 \, \omega_2 \, \omega_3}{\sqrt{\omega_2^2 \, \omega_3^2 + \omega_3^2 \, \omega_1^2 + \omega_1^2 \, \omega_2^2}} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

oder es ist wenigstens die Abweichung der Wirklichkeit von dieser Zahl nach Dunkerley nicht größer als einige Prozente.

Die Formeln sind auch für den Fall gültig, daß die Scheiben *I*, *II* auf verschiedenen Feldern einer mehrfach gelagerten Welle aufgekeilt werden. Formel (5) entsteht übrigens auch, indem man ω_1, ω_2 gemäß Gl. (4) kombiniert, und die resultierende Geschwindigkeit ω_0 aus dem so berechneten ω und ω_3 wieder gemäß Formel (4) ermittelt. Aus dieser Bemerkung folgt, daß das resultierende ω_0 kleiner ist als irgendeines der Bestandteile ω_1, ω_2, ω_3.

95. Versuche über die kritische Geschwindigkeit glatter und belasteter Wellen.

Die ausgedehnteste Versuchsreihe verdanken wir Dunkerley, der sich einer 6,3 mm dicken, 950 mm langen Welle bediente. Die Welle wurde je nach Umständen in 2, 3, 4 Lagern gestützt und durch Scheibchen von 76 bzw. 89 mm Durchmesser und etwa 55 bzw. 123 g Gewicht belastet. Die Übereinstimmung der einfachen Fälle mit der Theorie war nahezu vollkommen. Die empirische Formel ergab, wie oben erwähnt, bis auf einige Prozente genaue Ergebnisse.

Die Föpplsche Formel wurde um die gleiche Zeit durch Klein[1]) experimentell geprüft und erwies sich ebenfalls vollkommen zutreffend.

Ohne von der Arbeit Dunkerleys Kenntnis gehabt zu haben, unternahm auch der Verfasser Versuche mit glatten und stetig belasteten Wellen, welche, obwohl mit primitiven Hilfsmitteln unternommen, der Mitteilung deshalb wert sind, weil sie bei bedeutend höheren Umlaufzahlen durchgeführt wurden als von Dunkerley, und weil die kritischen Umlaufzahlen höherer Ordnung beobachtet wurden, die bei Dunkerley fehlen.

Die aus Kaliber-Rundstahl von 8,5 und 3,5 mm Durchmesser angefertigten dünnen Wellen wurden unmittelbar mit der Laufradwelle einer Laval-Turbine im Maschinenlaboratorium des Eidgenössischen Polytechnikums verbunden, wodurch die Möglichkeit gegeben war, Umlaufzahlen bis zu 25000 in der Minute zu erreichen. Durch eine Bremse auf der Zahnradwelle ließ sich die Geschwindigkeit sehr bequem regeln. Die Lagerung erfolgte in 56 mm langen Büchsen, in welchen man die Wellen als nahezu „eingespannt" ansehen kann. Im übrigen bestand das Fundament bloß aus einem Holzpfosten, der auf einer Balkenunterlage aufruhte. Damit die Welle nicht brach, wurde der größte Ausschlag durch Führung auf etwa 10 mm im Radius beschränkt. Schon der erste Versuch erbrachte den Beweis für die Existenz der höheren kritischen Geschwindigkeiten. Die anfänglich nur etwa 1 mm schlagende Welle zeigt bei einer Steigerung der Geschwindigkeit unruhigen Lauf; in der Nähe der kritischen Zahl biegt sie sich aus und beginnt in der Führung stark zu streifen. Kaum hat man die kritische Zahl überholt, streckt sie sich gerade, und vom anfänglichen „Schlagen" ist nichts wahrzunehmen. Erhöht man die Geschwindigkeit, so wird unter gleichen Erscheinungen die zweite kritische Umdrehungszahl erreicht, mit einem Knoten in der Lagermitte, daraufhin die dritte, mit zwei Knoten, und so fort.

Die Kaliberstähle waren übrigens so homogen und gut ausgerichtet, daß die Welle bei der zweiten und den höheren kritischen Umlaufzahlen die Führungen nicht berührte, d. h. der Ausschlag unterhalb 10 mm radialer Weite blieb.

In folgender Zusammenstellung sind als „kritische" Umlaufzahlen diejenigen angegeben, bei welchen der Druck auf die Führung oder das Erzittern des Gestelles der Schätzung nach sein Maximum erreichte.

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1895, S. 1192.

Digitized by Google

1. **Glatte Welle**, 8 mm Durchmesser, $l = 640$ mm, einseitig überhängend.

Kritische Umlaufzahl pro Min. theoretisch rd.	850	5400	15000	29500
„ „ beobachtet rd.	800	5000	14000	23000
Verhältnis theoretisch	1 :	6,3 :	17,6 :	43,6
„ beobachtet	1 :	6,2 :	17,4 :	29

2. Glatte Welle, 8 mm Durchmesser, $l = 450$ mm, einseitig überhängend.

Kritische Umgangszahl pro Min. theoretisch	1730	11000
„ „ „ „ beobachtet	1600	10300
Verhältnis theoretisch	1 :	6,3
„ beobachtet	1 :	6,4

3. Glatte Welle, 8 mm Durchmesser, $2l = 860$ mm, beidseitig eingespannt.

Kritische Umgangszahl pro Min. theoretisch	2980	8300	16200
„ „ „ „ beobachtet	2700	4800	12000
Verhältnis theoretisch	1 :	2,8 :	5,4
„ beobachtet	1 :	1,8 :	4,4

4. Glatte Welle, 3,5 mm Durchmesser, $2l = 536$ mm, beidseitig eingespannt.

Kritische Umgangszahl pro Min. theoretisch	3690		9400		18400
„ „ „ „ beobachtet	3200	(5200) (Unruhe)	8200	(9500) (Unruhe)	17000
Verhältnis theoretisch	1 :		2,8 :		5,4
„ beobachtet	1 :	(1,6) :	2,55 :	(2,95) :	5,3

Diese dünne Welle zeigt schwache Erzitterungen („Unruhe") auch bei theoretisch nicht motivierten Umlaufzahlen, was auf Grund später gemachter Erfahrungen auf ungenaue Montierung zurückzuführen ist.

5. Besonderes Interesse bot eine Welle von 8 mm Durchmesser, die 20 Schmiedeeisenscheiben von je 180 mm Durchmesser, 2 mm Dicke vom Gesamtgewicht 8,93 kg in gleichen Abständen verteilt trug, 860 mm lang, beidseitig eingespannt war und eine vielstufige Gleichdruckturbine zu veranschaulichen hatte. Es war die

kritische Umlaufzahl pro Min. theoretisch	580	1620	3160	5250
„ „ „ „ beobachtet	500	1300	2800	(7000?)
Verhältnis theoretisch	1 :	2,8 :	5,4 :	9
„ beobachtet . . . , ...	1 :	2,6 :	5,6 :	(16?)

Nachdem zum Schluß nur eine einzige Führung in der Mitte stehen gelassen wurde, nahm die Welle bei der zweiten kritischen Umlaufzahl eine immer geschweiftere S-Krümmung an, bis sie plötzlich vollends verbogen wurde, zum Beweis, daß ein Bruch in der Tat, der Theorie gemäß, erfolgt.

Überblickt man diese Zahlen, so zeigt sich die beobachtete kritische Geschwindigkeit durchweg kleiner als die theoretische, während das Verhältnis der Umlaufzahlen verschiedener Ordnung mit dem theoretischen leidlich übereinstimmt. Der Grund der ersten Abweichung dürfte im Mitschwingen des bei meinen Versuchen sehr leichten, unvollkommenen Widerlagers liegen. In der Tat ist die Abweichung bei der schwersten Welle (Nr. 5) die größte. Es wird Aufgabe weiterer Versuche sein, den Unterschied vollends aufzuklären.

Ganz allgemein kann ausgesprochen werden, daß der Lauf der Wellen, insbesondere auch des vielstufigen Modelles Nr. 5, unmittelbar nach dem Überschreiten der kritischen Umlaufzahl ruhiger ist als unterhalb. Hiermit soll aber keineswegs die Wahl einer niedrigen kritischen Umlaufzahl empfohlen werden, da die große Praxis im Gegenteil das Bestreben zeigt, mit hohen über der Umlaufzahl des Betriebes gelegenen Geschwindigkeiten, oder, wie man sich auszudrücken pflegt, mit starren Wellen zu arbeiten. Wir haben in der statischen Verbiegung unter dem Eigengewicht einen wichtigen Grund kennen gelernt hohe kritische Umlaufzahlen anzuwenden. Bei 3000 Umdr. i. d. Min. ist man freilich oft gezwungen unter der normalen Umlaufzahl zu bleiben. Ganz verderbliche Wirkungen treten auf, wenn die kritische und die normale Umlaufzahl nahezu zusammenfallen, wovor nicht genug gewarnt werden kann.

Digitized by Google

Um sicher zu gehen, muß man vom kritischen Wert in der einen oder der anderen Richtung genügend weit entfernt bleiben. Die Ausschläge, die im kritischen Punkt unendlich werden, nehmen je nach der Lagerungsart und Belastung schon vorher und nachher merkliche Beträge an.

Einfluß von Torsionsschwingungen auf die kritische Geschwindigkeit.

Sobald auf einer Welle zwei oder mehr Räder befestigt sind, werden die Biegungsschwingungen infolge unvollkommener Auswuchtung auch Torsionsschwingungen zur Folge haben, auf die wir bis jetzt keine Rücksicht genommen haben. Insbesondere bei Schiffsturbinen mit der langen, elastischen Wellenleitung zwischen Schraube und Turbine, aber auch beim Antrieb von Dynamomaschinen kann die Torsionsschwingungszahl innerhalb der normalen Umlaufzahl gelegen sein.

Die rechnerische Behandlung ist mit großen Schwierigkeiten verbunden, die unseres Wissens einwandfrei noch nicht gelöst worden sind. Wir haben daher vorgezogen einen Versuch zu veranstalten, um zu sehen, welche Wirkung eine künstlich hervorgerufene Torsionsschwingung haben werde.

Eine Schmiedeisenscheibe von 190 mm Durchmesser, 16 mm Dicke wurde in der Mitte eines 750 mm betragenden Feldes auf eine Stahlwelle von 15 mm Durchmesser befestigt; ein Nachbarfeld von ebenfalls 750 mm Spannweite blieb leer, die Welle wurde mit der Überdruckturbine unseres Laboratoriums gekuppelt. Bezeichnet Θ_1 das Massenträgheitsmoment der Turbine, Θ_2 dasjenige der Scheibe, $\varphi_1 \varphi_2$ die Drehwinkel von einer festen Ebene aus gerechnet, J_p das polare Trägheitsmoment der Welle, G den Schubmodul, l die Wellenlänge zwischen Scheibe und Turbine, und wenn durch Striche die Ableitungen nach der Zeit angedeutet werden, so lauten die Bewegungsgleichungen der beiden Massen:

$$\varphi_1'' = -\frac{M}{\Theta_1}; \qquad \varphi_2'' = +\frac{M}{\Theta_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

wo M das von der Welle ausgeübte Drehmoment ist, für das wir aus dem Ausdruck des Verdrehungswinkels $\varphi_1 - \varphi_2 = M l / J_p G$ den Wert $M = J_p G (\varphi_1 - \varphi_2)/l$ ableiten. Ziehen wir die zweite der Gl. (1) von der ersten ab und bezeichnen wir $\varphi_1 - \varphi_2$ mit φ, so entsteht

$$\varphi'' = -M\left(\frac{1}{\Theta_1} + \frac{1}{\Theta_2}\right) = -k^2 \varphi, \quad \text{worin } k^2 = \frac{J_p G}{l}\left(\frac{1}{\Theta_1} + \frac{1}{\Theta_2}\right) \quad \ldots \ldots (2)$$

ist. Die bekannte Auflösung von (2) als Summe eines Kosinus- und eines Sinusgliedes von kt läßt erkennen, daß eine Periode der Schwingung $= 2\pi/k$ ist, und hieraus folgt die Zahl der vollen Schwingungen in der Sekunde

$$n_{sek} = \frac{k}{2\pi} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

Für unseren Fall war $\Theta_1 = 4{,}80$ kg·cm·sek², $\Theta_2 = 0{,}162$ kg·cm·sek², $l = 112{,}5$ cm und mit $G = 850000$ kg·cm^{-2} erhalten wir $n_{sek} = 24{,}6$ oder

$$n_t = 1475 \text{ Torsionsschwingungen i. d. Min.}$$

Die kritische Umlaufzahl wurde für die Welle allein, dann für die Scheibe allein (die Welle als durchlaufenden Träger auf drei Stützen gerechnet, da die Lager mit Kugelschalen versehen waren) ermittelt und nach Dunkerley zusammengesetzt; dies führte auf

$$n_k = 1305 \text{ i. d. Min.}$$

Die Beobachtung ergab nun bei möglichst gut ausgewuchteter Scheibe, daß bis 1000 Umdr./min vollkommene Ruhe herrscht; dann beginnt die Erschütterung der Scheibe, die bis nahezu 1500 Umdr./min anhält und ein Maximum bei etwa 1350 Umdr. aufweist, was also gut mit der gerechneten Zahl übereinstimmt. Hierauf läuft das System vollkommen ruhig bis etwa 3700 Umdr., wo die glatte Welle im freien Felde zu schwingen beginnt, bei etwa 5000 bis 5400 Umdr. ein Maximum aufweist und sich bei 6000 Umdr. wieder ganz beruhigt.

Hierauf wurde die Scheibe mit einem vorstehenden Stift versehen, der bei jeder Umdrehung gegen eine Feder anstieß und so Torsionsschwingungen hervorrufen mußte. Die Beobachtung des in Umlauf versetzten Systems ließ aber keinen Unterschied des Verhaltens erkennen. Es mag dahingestellt bleiben, ob unsere Feder zu schwach war, eine ausgiebige Torsionsschwingung zu erzeugen — jedenfalls wurde dieser genügend Gelegenheit geboten sich auszubilden, vor allem bei der Umlaufzahl der Eigenschwingung, wo Resonanz eintritt, aber es war nichts zu bemerken. In der


Digitized by Google

Literatur wurde die Folgerung gezogen, daß die Summe und der Unterschied der Torsions- und der Biegungsschwingungszahl zu gefährlichen Erscheinungen Veranlassung geben müßten. Für unsere Welle wären das die Umlaufzahlen von $1475 \pm 1305 = 2780$ bzw. 170 i. d. Min., aber in beiden Fällen verhielt sich die Welle vollkommen ruhig.

Der Einfluß der Torsionsschwingung war demnach bei unserer Versuchsanordnung unbemerkbar, und es sind uns auch keine hierauf bezüglichen Wahrnehmungen aus der Praxis bekannt.

96. Die Dampfturbinenlager.

a) Die Reibungswärme der Halslager.

Die Konstruktion des Dampfturbinenlagers hat in erster Linie die ungemein hohe Gleitgeschwindigkeit, in zweiter Linie die wohl nie vollständig abwesende Vibration der Welle zu beachten. Eine Folge der hohen Geschwindigkeit ist die ungewöhnlich große Reibungsarbeit, welche in Wärme umgesetzt wird und im allgemeinen zur Anwendung von Ölspülung zwingt, weil wenn die Wärmeabgabe bloß durch Leitung und Strahlung stattfinden sollte, die Lagertemperatur zu hoch werden müßte. Ist der spezifische Flächendruck $= p$ kg/qcm, und zwar als Quotient aus der Lagerbelastung und der Projektion der Lagerlauffläche aufgefaßt, die Gleitgeschwindigkeit $= w$ m/sek, der Reibungskoeffizient $= \mu$, und zwar als Quotient aus der auf den Wellenumfang reduzierten gesamten Reibungskraft und der Lagerbelastung definiert, so ist die sekundliche Reibungsarbeit

$$R = ld\mu pw \text{ in mkg, oder } N_r = \frac{R}{75} \text{ in PS} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

worin d den Durchmesser, l die Länge des Wellenzapfens in Zentimetern bedeutet. Daß man R nicht ohne weiteres durch Verkleinerung von p verringern kann, war schon durch die Versuche von Tower bekannt, der das angenäherte Gesetz

$$p\mu = \text{konst.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

aufstellte, welches im Hinblick auf Formel (1) besagt, daß **die Reibungsarbeit für ein gegebenes Lager bei gegebener Geschwindigkeit unabhängig ist von der Belastung.**

Die klassischen Arbeiten von Lasche[1]) und Stribeck[2]) haben dies Gesetz bestätigt und uns weitgehend über die Abhängigkeit der Reibungsverhältnisse von Druck, Geschwindigkeit und Temperatur aufgeklärt. Die Versuche des ersteren decken vor allem das im Turbinenbau wichtige Gebiet hoher Geschwindigkeiten und führen zu dem besonders einfachen Gesetz

$$\mu p t = \text{konst.} = 2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei als Grenzen von p etwa 1 bis 15 kg/qcm, von t, welches die Öltemperatur in Celsiusgraden angibt, etwa 30 bis 100° C anzusehen sind. Die Geschwindigkeit übt auf den Wert der Konstanten nur einen ganz geringen Einfluß aus, solange sie sich in den Grenzen von etwa 5 bis 20 m/sek bewegt.

Bei ganz kleinen Geschwindigkeiten nähert sich μ nach den Versuchen von Stribeck für Sellers-Lager dem Werte von 0,14, d. h. er ist nahezu identisch mit dem Koeffizienten der rein metallischen Reibung, da die Ölschichte zwischen Welle und Schale eine verschwindend kleine Dicke besitzt. Steigt die Geschwindigkeit, so wird durch Adhäsion mehr Öl mitgenommen, μ sinkt, und zwar wenn $p = 1$ kg/qcm schon bei $w = 0{,}1$ m (wenn $p = 25$ kg/qcm bei $w = 1$ m) unter 0,005 herab. Weiterhin scheint die Dicke der Ölschicht nur langsam zuzunehmen,

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1901, S. 1881.
[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1901, S. 1343.

Digitized by Google

so daß wegen Vergrößerung der Geschwindigkeit, nach der Newtonschen Grundannahme, mit wachsender Geschwindigkeit auch μ zunimmt. Über 5 m hinaus ist indessen der Einfluß von w, wie erwähnt, ein vernachlässigbarer.

Ganz besonders wertvoll sind die Versuche Lasches über die Wärmeausstrahlungsfähigkeit der Lager. Es wurden die in Fig. 260 bis 262 dargestellten Lager

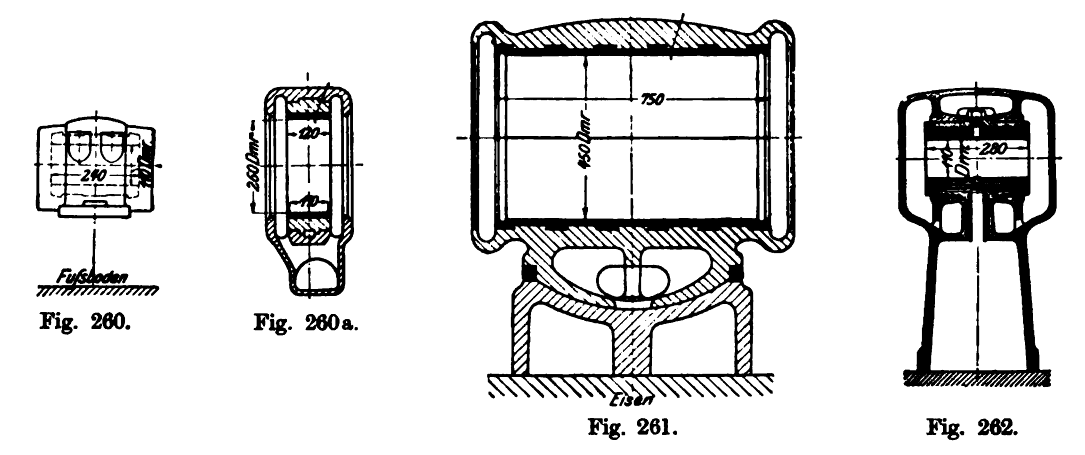


Fig. 260. Fig. 260a. Fig. 261. Fig. 262.

mit eingelegter rotierender Welle untersucht und die gesamte, d. h. durch Lagerkörper und Welle erfolgende Wärmeabgabe bestimmt.

Ist $t - t_0$ der Temperaturunterschied zwischen Lagerschale und Außenluft, so setzt Lasche den Arbeitswert der Wärmeabgabe in mkg pro Stunde

$$R' = k(\pi d l)(t - t_0) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

wobei l und d in Zentimetern auszudrücken sind. Der Koeffizient k erweist sich als mit der Temperatur wenig steigend, etwa gemäß der Formel

$$k = 1{,}62 + 0{,}0144\,(t - t_0) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

für Lager Fig. 260 bis 261.

Doch wird für praktische Zwecke ein Ansatz mit konstantem k genügen, und zwar

$$\left.\begin{array}{l} k = 2 \text{ bis } 2{,}5 \text{ für Lager Fig. 260 bis 261} \\ k = 5 \text{ bis } 6 \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad 262 \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (6)$$

Bei dem zuletzt angeführten Lager scheint die relativ große Außenoberfläche im Verein mit guter Ableitung durch die Schalen die Wärmeabgabe zu erhöhen. Übrigens gelten die Werte für ruhende Luft und werden durch Ventilation jedenfalls stark vergrößert.

Formel (4) gibt nun die Möglichkeit, die Temperatur eines Lagers im Beharrungszustande zu rechnen. Falls keine Ölspülung vorhanden ist, muß die stündliche Reibungsarbeit 3600 R nach Gl. (1) identisch sein mit dem Arbeitswert der abgeleiteten Wärme R' nach Gl. (4). Wir erhalten also $3600\, l d \mu p w = k \pi d l (t - t_0)$ und mit Hinzuziehung von Gl. (3) $\mu p = K/t$

$$t(t - t_0) = 3600 \frac{K w}{\pi k} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

worin $K = 2$ zur Ausrechnung von t.

Lasche konstatierte, daß bei Temperaturen, die 125° C überschreiten, die Schmierfähigkeit der Lageröle plötzlich abnimmt. Wenn mithin Formel (7) zu hohe Erwärmungen ergibt, wird eine Kühlung des Lagers oder besser des Öles erfolgen müssen. Man kann im letzteren Falle auch bei 3000 Umdrehungen ganz gut gewöhnliche Ringschmierlager verwenden. Häufiger ist indessen die Anwen-

Digitized by Google

dung einer Ölpumpe und Kühlung des Öles in besonderen Behältern durch Röhrenkühlkörper. Aus den Formeln von Lasche bestimmt man leicht, um wieviel Grade das Öl bei einem bestimmten angenommenen Quantum abgekühlt werden muß.

Das in Fig. 262 abgebildete Lager nimmt eine Sonderstellung ein: es ist bestimmt, die Erschütterung der Welle abzudämpfen und vom Fundamente fernzuhalten. Zu diesem Behufe ist es nach dem Vorgange von Parsons mit vier konzentrischen Schalen versehen, die je ein kleines Spiel gegeneinander besitzen. Das Drucköl wird durch Nuten eigens auch in die Zwischenfugen geleitet; seine Viskosität setzt dem Herausquetschen bei der Vibration einen nachgiebigen Widerstand entgegen und wirkt als Bremse. In neuerer Zeit ist der Massenausgleich der rotierenden Teile so vollkommen, daß man von mehrteiligen Lagerschalen abkommt. Auch ganz große Ausführungen haben mit gewöhnlichen oder mit Kugelschalen, Ölkühlung und Druckschmierung gute Erfolge erreicht.

Von Wichtigkeit für die Reibungsarbeit ist auch das **Schalenspiel**. Eine allseitig eng umschlossene Welle mit Druckschmierung wird, auch wenn sie durch keine äußere Kraft belastet wird, wegen allseitiger Reibung heiß laufen können.

Obwohl bei hinreichender Zufuhr gekühlten Öles eigentlich beliebig hohe Pressungen (mindestens bis zu den von Lasche geprüften Grenzen) zulässig wären, findet man im allgemeinen

$$pw \lesseqgtr 30 \text{ bis } 60 \quad (w \text{ in m/sek}, \; p \text{ in kg/qcm}),$$

woraus für gewöhnlich $p \lesseqgtr 3$ bis 6 kg/qcm folgt.

Im übrigen wird berichtet, daß man mancherorts durch Kürzung der Lager merkliche Abnahme der Reibungsarbeit festgestellt habe.

b) Die Reibungswärme der Kammlager.

Über die Reibung von Kammlagern besitzen wir wertvolle Mitteilungen ebenfalls von Lasche[1]), der einen Stahldruckring von 185 mm innerem und 298 mm äußerem Durchmesser auf gekühlten mit Weißmetall gefütterten Bronzescheiben unter folgenden Verhältnissen laufen ließ:

a) Kreisrunde breite Ölrinne in der ruhenden Lauffläche mit Druckölzufuhr (Fig. 263). Das Lager rieb am Außenumfang infolge Ölmangels ein und zwar bei 2000 kg Achsendruck, 650 Uml. p. Min., 35 l/min Öl, 7 Atm. Öldruck.

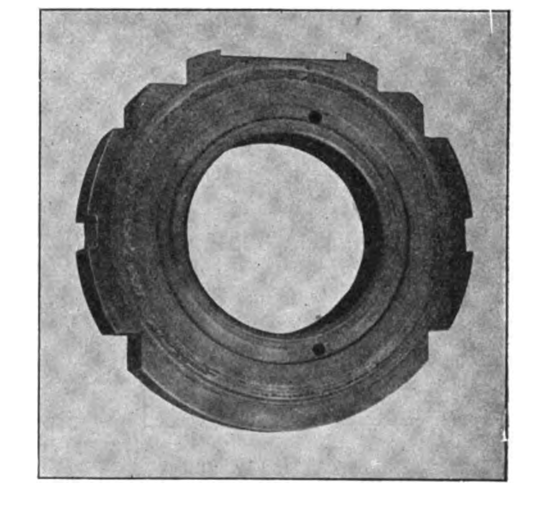


Fig. 263.

b) Die ruhende Lauffläche wurde mit durchgehenden Ölnuten (Fig. 264) versehen, so daß Unreinigkeiten weggespült werden konnten. Versagt bei 650 Uml. p. Min. und 12000 kg Achsenlast infolge Verschmierens der Nuten mit Weißmetall.

c) Der umlaufende Stahlkamm wird mit Nuten versehen (Fig. 265), die Weißmetallfläche bleibt glatt. Das Lager verträgt mehrstündigen Betrieb bei 900 Uml. p. Min. und 15000 kg Achsenlast. Die Schmierung erfolgte bei b) und c) vom inneren Rand aus gleichmäßig nach der belasteten und der unbelasteten Druck-

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1906, S. 1355.

Digitized by Google

fläche. Die spezifische Pressung ergibt sich nach Abzug von 47 qcm Nutenfläche zu 39,1 kg/qcm, die Umfangsgeschwindigkeit zu 14 m/sek. Aus den weiteren Angaben Lasches lassen sich folgende Zahlen ableiten:

Spezifische Belastung	$p =$	5,2	20,9	36,9	kg/qcm
Reibungskoeffizient	$\mu =$	0,0165	0,0062	0,0054	
Temperatur des abfließenden Öles	$t =$	69	82	94	°C
Produkt	$\mu p t =$	5,95	11,5	18,8	

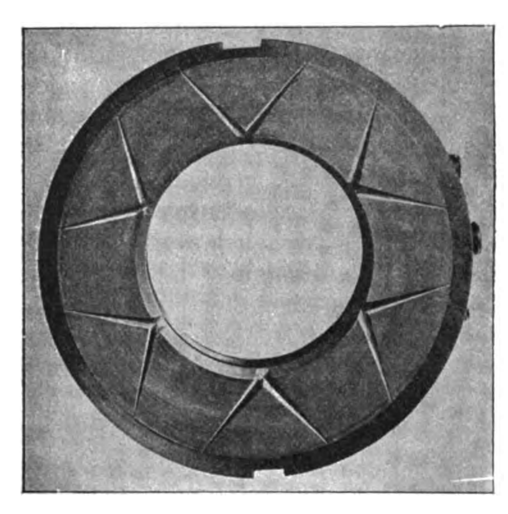


Fig. 264.

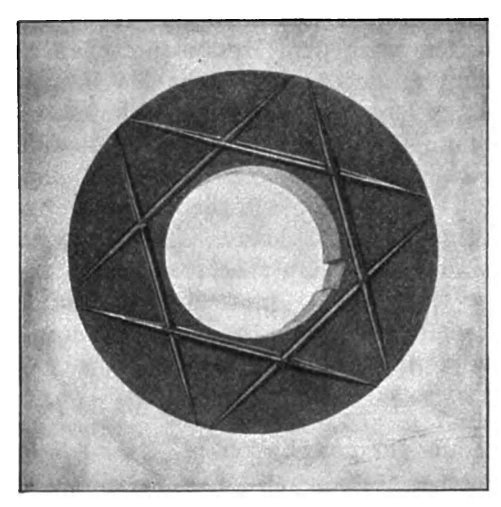


Fig. 265.

Für das Kammlager wird also die Konstanz des Produktes $\mu p t$ nicht bestätigt, was wohl daran liegt, daß infolge Ölverlustes auf die unbelastete Seite das Lager nicht in dem Maße mit Öl gespült wurde, wie bei den Stehlagern.

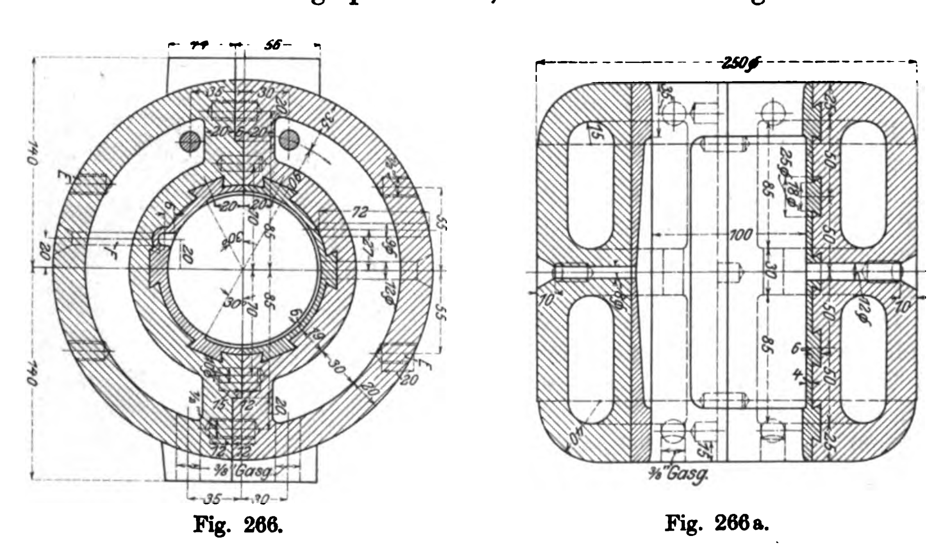


Fig. 266. Fig. 266a.

c) Konstruktive Ausbildung der Lager.

In Fig. 266 a, b ist das von Lasche auf Grund seiner Versuche entworfene Lager der Allgem. Elektricitäts-Gesellschaft dargestellt.

Kanal F dient dem Ölzufluß durch eine (im Sinne der Umdrehung gemeint) vor der Lagermitte angebrachte Rinne. Bemerkenswert ist, daß die Welle bloß

Digitized by Google

auf einem Zentriwinkel von 120° aufruht, der Rest des Weißmetalleingusses ist auf eine Tiefe von 2 mm herausgeholt. Diese Schalen sitzen in dem durch Fig. 267 und 267a veranschaulichten Lagerbock, der das Öl durch Röhrchen J zugeführt bekommt und es in die Lagerschale leitet, aus welcher es in den unteren Hohlraum des Bockes zurückfließt. Die Schalen werden gekühlt, und zwar tritt das Kühlwasser durch die Augen YY ein und aus. Sehr zweckmäßig ist die um die Deckelschrauben führende Nute Z, die verhindern soll, daß das Öl durch die Deckelfugen hinausgetrieben wird.

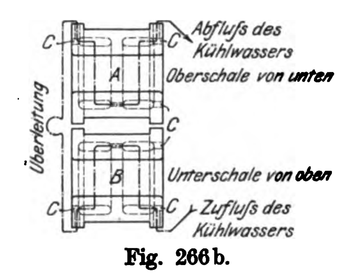


Fig. 266b.

Eine andere Ausführungsform zeigt das Lager der Zoellyturbine (Fig. 268), dessen Einrichtung von selbst verständlich sein wird. Das Traglager ist mit dem Kammlager in einem Körper untergebracht. Eine Wasserkühlung ist nicht vorhanden.

Ein Vertreter der Kugellagerung ist das in Fig. 269 wiedergegebene Lager einer 3000 KW-Turbine von Brown, Boveri & Cie. Das Turbinengestell wird im Interesse einfacher Bearbeitung zylindrisch ausgedreht und nur Einsätze E sind mit einer Kugeltragfläche versehen. Die Schalen sind hohl, für Wasserkühlung eingerichtet. Das Drucköl tritt durch die seitliche Bohrung X unter die Schale und durch Kanal Y in die geräumige Ringnute Z ein. Ein wesentliches Kenn-

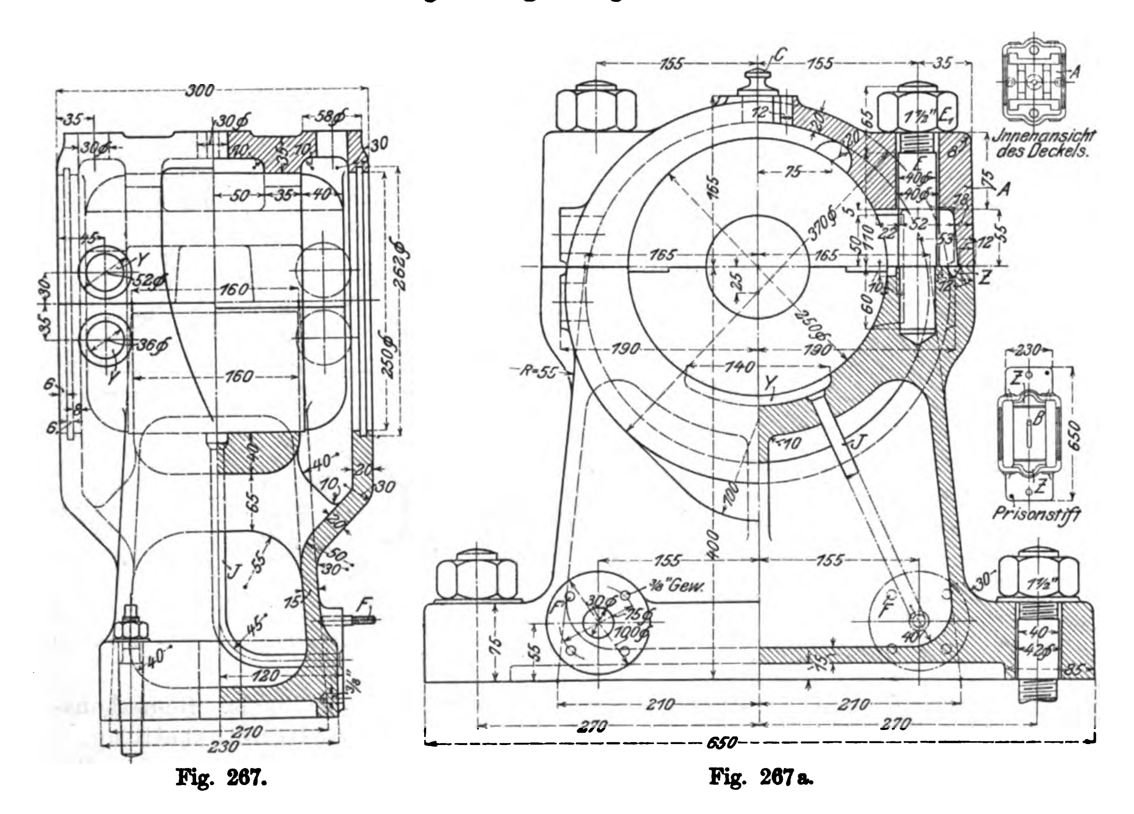


Fig. 267. Fig. 267a.

zeichen dieser Lagerkonstruktion sind die durchlaufenden Längsnuten U_1, U_2, U_3, U_4, die bei ganz geringem, etwa 1 Atm. betragenden Öldruck ein reiches Überfluten der Welle mit Öl gestatten, so daß die Tragfläche der Unterschale nutenfrei bleiben kann. Die durchlaufende Ölmenge muß wohl größer sein als sonst, doch wird das Lager um so besser gekühlt und alle Unsauberkeit herausgeschwemmt.

Digitized by Google

Bei kleineren und raschlaufenden Turbinen verwenden Brown, Boveri & Cie. auch heute das ursprüngliche Parsonssche mehrschalige Lager (Fig. 270), bei dem sechs in der Mittelachse angebrachte Bohrungen X das Öl der Welle zuführen, während die zahlreichen Bohrungen Y die nichtrotierenden Zwischenschalen mit Öl versehen.

Die Wasserkühlung der Lager wird neuerdings mehr und mehr verlassen, da sich die Kühlung des Öles als hinreichend bewährt hat. So beispielsweise beim Lager der Brush Elec. Engineering Co. (Fig. 271, 272), bei welchem das Öl

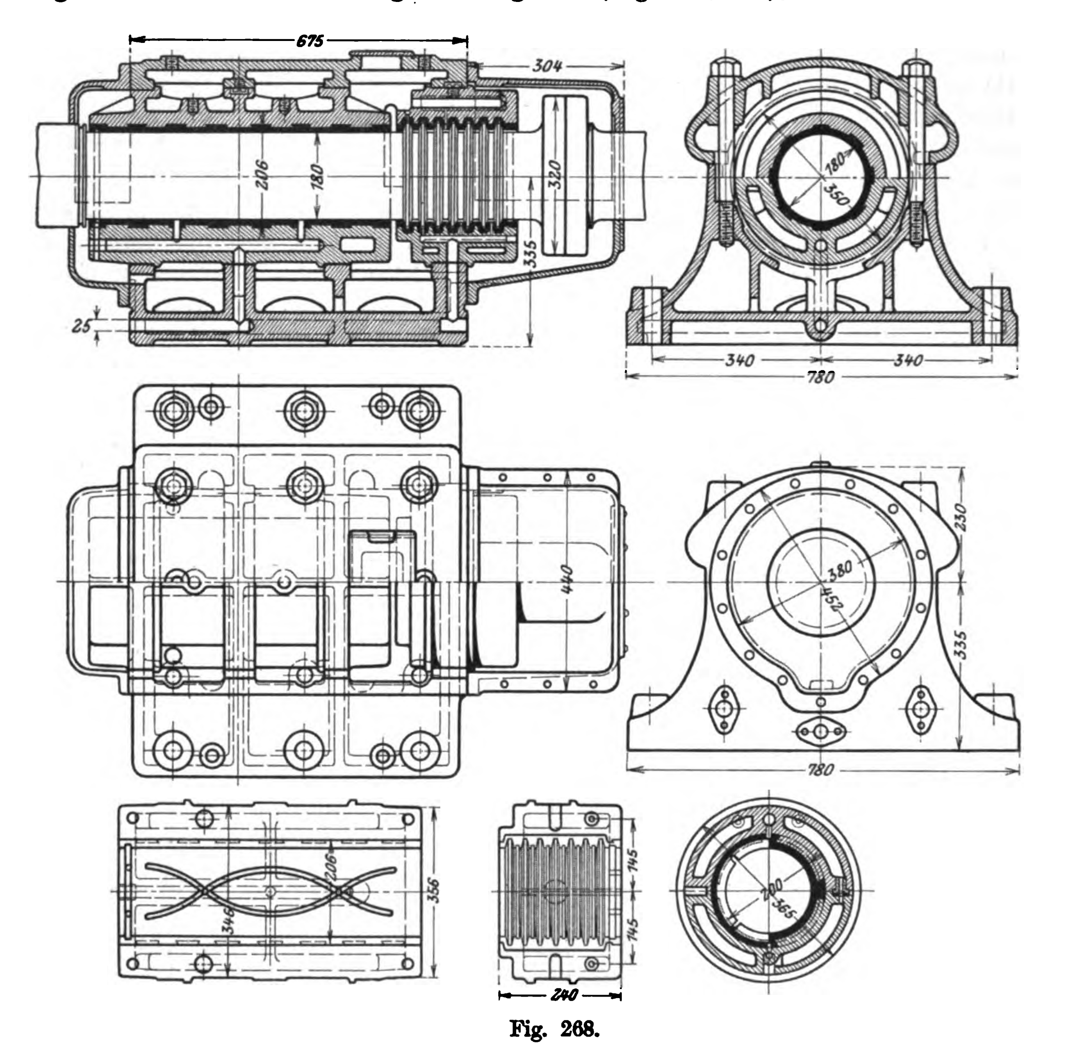


Fig. 268.

unten eintretend allerdings zuerst die Schalenhohlräume durchfließt. Bemerkenswert sind hier die Blechbeilagen für feinste Höhen- und Seiteneinstellung.

Eine gute Kammlagerkonstruktion der Brush Electr. Engineering Co. ist in Fig. 273, 274 dargestellt. Die Kämme sind in eine aufgeschobene Stahlbüchse eingedreht, die Schalen bestehen aus Bronze. Jedem Kamm wird im tiefsten und höchsten Punkte Öl unter Druck zugeführt; das Abfließen erfolgt durch seitliche Bohrungen.

Fußlager werden bis jetzt nur von der General Electric Company, von dieser aber in großartigstem Maßstab verwendet. Fig. 275 ist ein Spurlager älterer, Fig. 276 ein solches neuerer Bauart. Beide benutzen breite, in der Mitte aus-

Digitized by Google

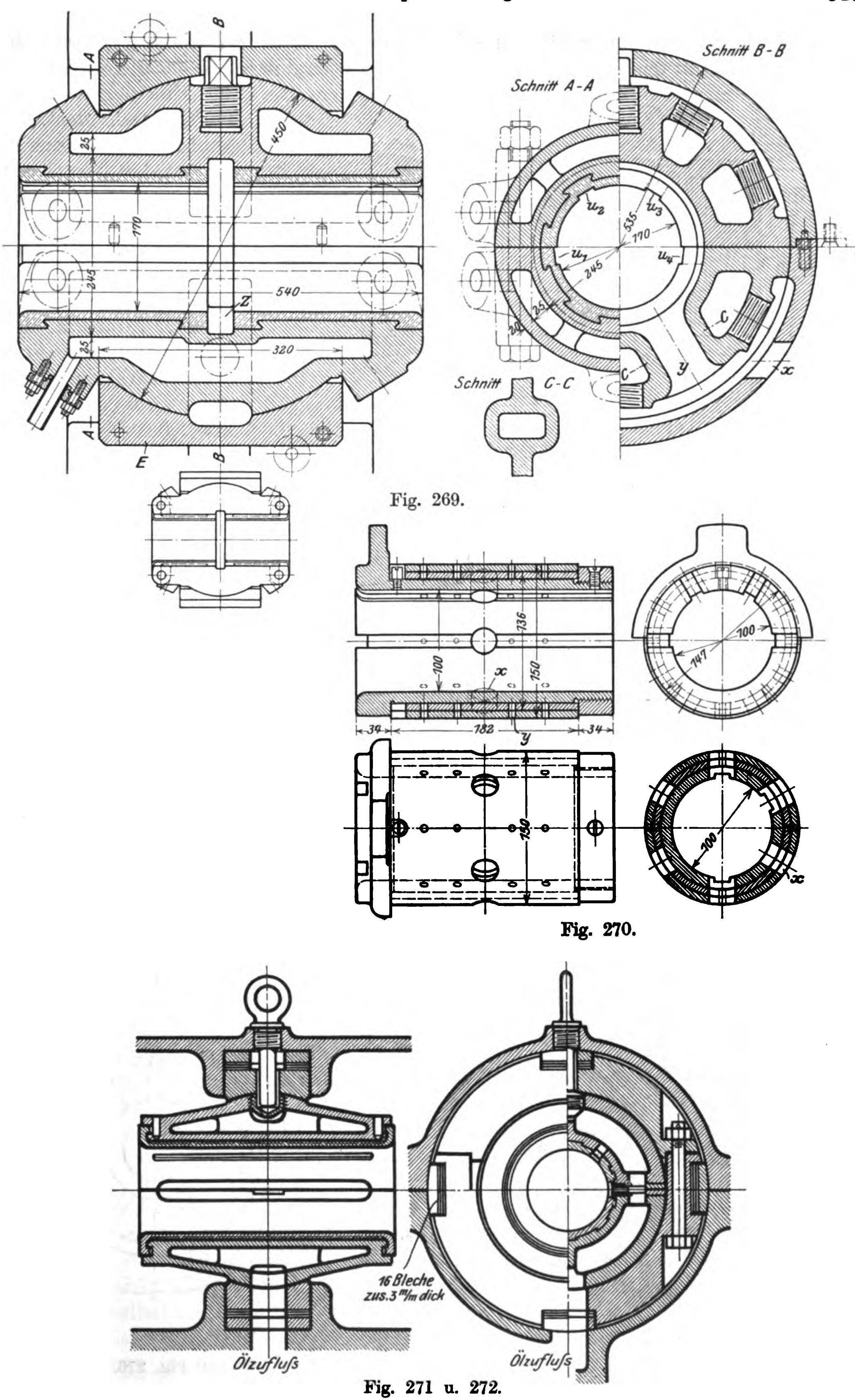


Fig. 269.

Fig. 270.

Fig. 271 u. 272.

gesparte Spurplatten aus Gußeisen mit zentralem Öleintritt. Nach Verlassen der Spurlager umspült das Öl noch ein Halslager und wird durch eine geeignete Liderung

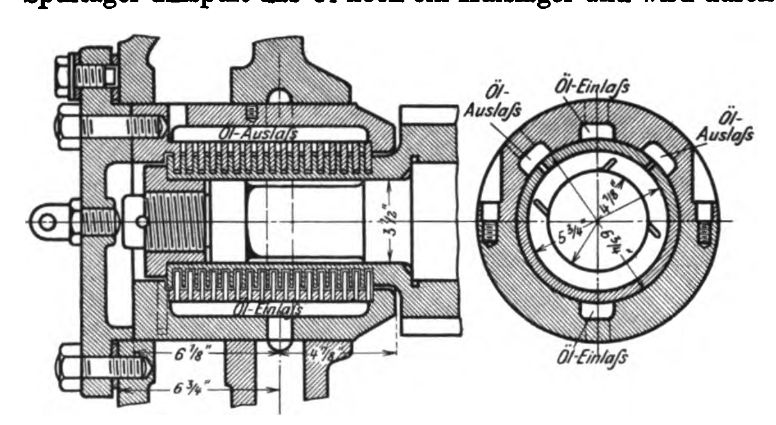
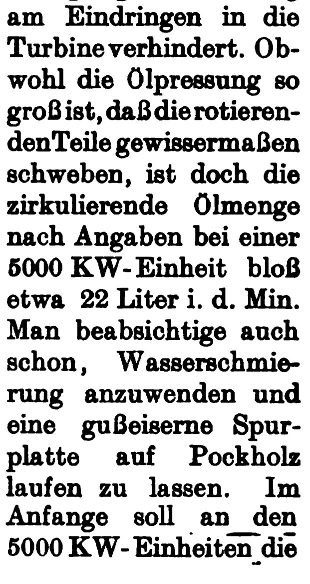


Fig. 273 u. 274



am Eindringen in die Turbine verhindert. Obwohl die Ölpressung so groß ist, daß die rotierenden Teile gewissermaßen schweben, ist doch die zirkulierende Ölmenge nach Angaben bei einer 5000 KW-Einheit bloß etwa 22 Liter i. d. Min. Man beabsichtige auch schon, Wasserschmierung anzuwenden und eine gußeiserne Spurplatte auf Pockholz laufen zu lassen. Im Anfange soll an den 5000 KW-Einheiten die

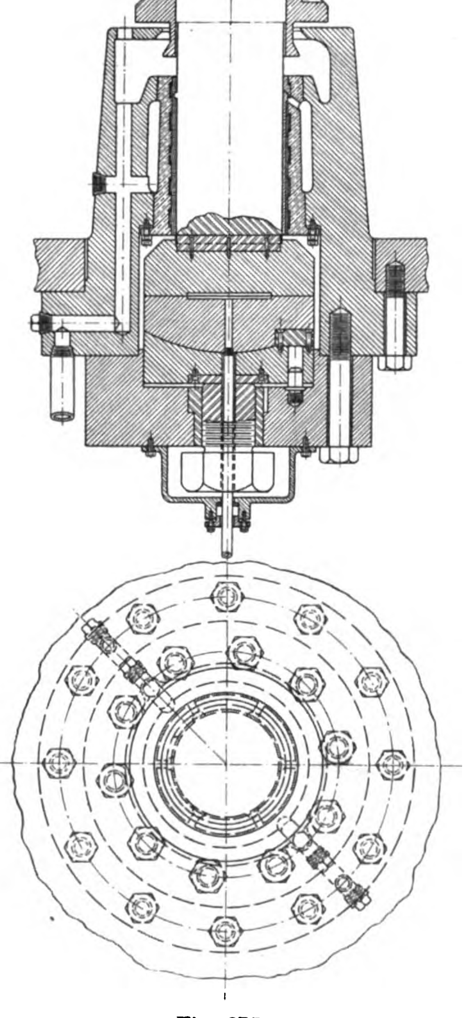


Fig. 275.

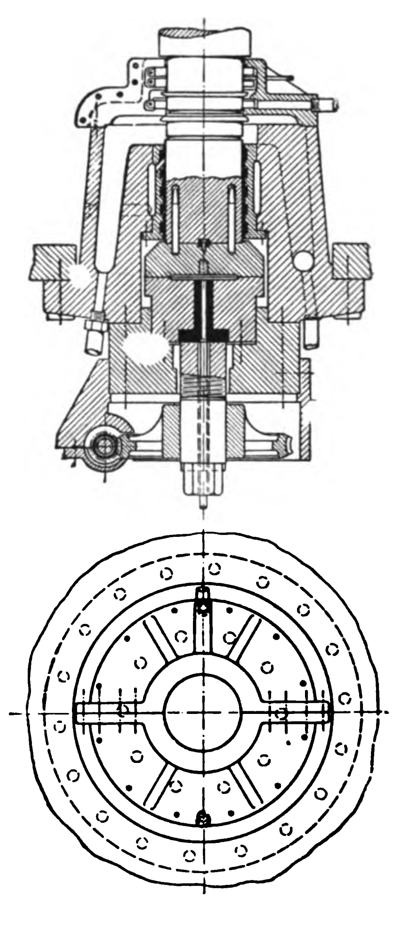


Fig. 276.

Schmierung mehrere Male versagt haben, und stets habe das etwas angegriffene Fußlager sich wieder von selbst gut eingeschliffen. Wie gering die Reibung des Spurlagers ist, geht daraus hervor, daß eine 5000 KW-Einheit nach dem Abstellen des Dampfes noch 4—5 Stunden weiterläuft. Dies veranlaßte die G. E. Co., versuchsweise eine Bremse in Gestalt eines horizontal liegenden Tragringes anzubringen, der um etwa 0,25 mm von seiner Unterlage abstand. Durch Heben des Unterteiles wurde rasches Abstellen ermöglicht, außerdem sollte bei Warmlauf die Welle selbstätig abgefangen und stillgesetzt werden, bevor der Spurzapfen zu stark eingerieben hatte.

97. Die Stopfbüchsen

bilden eines der wichtigsten und heikelsten Organe der Dampfturbine. Da sie durch die unmittelbare Nähe des Dampfraumes starker Erwärmung ausgesetzt sind, ist die Ableitung der eigenen Reibungswärme ein schwieriges Problem. Der Vorteil der Kolbenmaschinenstopfbüchse, daß die Stange zeitweise heraustritt, Unreinigkeiten ausfegt und sich durch Strahlung abkühlt, fällt bei der rotierenden Welle dahin. Eine Kühlung durch Wasser dürfte ein wirksames Hilfsmittel sein, bedeutet aber Verluste durch Dampfkondensation und hat schon vielfach gefährliche Temperaturspannungen erzeugt.

a) Labyrinthdichtung.

Die Mehrzahl der Konstrukteure umgeht die Schwierigkeit der Reibungsfrage dadurch, daß eine Berührung zwischen „Packung" und Welle vermieden und die Abdichtung nur durch äußerste Verminderung des Spieles erreicht wird. Dies ist das Prinzip der sogenannten „Labyrinthdichtung", die im großen zuerst von Parsons verwendet worden ist. Bei modernen Ausführungen werden die glatten Kämme in die Welle eingedreht, während ins Gehäuse Bronzeringe, wie bei der Schaufelbefestigung der Brush Electr. Eng. Co., so eingestemmt werden, daß die ausgefüllte Seitenrille den Ring dauernd festhält. Auf diese Weise schafft man abwechselnde enge Spalten und Erweiterungen. Die Geschwindigkeit des aus dem Spalt tretenden Dampfes wird in der Erweiterung durch Wirbelung vernichtet, so daß zur abermaligen Beschleunigung ein weiterer Teil des Druckgefälles aufgezehrt wird. Durch eine hinlänglich große Zahl der Nuten und sehr kleines Spiel im Spalt kann der Verlust nach Belieben herabgesetzt werden. Es wurde behauptet, daß es einen wahrnehmbaren Einfluß habe, ob der Dampf im Spalte radial einwärts, d. h. die Fliehkraft überwindend, oder umgekehrt strömen muß, doch dürfte dies erst bei sehr großen Umfangsgeschwindigkeiten zutreffen.

Als axiales Spiel rechnet man im kalten Zustande bei Landturbinen 0,2 bis 0,3 mm, bei Schiffsturbinen wesentlich mehr.

Um bei allfälligem Reiben die Späne rasch hinauszuschaffen, sollen nach Patenten von Parsons die Bronzeringe in gewissen Abständen unterbrochen werden.

Soll die Labyrinthbüchse gegen Vakuum dichten, so wird in eine vordere Abteilung „Sperrdampf" eingeführt, der die Luft hinaustreibt; der kleine Dampfverlust ist ein weit geringeres Übel, als die sonst eintretende Verschlechterung der Luftleere. Ein Beispiel bietet Fig. 277 nach einer Ausführung der Allgem. Elektr.-Gesellschaft, die das kleine Spiel indessen radial anordnet. Die ganz genaue axiale Einstellung der Labyrinthdichtung ist nämlich nur an einer Stelle der Turbine, in der Nähe des Kammlagers, möglich. Für weiter abliegende

Digitized by Google

Teile kann ein Unterschied der Wärmeausdehnung bedeutend werden, daher dann die radiale Abdichtung gewählt wird. Wie Fig. 278 darstellt, werden hierfür u.a. schwache abgekröpfte Blechringe angewendet, deren Spiel beträchtlicher sein muß, als das des axialen Labyrinthes, da eine Nachstellung ausgeschlossen ist. Um bei allfälligem Streifen Verschweißung zu umgehen, werden die Ringe aus geeigneter Weißmetall-Legierung hergestellt.

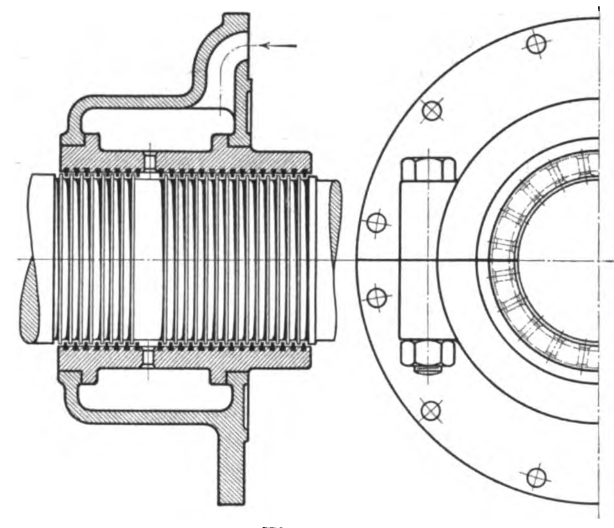


Fig. 277.

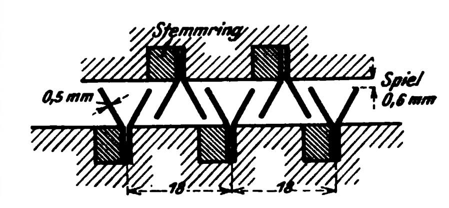


Fig. 278.

b) Theorie der Labyrinthdichtung.

α) Angenäherte Formel für kleine Druckunterschiede.

Setzen wir eine aus sehr vielen Labyrinthen bestehende Stopfbüchse voraus, so daß die Pressungen p, p' in zwei aufeinanderfolgenden Abteilungen nur wenig verschieden sind. Bezeichnet γ das mittlere (oder genau genug das zu p gehörige) Raumgewicht, so kann die Strömungsgeschwindigkeit im Spalt nach der angenäherten Formel

$$w = \sqrt{2g\frac{p-p'}{\gamma}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

berechnet werden. Ist ferner f der Querschnitt des Spaltes, so erhalten wir als Undichtheitsverlust für die Sekunde

$$G_{sek} = fw\gamma = f\sqrt{2g(p-p')\gamma} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

und umgekehrt, bei vorgeschriebenem G_{sek} den zulässigen Druckunterschied

$$(p-p')\gamma = \left(\frac{G_{sek}}{f}\right)^2 \frac{1}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2a)$$

Die aufeinanderfolgenden Zustände liegen auf der Drosselkurve $i =$ konst. und können angenähert durch die Gleichung

$$pv = \text{konst} = 1/k, \quad \text{oder} \quad \gamma = 1/v = kp \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

wobei k einen Mittelwert darstellt, ausgedrückt werden. Wir wollen die einzelnen Stufen auf einer Abszissenachse durch in gleichen Abständen Δx befindliche Punkte darstellen. Schreiben wir $p - p' = -\Delta p$, so kann Gl. (2a) auf die Form

$$-\frac{\Delta p}{\Delta x}p = \frac{G_{sek}^2}{2gkf^2\Delta x} = \frac{a}{\Delta x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

gebracht werden. Bei kleinen Differenzen ist $\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{dp}{dx}$ und wir haben

$$-p\frac{dp}{dx} = \frac{a}{\Delta x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4a)$$

Digitized by Google

woraus durch Integration mit p_1, p_2 und x_1, x_2 als Anfangs- und Endwerten

$$p_1^2 - p_2^2 = 2a\frac{(x_2 - x_1)}{\Delta x}$$

folgt. Allein es ist $\frac{x_2 - x_1}{\Delta x} = z$ gleich der Labyrinthen- oder Stufenzahl, also wird $p_1^2 - p_2^2 = 2az$. Wenn wir a aus Gl. (4) einsetzen, so entsteht schließlich mit $1/k = p_1 v_1$

$$G_{sek} = f\sqrt{\frac{gk}{z}(p_1^2 - p_2^2)} = f\sqrt{\frac{g(p_1^2 - p_2^2)}{z\,p_1 v_1}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ (5)$$

worin p_1, p_2 in kg/qm, f in qm einzusetzen sind, und G kg/sek bedeutet.

Sind die **Labyrinthe radial hintereinander** angeordnet, was viel vorkommt, so ist in Gl. (4) der Querschnitt veränderlich

$$f = 2\pi x\delta \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (6)$$

wenn x den Halbmesser, δ die Breite des Spaltes bedeutet. Die Integration der neuen Gl. (4) ist ebenso einfach zu erledigen und führt auf

$$G_{sek} = \sqrt{\frac{kg}{z}(p_1^2 - p_2^2) f_1 f_2} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (7)$$

worin $f_1 = 2\pi x_1 \delta$ und $f_2 = 2\pi x_2 \delta$ den Anfangs- und den Endquerschnitt der Spalte bedeuten.

Endlich kann durch **graphische Integration** jedes beliebige Abhängigkeitsgesetz des f von x berücksichtigt werden.

β) Angenäherte Formel für den Fall, daß die Schallgeschwindigkeit erreicht wird.

Die Schallgeschwindigkeit kann bei konstantem Labyrinthquerschnitt nur in der letzten Stufe auftreten. Ob und wann dies der Fall ist, kann man durch eine Proberechnung entscheiden, indem man das durchströmende Gewicht vorläufig nach Formel 5, das spezifische Volumen in der letzten Stufe nach der Zustandsgleichung $v_2 = p_1 v_1 / p_2$ und die Geschwindigkeit aus der Stetigkeitsbedingung $w_2 = G v_2 / f$ ermittelt. Ist dieser Wert größer als die Schallgeschwindigkeit

$$w_s = \sqrt{k_0 g p_2 v_2} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (8)$$

wo k_0 den Exponenten der Adiabate bedeutet, so ist die Anwendung der Formel nicht mehr zulässig und es gilt folgende Ableitung.

Bezeichnet p_x den Druck, v_x das Volumen vor der letzten Verengung, so ist nach der Ausflußformel das sekundliche Gewicht

$$G_{sek} = \alpha f\sqrt{\frac{p_x}{v_x}} = \alpha f\sqrt{k p_x^2} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (9)$$

wobei α im Mittel nach Bendemann für kg, m, sek als Einheiten gleich 2 gesetzt wird.

Für die vorgelagerten $z - 1$ Labyrinthe wird man Formel (5) mit genügender Annäherung benützen dürfen, und erhält daher

$$G_{sek} = f\sqrt{\frac{kg}{z-1}(p_1^2 - p_x^2)} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (10)$$

Digitized by Google

Durch die Gleichsetzung von (9) und (10) entsteht

$$p_x^2 = \frac{g p_1^2}{\alpha^2 (z-1) + g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

und dieses liefert in Gl. (9) eingeführt

$$G_{sek} = f\sqrt{\frac{k g p_1^2}{(z-1) + \frac{g}{\alpha^2}}},$$

oder wenn, um runde Zahlen zu erhalten, $g/\alpha^2 = 2{,}5$ und $k = 1/p_1 v_1$ angenommen wird

$$G_{sek} = f\sqrt{\frac{g}{z+1{,}5}\left(\frac{p_1}{v_1}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Bei größerer Labyrinthenzahl z darf die Konstante 1,5 vernachlässigt werden, und man erhält die einfache Formel

$$G_{sek} = f\sqrt{\frac{g}{z}\,\frac{p_1}{v_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

die man aus (5) hervorgegangen denken kann, wenn darin p_2^2 gegen p_1^2 vernachlässigt wird.

Den „kritischen" Betrag p_k des Gegendruckes können wir angenähert aus Gl. (11) ermitteln, indem wir wie für überhitzten Dampf $p_k = 0{,}54\, p_x$ setzen, was auf die Formel

$$p_k = p_1 \frac{0{,}85}{\sqrt{z+1{,}5}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Diese Pressung sinkt daher angenähert umgekehrt proportional zur Quadratwurzel aus der Stufenzahl.

Beispiel. Es sei der Undichtheitsverlust eines Parsonsschen Entlastungskolbens von 1 m Durchmesser mit 36 Labyrinthnuten zu berechnen. Das Spiel an der engsten Stelle setzen wir zu 0,2 mm fest. Es sei $p_1 = 10$ kg/qcm, gesättigter Zustand $p_2 = 0{,}1$ kg/qcm. Als Mittel von k wählen wir

$$k = 5{,}1 \cdot 10^{-5}$$

(wenn p in kg/qm verstanden ist). Der Querschnitt f ist rund $6{,}28 \cdot 10^{-4}$ qm, und der kritische Druck nach Gl. (14) ist $p_k = 1{,}4$ kg/qcm.

Wir müssen daher Formel (12) anwenden, die

$$G = 0{,}229 \text{ kg/sek oder } 825 \text{ kg/st}$$

liefert. Da nun eine Turbine mit dem angegebenen Entlastungskolben leicht 30000 kg Dampf in der Stunde verbraucht, so beträgt die Undichtheit bloß

$$\frac{825}{30000}, \text{ d. h. } \sim 2{,}8 \text{ v. H.}$$

Hätte der Kolben 200 mm Durchmesser, so wäre der Verlust bei sonst gleichen Verhältnissen $^1/_5$, d. h. 165 kg, und da die zugehörige Turbine für etwa 3000 kg Dampf in der Stunde geeignet ist, so hätten wir

$$\frac{165}{3000}, \text{ d. h. } \sim 5{,}5 \text{ v. H. Verlust.}$$

Diese Werte stimmen mit den Angaben, die die Konstrukteure machen, nicht schlecht überein. Ist aber das Spiel im warmen Zustand der Turbine größer, so wächst der Dampfverlust selbstverständlich in gleichem Maße.


Digitized by Google

γ) Genaueres Verfahren für unveränderlichen Spaltquerschnitt.

Der Querschnitt f aller Spalte sei gleich groß und bekannt, die in den einzelnen Abteilungen herrschenden Pressungen seien $p_1, p_2, p_3 \ldots$. Das pro Sekunde durchfließende Dampfgewicht kann als Funktion des Druckunterschiedes durch Kurve a in Fig. 279 dargestellt werden und nimmt, wie früher bewiesen wurde, bis zum kritischen Druck zu. Bei einem bestimmten Undichtheitsverlust werden wir auf Kurve a bis zum Punkte A_1 gelangen. Nachdem die erlangte lebendige Kraft durch Wirbel vernichtet worden ist, gilt p_2 als der Anfangsdruck für die mit $w = 0$ beginnende weitere Strömung, und man kann G als Funktion von $p_2 - p_3$ durch Kurve b darstellen, auf der wir bis zu B_1, d. h. bis $B_1C = G$ geworden ist, fortrücken. Hierbei ist zu beachten, daß wegen Abwesenheit äußerer Arbeitsleistung (und Wärmeabgabe) der Wärmeinhalt für Punkt B derselbe ist wie bei A, der Dampfzustand also im Entropiediagramm als Schnittpunkt der Linie $i =$ konst. und $p_2 =$ konst. erscheint. Hinter dem zweiten Spalt wiederholt sich dasselbe, und so schreitet die Schaulinie in Zacken fort, bis bei der

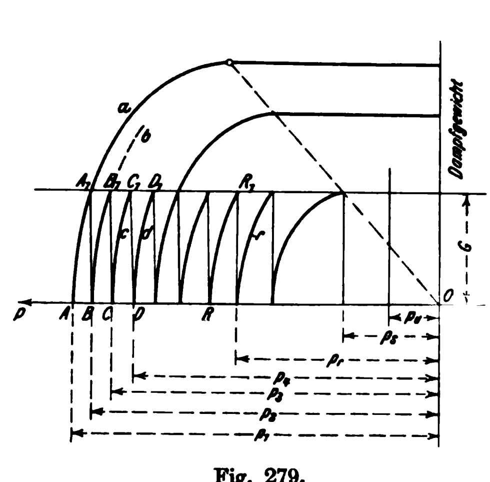


Fig. 279.

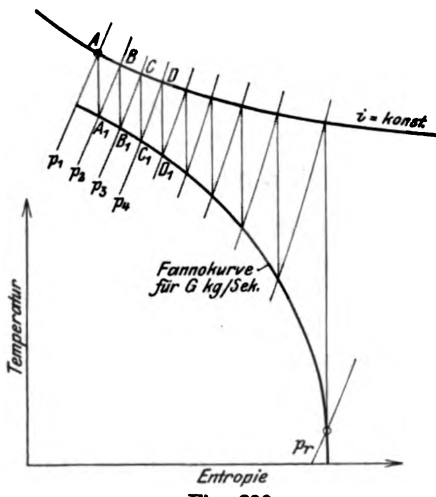


Fig. 280.

letzten Stufe der gegebene Außendruck p_r erreicht ist. Bei vorgeschriebener Zahl der Labyrinthe muß G versuchsweise so lange verändert werden, bis der letzte Schnittpunkt R_1 auf die Druckordinate p_r fällt. Es wird vorkommen, daß bei kleinen Gegendrucken, z. B. p_s, die Gewichtslinie die Parallele G berührt; dann bleibt die Stufenzahl auch für den noch beliebig kleineren Druck p_u dieselbe.

Die Übertragung ins Entropiediagramm liefert Fig. 280, in welcher die gleichartigen Punkte mit gleichen Buchstaben bezeichnet sind wie oben. $A, B, C, \ldots$ liegen wie bemerkt auf der Linie $i =$ konst. Der geometrische Ort der Punkte $A_1, B_1, C_1, \ldots$ aber ist nichts anderes als die Kurve von Fanno, die der Kontinuitätsgleichung $Gv = fw$ und der Energiegleichung $Aw^2/2g = i - i_x$ entspricht.[1]) Diese Kurve kann daher von vornhinein entworfen werden und liefert durch die Zickzacklinie zwischen Anfangs- und Enddruck die Zahl der Labyrinthe. Ist eine der Adiabaten Tangente an die Fanno-Kurve geworden, so bedeutet dies Eintritt der Schallgeschwindigkeit, und eine Fortsetzung der Labyrinthe wäre überflüssig. Schneidet die Adiabate die Fanno-Kurve nicht mehr, so ist die Expansion auf den gewünschten Druck unmöglich.

[1]) Diese Eigenschaft wurde von den Hrn. Baumann, Faber und Pochobradski in ihren Diplomarbeiten am Eidgen. Polytechnikum abgeleitet, was hier gern hervorgehoben wird, zum Beweis, daß die Entropietafel nicht bloß ein abstraktes Mittel ist nach festen Rezepten zu arbeiten, sondern daß man schon an der Schule zu selbständiger Nutzanwendung gelangen kann.

Digitized by Google

δ) Allgemeines Verfahren für veränderlichen Querschnitt.

Besonders bequem geht die Untersuchung, und zwar auch bei veränderlichem Querschnitt, vonstatten, falls eine Tafel der adiabatischen v-Quadrate vorliegt (s. Abschn. 65). Es sei in Fig. 281 $OO_1 = i_0$ der anfängliche Wärmeinhalt, A_1 der Ausgangspunkt mit dem Drucke p_1. Die Expansion durch den ersten Spalt mit dem Querschnitt f_1 führt auf das adiabatische Volumen $\overline{B_1 C_1}^2$, welches von dem unter der Neigung

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{(f_1/G)^2}{(A/2g)}$$

von O_1 aus gezogenen Strahl herausgeschnitten wird. Die lebendige Kraft wird bei konstantem Druck auf der Linie $B_1 A_2$ in Wärme umgewandelt, bis wieder der anfängliche Wärmeinhalt i_0 erreicht wird. Die Expansion zum zweiten Spalt mit dem Querschnitt f_2 erfolgt nach der durch A_2 gehenden Adiabate bis zum Schnitt mit dem unter der Neigung

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{(f_2/G)^2}{(A/2g)}$$

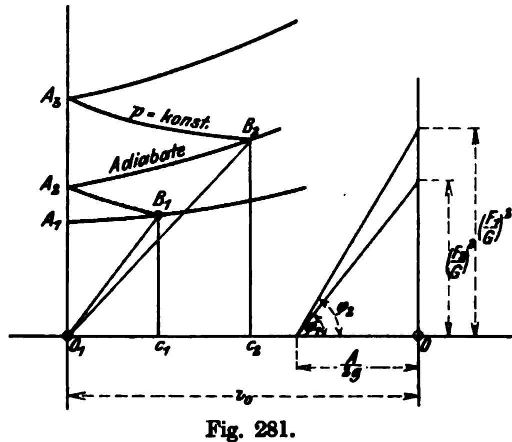


Fig. 281.

gezogenen Strahl, die Rückverwandlung in Wärme nach $B_2 A_3$ usw. Die Wärmewerte der in den Spalten erreichten Geschwindigkeitshöhen sind durch die Strecken O_1C_1, O_1C_2 .... dargestellt.

Das Eintreten der Schallgeschwindigkeit wird dadurch angezeigt, daß die φ-Linie die v^2-Kurve berührt; geht sie daran vorbei, so ist die Strömung unmöglich.

c) Versuche über die Labyrinthverluste.

Das in Fig. 282a dargestellte Labyrinth wurde in der Ruhelage, d. h. ohne Rotation des Bolzens, die nur geringen Einfluß haben kann, untersucht, und es sind folgende Ergebnisse erzielt worden:

Labyrinth nach Fig. 282a. 10 Stufen.

p_1 kg/cm²	t_1°	p_2 kg/cm²	Spiel[1]) mm	f m²	G kg/st nach Versuch	G kg/st berechnet	Nach Formel für
3	175°	1,1	0,14	$1{,}65 \cdot 10^{-5}$	11	12,5	unter Schallgeschwindigkeit
6	185°	1,16	0,14	$1{,}65 \cdot 10^{-5}$	24	24	über „
10	180°	1,7	0,14	$1\,65 \cdot 10^{-5}$	44	40	„ „
3	160°	1,1	0,212	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	18,5	19	unter Schallgeschwindigkeit
6	190°	1,3	0,212	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	39	36	über „
10	195°	1,7	0 212	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	64	58	„ „
3	175°	1,2	0,38	$4{,}5 \cdot 10^{-5}$	30	33,5	unter Schallgeschwindigkeit
6	180°	1,6	0,38	$4{,}5 \cdot 10^{-5}$	63	65	über „
10	190°	2,4	0,38	$4{,}5 \cdot 10^{-5}$	108	108	„ „

[1]) Fehlergrenze in der Bestimmung des Spieles 0,015 mm.


Digitized by Google

Die Ausführung nach Fig. 282b wurde bei 10 Nuten als Labyrinth mit 20 Stufen gerechnet, da in jeder Nute zwei Verengungen vorkommen.

Labyrinth nach Fig. 282b. $z = 20$.

p_1 kg/cm² abs.	t_1	p_2 kg/cm² abs.	Spiel mm	f m²	Stündliches Dampfgewicht berechnet	Stündliches Dampfgewicht nach Versuch
3	180°	1,2	0,5	$5{,}9 \cdot 10^{-5}$	29	25,8
6	190°	1,5	0,5	$5{,}9 \cdot 10^{-5}$	61	54,3
10	200°	2,2	0,5	$5{,}9 \cdot 10^{-5}$	102	91,4

Endlich schien es interessant, die Ausführung 282c die eigentlich einen fortlaufenden gebrochenen engen Spalt bildet, mit 282b zu vergleichen. Die stündlich durchgeströmten Dampfmengen bei gleichem Anfangs- und Endzustand und gleichem Spiel wie für 282b ergaben sich zu

18, 38, 67 kg.

Die Übereinstimmung der Ergebnisse mit den angenäherten Formeln (5) bzw. (12) ist hiernach beim normalen Labyrinth a eine ganz befriedigende, und

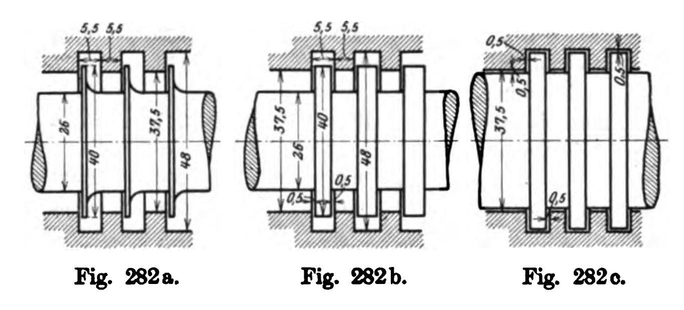


Fig. 282a. Fig. 282b. Fig. 282c.

es wird sich der Gebrauch der genaueren Methoden nur bei sehr wichtigen Ausführungen lohnen.

In der Ausführung Fig. 282b ist der Verlust in Wirklichkeit kleiner als nach der Theorie, was sich durch die Annahme einer Strahlkontraktion erklären ließe.

Die Ausführung c als gebrochener Spalt weist endlich die kleinsten Verluste auf; doch wird ihre allgemeine Verwendung auf Dichtungen mit großem Spiel beschränkt werden müssen, da andernfalls die Gefahr des Einreibens zu groß wäre.

Verluste durch lange schmale Spalte.

Bei sehr schmalen Spalten ist zunächst zu entscheiden, ob wir uns über oder unter der kritischen Geschwindigkeit befinden. Nach der Formel von Becker (Abschn. 27) ist $w_k = k' \eta_{techn} / 2 s \gamma$, und wenn wir mangels genauerer Anhaltspunkte im Mittel $k' = 25000$; $\eta_{techn} = 1{,}6 \cdot 10^{-6}$ setzen, so erhalten wir für die kritischen Geschwindigkeiten folgende Werte:

Spaltweite	$s =$	0,1	0,2	0,5	1,0 mm
Spezif. Gew. $\gamma = 0{,}1$	$w_k =$	2000	1000	400	200 m/sek
„ „ $= 1{,}0$	„ $=$	200	100	40	20 „
„ „ $= 5{,}0$	„ $=$	40	20	8	4 „

Digitized by Google

Hieraus folgt, daß mit Ausnahme sehr tiefer Luftleere und sehr enger Spalte die Geschwindigkeit in der praktischen Anwendung über dem kritischen Werte gelegen sein wird. Für diesen ist aber die Formel $DR = \zeta_r \frac{dl}{2s} \frac{w^2}{2g}$ zu benutzen, wo ζ_r nach Becker = 0,03 bei 0,04 ausmacht. Um den Verlust für eine endliche Spaltlänge zu bestimmen, müßte man also zu der graphischen Integrationsmethode greifen, die wir in Abschn. 28 erläutert haben. Da dies stets sehr umständlich ist, dürften die nachfolgend mitgeteilten Versuchsergebnisse in manchen Fällen unmittelbar verwendbar sein.

Die Versuche wurden mit einem zylindrischen Rohr von 30 mm l. Weite und 100 mm Länge ausgeführt, in welches man der Reihe nach glatte, ferner mit quadratischen und mit rhombischen Nuten versehene Bolzen, mit verschiedenem radialen Spiel einsetzte. Die Zahl der Nuten betrug 9. Die Versuchsbedingungen sind in der nachfolgenden Zahlentafel angeführt.

Bezeichnung	Welle	Anfangsdruck kg/qcm abs.	Temperatur mit d. Spiele wachsend °C	Enddruck kg/qcm abs.
a	glatt	10 5	184—209	0 95—0,67
b	„	6,0	175—191	0,96—0,82
c	„	4,0	162—175	0,96—0,87
d	9 gerade Rillen 5 × 5 mm	10,5—4,0	181—174	0,27—0,10
e	9 schräge Rillen 5 × 5 mm	10,5	182—211	0,96—0,76
f	„	6,0	171—200	0,96—0.83
g	„	4,0	150—198	0,96—0,87

Die Anfangstemperatur nahm mit wachsender Dampfmenge, d. h. größerem Spiele innerhalb der angegebenen Grenzen zu. Der Gegendruck konnte nicht konstant gehalten werden und nahm mit wachsendem Spiele ab. Die Auslaßtemperatur lag bei kleinem Spiel bis zu etwa 0,35 mm infolge der Abkühlung der Thermometerhülse durch das Gehäuse scheinbar unter dem Sättigungspunkt. Darüber hinaus wurde Überhitzung festgestellt, wie sein muß.

In einer späteren Versuchsreihe wurde der Gegendruck stufenweise gesteigert, bis er den Anfangsdruck nahezu erreichte, und es wurde festgestellt, daß die durchströmende Dampfmenge mit abnehmendem Gegendruck ähnlich wie beim Ausfluß durch die einfache Mündung nach angenähert elliptischem Gesetz zunimmt, bis der Gegendruck den kritischen Wert p_m erreicht hat. Von da ab bleibt bei Erniedrigung des Gegendruckes die sekundliche Dampfmenge unverändert. Bezeichnen wir diesen Höchstbetrag mit G_m, den Anfangsdruck mit p_1, den Gegendruck mit p, die ihm entsprechende sekundliche Dampfmenge mit G, so ist das Gesetz der Ellipse durch die Gleichung

$$\left(\frac{G}{G_m}\right)^2 + \left(\frac{p - p_m}{p_1 - p_m}\right)^2 = 1$$

ausgedrückt. Führen wir das Verhältnis des kritischen Gegendruckes zum Anfangsdrucke

$$\beta = \frac{p_m}{p_1}$$

ein, so entsteht durch Auflösung

$$G = \frac{G_m}{1 - \beta} \sqrt{1 - 2\beta\left(1 - \frac{p}{p_1}\right) - \left(\frac{p}{p_1}\right)^2}.$$

Digitized by Google

Aus den Versuchen ergibt sich, daß der kritische Druck, wie zu vermuten, mit abnehmender Spaltweite s sinkt, und zwar innerhalb der Grenzen $s = 0{,}1$ bis $s = 0{,}5$ mm, ungefähr gemäß der empirischen Formel

$$\beta = \frac{p_m}{p_1} = 0{,}577 - \frac{0{,}098}{0{,}124 + s},$$

wo s in mm einzusetzen ist.

Man kann nun die maximale sekundliche Dampfmenge G_m vergleichen mit der „theoretischen", die durch eine gut abgerundete Mündung bei gleichem Anfangsdruck (und einem unter der kritischen Grenze gelegenen Gegendruck) ausfließen würde, und nach Abschn. 41 durch Formel

$$G_0 = 2{,}03\, F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

bestimmt ist, für kg/qm/sek als Einheiten. Das Verhältnis

$$k = \frac{G_m}{G_0}$$

ist in Fig. 282d als Abhängige der Spaltweite für die in der Zahlentafel mit gleichen Buchstaben bezeichneten Versuche graphisch dargestellt. Als ganz un-

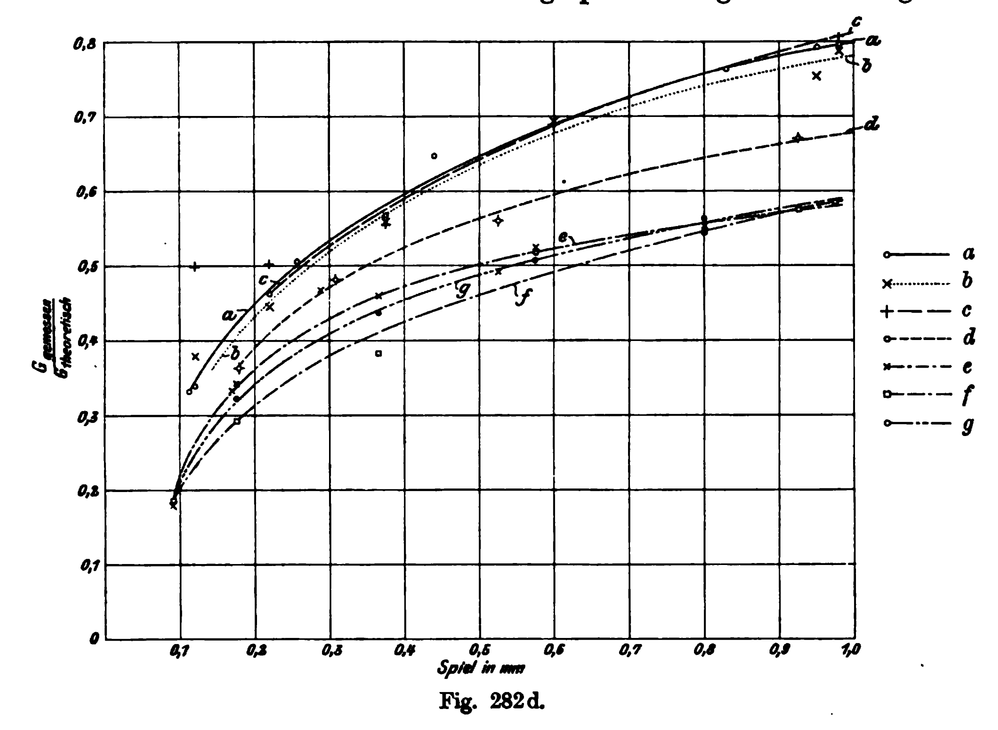


Fig. 282d.

gefähre Näherung könnte die Formel $k = 0{,}792 \sqrt[3]{s}$ benutzt werden, s in mm eingesetzt. Die Versuche beanspruchen keine hohe Genauigkeit und die angeführten Formeln werden nur mit Vorbehalt wiedergegeben.

Wichtig ist, sich für die praktische Anwendung die nachstehenden Folgerungen vor Augen zu halten:

Ein 100 mm langer glatter Spalt läßt bei 1 mm Weite nur um etwa 20 v. H. weniger Dampf durch als die einfache Mündung. **Wo also Verminderung von Undichtheitsverlusten angestrebt wird, ist die angegebene Spaltlänge unzureichend.** Auch bei 0,2 mm Spaltweite, die als kleinstes praktisch erreichbares Maß für be-

Digitized by Google

wegte Teile gelten kann, ist die durchströmende Dampfmenge bei 100 mm Spaltlänge noch 30—50 v. H. der theoretischen.

Durch das Eindrehen von Rillen wird der Dampfverlust herabgesetzt, und zwar bei schräge(n) (die Spitze gegen den Strom richtenden) Rillen mehr als bei rechteckigen, indessen nur im Verhältnis von 1 zu etwa 0,75. Die Rillen wirken also nicht wie ein vollwertiges Labyrinth.

d) Stopfbüchsen mit Wasserabdichtung.

Die Gesellschaft für elektrische Industrie in Karlsruhe verwendet die in Fig. 283 dargestellte Stopfbüchse mit Wasserabschluß, die sich als Abdichtung gegen Vakuum vorzüglich eignet. A ist eine auf der Achse aufgekeilte Hülse, die die mitrotierenden Scheiben B trägt. Teil D mit den Scheiben C steht still und führt der Büchse durch Röhrchen F und Kanal E tropfenweise Wasser zu, welches nur allmählich infolge Erwärmung von der Welle aus verdunstet. Die Fliehkraft treibt es an den Außenumfang des

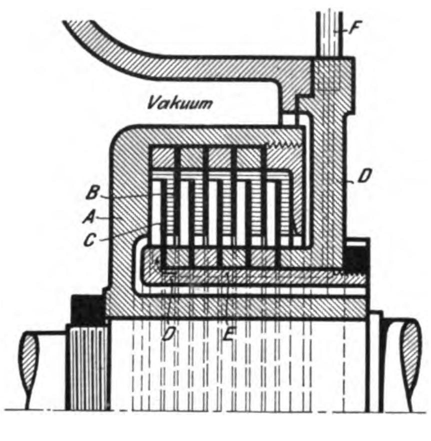


Fig. 283.

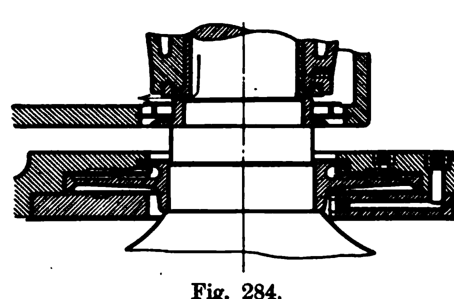


Fig. 284.

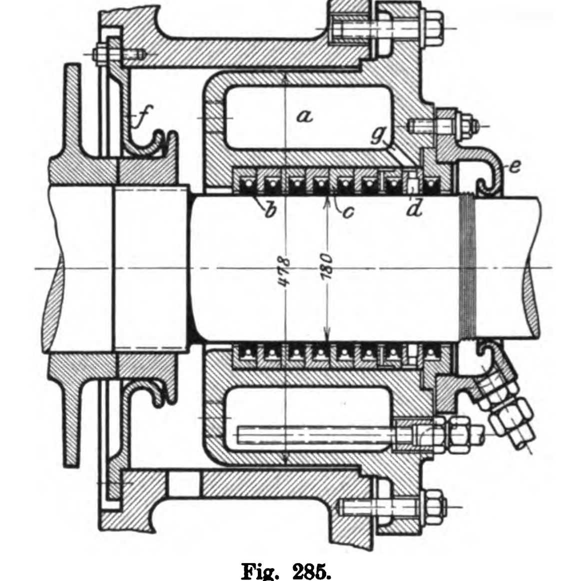


Fig. 285.

rotierenden Teiles A, wodurch ebensoviele Wasserabschlüsse gebildet werden, als Kammern vorhanden sind.

Nehmen wir als Annäherung an, daß das Wasser in den engen Kammern mit der halben Geschwindigkeit der Welle rotiere ($\omega' = 0{,}5\,\omega$), so ist der Druckunterschied, dem die Wassersäule einer Abteilung das Gleichgewicht hält,

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = (r_2^2 - r_1^2)\,\omega'^2,$$

woraus sich die Zahl der Abteilungen berechnen läßt.

Auf dem gleichen Grundsatz beruht die Stopfbüchse der Brush Electr. Eng. Co. Fig. 284, die infolge größeren Durchmessers mit einer einzigen Scheibe auskommt.

e) Stopfbüchsen mit fester Liderung.

Die Stopfbüchsen der Zoellyturbine (Fig. 285) besteht aus einer Anzahl in Kammern hintereinander geschalteter Dichtungsringe aus geeigneter (Weißmetall-)

Digitized by Google

Legierung, die zwei- oder dreiteilig ausgeführt, so abgepaßt sind, daß sie die Welle ohne Druck berühren. Sie werden von einer außen umschlungenen Schrauben-

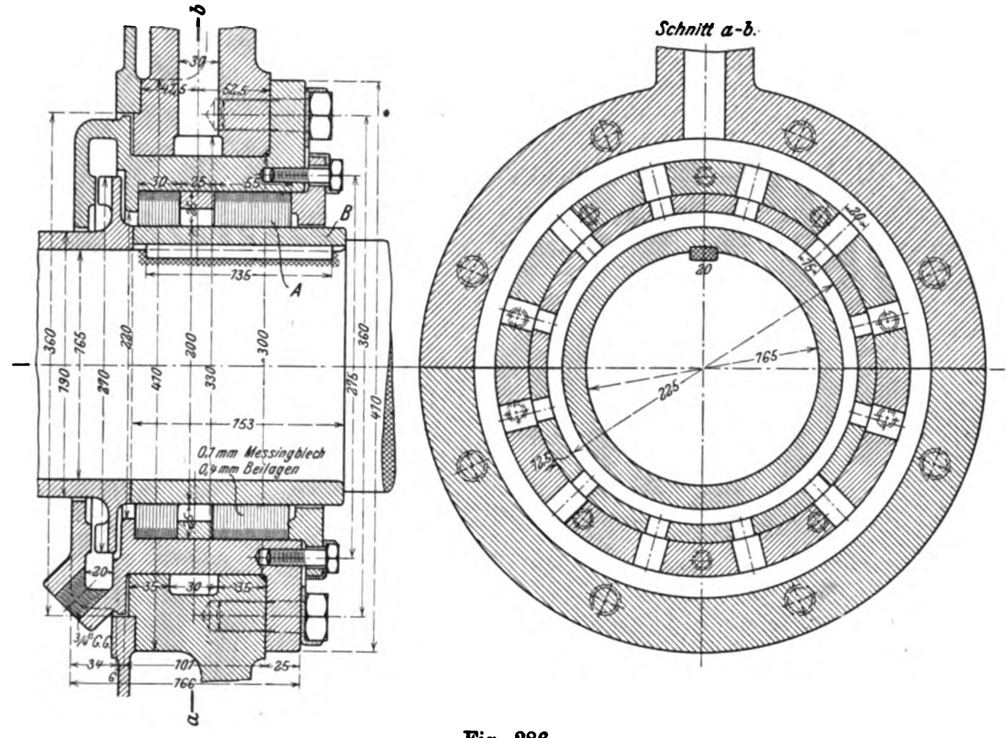


Fig. 286.

feder zusammengehalten und sind gegen Drehung nicht gesichert, werden daher im Notfalle im Gehäuse rotieren. Die in der Figur angedeutete Wasserkühlung ist verlassen, an ihre Stelle tritt eine leichte Preßschmierung mit Zylinderöl.

Die Stopfbüchse von Gebr. Sulzer (Fig. 286) ist eine Verbindung der festen Liderung mit der Labyrinth-Wirkung, und wird durch dichtgestellte dünne Messingbleche gebildet, deren Innenrand man nach dem Ausbohren durch Einpressen eines Kaliberdornes leicht umkrempelt. Der Sperrdampf für Vakuumbüchsen tritt bei *b* ein; ein etwa austretender Überschuß wird durch das links sichtbare Ventilatorrädchen in eine Abzugsröhre befördert.

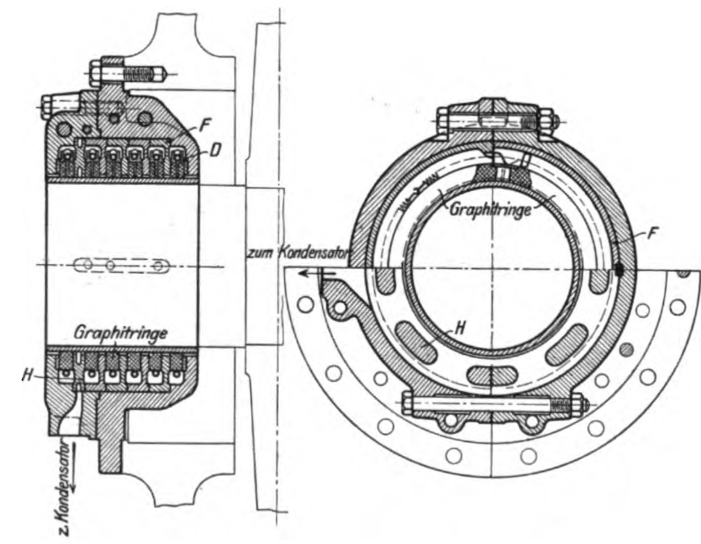


Fig. 287.

Neuerdings sind vielerorts Versuche mit Kohlenliderungsringen im Gang, die bei der Curtisturbine seit langem mit Erfolg verwendet werden. Die General

Electric Company verwendet, wie in Fig. 287[1]) ersichtlich, zwei- oder mehrteilige Ringe aus Graphit, die durch Spiralfedern zusammengehalten, an der Stoßfuge mit einem Kupferschloß *D* versehen, durch dieses zugleich an der Drehung verhindert werden. Nach kurzer Zeit sollen die Innenflächen Spiegelglanz annehmen, ohne die Welle anzugreifen. Die noch durchdringenden Dampfreste werden zum Kondensator abgeleitet.

f) Abdichten der Zwischenwände bei Gleichdruckturbinen.

Im allgemeinen begnügt man sich bei den Zwischenwänden mit zylindrischen Büchsen, die die Welle mit Spiel umfassen und mit schiefen Labyrinthnuten ver-

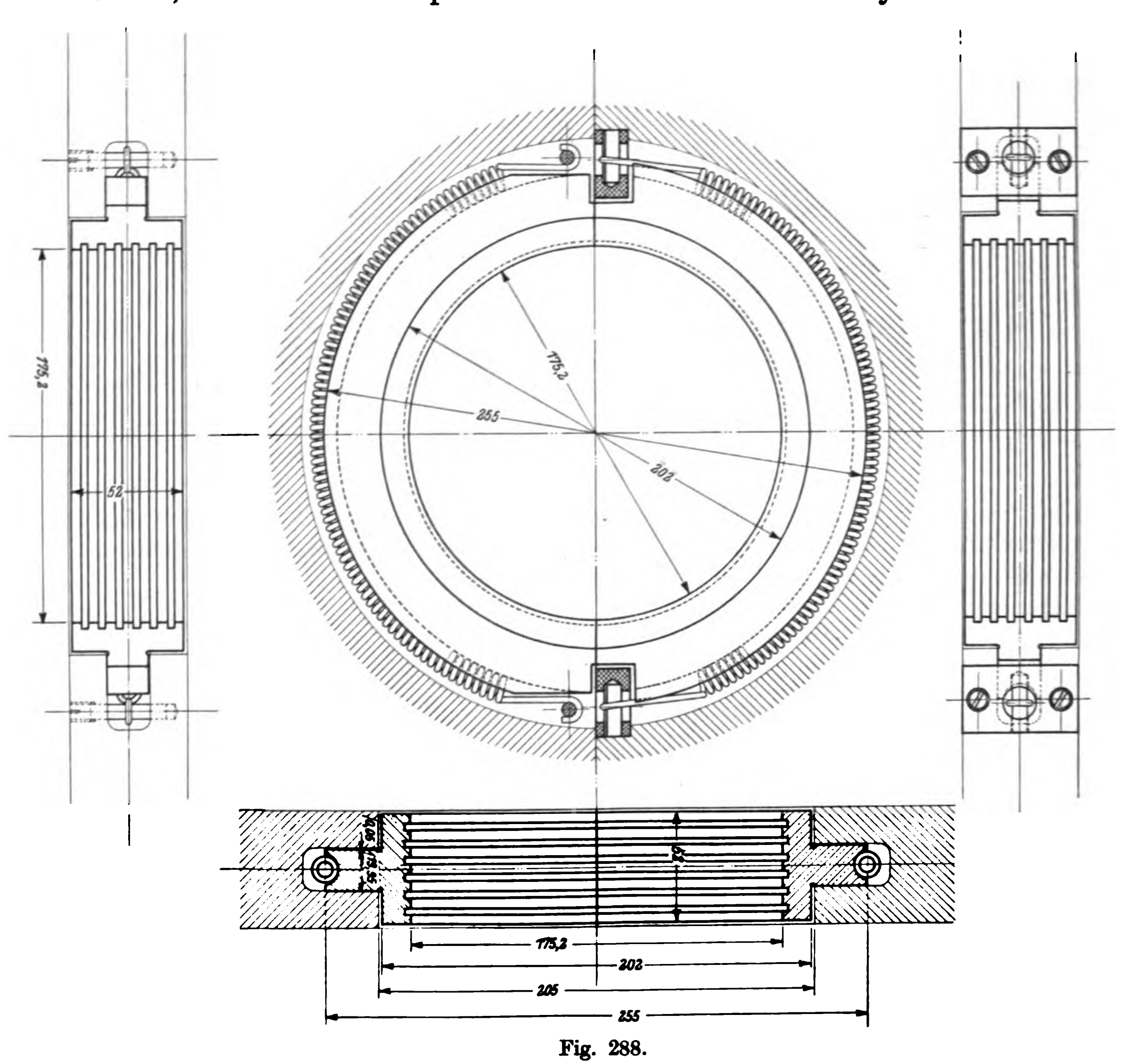


Fig. 288.

sehen werden. Neuerdings bemüht man sich, gegen Heißlauf unempfindliche Legierungen ausfindig zu machen, oder durch Kohlenliderung vollständigen Abschluß ohne Schmiermittel zu erlangen. Fig. 288 veranschaulicht eine zweckentsprechende Konstruktion von Gebr. Stork & Co. in Hengelo. Der zweiteilige Liederungsring ist durch

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1909, S. 100.

Digitized by Google

zwei von festen Aufhängepunkten gehaltenen Federn leicht zusammengepreßt, wobei die Spannung der unteren Feder um das Eigengewicht des Ringes größer ist, als die der oberen. Die Liderung berührt daher die Welle so gut wie ohne Druck, und kann den Schwankungen der Welle nach allen Richtungen vor allem auch senkrecht folgen. Der Überdruck besorgt die dichtende Anpressung an die Gehäusewand. Beim Abheben des Gehäuses wird der Oberteil durch die kenntlich gemachten Anschläge mitgenommen. In Fig. 288a ist der Längenschnitt einer Konstruktion der General Electric Company dargestellt. Der zweiteilige Liderungsring A wird durch Keil B an der Drehung verhindert, von unten durch eine Feder unterstützt und kann ebenfalls der Wellenauslenkung folgen. Nach kurzer anfänglicher Abnützungszeit legt er sich auf den Falz C der Beilage D und berührt von da an die Welle mit nur leichter Anpressung.

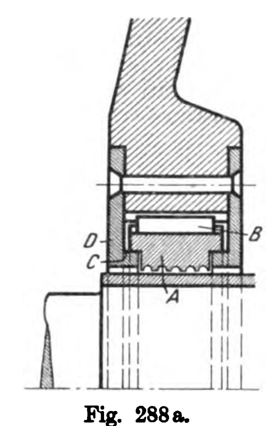


Fig. 288a.

98. Die Turbinengehäuse.

Die Gehäuse sind fast ausnahmslos durch eine achsiale Ebene geteilt und mittelst Flanschen verschraubt, um die Räder leicht ein- und ausbauen zu können. Häufig sind noch Trennungen durch zur Achse senkrechte Ebenen vorgesehen, so daß im Kreuzpunkte mit dem wagerechten Schnitt vier Fugen zusammentreffen. Die Abdichtung an dieser Stelle, die man früher für ungemein heikel gehalten hätte, bietet bei sachgemäßer Behandlung keine Schwierigkeiten. Abgesehen von etwas Firnis oder anderem leichten Anstrich wird kein Dichtungsmaterial verwendet.

Neben der selbstverständlichen Rücksicht auf die Gießerei und Bearbeitung haben die Gehäuse vor allem der Beanspruchung durch den Dampfdruck, der Formänderung und den Einflüssen der Wärmedehnungen Rechnung zu tragen.

Die Festigkeit einer längeren zylindrischen Trommel

muß ohne Rücksicht auf die nur das Ende versteifenden Böden, wie die eines freien Ringes beurteilt werden. Die Anwesenheit der Verbindungsflanschen übt nur einen unwesentlichen Einfluß aus.

Ist D der innere Durchmesser (in cm),
δ die Wandstärke (in cm),
p der innere Überdruck (in kg/qcm),

so gilt für die in der Fig. 289 dargestellte Gehäusehälfte von der Länge l die Gleichgewichtsbedingung

$$Dlp = 2Z = 2l\delta\sigma_z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

woraus sich die Zugspannung nach der „Kesselformel"

$$\sigma_z = \frac{Dp}{2\delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1a)$$

bestimmt.

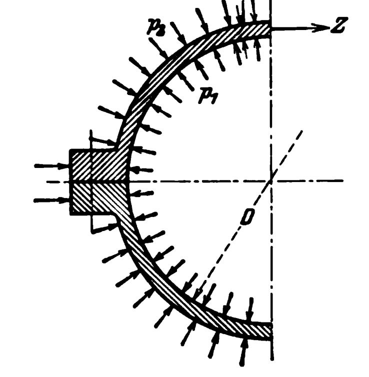


Fig. 289.

Bei der Berechnung der **Flanschenverbindung** hat man die Verbiegung durch die einseitig wirkende Umfangskraft zu beachten, die die Beanspruchung der Schrauben auf ein Mehrfaches des nutzbaren Wertes steigern kann.

Digitized by Google

Bei in der Flanschenmitte angreifenden Schrauben wird die Flansche (Fig. 290) durch den Zug der Schrauben beim Zusammenbau angenähert gleichmäßig von $C_0 B_0$ auf die Dicke $A_1 B_1$ zusammengedrückt und hierbei in der Dichtungsfläche der gleichmäßige in der unteren Figur durch Strecke DD_1 dargestellte Druck erzeugt. Infolge Hinzutretens des Umfangszuges Z (auf die Breite einer Schraubenteilung bezogen) dehnt sich die Schraube um den Betrag $C_2 C_1$ aus und der mittlere Dichtungsdruck nimmt auf den Wert DD_2 ab. Nun kommt das biegende Moment Zx hinzu, welches die Flansche schief stellt, und den Dichtungsdruck innen vermindert, außen vermehrt. Als zulässige Grenze der Ungleichmäßigkeit wird der Fall gelten müssen, daß der Druck innen gleich Null wird, woraus sich bei angenähert geradliniger Verteilung am Außenrande der doppelte Betrag des früheren ergibt. Die Resultierende Q greift im Abstande $h/6$ von der Mitte an, und das Gleichgewicht der Kräfte P, Q, Z liefert $Q = 3Z$, daher

$$P = Q + Z = 4Z \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

also eine Schraubenkraft, die dem vierfachen Umfangszug gleich ist.

Wenn man die tatsächlich eintretende geringe Krümmung der Flansche mit berücksichtigen wollte, so würden die Verhältnisse kaum günstiger.

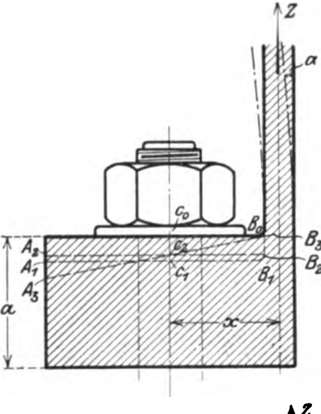


Fig. 290.

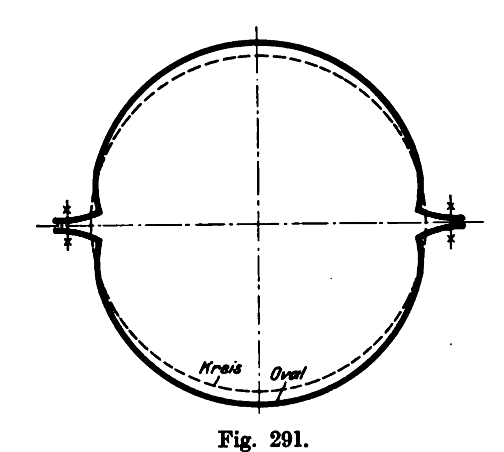


Fig. 291.

Inwiefern durch die Schiefstellung der Flanschen das Gehäuse nach Fig. 291 oval gezogen wird, kann wie folgt beurteilt werden.

Infolge der angenommenen linearen Verteilung kann die Druckspannung $D_2 D_3 = \sigma_d$ so gerechnet werden, als ob es sich um die Biegung eines Stabes von Rechtecksquerschnitt mit der Höhe h und der Breite b handelte, so daß

$$\sigma_d = \frac{Zx}{b h^2/6} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

wird, wobei Z aus dem Innendruck nach Formel (1) zu rechnen ist. Anderseits darf man σ_d der spezifischen Zusammendrückung der Flansche, deren Dicke a sei, proportional, d. h. wenn ξ die Strecke $A_2 A_3$ bedeutet:

$$\sigma_d = \frac{\xi}{a} E \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

setzen. Schließlich ist die Neigung der Flansche

$$\alpha = \frac{\xi}{h/2} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

oder nach (3) und (4), wenn $J = b h^3/12$ eingeführt wird,

$$\alpha = \frac{Zxa}{JE} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Fig. 292.

Wie eine ausführlichere Rechnung dartut, kann man nun das Verziehen des Gehäuses nach Fig. 292 angenähert so bestimmen, als ob jede Hälfte zu einem reinen Kreise vom Halbmesser ϱ verbogen würde, wobei die Flansche die Neigung α annimmt, daher die angenäherte Beziehung

$$r - \varrho = r\alpha \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Digitized by Google

besteht. Dieser Ausdruck stellt aber gerade die Abnahme des horizontalen Halbmessers dar. Man überzeugt sich durch Nachrechnung, daß auch bei ganz großen Durchmessern (z. B. 5 m) das Verziehen höchstens 1 mm ausmacht, daher für gewöhnlich bei genügend festen Flanschen und Schrauben außer acht gelassen werden kann, anderseits müssen wir betonen, daß obige Rechnungen nur sehr ungefähre Annäherungen bilden.

Die Steifheit des Gehäuses gegen Ovalwerden wird durch Umfangsrippen wie vor allem durch die Böden sehr gehoben. Mit Rücksicht auf die Wärmedehnung werden Rippen von den leitenden Turbinenfirmen indes nur mit Vorsicht angewendet.

Gegen Torsionsbeanspruchung nützen diese Umfangsrippen gar nichts und die zweiteiligen Gehäuse weisen in bezug auf Torsion überhaupt sehr eigentümliche Verhältnisse auf.

Dürfte man das Gehäuse als ein Stück behandeln, so wäre bei Beanspruchung durch ein um die Achse drehendes Torsionsmoment M, wenn man von den Flanschen absieht, und mit R den mittleren Radius, mit δ die Wandstärke bezeichnet, die Torsionsspannung

$$\tau = \frac{M}{2\pi R^2 \delta}, \text{ der Verdrehungswinkel bei einer Länge } L, \quad \psi = \frac{ML}{2\pi R^3 \delta G}. \quad . \quad . \quad (8)$$

Wenn hingegen die Reibung in der Trennungsfuge ganz vernachlässigbar wäre, so würde das Gehäuse die Verdrehungssteifigkeit sozusagen vollständig verlieren. Dies hängt damit zusammen, daß das Widerstandsmoment für jede Hälfte getrennt und so zu rechnen ist, als ob der Umfang in eine Gerade gestreckt würde. Für ein **sehr flaches Rechteck** ist das Widerstandsmoment gegen Drehung aber

$$W_t = \frac{1}{3} h b^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

welche von Föppl[1]) abgeleitete Formel viel mehr Beachtung verdiente, als ihr tatsächlich geschenkt wird. Hier ist h angenähert $= \pi R$ und $b = \delta$. Daher die Torsionspannung

$$\tau' = \frac{3M'}{\pi R \delta^2}.$$

In ebenso starkem Maße steigt der Verdrehungswinkel, für welchen die Formel

$$\psi' = \frac{3M'L}{h b^3 G} = \frac{3M'L}{\pi R \delta^3 G} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

gilt. Das Verhältnis der Drehwinkel ist also

$$\frac{\psi'}{\psi} = 6 \frac{M'}{M} \left(\frac{R}{\delta}\right)^2.$$

Als Moment M' haben wir $M/2$ einzusetzen, und erhalten beispielsweise bei $R/\delta = 26$ einen rund **2000mal größeren Verdichtungswinkel,** als beim spaltlosen Gehäuse.

Dabei beträgt die Verschiebung innerhalb der Flanschflächen nur Bruchteile eines Millimeters, wenn die Beanspruchung bereits die zulässigen Grenzen erreicht hat. Eine ungenügend versteifte Gehäusehälfte wird daher während der Bearbeitung, bei der Montage, auf nachgiebigen Fundamenten (ungleiche Stützung) usw. keinen richtigen Halt besitzen und, wie manche Erfahrung gezeigt hat, zu Mißständen Veranlassung geben.

Festigkeit der Zwischenböden.

Sind die Zwischenböden der vielstufigen Turbine ungeteilt, so muß ihre Festigkeit nach der Theorie der plattenförmigen Körper[2]) beurteilt werden. Leider sind genaue und hinlänglich einfache Formeln nur für den Fall ebener, gleichmäßig dicker Platten vorhanden, und zwar gilt bei freier Auflage

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{eff} &= \frac{3}{8}(3+\nu)\frac{r^2}{h^2}p \\ y_m &= \frac{3}{16}(1-\nu)(5+\nu)\frac{r^4}{h^3}\frac{p}{E} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

[1]) Techn. Mechanik 1907, Bd. V, S. 161 und 163. Siehe in letzterem insbesondere die anschauliche Methode von Prandtl.

[2]) Föppl, Techn. Mechanik, Bd. III, Abschnitt über die kreisrunde Platte.

Digitized by Google

wo h die Plattenstärke, r den Halbmesser, p den Überdruck in kg/qcm, ν das Poissonsche Verhältnis bedeuten. σ_{eff} ist die wirkliche größte Spannung, und nicht die „reduzierte“, die Föppl benützt, welche als Produkt aus der größten Dehnung und E zur wirklichen Spannung im Verhältnis $\sigma_{red} = (1 - \nu)\,\sigma_{eff}$ steht. Wie wir gesehen haben, ist bei bildsamen Stoffen die größte Schubspannung für die Beanspruchung maßgebend und zwar ist hier $\sigma_{schub} = \sigma_{eff}/2$. Die Einsenkung y_m bezieht sich auf die Plattenmitte.

Mit $\nu = 0{,}3$ erhält man für Stahlguß

$$\sigma_{eff} = 1{,}24\,\frac{r^2}{h^2}\,p\,; \qquad y_m = 0{,}70\,\frac{r^4}{h^3}\,\frac{p}{E} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die Festigkeit eines Kegelmantels wird im X. Teil untersucht.

Meist sind die Scheidewände geteilt und die Theorie der vollen Platte versagt vollständig. Das bekannte Näherungsverfahren von Bach darf nur mit Vorbehalt empfohlen werden, da keine Versuche vorliegen, die seine Berechtigung erwiesen hätten.

Um über das Verhalten der **geteilten Böden** eine ungefähre Vorstellung zu gewinnen, wurden in unserem Laboratorium Versuche mit Glasplatten durchgeführt, die am Rande frei aufliegend einer durch Quecksilber ausgeübten gleichmäßigen Pressung ausgesetzt waren. Die Abdichtung erfolgte durch eine dünne Gummiplatte, deren Festigkeit vernachlässigbar klein war. Zunächst wurde die Durchbiegung und die Bruchbelastung einer Anzahl voller Platten mit rd. 120 mm Durchmesser ermittelt; daraufhin wurden je zwei Halbkreisplatten zusammengelegt und in der gleichen Vorrichtung geprüft, wobei die erwähnte Gummiplatte die Dichtung über der Fuge bildete. Die Ergebnisse wurden auf eine und dieselbe Plattenstärke umgerechnet, indem man annahm, daß wie für volle Kreisplatten die Spannung dem Quadrate, die Einsenkung der 3. Potenz der Plattenstärke umgekehrt proportional ist. Am einfachsten ist es nun, die Festigkeit der halbkreisförmigen Platte mit derjenigen der vollen zu vergleichen, indem man schreibt

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{halb} &= \alpha\,\sigma_{voll} \\ y_{halb} &= \beta\,y_{voll} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

auf denselben Druck p und gleiches r und h bezogen. Unsere Versuche ergaben für β nahezu den Wert 1,7. Der Wert von α schwankte erheblich, was sich wohl durch die ungleichmäßige Plattenstärke erklärt, da der Bruch immer die schwächste Stelle aussucht, während die Deformation alle Elemente heranzieht und eine Art „Mittel“ aus ihnen bildet. Es ergab sich α etwa 1,4, welchen Wert man eher auf 1,5 abrunden darf. Das bedeutet, kurz ausgedrückt, daß die Halbkreisplatte mit $^2/_3$ desjenigen Druckes belastet werden darf, der für die volle Platte zulässig ist. Die Verbiegung ist aber das 1,7fache. Ich gebe diese Werte mit allem Vorbehalt, als Anregung zu weiteren Versuchen, die mit reicheren Mitteln ausgeführt werden müßten als die unsrigen.

Ist der Boden längs der Fuge mit einer Rippe versehen, so kann diese den Boden schwächen, falls sie nicht kräftig genug ist, wie Bach bei der Berechnung der Schieberkastendeckel ausgeführt hat.

Ist der Boden kegelförmig und ganz, so ist seine Festigkeit, wie wir später nachweisen, erheblich größer als die der ebenen Platte. Ist er aber getrennt, so schwindet die Möglichkeit, Umfangsspannungen zu übertragen, und man tut gut, auf keine Vermehrung der Tragkraft gegenüber der ebenen Platte zu rechnen.

Die Wärmedehnung der Gehäuse. — Gefahren raschen Anlassens.

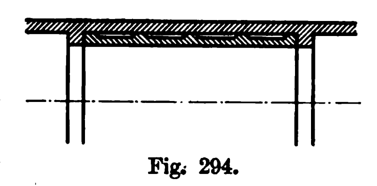
Das Gehäuse kann schon im Beharrungszustande Verspannungen erleiden, wenn infolge angegossener Dampfkanäle, weit ausladender Füße, überhaupt un-


Digitized by Google

gleicher Massenverteilung und Wärmeableitung Temperaturunterschiede bestehen können. Die größten Gefahren werden indes bei allzu raschem Anwärmen und Belasten, insbesondere falls die Konstruktion unzweckmäßig ist, heraufbeschworen. Die kritischen Stellen der Beanspruchung sind große ebene Bodenflächen und vor allem herausragende hohe Rippen. Die Bodenwände sind unvermeidlich, sollten aber gewölbt sein; hohe Rippen hingegen muß man als Konstruktionsfehler bezeichnen.

Fig. 293.

Die Beanspruchung dieser Teile kann zahlenmäßig angegeben werden, falls der Temperaturverlauf in jedem Augenblick bekannt ist. Bei dem in Fig. 293 dargestellten Beispiel einer unzweckmäßigen Konstruktion wird man die angrenzenden zylindrischen Teile, die in sich wesentlich nachgiebiger sind als der Boden, vernachlässigen, und auf den Boden die Formeln des Abschn. 82 anwenden. Wie der zeitliche Verlauf der Temperatur hierbei abzuschätzen wäre, wird im X. Teil erörtert.


Fig. 294.

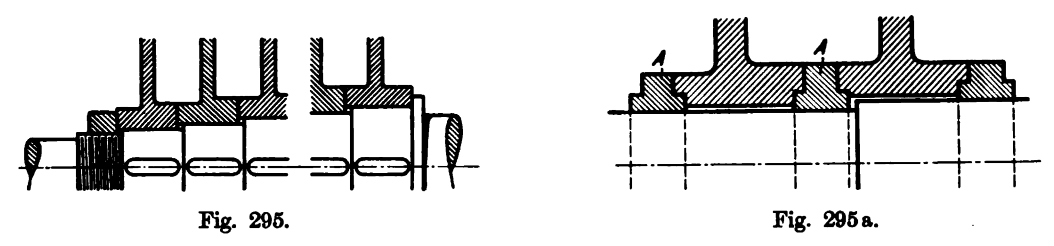


Fig. 295. Fig. 295a.

Auch die zylindrischen Mäntel können großer Verspannung ausgesetzt werden, z. B. bei axialer Einklemmung eines durch etwaige Arbeitsleisten noch mehr isolierten Futters nach Fig. 294. Früher war es üblich die Räder der mehrstufigen

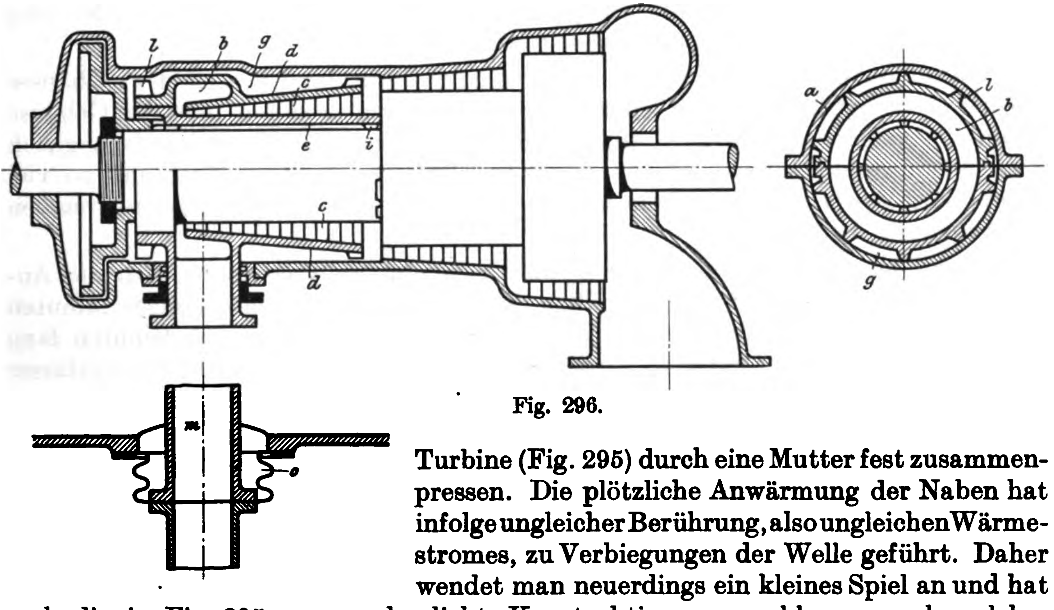


Fig. 296.

Turbine (Fig. 295) durch eine Mutter fest zusammenpressen. Die plötzliche Anwärmung der Naben hat infolge ungleicher Berührung, also ungleichen Wärmestromes, zu Verbiegungen der Welle geführt. Daher wendet man neuerdings ein kleines Spiel an und hat auch die in Fig. 295a veranschaulichte Konstruktion vorgeschlagen, nach welcher die Räder, um leicht abstreifbar zu bleiben, die Welle überhaupt nicht mehr berühren. Die Zentrierung besorgen Ringe A, die man im Notfalle opfern könnte.

Digitized by Google

Je höher die Überhitzung, um so fühlbarer sind naturgemäß die Einflüsse der Wärmedehnung. Welche Abhilfsmittel in der Praxis erwogen wurden, zeigt beispielsweise das D. R. P. Nr. 198130 von Brown, Boveri & Cie. in Mannheim, nach welchem gemäß Fig. 296 der Einströmungsteil der Trommel und des Gehäuses durch besondere Futter der Einwirkung der hohen Temperatur ganz entzogen werden soll. Die Futter sind mit Arbeitsleisten so eingebaut, daß wenigstens axial freie Ausdehnung möglich ist. Der Raum zwischen Futter und Gehäuse bzw. Spindel soll von Dampf niedrigerer Temperatur umflutet werden.

Die Gehäuse werden vielfach ausgeglüht, um ihnen jede Gußspannung zu nehmen und ein Werfen nach erfolgter Bearbeitung zu verhindern.

Es versteht sich von selbst, daß ein Zusammengießen des Gehäuses mit Kanälen, die Dampf von niederer oder höherer Temperatur leiten, zu schädlichen Verspannungen führen kann. Möglichste Einfachheit und Symmetrie des Gußstückes sind zu empfehlen. Daher wäre der glatte Zylinder ohne alle Rippen die ideale Form. Die Brush Electr. Eng. Company vertritt den Standpunkt, daß schon die wagerechten Verbindungsflanschen zu einem Werfen Veranlassung geben können, und versieht ihre Gehäuse zum Ausgleich mit gleich starken angegossenen Längsrippen in der Vertikalebene.

Ein Verstoß gegen die elementaren Regeln des Maschinenbaues ist es, wenn man die Höhenausdehnung der Gehäuse nicht beachtet und eine Abweichung der Höhenlage von Gehäuse und Lagerständern zuläßt, wodurch die Stopfbüchsen und die Welle zum Streifen gebracht werden. Das Gehäuse soll entweder wie bei den meisten Parsonsturbinen zwischen den Lagerständern frei schweben, oder wie bei der Zoellyturbine so nahe als möglich in der wagerechten Mittelebene gestützt werden.

Die Längenausdehnung wird meist nach der Hochdruckseite frei gegeben, da die Verbindung mit dem Kondensator von selbst zu einer Festlegung des Niederdruckendes führt. Das Kammlager findet sich umgekehrt meist am Hochdruckende; es macht die Verschiebung des Gehäuses mit, während das die Kuppelung tragende Niederdruckwellenende infolge gegenteiliger, wenn auch nicht vollständig gleicher Ausdehnung im Raume nahezu feststeht.

Wärmt man bei ruhender Turbine an, so wird das Oberteil des Gehäuses wärmer, weil die Lagerständer oder die Stützen Wärme ableiten, und das Gehäuse krümmt sich nach oben. Dies und die Rücksicht auf die sich ebenfalls ungleich erwärmende Spindel führten in neuerer Zeit allgemein dazu, sogleich mit so viel Dampf anzulassen, daß die Welle langsam umläuft und die Räder gewissermaßen als Rührwerk dienen.

Über die **zulässige Dauer für Anwärmung und Vollbelastung** gehen die Ansichten sehr auseinander. In Notfällen sind Turbinen innerhalb einiger Minuten auf Vollast gebracht worden. Im allgemeinen wird mindestens 15 Minuten lang während des Laufes vorgewärmt und in 5—10 Minuten vollbelastet. Verfasser überzeugte sich durch Messungen des Temperaturverlaufes, daß hierbei gefährliche Wärmespannungen auftreten können. Der Betriebsleiter sollte sich mit der Tatsache, daß eine Turbine die rasche Belastung bei der Übernahme ausgehalten hat, nicht begnügen, sondern sollte durch einen Sachverständigen den Temperaturverlauf beobachten und daraus folgern lassen, ob die Betriebssicherheit nicht gefährdet ist.


Digitized by Google

99. Die Regelungsverfahren.

Die theoretisch vollkommene Regelung bestünde darin, daß man sämtliche Durchflußquerschnitte der Dampfturbine im geraden Verhältnisse zur Leistung vergrößerte oder verkleinerte. Diesem Ideal kann man bei einstufigen Turbinen

Fig. 297.

konstruktiv sehr nahe kommen, indem man die von Kolb erfundene veränderliche Düse anwendet, welche, wie bei der „Elektra“turbine beschrieben wird, durch eine federnde Seitenwand den Maximal- und Minimalquerschnitt unter Aufrechthaltung ihres Größenverhältnisses abändert. Von einer Änderung der Laufradquerschnitte muß selbstverständlich abgesehen werden.


Digitized by Google

Die nächstliegende Annäherung an das Ideal erreichen wir durch reihenweises Öffnen und Schließen der Düsen einer einstufigen Gleichdruckturbine. Eine der ersten Ideen dieser Art ist das D.R.P. 144102 von Th. Reuter, wo ein vom Regler bewegter Steuerschieber (Fig. 297) frischen Dampf auf die mit den Düsenspindeln verbundenen Kolben *e*, *e* leitet. Stellt der Schieber die Verbindung des Raumes unter dem Kolben mit der Atmosphäre her, so wird die Spindel durch die Feder *g* niedergedrückt. Bei den geringen Kräften, die hier auszuüben sind, genügen Manometerröhrchen als Zuleitung, und der Schieber ist so klein, daß direkter Angriff durch den Regler zulässig erscheint; immerhin sollte er mit einem entlastenden Gegenkolben verbunden sein.

Eine hierher gehörende, aber verlassene Lösung hat Stumpf im Schweiz. Pat. Nr. 25438 Kl. 93 (Fig. 298) beschrieben. Die Düsen sind in Gruppen I, II, III, . . . geteilt und erhalten Frischdampf durch die Ventile V_{II}, V_{III} . . . Auf diesen lastet die durch Drosselklappe *D* verminderte Dampfpressung und der Druck je einer Spiralfeder, während der Admissionsdruck sie von unten emporzuheben strebt. Beim Anlassen herrscht im Raume *A* Atmosphärendruck, und der Admissionsdampf ist imstande, alle Ventile anzuheben. Wird die Turbine im Betriebe entlastet, so läßt der Regler Dampf in den Raum *A* zu, welcher im Verein mit den auf verschiedene Kraft ab-

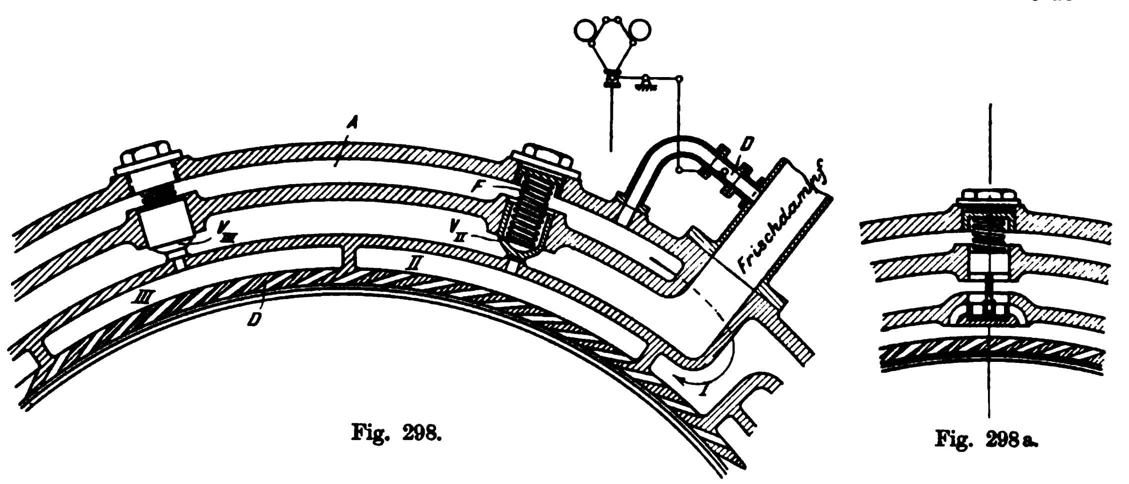


Fig. 298. Fig. 298a.

gestimmten Federn die Ventile der Reihe nach schließt. Zum Schluß bleiben nur die Düsen im Sektor I offen, die sich in steter Verbindung mit Raum *A* befinden; ihre Zahl genügt, die Turbine im Leerlauf anzutreiben. Fig. 298a stellt eine Ausführung mit einem Kolbenschieber als Absperrorgan dar. Die Vorrichtung leidet an dem Mangel, daß entweder Klemmungen das Spiel der Kolben stören, oder bei freier Beweglichkeit Undichtheiten auftreten.

Bei mehrstufigen Turbinen müßte jede Leitvorrichtung nach bestimmtem Gesetz durch den Regler beeinflußt werden. Vorschläge dieser Art hat Schulz in seinen zahlreichen Patenten beschrieben, die mittlerweile teilweise zur Ausführung gelangt sind, wenn auch bloß für Handeinstellung.

Die verwickelte Konstruktion dieser Anordnungen hat den Dampfturbinenbau gezwungen sich mit der Einzelregelung der ersten Druckstufe zu begnügen, wie insbesondere bei den Turbinen der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft und der General Electric Company beschrieben werden wird.

Bei der Mehrzahl der Turbinensysteme treffen wir **Regelung durch bloßes Dampfdrosseln** an, wodurch freilich ein Teil der Arbeitsfähigkeit des Dampfes von vornherein preisgegeben wird. Wie hoch dieser Betrag ist, kann an Hand der Entropiedarstellung (Fig. 299) beurteilt werden. A_1 sei der Ausgangspunkt bei voller Leistung; $H_1 = i_1 - i'_{k_1}$ das Wärmegefälle der idealen Turbine. Drosseln wir auf den kleineren Druck p_2 ab, so ist der Zustand in der Dampfkammer, B_1 als Schnittpunkt der Linie $i_1 =$ konst. und $p_2 =$ konst., bestimmt. Das theoretische Gefälle ist $H_2 = i_1 - i'_{k_2}$, und der Verlust $H_s = H_1 - H_2 = i'_{2k} - i'_{1k}$.

Digitized by Google

Bedeutet $A_0 B_0 = \Delta s$ die beim Drosseln erlittene Entropievermehrung, so ist

$$H_s = \Delta s\, T_k,$$

und dieses Ergebnis ist nichts anderes als der Ausdruck des Prinzips der Vermehrung der Entropie, konnte daher unmittelbar angeschrieben werden.

Der theoretische Verlust in Hundertteilen des ungedrosselten Gefälles, d. h. der Wert

$$\zeta = \frac{H_s}{H_1},$$

ist in Fig. 299a für 15 Atm. abs. Anfangsdruck 0,1 Atm. Gegendruck durch Kurve 1 für gesättigten Anfangszustand, durch Kurve 2 für 300° C Anfangstemperatur veranschaulicht. Als Leerlaufdruck wurde 1 Atm. abs. und die Leistung mit dem Druck linear veränderlich vorausgesetzt. Bei halber Belastung beträgt der Verlust 10—12 v. H.

Der praktische Betrag des Drosselungsverlustes wurde von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, Berlin, an einer 3000 KW-Turbine im Vergleich mit der

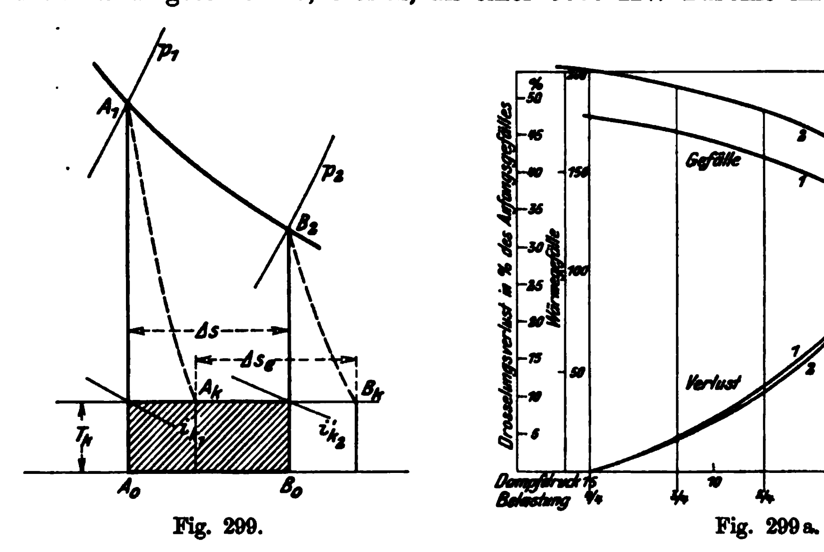


Fig. 299. Fig. 299a.

Einzeldüsenregelung der ersten Stufe durch den Versuch ermittelt. Der Mehrverbrauch pro KW-st bei halber Last gegenüber der vollen Last stellte sich wie folgt heraus:

α) Bei idealer Regelung (d. h. bei Abschließung einer Düse nach der anderen) vernachlässigbar.

β) Bei gruppenweisem Schließen der Düsen . . . . rd. 7,5 v. H.

γ) Bei ganz geöffneten Düsen und bloßer Drosselung in fast genauer Übereinstimmung mit dem theoretischen Werte rd. 12,1 v. H.

Vielstufige Turbinen anderer Systeme zeigen bei einfacher Drosselung und halber Last einen Mehrverbrauch von 15—17 v. H. gegenüber der Vollast.

Es kommt auf die näheren Umstände des Betriebes an, wie stark die Unterschiede der Drosselregelung gegenüber der Einzelregelung der ersten Stufe ins Gewicht fallen.

Zur Theorie selbsttätiger Überlastungsventile.

Sowohl bei der Düsen- wie noch mehr bei der Drosselregelung ist der Dampfverbrauch für die PS-st bei der Höchstleistung am kleinsten. Es wäre aber erwünscht, ähnlich wie bei der Dampfmaschine den kleinsten Verbrauch für die

Digitized by Google

Normalleistung auszunützen und bei der Höchstleistung eher eine kleine Einbuße zuzulassen. Dies wird durch die selbsttätigen Überlastungsventile erzielt, auf deren Theorie wir an Hand der in Fig. 300 dargestellten Ausführung von Brown, Boveri & Cie. kurz eintreten wollen.

Die bei A sekundlich eintretende Dampfmenge G teilt sich in den Betrag G_x, der in die Hochdruckstufen, und den Betrag G_y, der durch das Überlastungsventil C zu einer mittleren Stufengruppe strömt. Der Anfangsdruck p_0 hat stets Zutritt über den Abdichtungskolben des Ventiles, dessen Hub y abhängt von dem Gleichgewicht der Kräfte, welches durch Formel $P_x + P_f = P_0$ mit aus der Figur verständlicher Bezeichnung ausgedrückt wird. Die Federspannung nimmt mit dem Hube linear ab, es ist also $P_f = P_x - Ky$, und wir erhalten aus obiger Gleichung y, wie auch den freien Querschnitt als Abhängige der Druckes p_x. Aus dem Druckunterschied von p_x und p_y folgt die Strömungsgeschwindigkeit w und die Durchflußmenge $G_y = fw\gamma$, die also als graphisch darstellbare Funktion von p_x und p_y allein aufzufassen ist. Nun benützen wir den Satz von der Ellipse der Dampfmengen, die für die Grenzbelastung, bei der das Ventil gerade sich zu öffnen beginnt, durch $A_1' B_1' E_1'$ dargestellt sein mag. Dies bedeutet, daß beim Anfangsdruck p_1 (im Raume B) und beim Gegendrucke p_2 (im Raume D) die Strecke $B_1 B_1' = G_1$ das durch die Turbine strömende sekundliche Dampfgewicht ist.

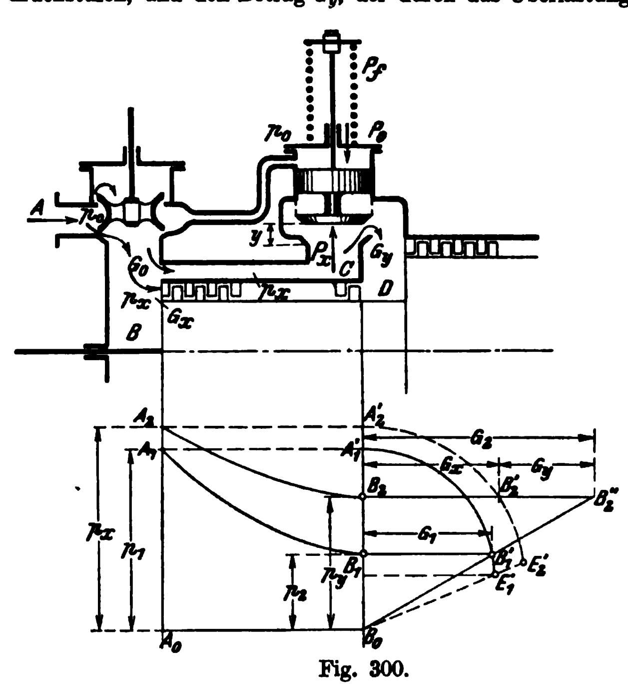


Fig. 300.

Nun soll die Hauptabschließung sich mehr öffnen, so daß das Überlastungsventil zu spielen beginnt und im Raume D ein Druck p_y entsteht. Wir nehmen an, daß die Turbine mit Kondensation arbeitet, daher ist, wie wir früher bewiesen haben, die durchströmende Dampfmenge dem Anfangsdrucke proportional. Dann wird das neue Dampfgewicht G_2 im Verhältnis von $p_y : p_2$ zunehmen und kann durch den projizierenden Strahl $B_0 B_1'$ als Strecke $G_2 = B_2 B_2''$ herausgeschnitten werden. Wäre p_x bekannt, so hätte man in $A_2' B_2' E_2'$ die neue, zur vorigen ähnliche, ähnlich gelegene Ellipse, $B_2 B_2'$ wäre das durch den Hochdruckteil strömende Dampfgewicht G_x, während $B_2' B_2'' = G_y$ sein müßte. Da letzteres aber durch die Drücke p_x, p_y eindeutig bestimmt ist, ist eine willkürliche Annahme von p_x unzulässig, und wir müssen die Ellipse $A_2' B_2' E_2'$ so lange verschieben, bis die Beziehung von G_y und den Pressungen stimmt. Sobald die Dampfmengen und die Pressungen bekannt sind, kann man unter Annahme geeigneter Wirkungsgrade die Zustandskurven zeichnen und die Leistung berechnen. Sei i_0 der anfängliche Wärmeinhalt, der im Hochdruckteil auf i_1 sinkt, so hat man im Wärmemaß $G_x(i_0 - i_1)$ als Arbeit gewonnen. Im Raume D findet die Mischung der mit dem Wärmeinhalt i_0 anlangenden Menge G_y statt, gemäß der Gleichung $G_x i_1 + G_y i_0 = G_2 i_2$, woraus man den Anfangszustand i_2 für die weitere Expansion bestimmt und die Leistung in gewohnter Weise ermitteln kann.

Man hat es in der Hand, die Änderung von p_x so weit einzuschränken, daß die Reibungswiderstände des Ventilkolbens C beim Auf- und Abgang keine zu großen Druckunterschiede bedingen.

100. Die Regler.

In erster Linie kommen die modernen raschlaufenden Federregulatoren in Betracht, die vor den Gewichtsregulatoren den Vorzug großer Arbeitsfähigkeit und kleiner Massenträgheit besitzen.

Beharrungsregler eignen sich gut in Fällen, wo eine starke periodische Rückwirkung auftritt, die aber bei Dampfturbinen im allgemeinen als ausgeschaltet gelten kann. Außerdem kommt ihnen die Eigenschaft zu, negative Ungleich-

Digitized by Google

förmigkeitsgrade, d. h. bei Vollbelastung höhere Umlaufzahlen als im Leerlauf zuzulassen, was sonst nur auf verwickelte Weise mit indirekt wirkenden Reglern erreichbar ist.

Eine leichte schwingende Bewegung des Regulators und seines Gestänges ist sehr vorteilhaft, um den Sprung zwischen der „Reibung der Ruhe" und der „Reibung der Bewegung" zu beseitigen. Ferner wird die Wirkung der Reibung infolge des Hin- und Herschwingens der Gelenke derjenigen einer Ölbremse ähnlich, d. h. die Verschiebungsgeschwindigkeit der Reglermuffe unter dem Einflusse einer konstanten Kraft wird der Kraft angenähert proportional. Nach Parsons' Vorgang wird die schwingende Bewegung von vielen Firmen künstlich (z. B. durch Exzenterbewegung) hervorgerufen. Die nie ganz fehlende Erschütterung der Turbine dürfte der künstlichen Schwingung häufig gleichwertig sein.

Die unbestrittenen Vorzüge der Federregler dürfen uns nicht verleiten zu glauben, daß wir es mit einem „idealen", d. h. massenlosen Regler zu tun haben, der, wie man vielfach glaubt, nach Art eines „Tachometers" stets die der momentanen Geschwindigkeit entsprechende Gleichgewichtslage inne hat. Ebensowenig Geltung haben Aussprüche wie: eine Ölbremse ist unbedingt schädlich u. ä. Diese viel verbreiteten Unklarheiten haben den Verfasser schon vor Jahren veranlaßt

Versuche über die Wirkung der Ölbremse

zu veranstalten. Die 150 pferdige Kolbenmaschine des Maschinenlaboratoriums am Eidgen. Polytechnikum wurde mit dem Hoch- und Mitteldruckzylinder als Verbundmaschine betrieben und die Sulzer-Steuerung der Hochdruckseite durch einen Federregler mit Schneidenlagerung beeinflußt. War der Katarakt beseitigt, so trat nach einer Störung durch rasches Herunterziehen des Reglerhebels

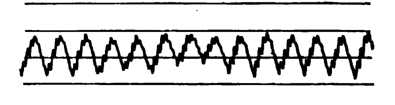


Fig. 301.

unaufhörliches Auf- und Abschwingen ein, wie die Darstellung der Winkelgeschwindigkeit als Funktion der Zeit im Tachogramm (Fig. 301) lehrt. Durch Einschaltung eines Kataraktes konnte in bekannter Weise die Schwingung beseitigt, sichere Konvergenz gegen einen neuen Beharrungszustand,

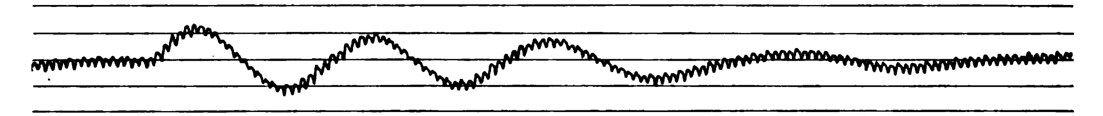


Fig. 302.

d. h. kurz die „Stabilität der Regelung" erzielt werden. Der Verlauf der Geschwindigkeitsschwankung entsprach dem in Fig. 302 dargestellten Tachogramm, das indes einem anderen Regulator angehört. Nun wurde die Ölbremse abermals entfernt, statt ihrer auf der Verstellungswelle

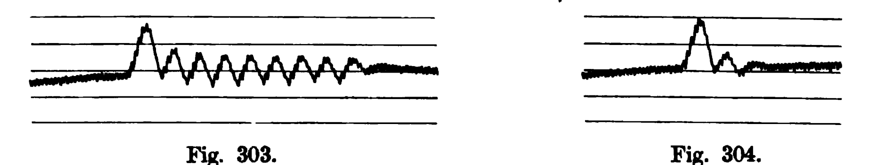


Fig. 303. Fig. 304.

der Steuerung eine mit Kupferbacken versehene Klemme aufgebracht, mittels welcher eine sehr konstante (fast keinen Unterschied zwischen Ruhe und Bewegung aufweisende) Reibungskraft eingeschaltet werden konnte. Bei mäßigem Anziehen der Klemme entstand das Tachogramm (Fig. 303), welches unter abnehmenden Schwankungen den neuen Beharrungszustand erreicht. Bei etwas schärferem Anziehen entstand Tachogramm (Fig. 304) mit bloß noch drei Wellenperioden.

Wir können auf Grund dieser Ergebnisse folgendes aussagen:

Digitized by Google

1. Versuch und Theorie beweisen übereinstimmend, daß bei Abwesenheit aller Reibung ein sonst statischer, in jeder Beziehung einwandfreier, direkt wirkender Regler unaufhörliche Schwankungen, d. h. instabile Regelung ergibt.

2. Der Grund hierfür liegt in der lebendigen Kraft der schwingenden Reglermassen. Zur Abhilfe muß eine Reibungskraft eingeschaltet werden, die diese lebendige Kraft allmählich vernichtet.

3. Es ist ziemlich gleichgültig, ob diese schwingungsdämpfende Kraft durch eine Ölbremse oder durch die Gelenkreibung (oder künstliche Klemmung) eingeführt wird.

4. Ist genügend Gelenkreibung im Regler oder in der Zustellung vorhanden, dann, und nur dann ist eine Ölbremse überflüssig, ja schädlich. In allen anderen Fällen ist die Ölbremse nicht bloß unschädlich, sondern unentbehrlich.

5. Der Größenbetrag der erforderlichen Reibung hängt nicht bloß ab vom Regler, sondern vor allem **von der Größe der Maschinen-Schwungmassen. Je größer diese sind, desto kleiner darf die dämpfende Kraft sein,** daher in solchen Fällen die Eigenreibung des Reglers meist auszureichen pflegt.

Auf eine zahlenmäßige Bestimmung der erforderlichen Größe der dämpfenden Kraft einzutreten, ist hier um so weniger der Ort, als die Regulatortheorie noch nicht in der Lage war, die Vielfältigkeit der auftretenden Faktoren in der Rechnung hinlänglich einfach und genau zu berücksichtigen.

6. Bei indirekt wirkenden Reglern ist bemerkenswerterweise die Möglichkeit vorhanden, den schädlichen Einfluß der Reglermassen nahezu ganz zu beseitigen, indem man den Ausschlag des Reglers auf einen sehr kleinen Betrag einschränkt, so daß Katarakt und Gelenkreibung gleicherweise überflüssig werden.

101. Die Kraftgetriebe der indirektwirkenden Regler.

Das „Kraftgetriebe" ist ein zwischen den Regler und das Dampfabschließungsorgan eingeschaltetes Getriebe, welches Energie in Dampf oder Preßöl aufnimmt und zur Überwindung der für direkte Wirkung zu großen Widerstände verwendet.

In der Literatur wird allgemein die Erfindung des vielfach „Servomotor" genannten Kraftgetriebes Farcot[1]) zugeschrieben, der in der Tat viel zu seiner Ausbildung und Verbreitung beigetragen hat. Ich verdanke Herrn Prof. Dr. A. Tobler (Zürich) den Hinweis, daß hier ein historisches Versehen vorliegt, da die Priorität der Erfindung vielmehr Andr. B. Brown zukommt, der im Engl. Patent Nr. 2253 v. J. 1871 die Hauptarten der Servomotoren unzweideutig beschrieben und illustriert hat. Dieser durch zahlreiche Erfindungen auf dem Gebiete hydraulischer Kraftübertragung (die ihm den Namen „hydraulic Brown" eingetragen haben) wohlbekannte Ingenieur hat die Vorrichtung vorzugsweise bei seinen Umsteuerungsmaschinen verwendet. Neben Brown und Farcot verdanken wir der verdienstvollen Untersuchung von Lincke: Das mechanische Relais, Z. Ver. deutsch. Ing. 1879, S. 510, wertvolle Beiträge zur Konstruktion von Kraftgetrieben[2]).

Es sind mannigfache Versuche gemacht worden, die sehr eingebürgerten Fremdbezeichnungen zu verdeutschen. Der von Lewicki vorgeschlagene Name: „Krafteinschalter" hat sich nicht behauptet; vielleicht wird das „Kraftgetriebe" mehr Anklang finden.

a) Unbrauchbarkeit des einfachen Kraftgetriebes ohne „Rückführung".

In Fig. 305 ist als Kraftgetriebe ein mit Drucköl von der Steuerung D betätigter Kolben E dargestellt, dessen Kolbenstange G zum Dampfdrosselorgan führt.

Indem die Reglermuffe A bei einer Entlastung der Turbine steigt, führt Schieber D Druckflüssigkeit der unteren Seite des Kraftkolbens F zu, der ebenfalls steigen und den Dampfzufluß

[1]) Le servo-moteur ou moteur asservi. Paris 1873.

[2]) Während das Nachfolgende dem Drucke übergeben wurde, erschien die 2. Auflage von Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen, mit einer gründlichen Behandlung aller bekannten Reglergetriebe. Wir glaubten, daß die skizzenhaften Mitteilungen des Textes als kurze Übersicht manchem Turbinenkonstrukteur gelegen kommen werden, verweisen aber auf die vertiefte Darstellung des erwähnten Lehrbuches.


Digitized by Google

hemmen wird. Bis zum Augenblicke, wo die neue Umfangskraft der Turbine der Last gleich geworden ist, nimmt die Geschwindigkeit zu, und der Regler ist aus der Mittellage A nach oben weit ausgelenkt. Es findet also fortwährend Zufluß zur Unterseite des Kraftkolbens statt, und die Umfangskraft wird nutzloserweise so lange verkleinert, bis die nunmehr abnehmende Umlaufzahl den Regler in die Mittellage zurückzwingt. Von einem Stehenbleiben daselbst ist aber keine Rede, da die Umfangskraft viel zu stark verkleinert worden ist. Er sinkt unter die Mittellage und steuert den Kraftkolben um. Die nun folgende Epoche ist mit einer ebenso starken Überregulierung im Sinne der Kraftvergrößerung verbunden, wie vorhin im Sinne der Verringerung.

Das Getriebe bleibt mithin in fortwährender Schwankung und ist in dieser Form unbrauchbar.

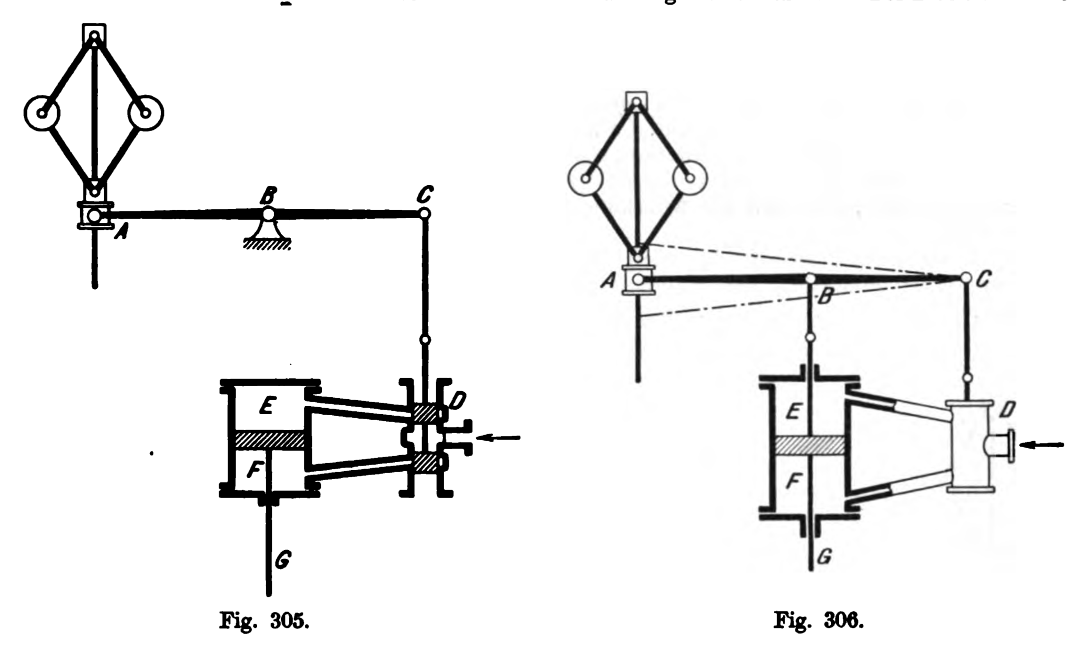


Fig. 305. Fig. 306.

b) Das einfache Kraftgetriebe mit Rückführung und freiem Reglerhub.

Man kann die Schwankung beseitigen, indem man nach dem Vorbilde des „Servomotors" den festen Drehpunkt B mit dem Kraftkolben verbindet, also beweglich macht (Fig. 306). Steigt die Reglermuffe A, so bildet B zunächst einen festen Drehpunkt, Schieber D wird gesenkt und führt Druckflüssigkeit auf die untere Seite des Kolbens, welcher in die Höhe rückend A als festen Drehpunkt benutzt und den Steuerschieber in die Mittellage **zurückführt.** Steigt der Regler weiter, so wiederholt sich dasselbe Spiel. Im Gleichgewicht muß der Schieber seine Mittelstellung C einnehmen, und die entsprechenden Lagen der Reglermuffe und des Kraftkolben-Angriffes liegen auf durch C gehenden Strahlen. Da nun jeder Reglerstellung eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit der Turbine, und jeder Kraftkolbenstellung eine bestimmte Größe der treibenden Umfangskraft entspricht, so bewirkt diese Getriebeanordnung, daß **im Beharrungszustande jeder Winkelgeschwindigkeit der Turbine eine bestimmte Leistung zugeordnet ist.**

Bei genügend weiten Steuerkanälen wird der Kraftkolben fast augenblicklich die Stellung einnehmen, die ihm der Regler „anweist"; im anderen Falle findet eine gewisse Verspätung statt, der Kraftkolben „eilt dem Regler nach", weshalb diese Getriebeanordnung auch als solche mit „Nacheilung" bezeichnet worden ist.

Offenbar muß **eine möglichst kleine „Schlußzeit" des Kraftkolbens** angestrebt werden. Im idealen Falle wird das Getriebe so wirken, als hätte der Regler das Dampfverteilungsorgan unmittelbar betätigt und als wenn dessen Widerstand auf den des kleinen Steuerschiebers verringert worden wäre.

Die Geschwindigkeit bei sich verspätendem Kolben kann infolge der großen Zähigkeit des Drucköles (innerhalb der Gültigkeit des Poiseuilleschen Gesetzes) der augenblicklichen Weite des Steuerkanales, d. h. der Auslenkung des Schiebers aus seiner Mittellage proportional gesetzt werden. Unter dieser Voraussetzung wurden die Stabilitätsverhältnisse der Regelung vom Verfasser untersucht [1]) und u. a. festgestellt, daß bei genügend kleiner Reglermasse (d. h. raschlaufenden Federreglern) die Wirkung der Verspätung dieselbe ist, wie die der einfachen Ölbremse beim direktwirkenden Regler.

[1]) Schweiz. Bauzeitung, Bd. XXII, 1893, Nr. 17—20, und Bd. XXIII, 1894, Nr. 17—18.

Digitized by Google

Die Verspätung ruft demnach eine größere maximale Geschwindigkeitsschwankung hervor als bei augenblicklichem Schluß, gefährdet aber die Stabilität nicht. Bauersfeld hat in einer bemerkenswerten Studie[1]) den Zahlenbetrag der Geschwindigkeitsabweichung in einigen Sonderfällen ermittelt und in anschaulicher Weise die Übereinanderlagerung der Eigenschwingung des mit Masse behafteten Reglers über den Geschwindigkeitsverlauf, der dem idealen Regler entspricht, dargestellt. Die von Bauersfeld gewählte Formulierung, daß die Eigenschwingungsdauer des Reglers klein sein soll gegen die Periode der Geschwindigkeitsänderung der Maschine, stimmt überein mit den Forderungen: kleine Reglermasse bei großer Energie und große Schwungmassen an der Maschine. Unter Umständen hilft eine Verzögerung der Getriebegeschwindigkeit, allein auf Kosten der maximalen Geschwindigkeitsschwankung.

c) Kraftgetriebe mit beschränktem Reglerhub.

Bei diesen Getrieben wird der Hub des Reglers auf dasjenige Maß beschränkt, welches erforderlich ist, um von einer Mittellage aus das Steuerorgan im einen und dem anderen Sinne ganz zu öffnen. Bei feiner Ausbildung des Steuerorganes und genügender Energie des Reglers kann der Hub bis auf wenige Millimeter beschränkt werden. Hierdurch wird **der Einfluß der Reglermasse nahezu vollständig beseitigt, und falls der Kraftkolben genügend rasch verstellt, liegt eine ideale Regulierung vor.**

Eine Anordnung dieser Art hat zuerst Proell[2]) beschrieben, doch hat sich sein Getriebe infolge der wenig vorteilhaften Reibkuppelung nur wenig verbreitet.

Die Einrichtung des Getriebes ist in Fig. 307 dargestellt, wobei man indessen Hebel QL und Federn KL, PN wegzudenken und den Kolben H in seinem Zylinder starr eingeklemmt vorauszusetzen hat.

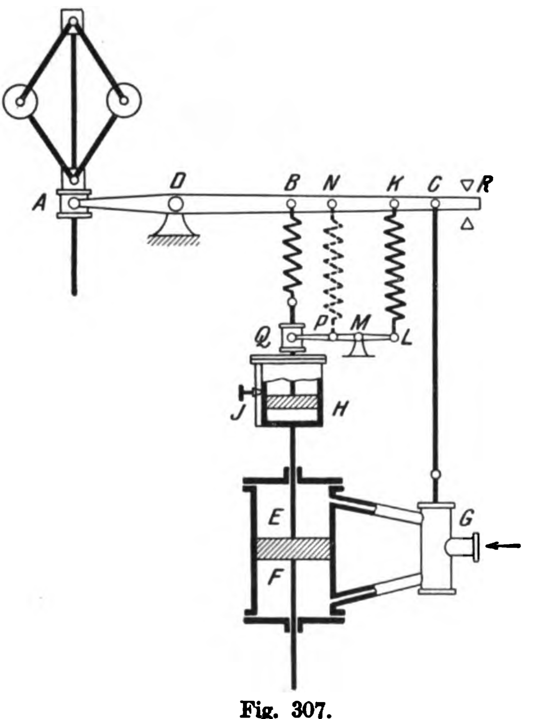


Fig. 307.

Der Hub des Reglers ist durch den Anschlag R begrenzt. Bei steigender Geschwindigkeit wird Schieber G gesenkt, Kolben E gehoben und Feder B zusammengedrückt, so daß der Regler alsbald in die Mittellage zurückgebracht wird, und der Kraftkolben zum Stillstand kommt. Die Geschwindigkeitszunahme des Reglers ist dem Federdrucke proportional, dieser dem Hube des Kraftkolbens, und dieser hinwieder bestimmt eindeutig die Größe der Umfangskraft. Das Getriebe besitzt mithin die unter b) hervorgehobene Eigenschaft, daß die **Größen der Geschwindigkeit und der Umfangskraft einander eindeutig zugeordnet sind.** Man wird also eine „Ungleichförmigkeit" zwischen Vollast und Leerlauf erhalten, die aber nicht mehr durch den Regler, sondern durch die Hilfsfeder B bedingt ist.

Wir erkennen, daß der Umstand, **ob der Regler an sich stabil oder labil ist,** hier (bei hinlänglich kleinem Hube) überhaupt **nicht in Betracht kommt,** wir benutzen nur seine Stellkraft.

d) Isodrome Regulierung.

Um die Geschwindigkeit des neuen Beharrungszustandes auf den alten Wert zurückzubringen, benutzt man nach dem Vorgange von Thury, dem sich die A.-G. Rieter in Winterthur anschloß, das in Fig. 307 dargestellte Getriebe. Zwischen die Proellsche Feder B und den Kraftkolben ist

[1]) Die autom. Regulierung der Turbinen, Berlin 1905.

[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1884, S. 457.


Digitized by Google

eine Ölbremse eingeschaltet, deren Kolben H mittels Ventil J auf einen beliebigen Grad der Beweglichkeit eingestellt wird. Hebel QL sei vorerst nicht vorhanden. Bei plötzlicher Entlastung der Maschine wird der Kraftkolben steigen. Um den Vorgang besser zu überblicken, denken wir uns vorerst den Kataraktkolben H ganz festgeklemmt, bis nach Zusammendrückung der Feder B vollkommenes Gleichgewicht eingetreten ist. Nun erst werde Ventil J gelockert, so daß die Feder sich langsam ausdehnen kann. Sobald der Federdruck abnimmt, wird die Hubkraft des Reglers das Steuerventil G abermals senken, der Kraftkolben sich also heben und hierdurch „überregulieren", so daß die Winkelgeschwindigkeit der Turbine abzunehmen anfängt. Dies wird andauern, bis die Feder B ganz oder fast entspannt ist, und die Geschwindigkeit so weit verringert ist, daß der Regler unter die Mittellage sinkt, worauf der Kraftkolben den Dampfkolben wieder öffnet und nach wenigen Schwankungen (im günstigsten Fall nach einer) Gleichgewicht bei ganz entspannter Feder B, also bei der ursprünglichen Winkelgeschwindigkeit eintritt.

e) Negative Ungleichförmigkeit.

Für manche Zwecke der Elektrotechnik hätte ein negativer Ungleichförmigkeitsgrad, d. h. ein Betrieb mit niederer Umdrehungszahl im Leerlauf und höherer Geschwindigkeit bei voller Belastung, praktische Bedeutung. Herr Dr. Lehmann (Belfort) teilt mir mit, daß an verschiedenen Orten Asynchron-Generatoren, die eine solche Regelung erheischen, sich bereits in praktischer Verwendung befinden.

Die Umstände, unter welchen eine negative Ungleichförmigkeit möglich ist, sind zwar durch die Theorie aufgeklärt,[1]) aber es fehlte an einer Bestätigung durch die praktische Ausführung.

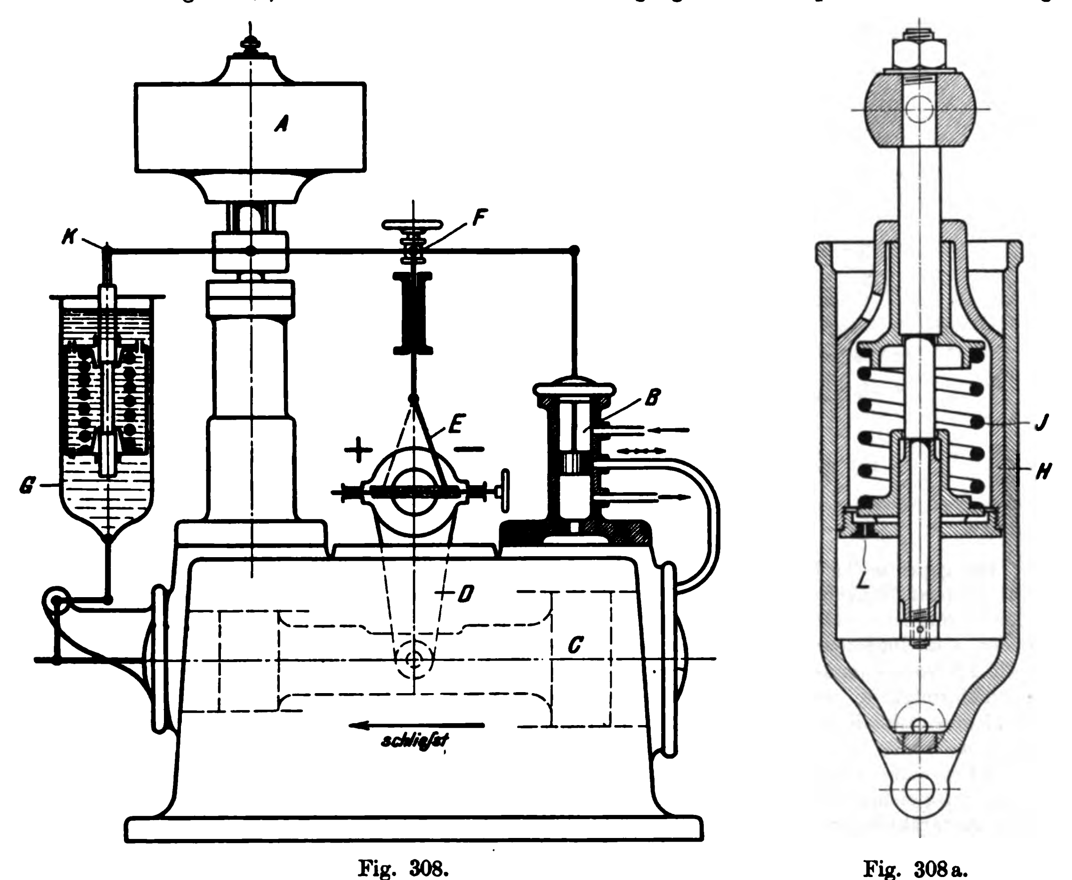


Fig. 308. Fig. 308a.

Es ist daher sehr dankenswert, daß Herr Direktor Zodel von der A.-G. Escher-Wyss & Cie. in Zürich diese Lücke ausgefüllt und an dem in Fig. 308 dargestellten hydraulischen Kraftgetriebe

[1]) Isodrome Regelung und negativer Ungleichförmigkeitsgrad sind mit Hilfe eines Beharrungsreglers erreichbar und zwar in Verbindung mit dem einfachsten Kraftgetriebe wie Verfasser in der Z. Ver. deutsch. Ing. 1899, S. 506 nachgewiesen hat. Ebenso kann Kraftgetriebe Fig. 307 durch die Zugabe der Feder KL hierzu geeignet gemacht werden.


Digitized by Google

den Beweis erbracht hat, daß diese Regelung zumindest mit dem Servomotor seines Systems gelingt. Der steigende Regler A bewirkt mittelst Steuerventiles B und des Kraftkolbens C den Schluß des Wasserzuflusses. Die Rückführung erfolgt mittelst Hebels D und Stange E, die auf Gelenk F einwirkt. Außerdem ist in der angedeuteten Weise eine Ölbremse G mit dem Kraftkolben verbunden, deren Konstruktion aus Fig. 308a erhellt. Kolben H folgt dem Öldrucke und komprimiert Feder J, die durch Ansätze ihrer Hülsen Zug oder Druck auf den Angriffspunkt K überträgt. Das Öl entweicht daraufhin durch die Regulieröffnung L und die Feder streckt sich langsam auf die ursprüngliche Länge aus. Für gewöhnlich nimmt Stange E die punktierte Lage ein, was positiver Ungleichförmigkeit entspricht. In der neuen Einstellung spielt sich der Regelvorgang wie folgt ab: Bei einer Entlastung muß der Regler zunächst steigen. F bildet einen Fixpunkt, Ventil B geht nach abwärts, der Kraftkolben schließt. Die Bremse, die nach abwärts gezogen wird, nimmt den Regulator mit und trachtet das Ventil zu schließen, dem wirkt aber die Senkung von F mittelst Stange E entgegen, so daß der Schluß verspätet erfolgt. Die Umfangskraft wurde also zu stark verkleinert, die Geschwindigkeit sinkt unter den früheren Wert hinab, wie gefordert wurde. Beim Leerlauf wird der Regler zum Schluß in der tiefsten und bei Vollbelastung in der höchsten Lage stehen. Die Hauptfrage ist, ob der allmähliche Ausgleich der Federspannung stabil, d. h. ohne nachträgliche Störung des Gleichgewichtes vor sich geht.

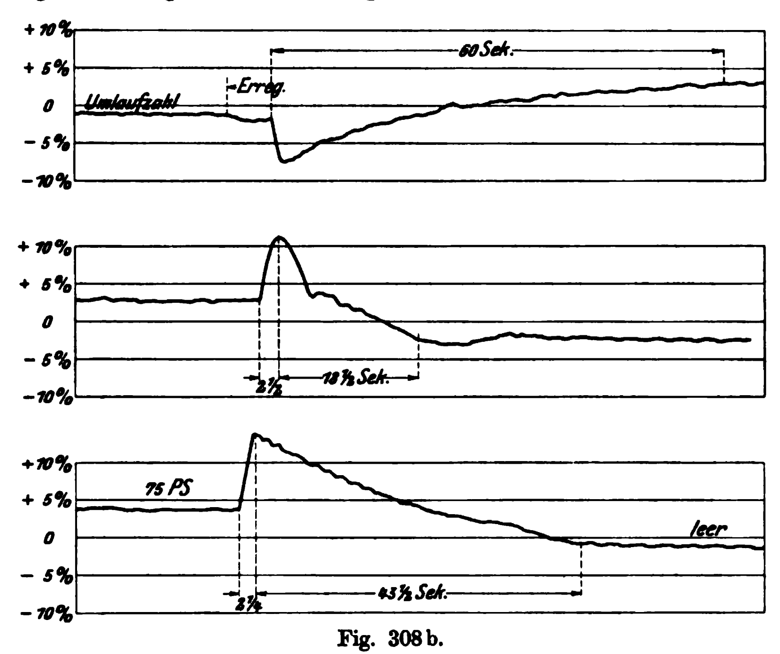


Fig. 308b.

Die geprüfte Turbine liefert bei 3,1 m Gefälle 75 PS Normalleistung, macht 94 Uml./min und treibt mittelst Winkelrädern, Vorgelege und Riemen eine Dynamomaschine an. Das auf dem Vorgelege befindliche Schwungrad besitzt ein Schwungmoment $GD^2 = 2500$ kg/m² bei 280 Uml./min Bei den von Ingenieur Gag geleiteten Versuchen wurden Ent- und Belastungen im Betrage von 60—75 PS vorgenommen. Der Federregler besitzt bei 175 kg Hülsenkraft auf 30 mm Hub 11,7 v. H. Ungleichförmigkeit. Der negative Hub der Rückführung war 7,5 mm, daher wurden vom Pendelhub 17 mm „nützlich" verwertet. Die Feder der Ölbremse wirkt bei voller Zusammendrückung mit 60 kg; sie muß, wie aus der beschriebenen Funktion hervorgeht, mit ziemlicher Kraft eingreifen. Die Tachogramme (Fig. 308b) zeigen der Reihe nach eine Belastung von 0 auf 70 PS und eine Entlastung im gleichen Betrage. Das dritte Diagramm ist eine Entlastung von 75 PS mit stärker verengter Kataraktöffnung. Die Regulierdauer in Sekunden ist überall eingeschrieben. Man erkennt, daß die „verkehrte" Regelung in vollem Umfange gelungen ist, und daß die **Umlaufzahl der Vollbelastung um rd. 5 v. H. größer ist, als im Leerlauf.** Die größte Geschwindigkeitsabweichung vom Anfangszustand war in den beiden ersten Fällen rd. 5 v. H.

f) Die Gestalt der Kraftkurve.

Bei positiver Ungleichförmigkeit und in allen Punkten gleich stabilem Regulator ist theoretisch für die als Funktion des Reglerhubes aufgetragene Leistung im Beharrungszustande, d. h. für die sog. „Kraftkurve", die gerade Linie

Digitized by Google

am vorteilhaftesten. Diese oder eine andere vorgeschriebene Form kann bei Drosselregelung durch die Übersetzung vom Regler zum Verteilungsorgan oder besser durch geeignete Formgebung der Durchlaßquerschnitte leicht erreicht werden.

Es sei in Fig. 309 AB der Hub des Verteilungsorgans. Soll die Leistung linear mit dem Hube zunehmen, so muß erfahrungsgemäß die sekundliche Gesamtdampfmenge auch linear vom Leerlaufswert G_u bis zur Vollast G_0 zunehmen. Das gleiche ist der Fall mit dem Druck p_u bis p_0, während vor dem Ventil p_0 unverändert beibehalten wird. Das sekundlich pro Quadratmeter unter dem Überdruck $p_0 - p_x$ durchströmende Gewicht Φ_x sei durch Kurve $A_1 C_1 B_1$ (z. B. nach der Bendemannschen Formel) dargestellt. Für die Zwischenlage C_1 ist

$$G_x = f_x \Phi_x,$$

woraus man f_x zu rechnen und danach die Begrenzungskurve $A C' B'$ auszuführen hat.

Von geschätzter Seite aus der Praxis wurde mir mitgeteilt, daß sich in einem besonderen Fall die geradlinige Kraftkurve nicht bewährt habe; daß aber die Regelung sofort stabil wurde, als man die Kraftkurve wie bei Dampfmaschinen anfänglich rascher steigen und dann flach werden ließ. Ich vermute als Grund zunehmende Unstabilität des Reglers in den unteren Lagen.

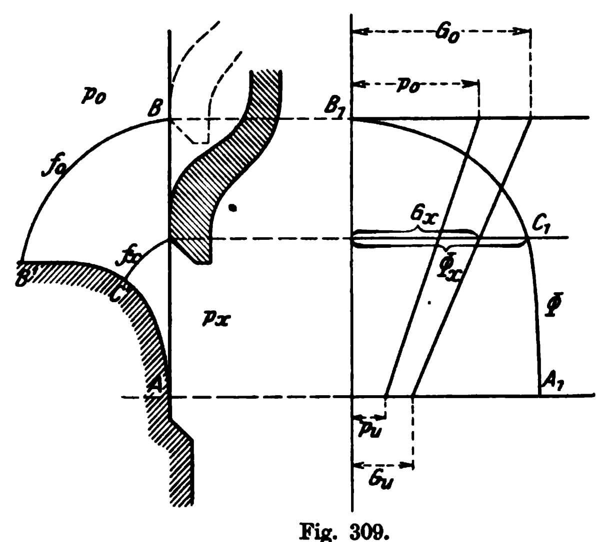


Fig. 309.

g) Größte Geschwindigkeitsschwankung.

Die Berechnung der Geschwindigkeitsschwankung bei der Ent- und Belastung von Dampfturbinen ist ungleich schwieriger als beispielsweise bei hydraulischen Turbinen, weil die Elastizität des Treibmittels eine Ausdehnung oder Verdichtung der in der Turbine enthaltenen Dampfmenge bedingt. Das Nachfolgende will daher nur als ganz ungefähre Abschätzung der Verhältnisse angesehen werden.

α) Momentaner Abschluß.

Das Abschlußventil werde infolge plötzlicher Entlastung der Turbine vom Kraftgetriebe des Reglers außerordentlich rasch geschlossen.

Die pro Sekunde aus der Dampfkammer abströmende Dampfmenge ist im Beharrungszustande dem Dampfdruck p in der Dampfkammer (vor dem ersten Leitrad) proportional, d. h. $G = G_0 \frac{p}{p_0}$, wenn p_0 den anfänglichen Dampfdruck, G_0 die entsprechende Dampfmenge bedeuten. Wir machen die Annahme, daß dies auch während des veränderlichen Zustandes gilt, und erhalten als im Zeitelement dt abströmende Menge

$$G\,dt = G_0 \frac{p}{p_0}\,dt \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ist nun V der Rauminhalt der „Dampfkammer", so kann das Gewicht ihres Dampfinhaltes unter Annahme des Näherungsgesetzes $pv = K = p_0 v_0$ durch $D = \frac{V}{v} = \frac{V}{K} p = \frac{V}{v_0} \frac{p}{p_0} = D_0 \frac{p}{p_0}$ ausgedrückt werden, wo D_0 das anfängliche in der Kammer eingeschlossene Dampfgewicht bedeutet. Die Abnahme desselben im Zeitelement dt muß der abfließenden Menge gleich sein; d. h. es ist

$$-\frac{D_0}{p_0}\,dp = G_0 \frac{p}{p_0}\,dt \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und wenn wir $\frac{p_0}{p} = y$; $\frac{D_0}{G_0} = a$ setzen $a \frac{dy}{dt} + y = 0$ oder integriert $\lg n\, y = -\frac{t}{a} + \text{konst.}$ (2a)

Für die Konstante folgt aus der Bedingung, daß für $t = 0$ $y = p/p_0 = 1$ sein muß, der Wert Null. Ist p_u der Leerlaufdruck, so ist die Dauer der Entleerung

$$\tau = \frac{D_0}{G_0} \lg n \frac{p_0}{p_u} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Digitized by Google

Die Geschwindigkeitszunahme ergibt sich aus der Arbeitsfähigkeit des in der Kammer und in der Turbine befindlichen Dampfgewichtes $D_0 + D_t$, welche mit einem nicht stark veränderlichen Wirkungsgrade auf die Massen der Turbine übertragen wird. Man wird die abgegebene Arbeit

$$L = \left(D_0 + \frac{D_t}{2}\right) L_0 \eta_m \quad \ldots \quad (4)$$

setzen dürfen, unter L_0 die theoretische Leistung für 1 kg Dampf und unter η_m ein Mittelwert verstanden. Bei D_0 wird von dem zurückbleibenden Reste abgesehen, und D_t wird halbiert, weil der mittlere Zustand des Dampfes in der Turbine etwa der halben Arbeitsfähigkeit L_0 entspricht. Ist nun Θ das Massenträgheitsmoment der rotierenden Teile, ω die Winkelgeschwindigkeit, so bildet L die Änderung der lebendigen Kraft $\frac{1}{2}\Theta\omega^2$, oder angenähert

$$L = \Theta\omega\delta\omega = \Theta\omega^2 \frac{\delta\omega}{\omega} \quad \ldots \quad (4a)$$

und die **verhältnismäßige Geschwindigkeitsänderung** ist

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{L}{\Theta\omega^2} \quad \ldots \quad (5)$$

Beispielsweise wird bei einer Turbine von 1000 KW Leistung D_0 bei 10 Atm. Anfangsdruck etwa 0,6 kg (bei knappster Anordnung des Ventiles), D_t etwa 0,75 kg und AL_0 etwa 150 WE, woraus mit $\eta_m = 0{,}5$ und $\omega = 157$, d. h. $n = 1500$ in der Minute, und mit $\Theta = 50$ (mäßig geschätzt)

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = 0{,}027, \text{ d. h. } 2{,}7 \text{ v. H. folgt.}$$

Die Entleerungszeit beträgt mit $p_2 = 0{,}6$ Atm. als Leerlaufdruck

$$\tau = 0{,}68 \text{ sek.}$$

β) Allmählicher Schluß.

In Wirklichkeit erfordert das Schließen des Einströmventiles immer eine gewisse Zeit, während welcher frischer Dampf aus der Leitung nachströmt. Die bis zum Erreichen des Leerlaufdruckes p_u erforderliche Zeit ist also immer größer als τ. Die Geschwindigkeitszunahme könnte leicht berechnet werden, wenn die Umfangskraft oder das treibende Moment als Funktion der Zeit bekannt wären, was indessen genau nur durch eine mühsame punktweise Differenzenrechnung ermittelt werden könnte.

Machen wir zur Abschätzung erstens die Annahme, daß das treibende Moment $\mathfrak{M}$ mit der Zeit vom Anfangswerte $\mathfrak{M}_0$ gleichmäßig abnehme und nach t_0 Sekunden gleich Null wird, so gilt der Ansatz

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) \quad \ldots \quad (6)$$

Da aber $\Theta \frac{d\omega}{dt} = \mathfrak{M}$ ist, so liefert die Integration zwischen $t = 0$ und $t = t_0$

$$\Theta\delta\omega = \frac{\mathfrak{M}_0}{2} t_0 \quad \ldots \quad (7)$$

d. h. die Zunahme der Bewegungsgröße $\Theta\delta\omega$ ist (wie selbstverständlich) gleich dem Produkte aus der Zeitdauer der Wirkung und dem mittleren Moment.

Ist die Abnahme des Moments nicht linear, so wird

$$\Theta\delta\omega = k \frac{\mathfrak{M}_0}{2} t_0 \quad \ldots \quad (8)$$

wo $k < 1$ ist, falls die Kurve des $\mathfrak{M}$ gegen die Achse der Zeit konvex ist, d. h. rascher abfällt als die gerade Linie.

In obigem Beispiel kann $\mathfrak{M}_0 = 720$ mkg gesetzt werden, und wenn als Schlußzeit $t_0 = 1$ sek gerechnet wird, so erhält man

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\mathfrak{M}_0 t_0}{2\Theta\omega} = 0{,}046$$

oder eine Geschwindigkeitsabweichung von 4,6 v. H.

Gute Ausführungen weisen, allerdings mit etwas größeren Schwungmassen als oben vorausgesetzt, in der Tat bei voller Entlastung Abweichungen von 5 v. H. und darunter auf.

γ) Bei plötzlicher Entlastung

muß die Turbine mit Dampf aufgefüllt werden, was der Erfahrung gemäß rascher vor sich geht als die Entleerung. An vielstufigen Gleichdruckturbinen zeigte sich infolge der großen Dampfgeschwindigkeiten während dieser Periode ein Überdruck auf der Rückseite der Räder, den man heute durch die weiter oben besprochenen Ausgleichbohrungen hinlänglich rasch zu beseitigen gelernt hat. Ohne Vorkehrungen dieser Art erreichte er so hohe Beträge, daß sich stellenweise die Laufräder geworfen oder gebogen haben.


Digitized by Google

102. Ausführungsformen der Reglergetriebe.

Die konstruktive Durchbildung des Kraftgetriebes mit einfacher Rückführung in der Ausführungsform der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft Berlin mit reiner Drosselung für kleinere Einheiten ist in Fig. 310 veranschaulicht. Das Drosselventil besitzt die von Jacobi herstammende, infolge der gleichen Ausdehnung von Ventil

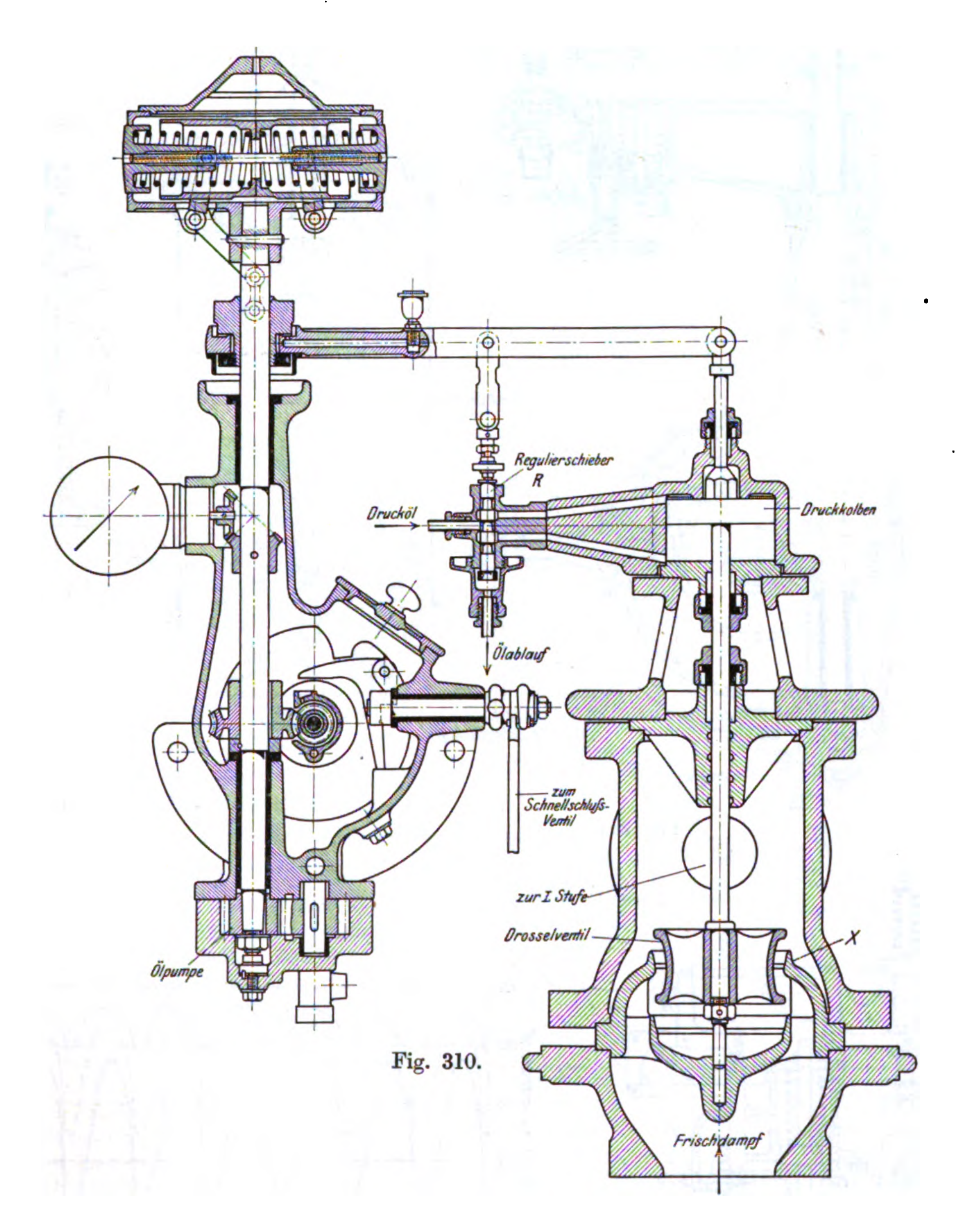


Fig. 310.

und Sitz für hohe Überhitzung geeignete Form, indes mit hochragenden Rändern X, die zur Beeinflussung der Kraftkurve dienen. Der Regulierschieber R ist, um sofort zu wirken, mit verschwindend kleinen Deckungen ausgeführt.

Der Ablauf muß mit dem unten angeschlossenen Abflußrohr seitlich verbunden gedacht werden. Im gleichen Gehäuse wie der Reglerantrieb befindet sich der Sicherheitsregler gegen Durchgehen der Turbine. Bei größeren Einheiten (etwa bis 1000 KW), bei welchen ebenfalls nur gedrosselt werden soll,

Digitized by Google

Druckkolben
F_2
Regulier-schieber
Drucköl
F_1
zur I. Stufe
zum Schnellschluſs
Frischdampf
Ölpumpe
Drossel-ventil

Fig. 311.

Zusatzventil

Fig. 312.

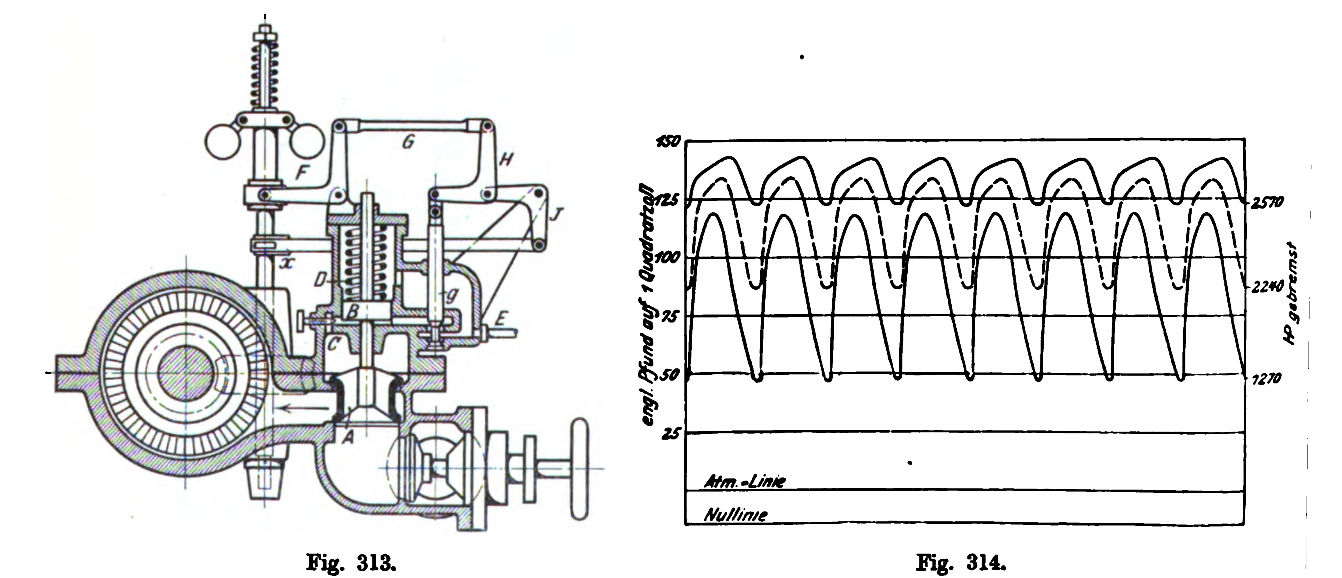


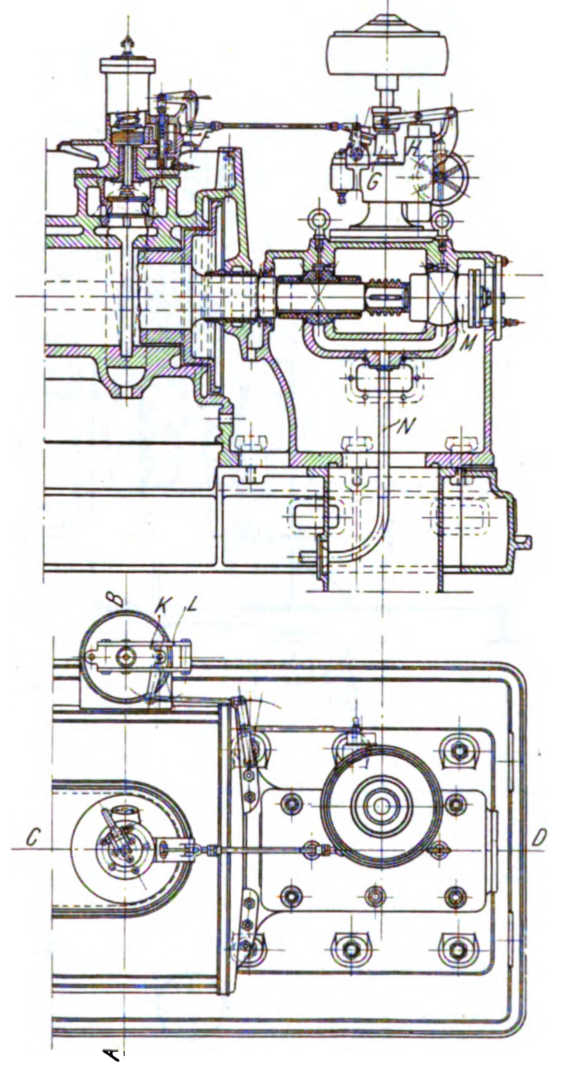
Fig. 313.

Fig. 314.

führt die Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft das Getriebe nach Fig. 311 aus, in welcher A den Dampfzutritt zu der ersten Stufe, B hingegen ein von Hand zu betätigendes, ebenfalls zur ersten Stufe führendes Zusatzventil darstellt (Fig. 312), so daß die Turbine auch bei Überlastung unter dem Einfluß des Reglers steht, also nicht durchgehen kann. Feder F_1 dient zum Einstellen der Umlaufzahl beim Parallelschalten. Feder F_2 bezweckt eine weiche Verbindung zwischen Reglergestänge und Steuerventil und ist nicht mit der Proellschen Anordnung zu verwechseln.

Fig. 316.

Fig. 315.



Eine der ersten Anwendungen des Kraftgetriebes stammt von Parsons selbst her, dessen Einrichtung nach der früheren Konstruktion von Brown, Boveri & Cie. in Fig. 313 skizziert ist.

A bedeutet das Drosselventil, B den Kraftkolben, dem durch regelbare Öffnung C ständig Dampf zufließt. Befindet sich Steuerschieber g in der Schlußlage, so steigt der Kolben in die Höhe; stellt g die Verbindung zum Abfluß E her, so wird der Kolben durch Feder D herabgedrückt. Parsons erhält den Kolben in fortwährendem Auf- und Abgang, indem Hebel J durch Exzenter x in Schwingung erhalten wird. Infolgedessen findet auch eine periodische Druckschwankung in der Turbine statt, wie in Fig. 314 dargestellt ist. Der Regler wirkt durch Hebel FGH und verstellt die Mittellage, um die der Steuerschieber schwingt, so daß jeder Reglerstellung ein bestimmter Mittelwert des Eintrittsdruckes entspricht.

Fig. 317.

Die früher vertretene Ansicht, daß infolge des periodisch höheren Druckes der Dampfverbrauch kleiner sei, wird heute kaum noch verfochten. Der wahre Zweck und der Vorteil der Einrichtung ist, daß vermöge der Schwingung der Einfluß der Gelenkreibung, also die Unempfindlichkeit des Reglers, so gut wie aufgehoben sind.

Digitized by Google

Die Ungleichförmigkeit der Drehbewegung, als Folge der wechselnden Umfangskraft, kann in hinlänglich kleinen Grenzen gehalten werden, indem man den Betrag der Druckänderung verkleinert.

So läßt die **Österreichische Dampfturbinen-Gesellschaft Brünn** am Steuerschieber nur winzig kleine Oszillationen zu, indem der Kegel *G* (Fig. 315 bis 317), der die Reglermuffe vertritt, mit einer nur ganz kleinen Exzentrizität versehen ist.

Fig. 318.

In Gehäuse *H* ist die Feder zur Verstellung der Umlaufzahl eingeschlossen. Das Absperrventil *A* ist als Sicherheitsabschließung für den Fall einer zu hohen Geschwindigkeit eingerichtet, indem ein labil konstruierter Hilfsregulator bei seinem Ausschlage die Knaggen *K* verdreht. Hierdurch wird der mit Gewichten belastete Hebel *L* frei, das Ventil schließt.

Ganz ähnlich ist die neueste Ausführung derselben Firma (Fig. 318) für eine 5000pferdige Turbine. Die Reglerspindel treibt unten die Ölpumpen an. Der Drosselschieber *B* macht die übereinanderliegenden Kanalschlitze gleichzeitig auf, so daß der Dampf an zwei Stellen hintereinander gedrosselt wird, was erhöhte Sicherheit gegen Durchgehen bietet.


Digitized by Google

Die **Allis Chalmers** Co., Milwaukee, verwendet einfache Rückführung indes mit Überlastungsventil (Fig. 318 bis 321).

Der bei *A* eintretende Dampf durchströmt ein Filter und gelangt zum Drosselventil *B*, welches nach Art der Lenzschen Ausführung entlastet (hier mit Sitzflächen von gleichem Durchmesser ver-

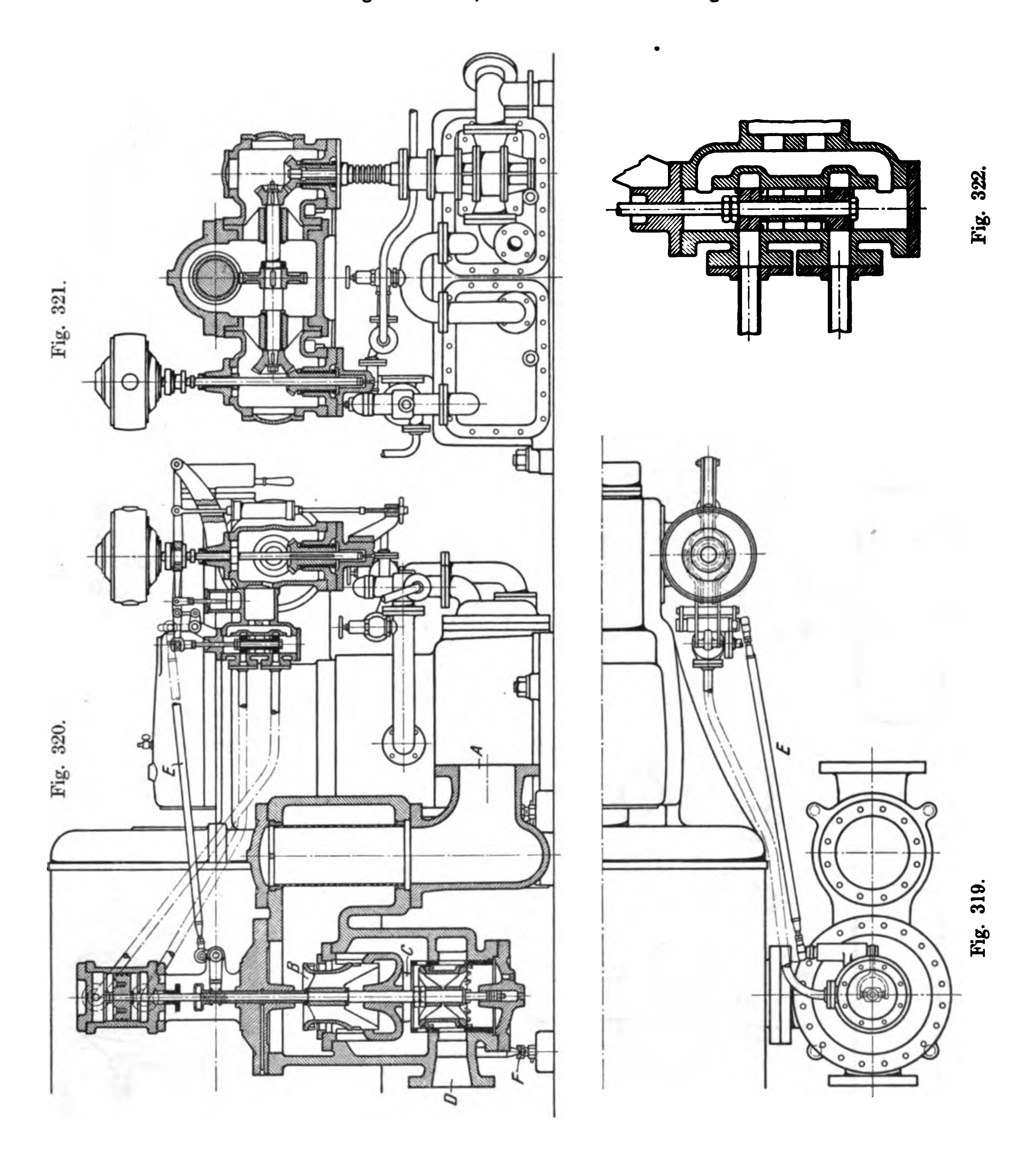


Fig. 321. Fig. 320. Fig. 322. Fig. 319.

sehen) ist. Bei Vergrößerung des Hubes tritt Überlastungsventil *D* in Funktion, welches zum Zwecke besserer Dichtung Selbstspanner-Liderung besitzt. Stange *E* bewirkt die Rückführung des Steuerventiles, an dessen Sonderdarstellung in Fig. 322 ersichtlich ist, daß die **Abschlußkanten ausgezackt** sind.

Beachtenswert ist die Stützung des schweren Ventilgehäuses auf federnden Stützen *F*.

Digitized by Google

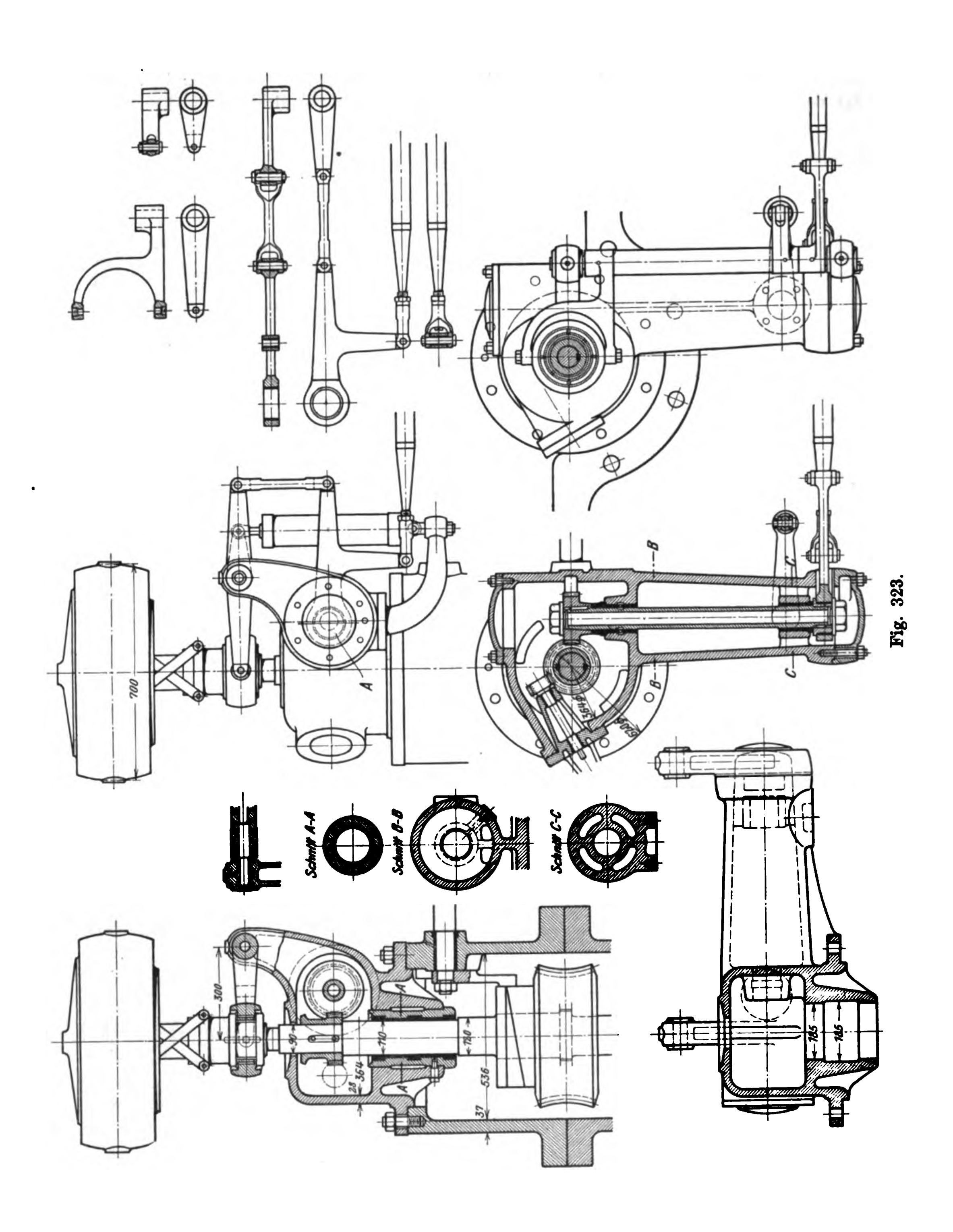


Fig. 323.

Digitized by Google

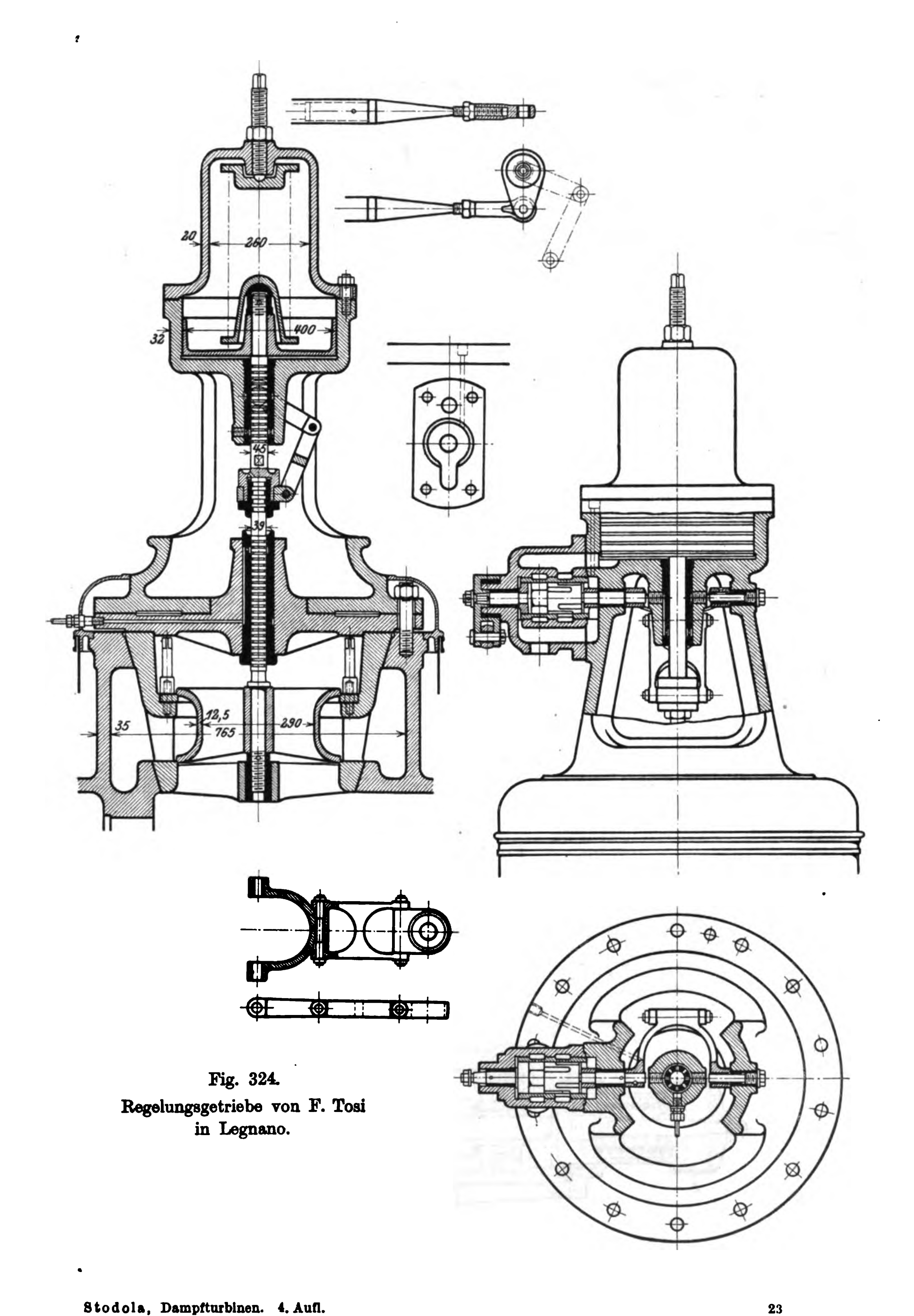


Fig. 324.
Regelungsgetriebe von F. Tosi in Legnano.

Digitized by Google

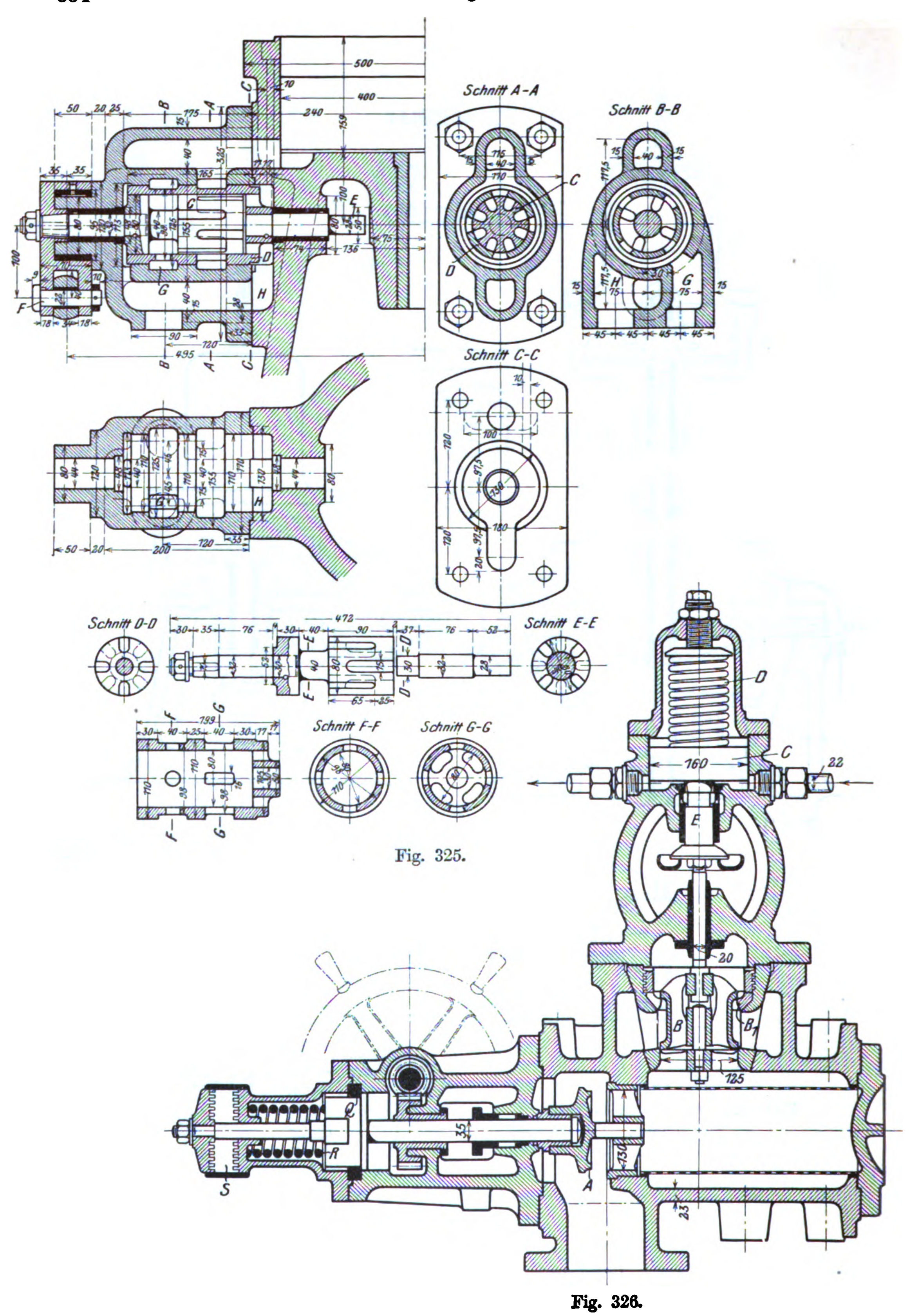


Fig. 325.

Fig. 326.

Digitized by Google

Franco Tosi in Legnano benutzt eine leichte schwingende Bewegung, die durch das Exzenter A (Fig. 323) eingeleitet wird, mit einer sinnreichen Rückführung (Fig. 324), die von der Spindel des entlasteten Drosselventiles ausgeht und durch Stange B auf den Steuerschieber übertragen wird. Letzterer besteht nach Fig. 325 aus dem entlasteten Zylinder C, in dessen Mantel eine Anzahl wechselweise mit dem Einlaß G und dem Auslaß H kommunizierender Schlitze ausgearbeitet sind.

Der Kraftkolben ist einfach wirkend, d. h. die Abwärtsbewegung wird durch Federdruck bewirkt. Rückt nach Eröffnung des Steuerschiebers der Kraftkolben in irgendeiner Richtung fort, so verstellt die Ventilspindel mittelst Welle E das ebenfalls entlastete Futter D stets in solchem Sinn, daß die zum Kraftzylinder führenden Kanäle wieder geschlossen werden, der Kolben also zur Ruhe kommen muß. Jeder Kolbenstellung entspricht eine bestimmte Lage des Futters D, mithin ein bestimmter Winkel des Schiebers, eine bestimmte Lage der Reglermuffe. Die eindeutige Zuordnung von Reglerhub und Leistung ist also erreicht.

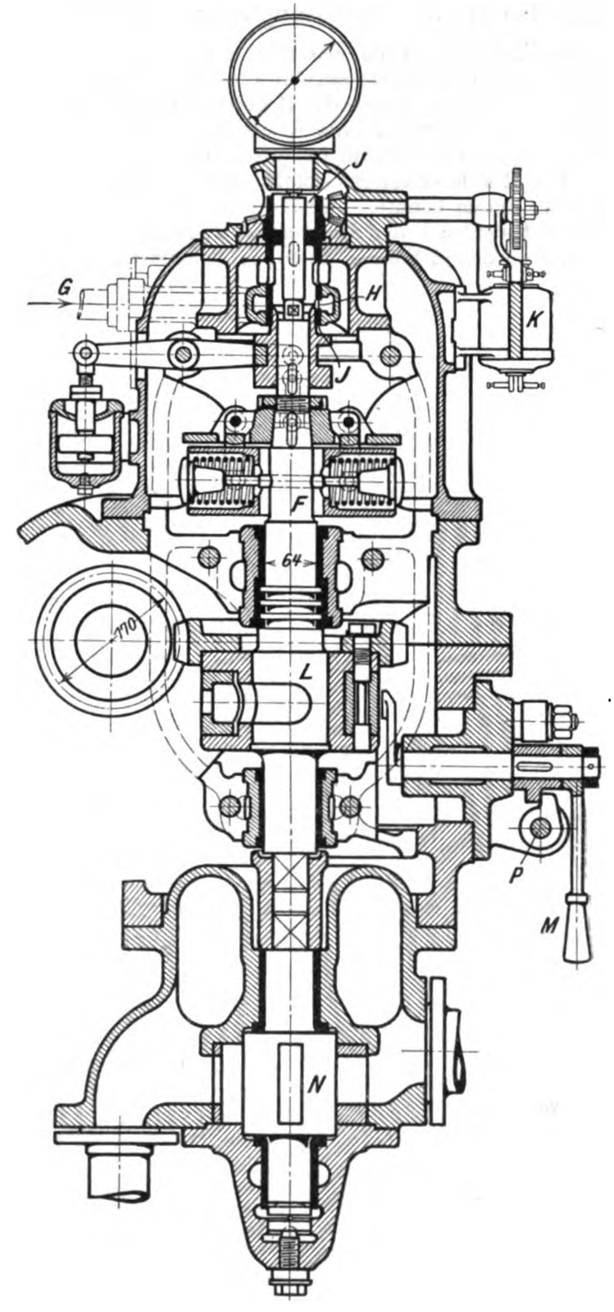


Fig. 327.

Im Getriebe der A. G. Brown, Boveri & Cie., Baden (Fig. 326, 327), kommt ein interessantes neues Prinzip zum Ausdruck. A bedeutet die Hauptabschließung, B das Drosselventil, welches so kleine Sitzflächen erhält, daß man den oberen Sitz B_1 warm über das Ventil schieben kann. C ist der Kraftkolben, D die Schließungsfeder. Statt nun die Menge des in den Kraftzylinder dringenden Öles und dadurch den Hub des Kolbens zu regeln, wird die Pressung des Öles geändert und von der Reglerstellung abhängig gemacht. Die auf den Kolben wirkende Gesamtkraft drückt die Feder auf ein bestimmtes Maß zusammen, so daß wieder eine eindeutige Beziehung zwischen Regler und Kraftkolbenhub besteht. Zu diesem Behufe ist das Getriebe mit einer eignen Ölpumpe N (Fig. 327) ausgestattet, die, von den geringen Tourenschwankungen abgesehen, wohl eine unveränderliche Ölmenge

Digitized by Google

unter den Kraftkolben drückt, aber diese wird im Beharrungszustande unter konstantem Drucke durch die Leitung G am Reglerschieber H vorbei ins Freie abfließen. Letzterer ist unmittelbar mit der Muffe des Hauptreglers F verbunden. Nimmt die Geschwindigkeit zu, so sinkt die Muffe und erweitert die Ausflußschlitze bei H; die Ölpressung nimmt hierdurch ab, der Kraftkolben wird gesenkt.

Die Umlaufzahl kann elektrisch von K aus verändert werden, indem man das Futter J, in welchem die Ausflußschlitze angebracht sind, gegenüber dem Schieber H hebt oder senkt, und so in tieferen oder höheren Lagen des Regulatorhubes arbeitet. Eine besondere Beigabe ist die konische Eindrehung an der Stange des Kraftkolbens (Fig. 326) bei E, durch welche von einem gewissen Hube an ein weiterer Abfluß frei wird. Die Vorkehrung soll bei plötzlichen Entlastungen einen zu tiefen Fall des Kraftkolbens infolge seiner erlangten lebendigen Kraft verhüten, der zu Überregulierung führen könnte. Der Sicherheitsregler L (Fig. 327) löst in Notfällen Klinke P aus, von der durch Federdruck der Stützring Q am Hauptventil (Fig. 326) verdreht und Mutter R frei wird. Um den Stoß des plötzlichen Schlusses zu mildern, ist die Spindel mit dem Pufferteller S versehen.

Digitized by Google

VI. Die Dampfturbinensysteme.

Die Hauptaufgabe, die jedes Dampfturbinensystem lösen muß, ist die Herabsetzung der Umlaufzeit auf ein praktisch zulässiges Maß unter Wahrung der erforderlichen Betriebszuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit.

Welche Umlaufzahlen praktisch zulässig sind, darüber wird bei den ortsfesten Turbinen in erster Linie der Dynamobau zu entscheiden haben, und zwar im besonderen die Anforderungen der Wechselstrommaschine. Die in Europa sehr allgemeine Periodenzahl 50 i. d. Sek. läßt im großen ganzen nur die Wahl zwischen 3000, 1500, 1000 und 750 Uml./min für die 2-, 4-, 6-, bzw. 8polige Maschine. Während bis vor kurzem Wechselstromerzeuger von etwa 1000 KW nicht mehr als 1500 Uml./min machen durften, gilt heute 3000 als wohl erreichbar, und es sind Ausführungen von 5000 KW bei 1500 Uml./min geplant.

Die Länge der Trommeln, die Schwierigkeit des Massenausgleiches, die mögliche Unterstützung der Wellenschwingung durch Unsymmetrie des magnetischen Feldes, die hohe Gleitgeschwindigkeit in den schwer belasteten Dynamolagern lassen indes auch heute den Bau so rasch laufender Maschinen als eine schwierige Aufgabe erscheinen, an die nur Anstalten allerersten Ranges herantreten dürfen. Noch schwieriger ist bekanntlich der Bau der Gleichstrommaschinen. Nicht ungünstig stellt sich das neuerdings aufgegriffene Gebiet der Kreiselkompressoren, welches hohe Umlaufzahlen nicht nur zuläßt, sondern verlangt. Aufs äußerste benachteiligt ist die Dampfturbine umgekehrt im Schiffsbau, da die Eigenschaften der Schraube zu einer wesentlichen Erniedrigung der Umlaufzahl zwingen.

Die Mittel, die dem Konstrukteur zu Gebote stehen, haben wir im vorangehenden kennen gelernt, — im nachfolgenden wird an Hand von Ausführungen gezeigt, welcher Gebrauch davon gemacht und welche Erfolge erzielt worden sind. Wir halten uns, was die Reihenfolge anbelangt, nicht an die historische Entwickelung, benutzen vielmehr die Stufenzahl als Einteilungsgrund, wobei naturgemäß die Gleichdruckturbine vorauszugehen hat.

103. Turbine von de Laval.

Carl Gustav Patrik de Laval ist 1845 im Kirchspiele Orsa der schwedischen Provinz Dalekarlien geboren[1]) und stammt aus einem alten Soldatengeschlecht. Er studierte von 1863 bis 1866 am technologischen Institut der Universität Upsala. Nach kurzer Tätigkeit in der Praxis setzte er seine Studien fort, um besonders in die Mathematik und in die Naturwissenschaften einzudringen. 1872 schloß er seinen Studiengang mit Erlangung der Doktorwürde ab. In der Praxis beschäftigte er sich zuerst im Dienst einer Bergbaugesellschaft mit Schwefelsäurefabrikation und Kupferextraktion. Seine ersten Patente beziehen sich auf

[1]) Dieser kurze Abriß der Lebensgeschichte eines der Vorkämpfer der Dampfturbine ist dem Werke von Matschoß, „Die Entwickelung der Dampfturbine" 1908, Bd. II, S. 614 entnommen.


Digitized by Google

Ausbeutung von phosphorsauren Eisen- und Nickelerzen. Sehr bekannt wurden seine Milch-Abrahmmaschinen, die „Separatoren", die ihm die Anregung zur Ausbildung eines als unmittelbare Antriebsmaschine der raschlaufenden Spindeln dienenden Motors brachten.

Neben der Dampfturbine beschäftigten de Laval metallurgische Aufgaben, wie elektrische Schmelzöfen, Verwertung von armen Blei- und Zinkerzen usw.

Die Turbine von de Laval ist eine einstufige Gleichdruckturbine mit Zahnradübersetzung auf kleine Umlaufzahl. Dank der sorgfältigen Herstellung der Zahnräder können neuerdings Einheiten bis zu 500 PS gebaut werden.



C. G. P. de Laval.

Die in Fig. 328, 329, 330 dargestellte Gesamtansicht einer solchen Einheit läßt erkennen, daß die in der Turbine erzeugte Energie durch eine zentrale Welle auf zwei rechts und links davon angeordnete Zahnräder übertragen wird, die mit je einer Gleichstromdynamo gekuppelt werden. Bei gleicher Belastung erleidet die mittlere Welle reine Torsion, und die Lagerbeanspruchung ist äußerst gering.

Schnitte einer 30pferdigen Einheit mit einseitigem Zahntrieb sind in Fig. 331, 331a, 332 dargestellt.

Die Regelung beruht auf reiner Drosselung mittelst des entlasteten (aus zwei Teilen gleichen Durchmessers zusammengesetzten) Doppelsitzventiles D in Fig. 331 mit direktem Reglerangriff. Bei höchster Reglerstellung wird ein Ventil geöffnet, das die Atmosphäre mit dem Auspuffraum verbindet, wie im Grundriß von Fig. 332 erkennbar ist, so daß das Vakuum schwindet und die Luftreibung das Rad rascher zum Stillstand bringt.

Digitized by Google

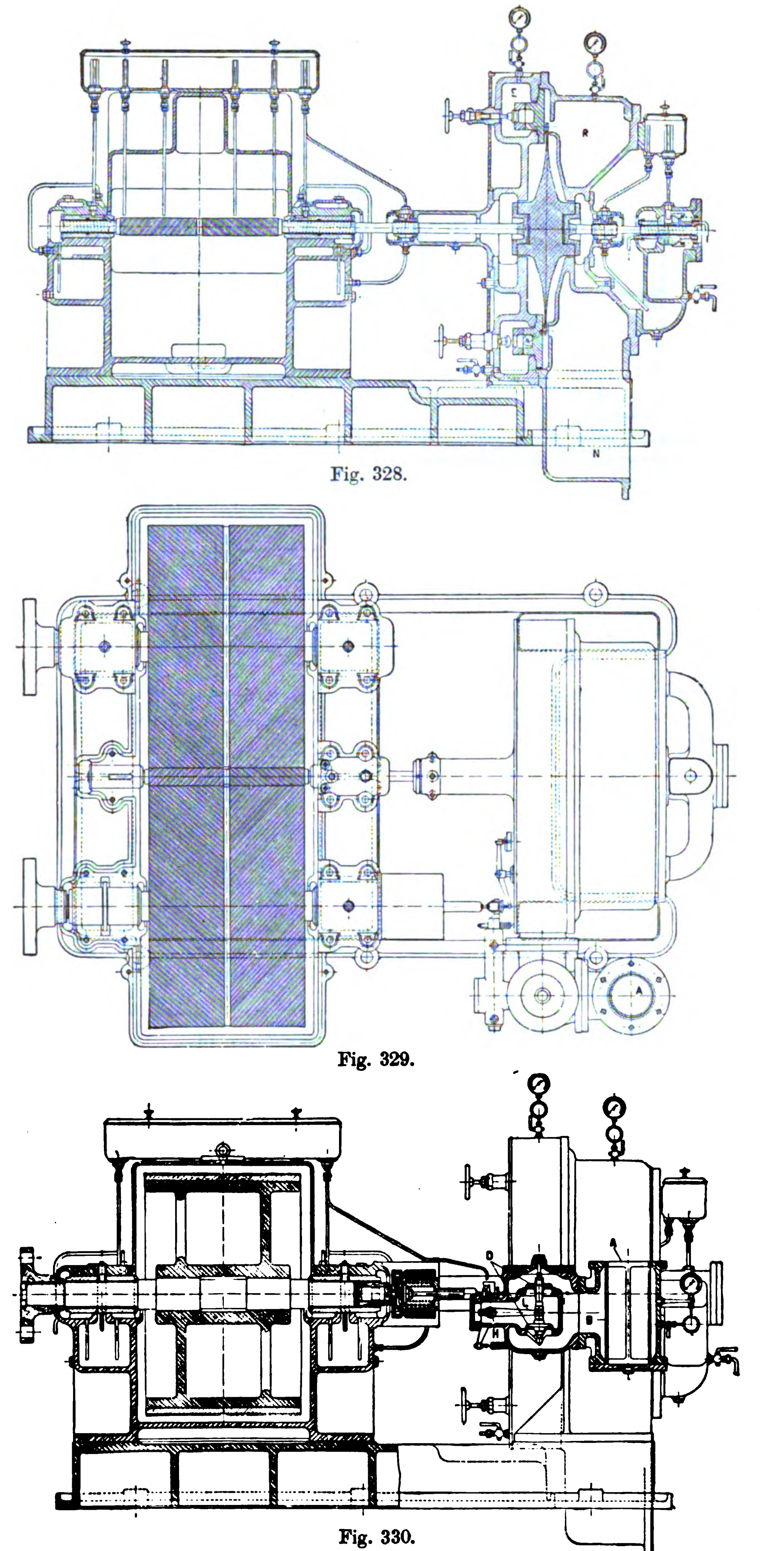


Fig. 328.

Fig. 329.

Fig. 330.

Digitized by Google

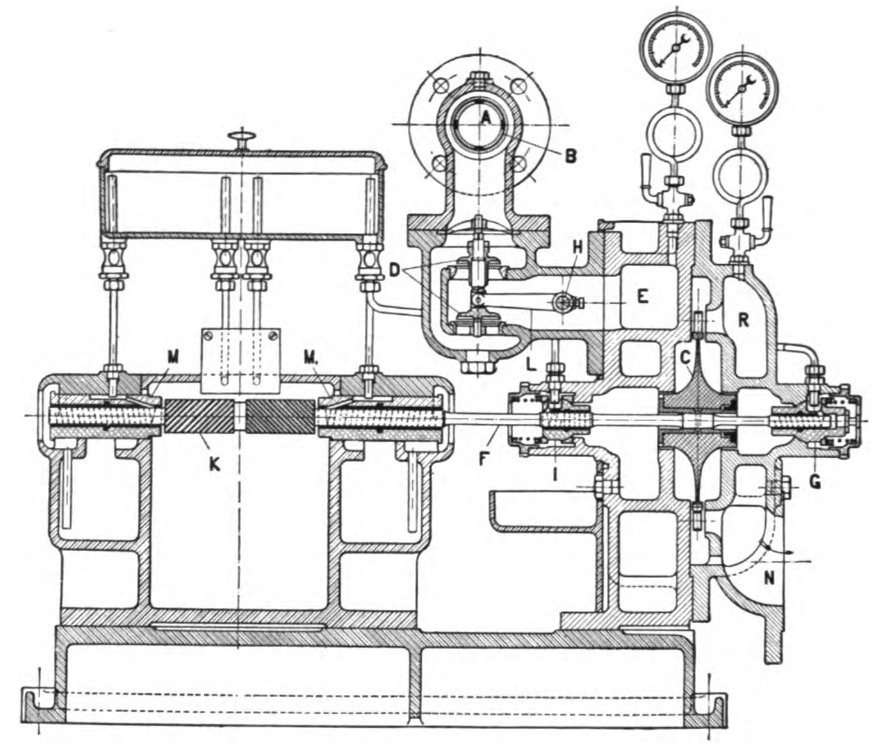


Fig. 331.

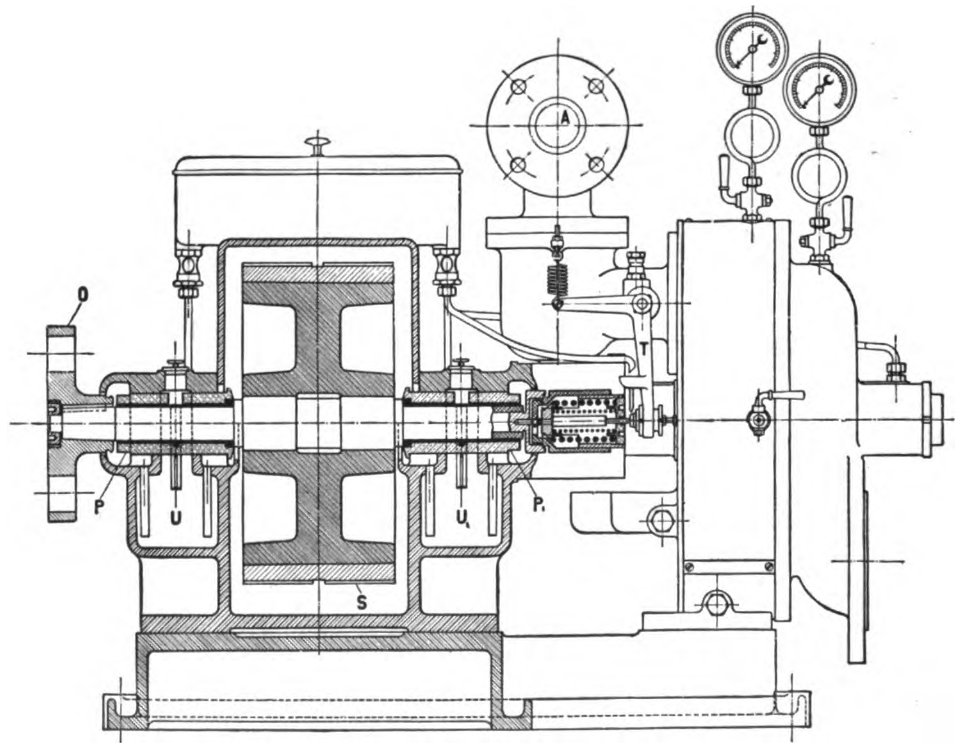


Fig. 331 a.

Digitized by Google

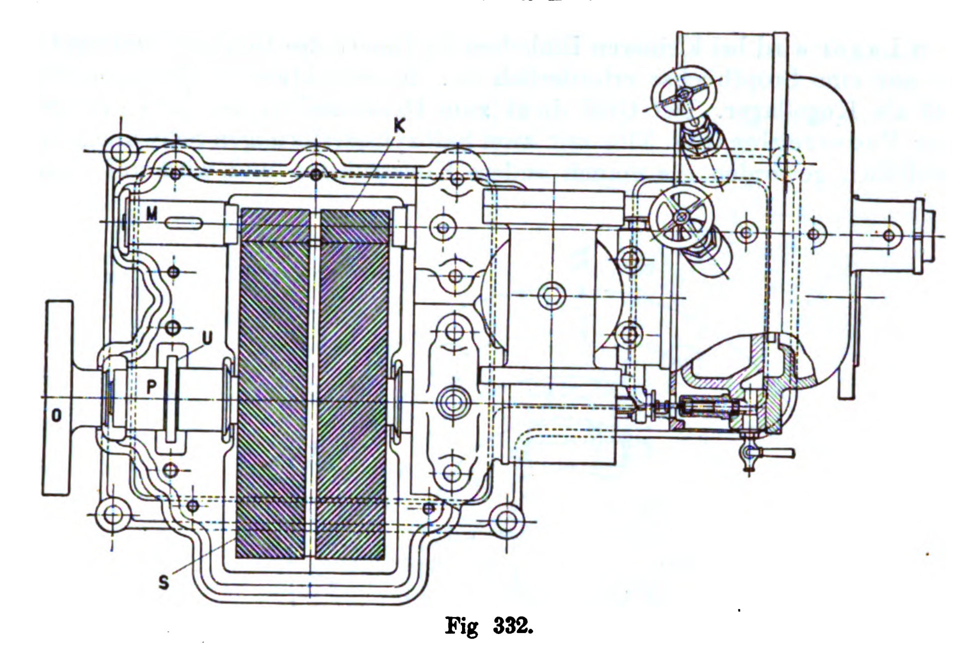


Fig 332.

Konstruktion der Einzelteile.

Die Düsen bestehen aus Bronze oder Stahl und werden neuerdings unmittelbar nebeneinander gesetzt. Die Handabschließung einer Düsengruppe veranschaulicht Fig. 333. Meist ist ein Satz Kondensations- und ein Satz Auspuffdüsen vorhanden.

Die Schaufeln werden aus Stahl im Gesenk geschmiedet (s. Abschn. 71), leicht verstemmt, so daß Auswechselung ohne Beschädigung des Rades möglich ist. Die Abnutzung durch den Dampf, der mit einer etwa 800 m betragenden Geschwindigkeit durch die Schaufel strömt, wird zugegeben, scheint indes auf Jahre hinaus den Dampfverbrauch nicht erheblich zu beeinflussen. So teilt Sosnowski in Revue de Mécanique 1902, Juliheft, mit, daß eine fünf Jahre lang in Betrieb gewesene Turbine bei 64 cm Vakuum 10,07 kg Dampf pro PS_e-st verbraucht habe, während diese Zahl bei einer ganz neuen, am gleichen Orte geprüften Turbine bei einem um 7 cm besseren Vakuum 9,7 kg betragen habe. Die Kosten der vollständigen Auswechselung der Schaufeln werden als geringfügig angegeben.

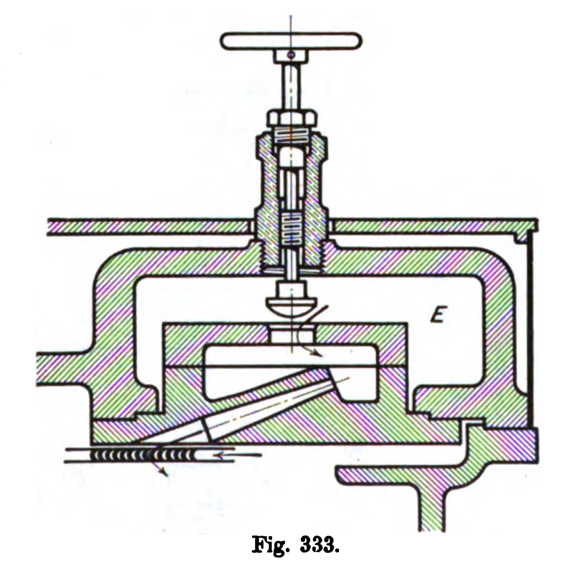


Fig. 333.

Laufräder und Welle wurden in Abschn. 75 u. 88 beschrieben.

Die Stopfbüchsen nach Fig. 334 in der Ausführung von Humboldt in Kalk bestehen aus Bronze mit Weißmetall-Einguß in Kugellagerung, sind zweiteilig, außerdem der Quere nach beweglich. Das Öl wird vorne zugeführt und dringt, durch die Spiralnute zurückgedrängt, langsam ins Innere des Gehäuses, wo es abgefangen und weitergeleitet wird.

Digitized by Google

Ein Lager wird bei kleineren Einheiten im Innern des Gehäuses untergebracht, so daß nur eine Stopfbüchse erforderlich ist. Konstruktion von Humboldt nach Fig. 335 als Kugellager. Der Griff dient zum Herausziehen der einteiligen Schale.

Der Federregler (Fig. 336) mit zwei halbzylinderförmigen Schwunggewichten ist vorbildlich geworden für manch andere Konstruktion und wird auf einer Vor-

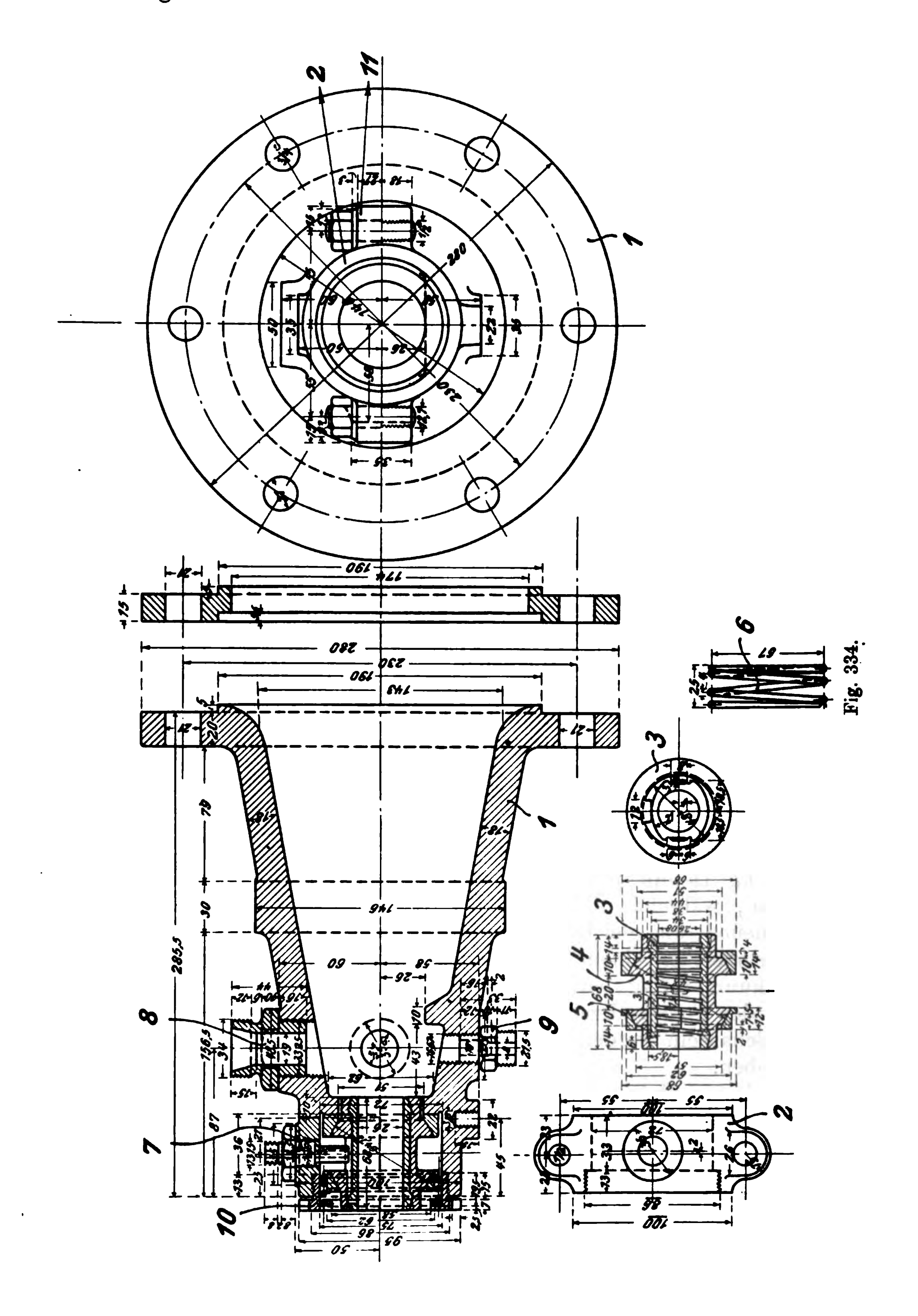


Fig. 334.

Digitized by Google

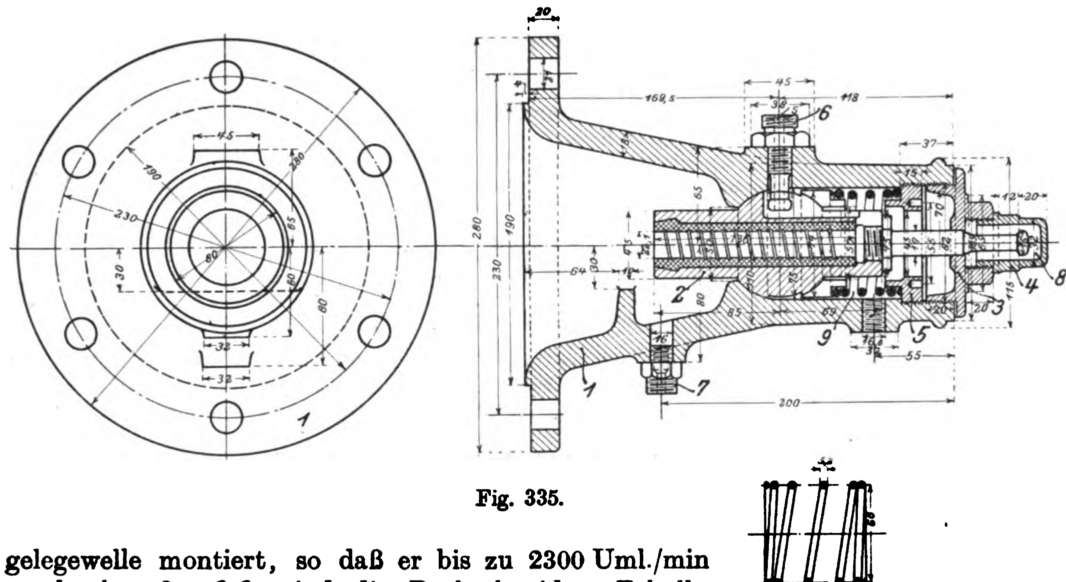


Fig. 335.

gelegewelle montiert, so daß er bis zu 2300 Uml./min machen muß. OO_1 sind die Drehschneiden, T halbkugelförmige Stützen. De Laval hat auch die in Fig. 336a dargestellte Reguliervorrichtung, und zwar vor dem in Abschn. 99 beschriebenen Stumpfschen Patent versuchsweise angewendet, wobei die durch den Regler vor der Turbine eingeleitete Drosselung infolge verschiedener abgestimmter Federkräfte die Düsenspindeln der Reihe nach zum Schließen veranlassen soll.

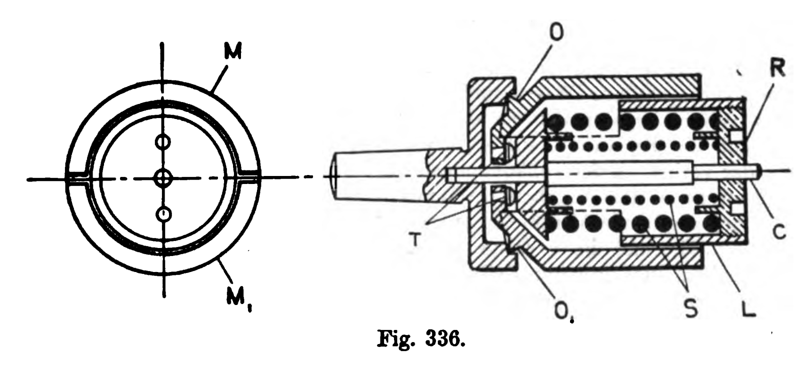


Fig. 336.



Fig. 336a.

Die Zahnräder sind mit ungemein kleiner Teilung als Doppelschraubenräder ausgeführt, damit der axiale Schub aufgehoben werde; es werden Übersetzungen von 1 : 10 bis 1 : 13 angewendet. Die Breite der Zahnräder beträgt bei einer 300 PS-Turbine etwa 500 mm.

Versuchsergebnisse.

Über den Dampfverbrauch liegen ausgedehnte Versuche von Delaporte vor (Revue de Mécanique 1902, S. 406). Die von ihm untersuchte 200pferdige Turbine war bereits mit enggestellten Düsen ausgeführt. Die näheren Angaben über den Versuch Nr. 10 sind die folgenden: $p_1 = 10{,}72$ km/qcm abs.; $p_2 = 0{,}166$ kg/qcm abs.; $N_e = 197{,}5$ PS Verbrauch an gesättigtem Dampf 6,9 kg/PS-st. Schädliche Widerstände: Radreibung 10,2 PS, Lagerreibung 2,5 PS. Zahnradvorgelege 2,0 PS. Den Verlust, welcher durch das Wiederanfüllen der vor der Düse einherstreifenden entleerten Laufradzellen durch den Dampf der

Digitized by Google

Umgebung verursacht wird, schätzt Delaporte auf 1,1 PS. Die schädlichen Widerstände machten nach dieser Rechnung 15,8 PS aus, und die innere (indizierte) Dampfarbeit wäre $N_i = 197{,}5 + 15{,}8 = 213{,}3$ PS. Bezogen auf 1 PS der indizierten Dampfarbeit allein beträgt somit der Verbrauch in 1 Stunde $6{,}90 \cdot 197{,}5 : 213{,}3 = 6{,}39$ kg.

Eine Analyse des Versuches, die rechnerisch auch von Delaporte vorgenommen worden ist, ergibt folgende Verhältnisse:

verfügbare Wärmeenergie in 1 kg Dampf	154,0 WE
Verlust in der Düse nach Delaporte 5,2 v. H., d. s. . . .	8,0 „
effektive Ausströmgeschwindigkeit	$c_1 = 1102$ m
Umfangsgeschwindigkeit nach Delaporte	$u = 343$ „

Der Entwurf eines Geschwindigkeitsplanes mit $\alpha = 20^0$ gibt $w_1 = 787$ m und mit dem probeweise angenommenen $w_2 = 0{,}74\, w_1 = 582$ m, schließlich $c_2 = 326$ m. Die „Bilanz" der Turbine stellt sich nun mit der Angabe des Verlustes in v. H. der theoretisch verfügbaren Energie wie folgt:

Verlust in der Düse . . . . 8,0 WE, d. s. 5,2 v. H.,

„ „ „ Schaufel $\left(\frac{787}{91{,}2}\right)^2 - \left(\frac{582}{91{,}2}\right)^2 = 33{,}7$ WE, d. s. 21,9 v. H.,

„ beim Austritt $\left(\frac{326}{91{,}2}\right)^2$ . . . $= 12{,}8$ WE, d. s. 8,3 v. H.

Gesamtverlust . . . . 35,4 v. H.

Da nun bei 154 WE pro kg die ideale Turbine $637/154 = 4{,}14$ kg Dampf pro PS-st erfordert, beträgt der Gütegrad der indizierten Dampfarbeit $\eta = 4{,}14/6{,}39 = 0{,}647$, der Verlust mithin 35,3 v. H., in guter Übereinstimmung mit obigen Annahmen. Die Analyse führt somit, falls wir den von Delaporte für die Düse angenommenen kleinen Verlust als richtig zulassen, auf einen großen Verlust in der Laufschaufel, nämlich $1 - (0{,}74)^2$, d. s. 45 v. H. der kinetischen Energie, welche zu Beginn im Rade vorhanden ist. Wenn man den Düsenverlust zu 10 v. H. ansetzt, so ergibt sich $w_2 =$ rd. $0{,}83\, w_1$, also der Schaufelverlust rd. 30 v. H. der anfänglichen Energie.

Auf einen größeren Verlust muß bei den Versuchen von Jacobson an der 300pferdigen Turbine in der Pötschmühle[1]) gefolgert werden. Für Überlast bei 342,1 PS_e Leistung fand Jacobson 7,01 kg Dampfverbrauch pro PS_e-st, und es war $p_1 = 11{,}28$ kg/qcm abs. und $t_1 = 192{,}3^0$ C vor dem Ventil. Mit $p_1' = 9{,}61$ kg/qcm abs. vor den Düsen errechnet sich die Temperatur vor den Düsen $t_1' = 189{,}8^0$ C, und die Expansion auf $p_2 = 0{,}101$ kg/qcm liefert eine verfügbare Wärmeenergie von 164,4 WE; der Verbrauch der vollkommenen Turbine ist $= 637/164{,}4 = 3{,}87$ kg pro PS-st. Schätzen wir den Leerlauf nach den Angaben de Lavals zu 30 PS, so ist die indizierte Dampfarbeit $= 372{,}1$ PS, der entsprechende Verbrauch pro PS_i-st $= 6{,}44$ kg, mithin der indizierte Gütegrad $\eta = 3{,}87/6{,}44 = 60{,}1$ v. H., und die Verluste betragen rd. 40 v. H. Um diese Verluste zu erklären, bedarf es der Annahme viel größerer Reibung in der Düse, als Delaporte gefunden haben will. In Übereinstimmung mit unsern eigenen Versuchen setzen wir den Verlust in der Düse mit etwa 15 v. H. an und finden $c_1 = 1078$ m. Die Umfangsgeschwindigkeit darf gemäß einer Tabelle von de Laval zu 400 m geschätzt werden. Auf graphischem Wege ermitteln wir $w_1 = 720$ m, $w_2 = 0{,}666\, w_1 = 480$ m, $c_2 = 250$ m und sind in der Lage folgende Bilanz aufzustellen:

Verlust in der Düse	23,7 WE	= 15,0 v. H.	der verfügbaren Energie
„ „ „ Schaufel	34,6 „	= 21,0 „ „	„ „ „
„ beim Austritt	7,5 „	= 4,6 „ „	„ „ „
	Gesamtverlust	40,6 v. H.	

in naher Übereinstimmung mit der oben genannten Zahl. Bei diesem Versuche muß man mithin in der Schaufel einen Verlust von $1 - (0{,}666)^2 =$ rd. 56 v. H. der zugeführten kinetischen Energie voraussetzen, um mit dem wirklichen Gesamtergebnis in Übereinstimmung zu bleiben. Die Abweichung gegenüber Delaporte dürfte durch folgende Faktoren erklärbar sein:

a) Der aus der Düse tretende zylindrische Dampfstrahl wird von der Radebene in einer sehr flachen Ellipse geschnitten, deren Spitzen die Schaufelräume nur unvollständig ausfüllen, also schlecht arbeiten. Bei neueren Turbinen ist dieser Übelstand teilweise behoben.

b) Durch die Ventilation der Scheibe und der jeweilen unbeaufschlagten Schaufeln entsteht, wie Baumann bemerkt hat, unter und zwischen den Düsen ein tangentialer Dampfstrom, der gegen den Düsenstrahl anprallt und ihn teilweise in Wirbel auflöst. Auch hier wird das Zusammenrücken der Düsen günstig wirken.

---

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1901, S. 150.

Digitized by Google

Erst weitere Versuche können endgültige Aufklärung bringen.

Von besonderem Einfluß ist die Wirbelung infolge scharfer Krümmung in der Schaufel, und dürfte in erster Linie die hohen Schaufelverluste bedingen.

Betrachten wir die effektive Leistung, so ist der thermodynamische Wirkungsgrad beim Versuche von

$$\text{Delaporte } \eta_e = \frac{4,14}{6,90} = 0,600, \qquad \text{Jacobson } \eta_e = \frac{3,87}{7,01} = 0,554,$$

und es erreicht der Dampfverbrauch von 6,9 bzw. 7,0 kg PS_e-st bereits die Zahlen einer Verbundmaschine.

Neuerdings bauen de Laval und die mit ihm verbundenen Anstalten auch mehrstufige Turbinen, über welche indessen noch nichts näheres verlautbart ist.

In der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1903 hat Lewicki über Versuche mit hochgradiger bis 460° C reichender Überhitzung berichtet, durch welche erwiesen wird, daß die Laval-Turbine, wenn man nur die Düsen aus Stahl anfertigt, ohne weiteres mit so hohen Temperaturen betrieben werden kann.

104a. Turbine von Seger.

Die Turbine von Seger[1]) war die erste Turbine mit einer Druck- und zwei Geschwindigkeitsstufen in der besonderen Anordnung, daß der aus dem ersten Laufrade tretende Dampf unmittelbar in ein zweites entgegengesetzt rotierendes

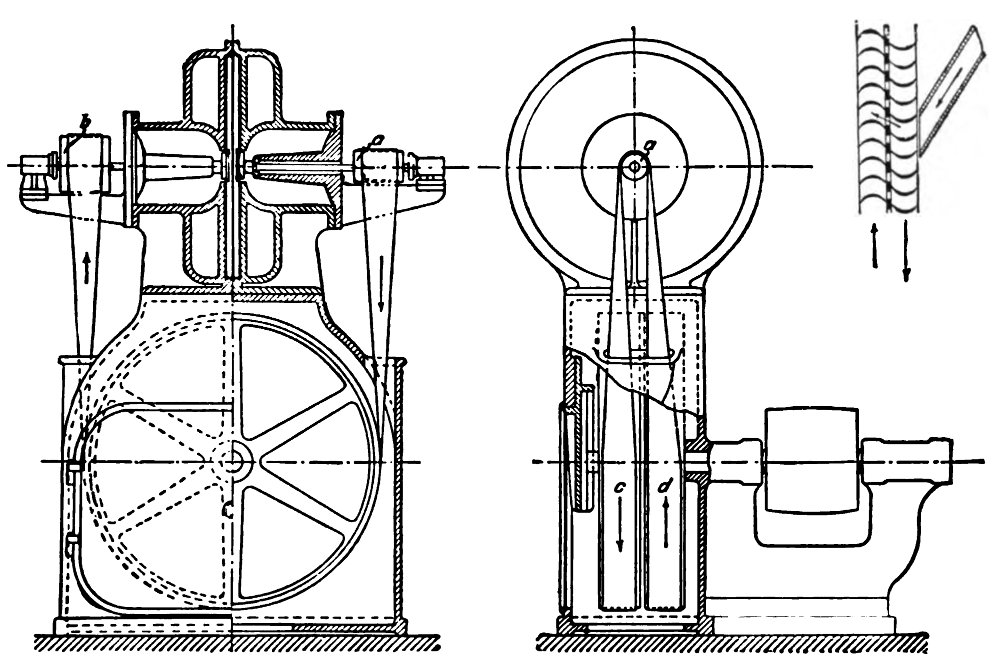


Fig. 337.

Laufrad einströmt. Seger übertrug die Leistung der beiden Räder durch einen einzigen Riemen auf die rechtwinklig geschränkte Hauptwelle (Fig. 337) und erzielte durch geeignete Wahl der Scheibengrößen die Übersetzung, die durch die Verschiedenheit der Umfangsgeschwindigkeiten bedingt war.

[1]) Nicht zu verwechseln mit dem Erfinder des Reaktionsrades „Segner“.

Digitized by Google

Über den Dampfverbrauch gibt folgender Versuch[1]) Aufschluß:

Umdrehungszahl des ersten Rades . .	8400 p. M.
Umdrehungszahl des zweiten Rades .	4200 „
Umdrehungszahl des Vorgeleges . . .	700 „
Eintrittsdruck abs	$p_1 = 7{,}5$ kg/qcm
Kondensatordruck abs	$p_2 = 0{,}111$ kg/qcm
Bremsleistung	$N_e = 60{,}85$ PS_e
Dampfverbrauch pro PS_e-st	$G_e = 10{,}50$ kg.

Mit freiem Auspuff betrug der Dampfverbrauch nach anderweitiger Mitteilung bei 6600 bzw. 3300 Umdrehungen p. M. und 7,79 kg/qcm Eintrittsüberdruck, 61,37 PS_e-Leistung 16,7 kg pro PS_e-st.
Die Fabrikation der Seger-Turbine ist dem Vernehmen nach aufgegeben.

104b. „Elektra“-Dampfturbine.

Die „Gesellschaft für elektrische Industrie“ in Karlsruhe baut nach den Entwürfen von Ingenieur Kolb eine Aktionsturbine mit mehreren Geschwindigkeitsstufen, deren kennzeichnendes Merkmal die radiale Beaufschlagung ist. Diese Bauart ermöglicht es, den Dampf in der Beaufschlagungsebene wiederholt auf

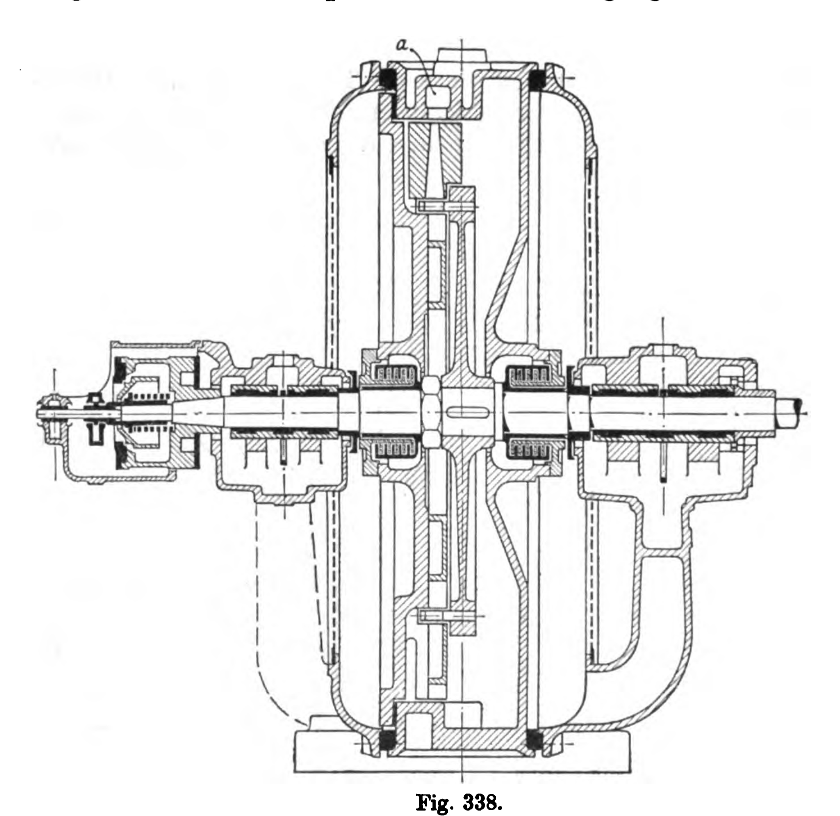


Fig. 338.

denselben Schaufelkranz zu leiten und mit einem Rade das zu erreichen, wozu nach dem Verfahren von Curtis mehrere Räder bzw. Kränze gehören. Bis jetzt benützte man bloß ein- oder zweistufige Expansion, indes mit hoher bis zu vierfacher Geschwindigkeitsabstufung.

Der allgemeine Aufbau bei einstufiger Expansion ist aus Fig. 338 und 339 zu ersehen. Der Dampf tritt von außen unter ziemlich starkem Winkel an zwei

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1901, S. 641.

Digitized by Google

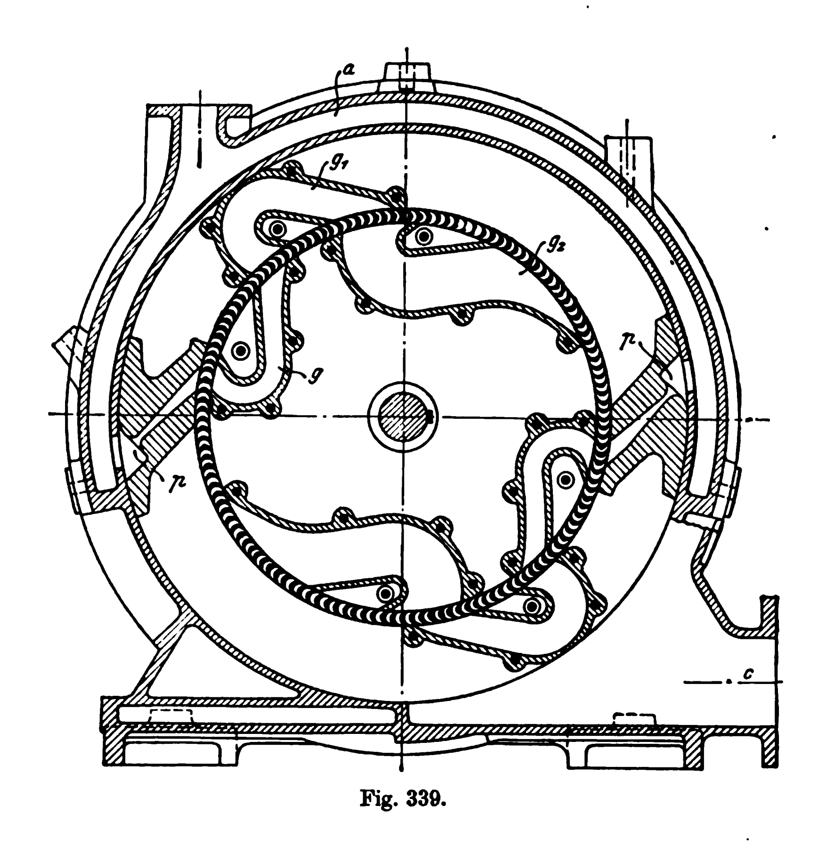


Fig. 339.

gegenüberliegenden Punkten des Kranzes ein, wird durch je einen U-förmigen Kanal umgelenkt und beaufschlagt das Rad zum zweitenmal von innen. Hierauf findet eine Umlenkung auf dem Außenumfang und eine letzte im Inneren des

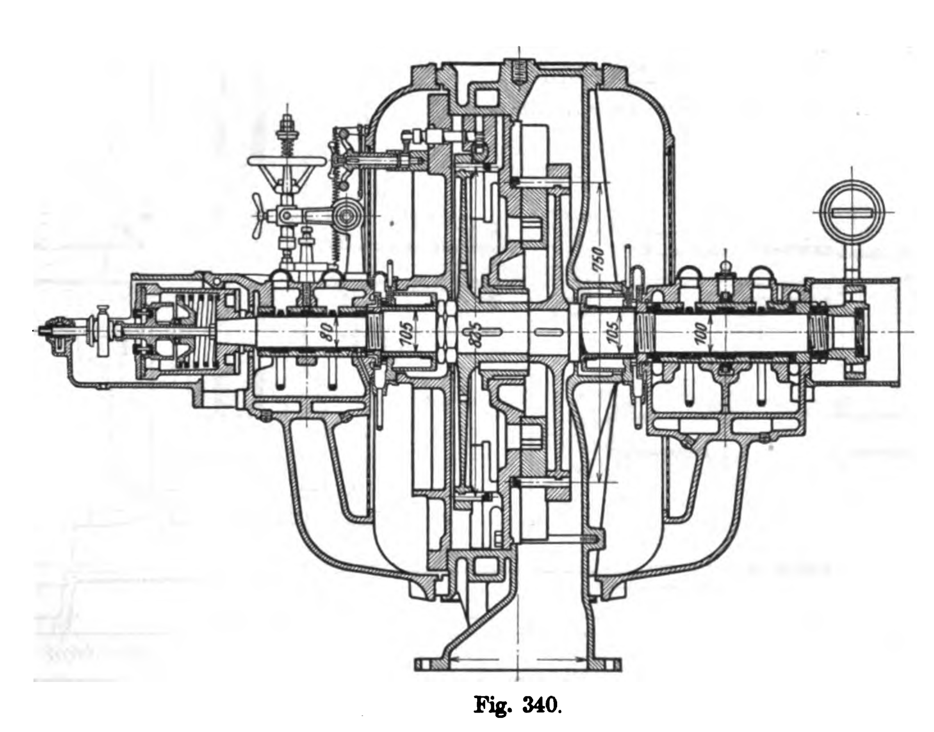


Fig. 340.

Digitized by Google

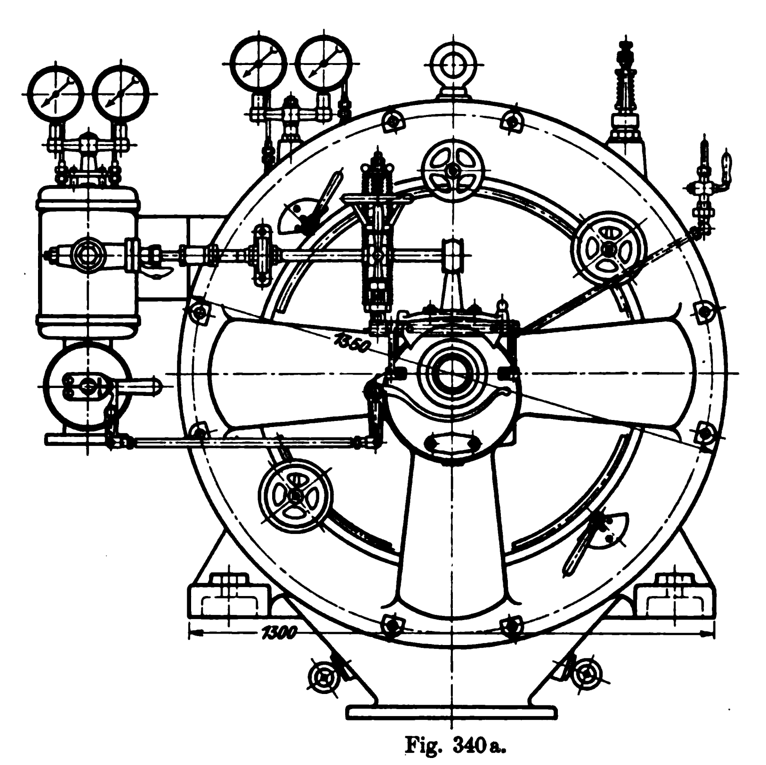


Fig. 340 a.

Rades, also im ganzen viermalige Beaufschlagung statt. Der lange Einströmungskanal wird neuerdings mit dem Gehäuse nicht in einem Stück gegossen.

In Fig. 340 und 340 a ist eine „Verbund"-, d. h. mit zwei Druckstufen arbeitende Turbine von 300 PS Leistung dargestellt. Die Zahl der Geschwin-

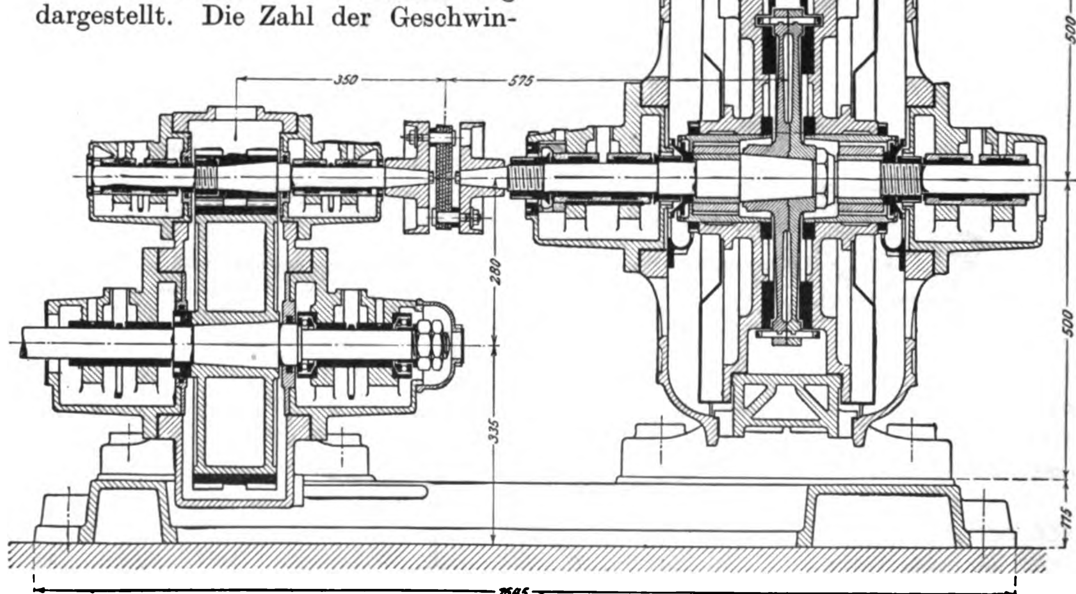


Fig. 341.

digkeitsstufen in jedem Rad ist hier auf drei herabgesetzt, so daß der Abfluß vom ersten Rade her inwendig erfolgt.

Fig. 341 veranschaulicht eine Umkehrturbine, für welche sich die Bauart der Elektraturbine besonders gut eignet. Die Umkehrturbine besteht aus der Verbindung zweier gewöhnlichen Turbinen mit entgegengesetzter Drehrichtung, die wechselweise, je nach dem Drehungssinn, beaufschlagt werden. Die Vereinigung der beiden ist so innig als möglich, indem die Laufräder dicht nebeneinander auf der Welle angeordnet sind.

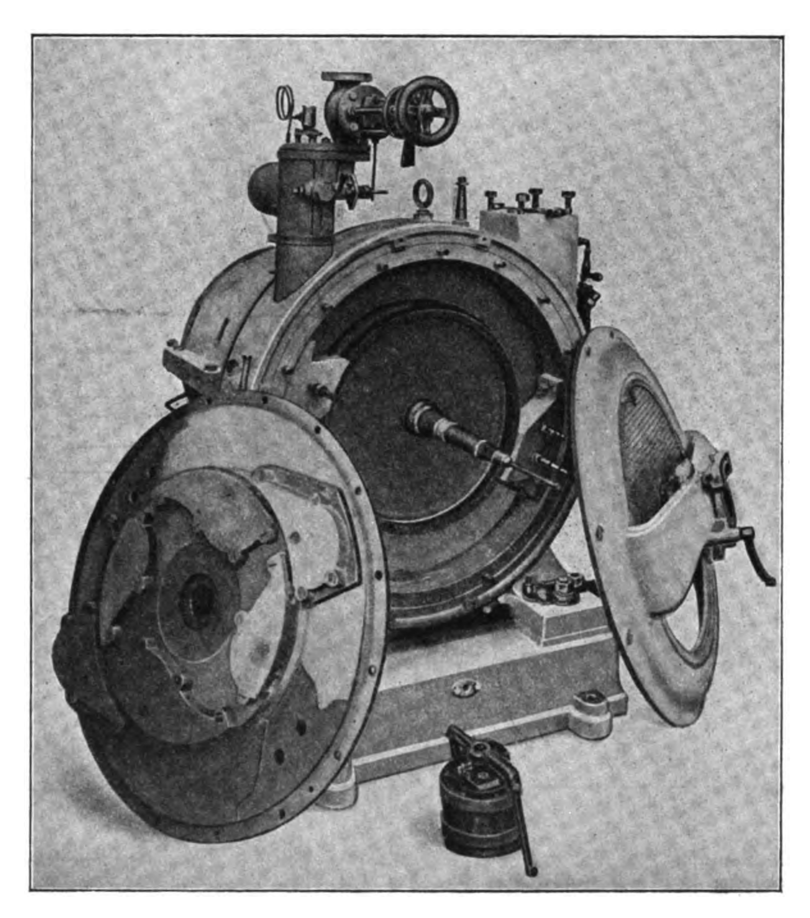


Fig. 342.

Die Fig. 342 ist ein Schaubild der einstufigen Turbine mit abgenommenem Deckel.

Der Gesamtaufbau einer 250 PS-Turbine mit Dynamo- und Kreiselkondensator geht aus Fig. 343 bis 345 hervor. Die Lager sind mit den äußeren Schildern zusammengegossen und tragen das Turbinengehäuse, welches sich nach allen Richtungen frei ausdehnen kann.

Ganz kleine Einheiten, wie die 8pferdige Turbine (Fig. 346), werden einseitig fliegend angeordnet.

Die normalen Ausführungen erhalten bei 10—15 PS 4000 Uml./min, bei 20—200 PS 3000 Uml./min, von 200—600 PS 2500—2000 Uml./min, darüber hinaus 1500 Uml./min.

Digitized by Google

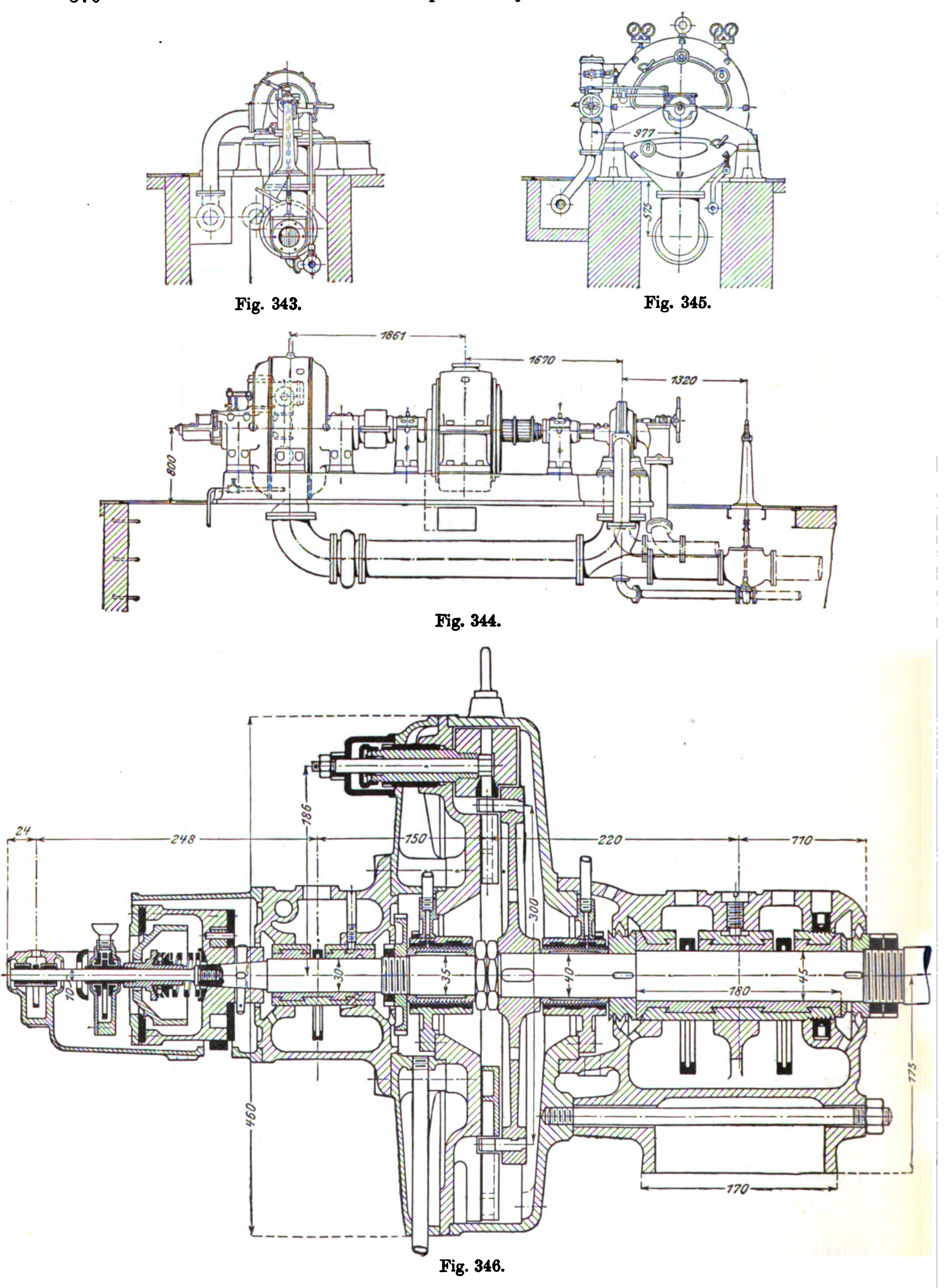


Fig. 343.

Fig. 345.

Fig. 344.

Fig. 346.

Digitized by Google

Neuerdings wurde der Bau langsam laufender Turbinen aufgenommen, die bei 10—60 PS_e Leistung 800—1200 Uml./min erhalten und für den unmittelbaren Antrieb von Ventilatoren, Kreiselpumpen, Zentrifugen bestimmt sind.

Fig. 347 und 348 zeigen eine 50pferd. Einheit mit 1200 Umdr., 800 mm Raddurchmesser, die mit zwei Ventilatoren zu kuppeln ist. Fig. 348a ist mit vertikaler Bauart ausgeführt für 20 PS_e bei 1000 Uml./min zum unmittelbaren Koppeln mit einer Zentrifuge.

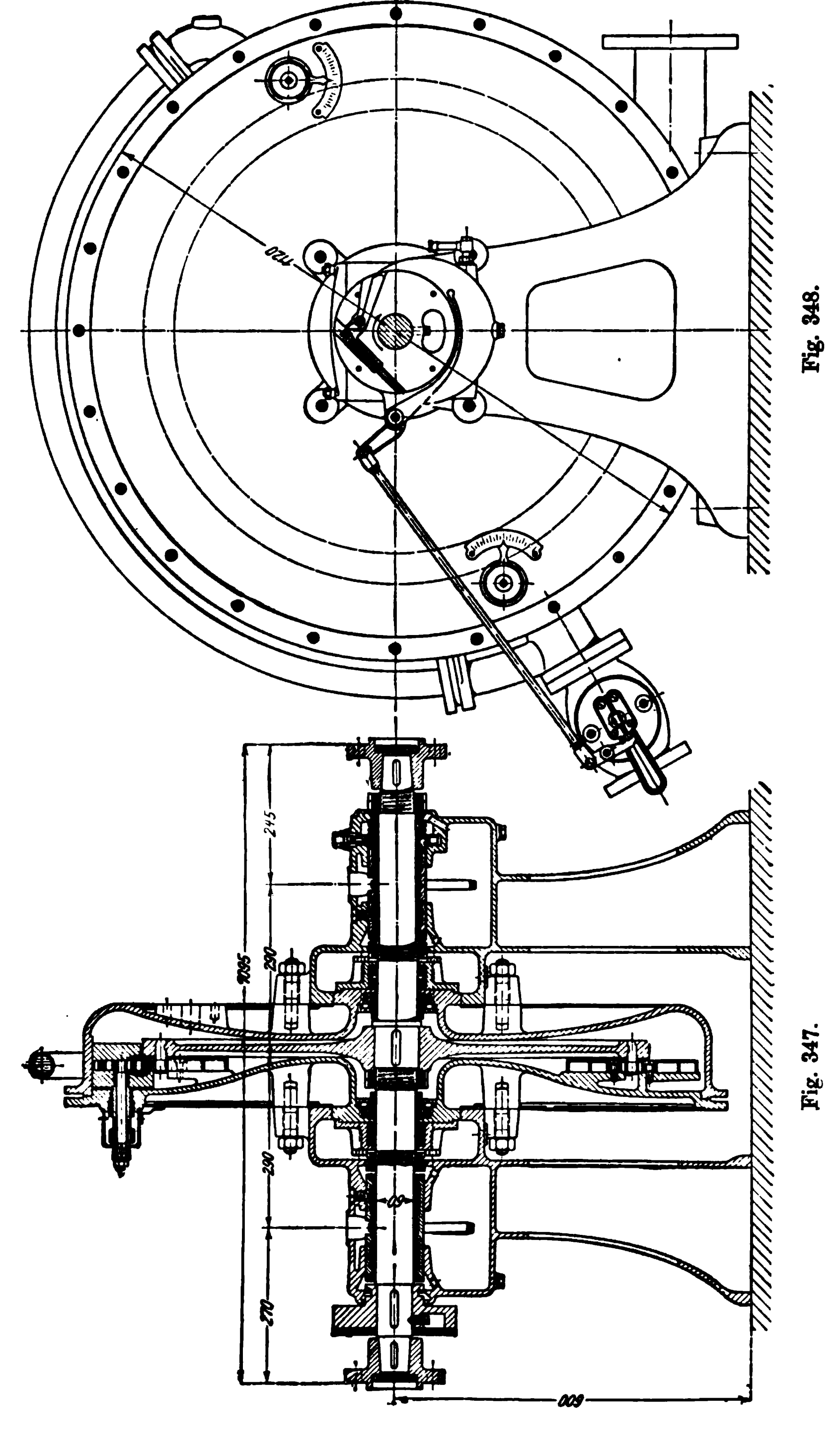


Fig. 348.

Fig. 347.

Digitized by Google

Die Regelung erfolgt durch Drosselung mittels direkter Einwirkung des in Fig. 340 veranschaulichten, dem Lavalschen ähnlichen Federreglers. Die an einer 450pferd. Einheit erzielten Tachogramme sind in Fig. 349 abgebildet.

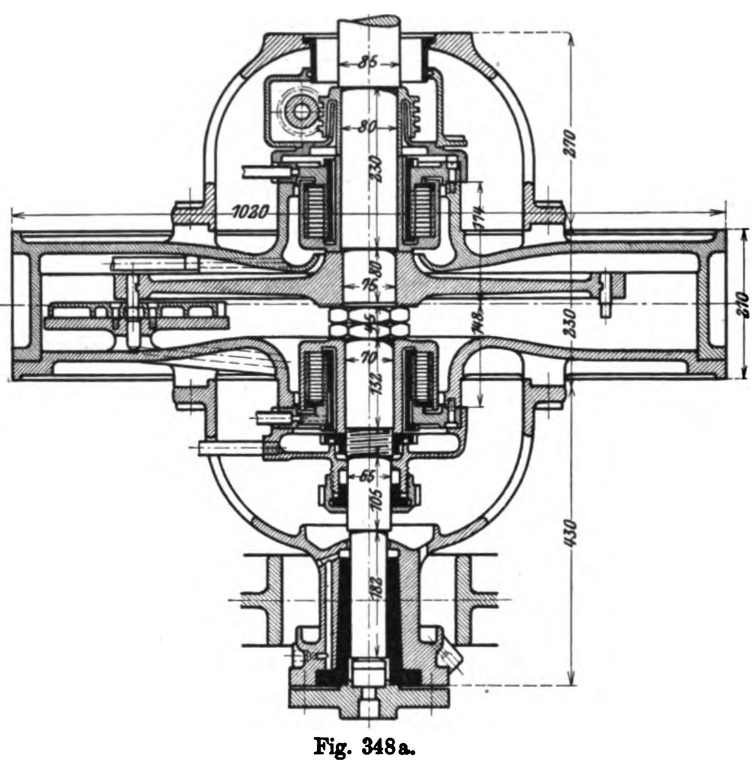


Fig. 348a.

Konstruktion der Einzelteile.

Die **Düsen** werden in schwach konische eingetriebene Bronzeeinsätze mit viereckigem Querschnitt gefräst und mittels stählerner Zungen auf kleineren oder größeren Durchlaßquerschnitt eingestellt. Fig. 350 ist eine ältere, Fig. 351 und 352 eine neuere Ausführungsart. Früher dienten die Zungen zur Quantitätsregelung, wobei das Verhältnis des größten und kleinsten Querschnittes konstant blieb, d. h. immer richtige Expansion erreicht werden konnte. Neuerdings sind sie bloß von Hand einstellbar durch die mit Zeigern versehenen Handräder (Fig. 340a).

Die **Radschaufeln** werden aus einer Bronze, die hohe Überhitzung verträgt, mit einem Profil gezogen, welches den von den Schaufeln eingenommenen Umfang ganz ausfüllt. In die auf Länge geschnittenen Stücke wird der eigentliche Schaufelkanal eingefräst. Die Befestigung besorgt ein auf die Schaufeln warm aufgezogener Ring aus Chromnickelstahl; ein Falz verhindert seitliche Verschiebungen (Fig. 353).

Fig. 349.

Die Ausführung eignet sich auch für Doppelräder. Patentlich geschützt ist die ebenfalls ausgeführte Konstruktion Fig. 354 mit ungeteiltem Kranz und durch Ringteile f gehaltene Schaufeln. Bohrung g dient zum Festhalten, wie auch mittels besonderer Abpreßschraube zum Herausdrücken des Ringes. Über die Schaufelenden wird ein in den Abbildungen nicht sichtbarer halbversenkter Schrumpfring gelegt, der einen Teil der Schaufelfliehkraft aufnimmt.


Digitized by Google

Die Stopfbüchsen mit Wasserabdichtung durch Fliehkraft wurden in Abschn. 97 besprochen.

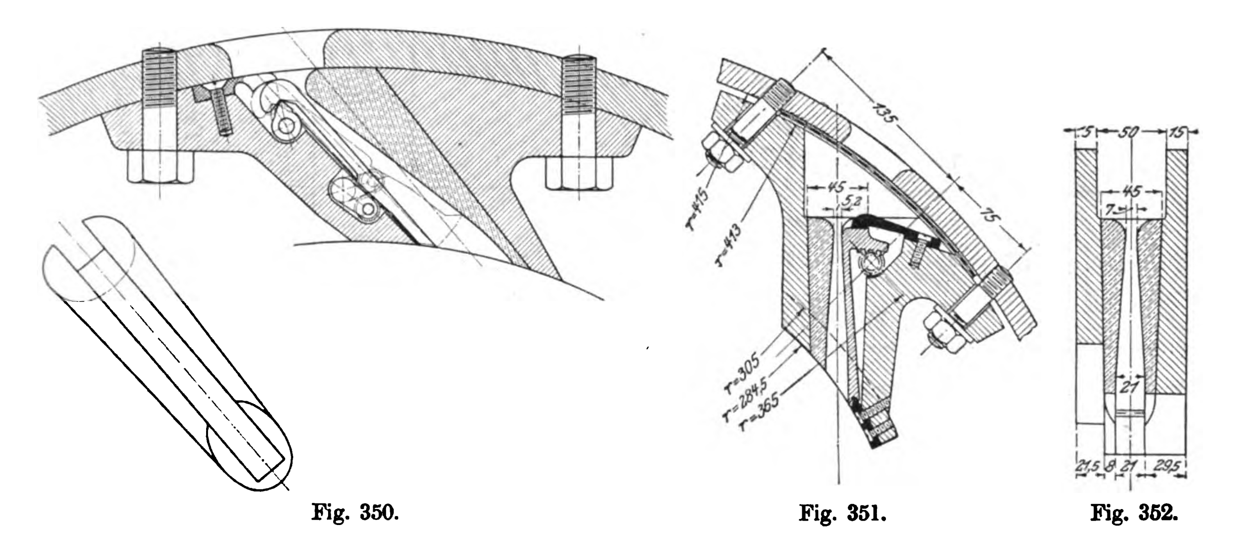


Fig. 350. Fig. 351. Fig. 352.

Die Lager werden infolge der kleinen zu stützenden Gewichte als einfache Ringschmierlager ausgebildet, daher keine Ölpumpen benötigt werden. Es ist bloß bei Einheiten über 30 PS Leistung eine Kühlung der Lagerschalen vorgesehen.

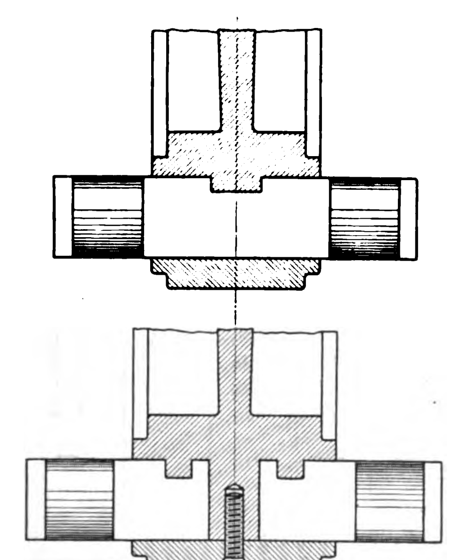


Fig. 353.

Versuchsergebnisse.

Über die Ergebnisse einer Messung des Druckverlaufes in den Umleitkanälen einer Elektraturbine, die der Verfasser Gelegenheit hatte durchzuführen, wurde in Abschn. 46 berichtet.

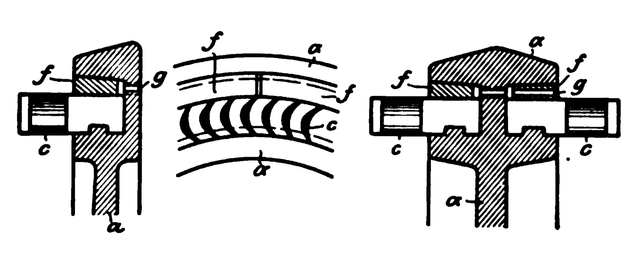


Fig. 354.

Infolge des im Spalt beobachteten Überdruckes findet ein entsprechender Undichtheitsverlust statt, den man durch Verringerung dieses Überdruckes vermindern kann. Um den Betrag desselben zu ermitteln, wurde vom Verfasser der Verlauf der Zustandsänderung im Entropiediagramm dargestellt und die Abnahmen so lange abgeändert, bis der Verlauf in allen Teilen mit einer Entropievermehrung verbunden war. Es zeigte sich für den beim Versuch eingestellten Überdruck ein wahrscheinlicher Verlust von etwa 10 v. H. in jeder Umleitung. Bei größeren Einheiten wird naturgemäß das Verhältnis der Arbeitsdampfmenge zum Spaltquerschnitt ein günstigeres, der Verlust also kleiner.

Über den Dampfverbrauch ausgeführter Turbinen geben Zahlentafeln 1 bis 4 Auskunft.

Digitized by Google

1. Elektraturbine von 20 PS_e Leistung.

Belastung	Druck des Dampfes vor den Düsen at abs.	Temperatur des Dampfes vor den Düsen °C	Vakuum at abs.	Temperatur des Abdampfes °C	Uml./min	Leistung KW	Leistung PS_e	Dampfverbrauch kg/st	Dampfverbrauch für 1 PS_e kg/st	Thermodynamischer Wirkungsgrad (Zust. v. d. Düsen, eff. Leist.) v. H.
5/4	12,4	256	0,105	106	3925	16,5	25,8	310	12,0	29
4/4	12,4	245	0,087	88	3940	12,3	19,7	248	12,6	26
1/2	7,6	204	0,105	86	3900	4,9	9,3	147	15,8	25,2

2. Elektraturbine von 300 PS_e Leistung.

Belastung	Druck des Dampfes vor den Düsen at abs.	Temperatur des Dampfes vor den Düsen °C	Druck des Dampfes im Zwischenbehälter at abs.	Temperatur des Dampfes im Zwischenbehälter °C	Druck des Abdampfes at abs.	Temperatur des Abdampfes °C	Uml./min	Leistung KW	Leistung PS_e	Dampfverbrauch kg/st	Dampfverbrauch für 1 PS_e kg/st	Thermodynamischer Wirkungsgrad (Zust. v. d. Düsen, eff. Leist.) v. H.
4/4	13,7	290	1,15	111	0,08	43	3000	202,0	308	1968	6,39	49,5
3/4	10,9	272	0,89	103	0,08	42	3000	150,5	235	1580	6,73	49,7
1/2	8,5	260	0,66	79	0,07	42	3000	106,4	172	1269	7,38	46,7
1/4	4,9	245	0,35	85	0,07	34	3000	50,0	85,0	741	8,72	44,3

3. Elektraturbine von 300 PS_e Leistung.

Belastung	Druck des Dampfes vor den Düsen at abs.	Temperatur des Dampfes vor den Düsen °C	Druck des Dampfes im Zwischenbehälter at abs.	Druck des Abdampfes at abs.	Temperatur des Abdampfes °C	Uml./min	Leistung KW	Leistung PS_e	Dampfverbrauch kg/st	Dampfverbrauch für 1 PS_e kg/st	Thermodynamischer Wirkungsgrad (Zust. v. d. Düsen, eff. Leist.) v. H.
5/4	9,5	174	1,46	0,12	46	3005	255,0	385	3029	7,85	51,0
4/4	8,6	170	1,15	0,10	42	2990	204,6	312	2428	7,80	50,5
3/4	6,9	167	0,90	0,08	38	3000	152,0	237	1892	7,95	50,0
1/2	5,4	160	0,70	0,07	36	3000	108,2	174	1479	8,50	48,5
leer ohne Erregung	1,0	114	0,07	0,053	38	3020	—	—	314	—	—

4. Elektraturbine von 450 PS_e Leistung.

Belastung	Druck des Dampfes vor den Düsen at abs.	Temperatur des Dampfes vor den Düsen °C	Druck des Dampfes im Zwischenbehälter at abs.	Druck des Abdampfes at abs.	Temperatur des Abdampfes °C	Uml./min	Leistung KW	Leistung PS_e	Dampfverbrauch kg/st	Dampfverbrauch für 1 PS_e kg/st	Dampfverbrauch für 1 PS_e auf 90 v. H. Vakuum umgerechnet kg/st	Thermodynamischer Wirkungsgrad (Zust. v. d. Düsen, eff. Leist.) v. H.
4/4	13,5	298	1,05	0,118	60	2010	310,8	458	3129	6,82	6,45	51,5
3/4	13,3	286	0,83	0,113	55	2000	247,0	373	2567	6,87	6,60	51,0
2/3	11,3	294	0,75	0,106	61	1980	203,3	313	2248	7,18	7,06	48,1
1/2	9,1	290	0,60	0,107	65	1975	147,2	224	1835	8,18	8,11	43,6
1/3	7,2	272	0,45	0,115	64	1990	103,3	165	1525	9,24	8,85	42,0

Digitized by Google

Die Versuche unter 1. sind vom Verfasser, diejenigen unter 2. vom Werke selbst, unter 3. von Prof. Hubert, Lüttich, unter 4. von Prof. Brauer, Karlsruhe, durchgeführt worden.[1])

Bei letzteren Versuchen lieferte die Kondensationsanlage kein höheres Vakuum als 88—89 v. H. Um das Verhalten der Turbine bei dem verbürgten Vakuum von 90 v. H., für das sie gebaut war,

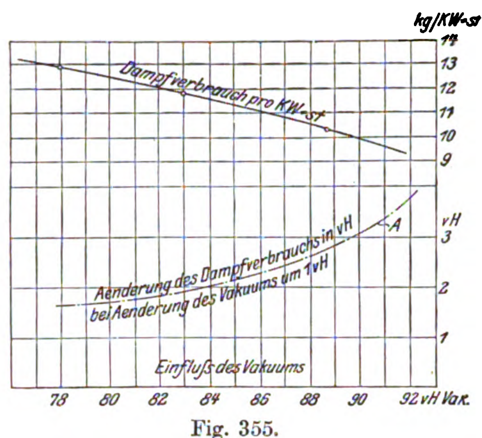


Fig. 355.

Fig. 356.

[1]) Nach H. Meuth, Die Elektradampfturbine, Z. Ver. deutsch. Ing. 1908, S. 182 ff.

Digitized by Google

festzustellen, nahm man drei Versuche mit 78, 83 und 88 v. H. Vakuum vor; Dampfdruck und Temperatur, Düsenstellung und Umlaufzahl wurden dabei unveränderlich gehalten. Das Ergebnis ist in Fig. 355 graphisch dargestellt. Der Einfluß des Vakuums ist hiernach bei der Elektraturbine ein ungewöhnlich großer, indem bei 90 v. H. Luftleere $^1/_{100}$ Atmosphärendruck-Zunahme theoretisch eine Abnahme des Dampfverbrauches von rd. 1,5 v. H. entspricht, während sie in Wirklichkeit an 3 v. H. heranreichte. Meuth[1]) führt als Erklärung an, daß mit steigendem Vakuum die Eigenreibung der Turbine (d. h. vor allem der Räder) stark abnimmt.

Mit unserer Entropietafel findet man ferner als thermodynamische Wirkungsgrade für die gemessenen effektiven Leistungen bei $^4/_4$ Belastung 48,7 v. H., für $^1/_3$ Belastung 41,3 v. H. Die Abweichung der angeführten Werte scheint darauf hinzuweisen, daß zur Berechnung die auf 90 v. H. bezogenen Dampfverbräuche benutzt wurden.

Die Gesamtanlage einer mit zwei Elektraturbinen von je 75 PS_e und 1 Turbine von 200 PS_e ausgestatteten Zentrale (im Gaswerk Kassel) wird durch Fig. 356 veranschaulicht.

105. Die Riedler-Stumpf-Turbine.

Das wesentliche Kennzeichen der früher von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft in Berlin gebauten Riedler-Stumpf-Turbine besteht in der eigenartig geformten Pelton-Schaufel, die in Abschn. 71 besprochen wurde, mit radialer Beaufschlagung des Laufrades.

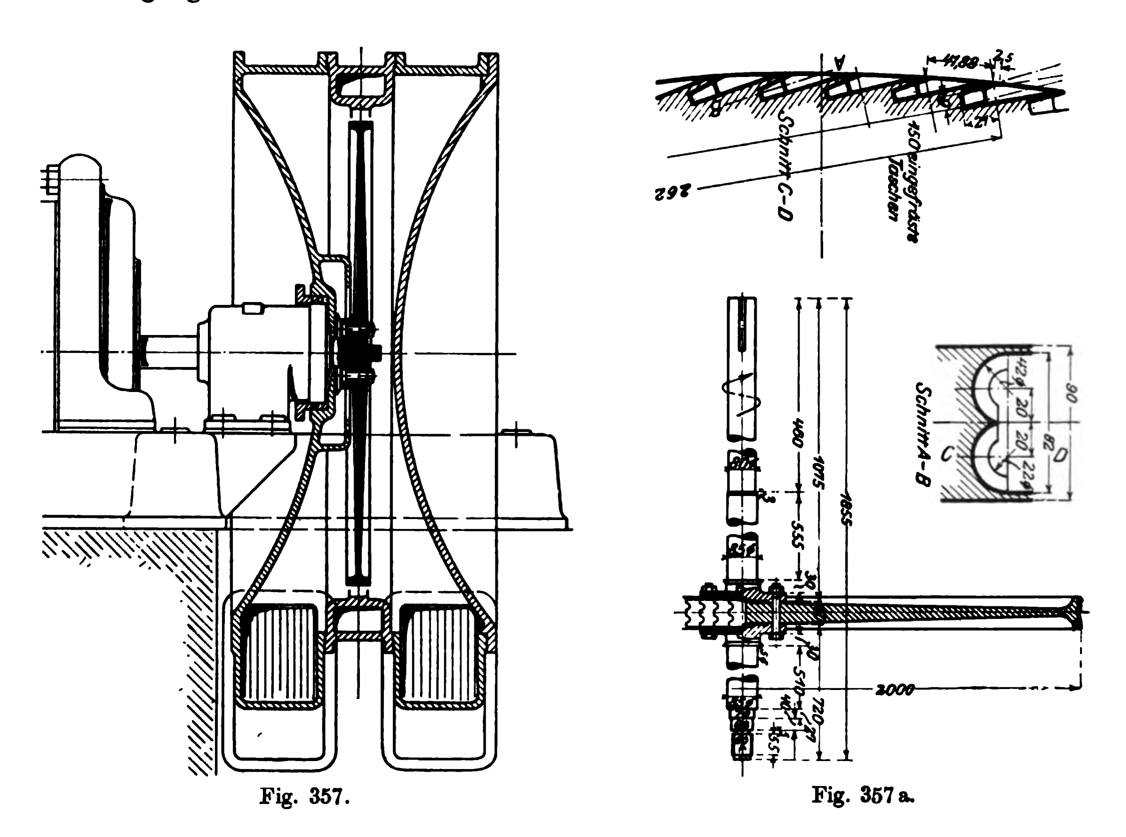


Fig. 357. Fig. 357a.

Fig. 357 veranschaulicht die 2000pferdige Turbine in der Zentrale Moabit der Berliner Elektrizitätswerke, die mit einem Rad und einstufiger Wirkung konstruktiv eine nicht zu übertreffende Einfachheit darbietet.

In Fig. 357a ist das zugehörige Laufrad mit symmetrischer Doppelschaufel und zentral eintretendem Dampfstrahl abgebildet.

[1]) a. a. O.

Digitized by Google

Da es indes auf der Hand lag, daß bei einstufiger Wirkung die erforderliche Umfangsgeschwindigkeit kaum erreicht werden kann, wurden nach Fig. 357b Geschwindigkeitsstufen eingeführt. Es sind zwei Schaufelreihen im gleichen Kranz nebeneinander angeordnet. Der Strahl tritt in der Mitte ein und wird beim Verlassen der ersten Reihe durch die Umkehrschaufeln gefaßt und auf die zweite Reihe geleitet, deren Winkel der verminderten Dampfgeschwindigkeit entsprechend gestellt sind. Um den Düsen auszuweichen, muß ein weiter Bogen beschrieben werden, was erhöhte Reibungen bedingen muß. Doch ist anderseits durch Zusammenrücken der Düsenenden ein nahezu zusammenhängender Dampfstrahl erzielt.

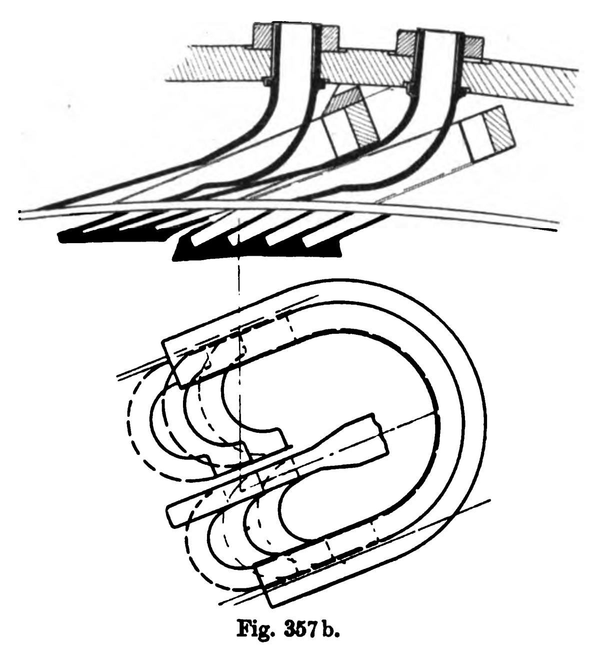


Fig. 357b.

Versuchsergebnisse.

Über eine in der Zentrale Moabit der Berliner Elektrizitätswerke aufgestellt gewesene 2000 pferdige Riedler-Stumpf-Turbine liegt eine ausführliche Untersuchung von F. Rötscher[1]) vor.

Die normale Umlaufzahl war 3000, was mit 2 m Raddurchmesser 314 m/sek Umfangsgeschwindigkeit ergibt. Die Turbine arbeitete einstufig mit Kondensation. Die Umlaufzahl wurde bis auf 3800 i. d. Min. gesteigert, daher mit dem in Fig. 357a dargestellten Rad 398 m/sek Geschwindigkeit erreicht. Die Beanspruchung des Rades in den Bohrungen der Nabe muß hierbei eine ungewöhnlich hohe gewesen sein.

Die Nebenverluste sind sehr sorgfältig ermittelt worden und ergaben die Lagerreibung mit der Umlaufzahl proportional wachsend, und zwar 14 PS bei 3000 Uml./min. Für die Radreibung (und Ventilation) fand Rötscher in Pferdestärken

$$N_r = 5{,}8 \cdot 10^{-8} \gamma n^{2{,}82},$$

wo n die Min.-Umlaufzahl bedeutet. Bei 90 v. H. Vakuum beträgt N_r etwa 22 PS. Die Strahlungsverluste erreichen bei voller Leistung nur etwa 0,5 v. H. des verfügbaren Gefälles. Die Hauptergebnisse sind in nachstehender Zahlentafel vereinigt:

Versuche von Rötscher an einer 2000 pferdigen Riedler-Stumpf-Turbine 1902 und 1903.

Anfangsspannung vor den Düsen	14		11		7		kg/qcm abs.
Dampftemperatur vor den Düsen	264		253		214°		C
Überhitzung	70		70		80°		C
Vakuum	91		92		93,6		v. H.
Gesamt-Dampfmenge	3,25		2,66		1,728		kg/sek
Dem adiabatischen Gefälle entsprechende theoretische Leistung	3580		2845		1733		PS
Umlaufzahl	1800	3800	1800	3800	1400	3400	i. d. Min.
Effektive Leistung (ohne Abzug für Luftpumpe)	1278	2030	985	1590	502	905	PS
Thermodyn. Gesamtwirkungsgrad bez. auf effektive Leistung und Zustand vor der Düse	35,7	56,7	34,6	55,9	28,9	52,2	v. H.
Verlust in der Düse (geschätzt)	15		17,5		20		„ „
„ „ „ Schaufel	35,4	22,9	36,0	22,9	36,8	15,2	„ „
„ „ „ Auslaßgeschwindigkeit	12,8	1,7	10,6	1,3	12,8	1,5	„ „
„ „ „ Lager- und Radreibung	0,6	3,2	0,7	1,8	0,5	1,9	„ „
Verlust durch Strahlung	0,5	0,5	0,6	0,6	1,0	1,0	„ „

[1]) Mitteil. üb. Forschungsarb. 1908, Heft 50.

Digitized by Google

Der Düsenverlust wurde geschätzt, aus ihm und den Versuchsdaten ergaben sich durch Rechnung der Schaufel- und der Auslaßverlust.

Der Düsenwinkel war $\alpha_1 = 11^0 4'$, der Schaufelwinkel $\beta_1 = \beta_2 = 17^0 38'$. Für die maximale Leistung bei 3800 Uml./min folgt hieraus die relative Eintrittsgeschwindigkeit $w_1 = 790$ m/sek, die relative Austrittsgeschwindigkeit $w_2 = 530$ m/sek, daher der Geschwindigkeitskoeffizient

$$\psi = \frac{w_2}{w_1} = 0{,}672.$$

Aus obigen Angaben kann man weiterhin nachrechnen, daß bei 1900 Uml./min der Eintritt nicht mehr stoßfrei war, sondern einem Stoßwinkel von rd. 5^0 entsprach. Trotz dieser kleinen Abweichung sinkt der Geschwindigkeitskoeffizient sofort auf den Wert

$$\psi' \cong 0{,}5,$$

was auf eine besondere Empfindlichkeit der Stumpfschen Schaufelform gegen Stoß schließen läßt.

Die ungünstige Schaufelwirkung im Verein mit der Abnutzung infolge der hohen Dampfgeschwindigkeit und Schwierigkeiten mit den ungleich erwärmten Scheiben waren wohl die Gründe, warum die Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft den Bau dieses Turbinensystems aufgegeben hat.

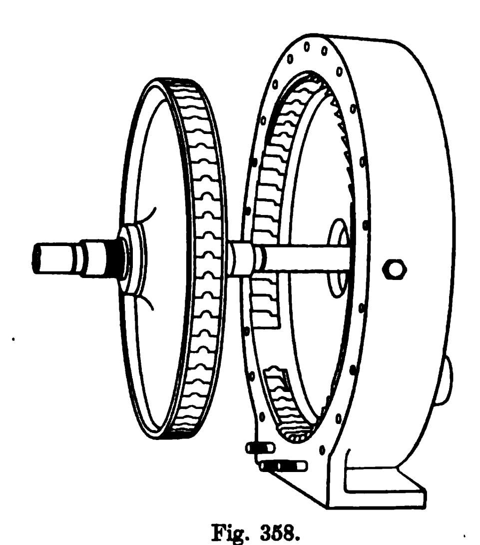


Fig. 358.

105a. Die Sturtevant-Turbine.

Die B. F. Sturtevant Company in Boston baut zum unmittelbaren Antriebe ihrer Ventilatoren Turbinen, deren Laufrad ganz der Riedler-Stumpfschen Konstruktion nachgebildet ist. Auf jede Düse folgen im eng anschließendem Gehäusemantel einige Umkehrschaufeln, durch die der Dampf auf die nachfolgenden Schaufeln desselben Kranzes geleitet werden soll. Nach Fig. 358[1]) wäre die Zahl dieser Geschwindigkeitsstufen sehr groß.

106. Die Curtis-Turbine der General Electric Company in Schenectady.

Die General Electric Company in Schenectady hat auf den Patenten von Curtis fußend ein in allen Teilen originelles Turbinensystem entwickelt, das als spezifischer Vertreter des amerikanischen Dampfturbinenbaues gelten darf. Das Hauptmerkmal ist die Anwendung von wenigen, höchstens fünf Druckstufen, die aber in jeder Stufe mit zwei oder drei Geschwindigkeitsstufen verbunden sind. So erhält eine

Einheit	von	500	KW	1800	Uml./min	2	Druck-	mit	je	2	Geschwindigkeitsstufen
„	„	1000	„	1500	„	4	„	„	„	2	„
„	„	2500	„	900	„	4	„	„	„	2	„
„	„	10000	„	750	„	5	„	„	„	2	„

Bis vor kurzem wurde ausschließlich die vertikale Bauart gepflegt, die naturgemäß die kleinste Grundfläche beansprucht und mannigfache Vorteile in Hinsicht der Lagerabnützung, des Massenausgleiches u. a. gewährt. Die Montierung

[1]) Aus J. A. Moyer, The Steamturbine, New York 1908.

Digitized by Google

ist freilich schwieriger, und die Einführung des Systems setzt gründlichste Betriebserprobung aller Konstruktionsteile voraus, doch ist die Zugänglichkeit der inneren Teile eine befriedigende. Immerhin beginnt die Gesellschaft neuerdings mit der Einführung horizontaler Bauart.

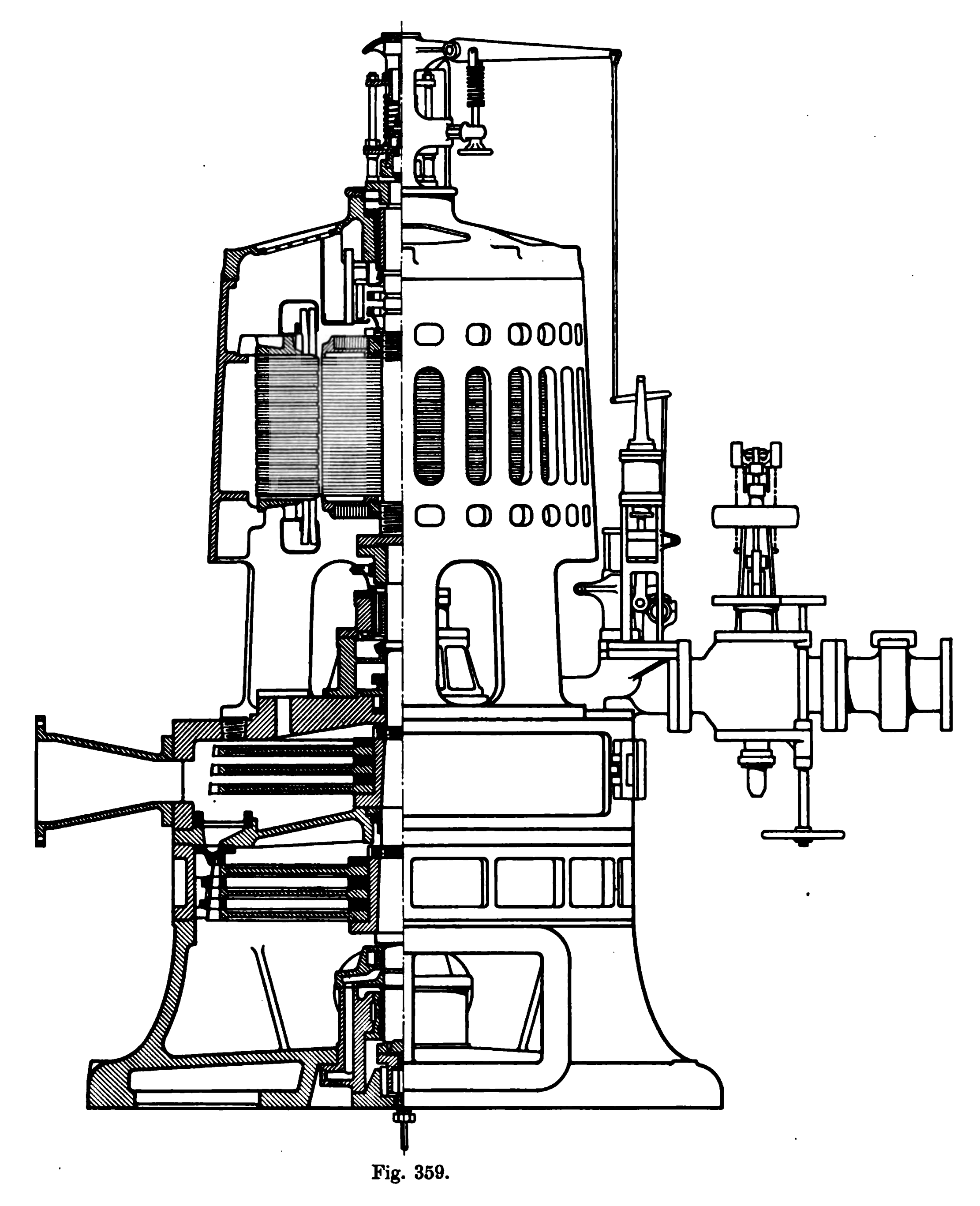


Fig. 359.

Das Gesamtbild einer 750 KW-Einheit mit 1800 Uml./min ist in Fig. 359, 359a, dasjenige einer 1500 KW-Einheit mit 1500 Uml./min in Fig. 360, dasjenige einer 12000 KW-Einheit mit 750 Uml./min in Fig. 361 (Tafel IV) dargestellt. Die Höchstbelastung für eine begrenzte Dauer beträgt für diese Einheiten 1000 KW, 2000 KW

Digitized by Google

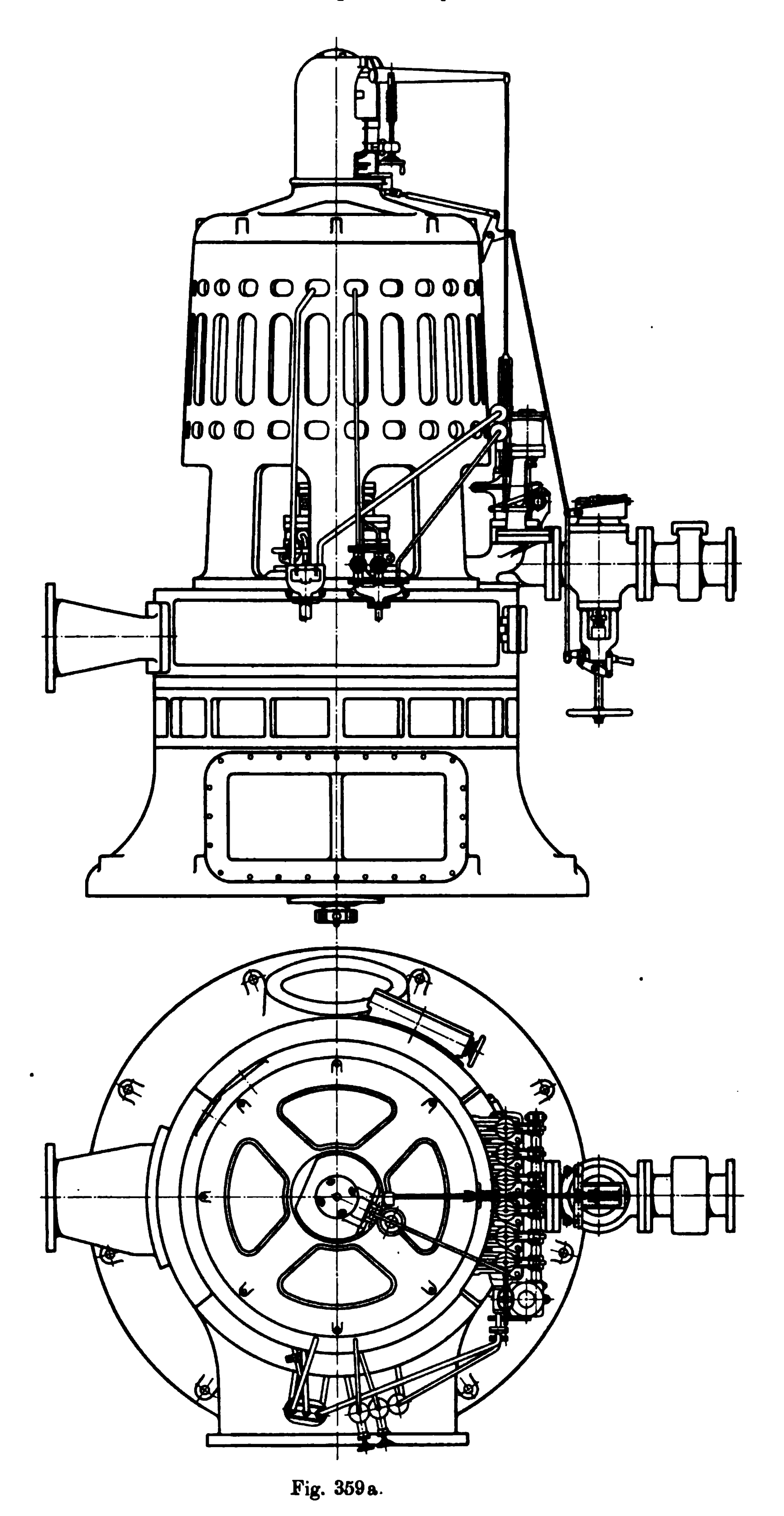


Fig. 359a.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

bzw. 14000 KW mit Kondensation; wenn mit freiem Auspuff arbeitend 500, 1000 bzw. 8000 KW.

Schaubild Fig. 362 zeigt die 12000 KW-Turbinen der Fisk-Street-Station in Chicago; Fig. 363 ist ein Blick ins Innere mit aufgeklapptem Gehäuseviertel an einer 2000 KW-Turbine der französischen Thomson-Houston Gesellschaft[1]), Paris. Die Gehäuse der großen Turbinen sind nur durch senkrechte Ebenen in vier Teile geteilt. Die kleinen Einheiten werden obendrein durch einen Horizontalschnitt getrennt (Fig. 364).

Die horizontale Bauart für eine 1500 KW-Einheit mit 1500 Uml./min ist in Fig. 365 veranschaulicht.

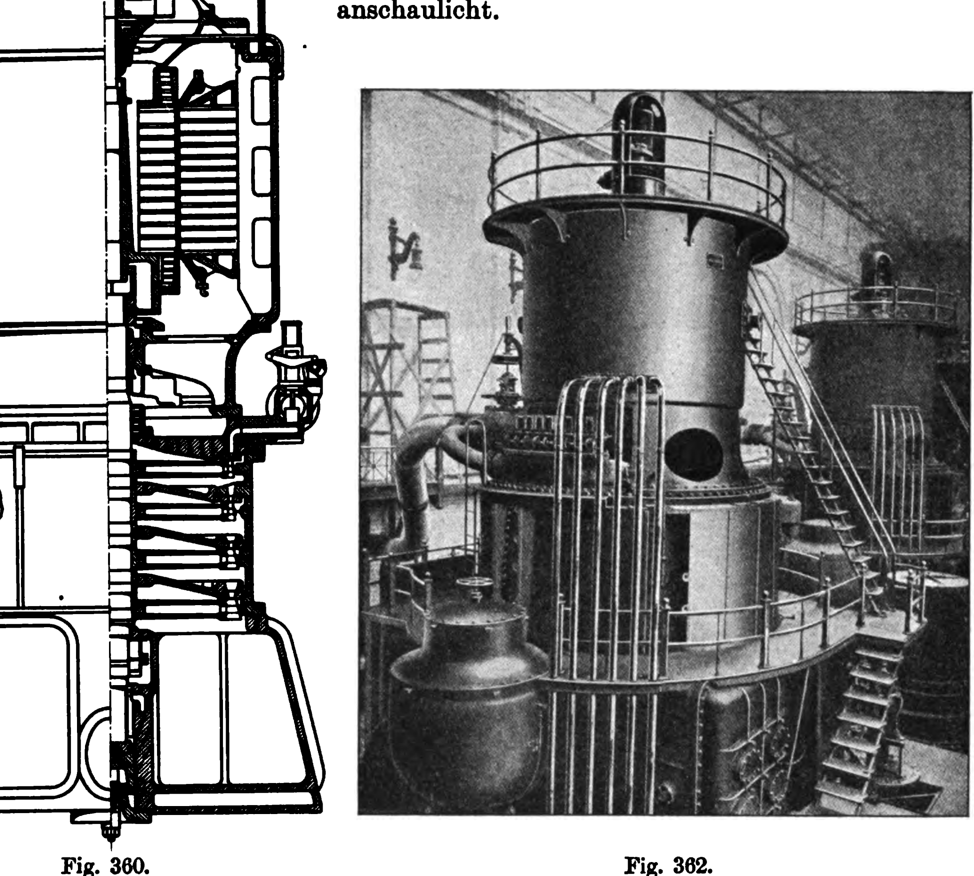


Fig. 360. Fig. 362.

Bei nicht zu großen vertikalen Einheiten wird der Oberflächenkondensator im Turbinengehäuse selbst untergebracht (Fig. 366 bis 368).

Die Regelung war von Anfang an als Einzelregelung der Düsen der ersten Stufe geplant, erfuhr indessen konstruktiv manche Wandlung.

Von den älteren Ausführungen, die noch Anregung bieten, sei an Hand von Fig. 369 zunächst die elektrische Regelung besprochen. *A* bedeutet eine elektrische Spule, deren Kern den im Dampfraum liegenden Kolben und hierdurch Steuerventil *B* anzieht oder fallen läßt. *C* ist der Zugang zur Düse, *D* das Abschlußventil, *E* ein Hilfskolben. In der gezeichneten Lage gelangt Frischdampf durch Bohrung *F* am Ventil *B* vorbei, durch Bohrung *G* hinter Kolben *E*, und schließt Ventil *D* ab. Wird durch magnetischen Zug Ventil *B* gehoben, so ist dem Frischdampf der Zugang gewehrt, und der Dampf hinter dem Kolben kann durch Bohrung *G* und *H* ins Freie (oder

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1909, S. 100.

Digitized by Google

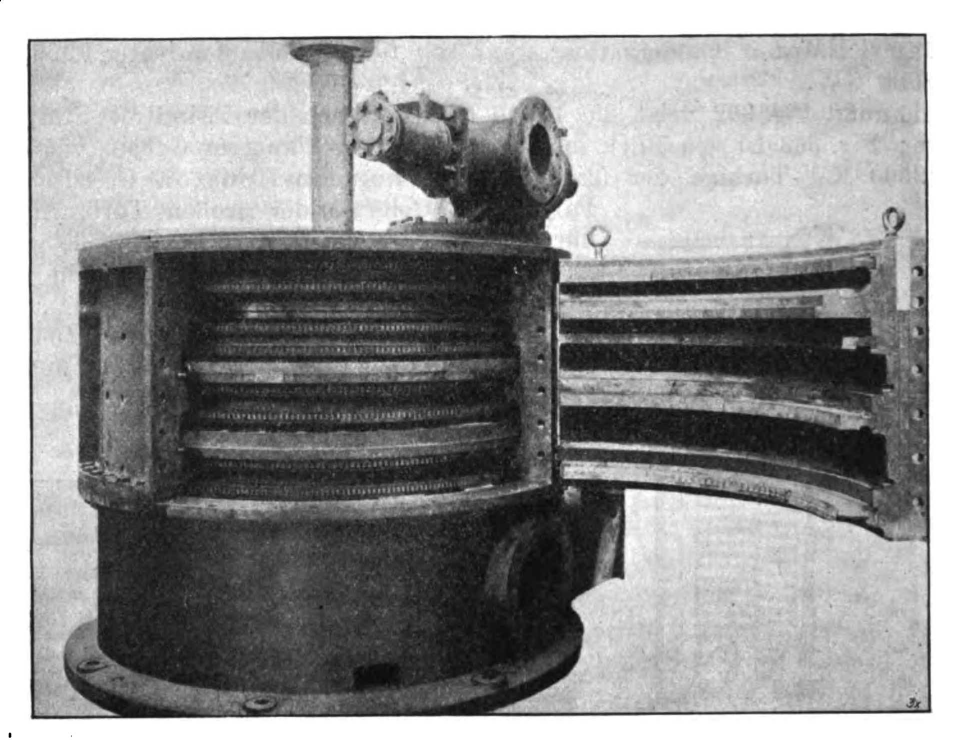


Fig. 363.

zum Kondensator) entweichen. Der Querschnitt von *E* ist um soviel größer als der von *D*, daß der Frischdampf trotz der auf den Kolben wirkenden Hilfsfeder Ventil *D* aufmacht.

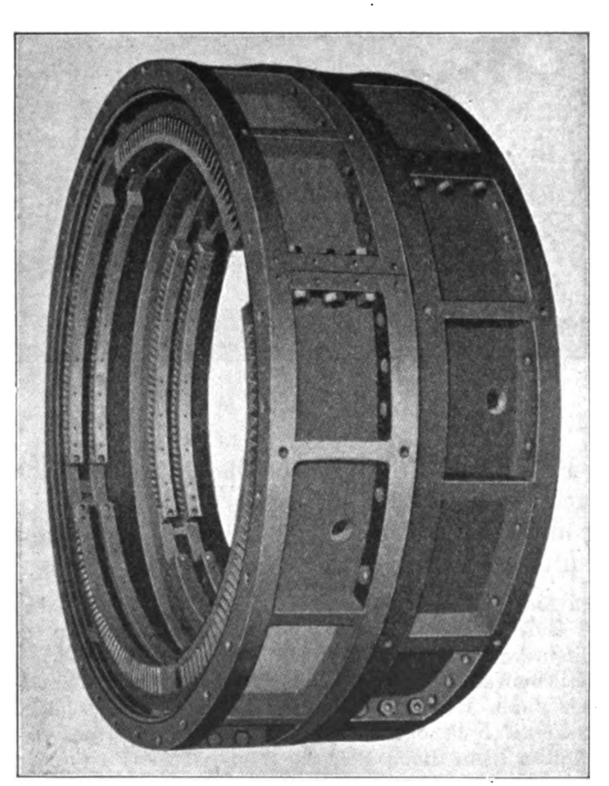


Fig. 364.

Da infolge Unzuverlässigkeit der elektrischen Kontakte die Vorrichtung nicht befriedigte, ging man zu einer mechanischen Betätigung über. Statt der magnetischen Spule wurde ein dem Ventil *B* ganz ähnliches Organ mittels Rollhebel und Walze, an der der Regler unmittelbar angriff, betätigt. Die Vielheit der Organe war ein Mangel und verteuerte die Konstruktion.

Heute verwendet man ein Kraftgetriebe mit Rückführung und Preßöl (*A* in Fig. 365), welches mittels einer Zahnstange *B* eine Anzahl auf gemeinsamer Welle aufgekeilter und gegeneinander versetzter unrunder Scheiben *C* verdreht. Jede Scheibe steuert einen zu den Düsen führenden Kanal, welche hiernach der Reihe nach geöffnet oder geschlossen werden. Im Gehäuse *E* befindet sich der Regler, von dessen Hebel *F* aus die Steuerung ausgeht.

Deutlicher ist die Konstruktion des Getriebes aus Fig. 370,

Digitized by Google

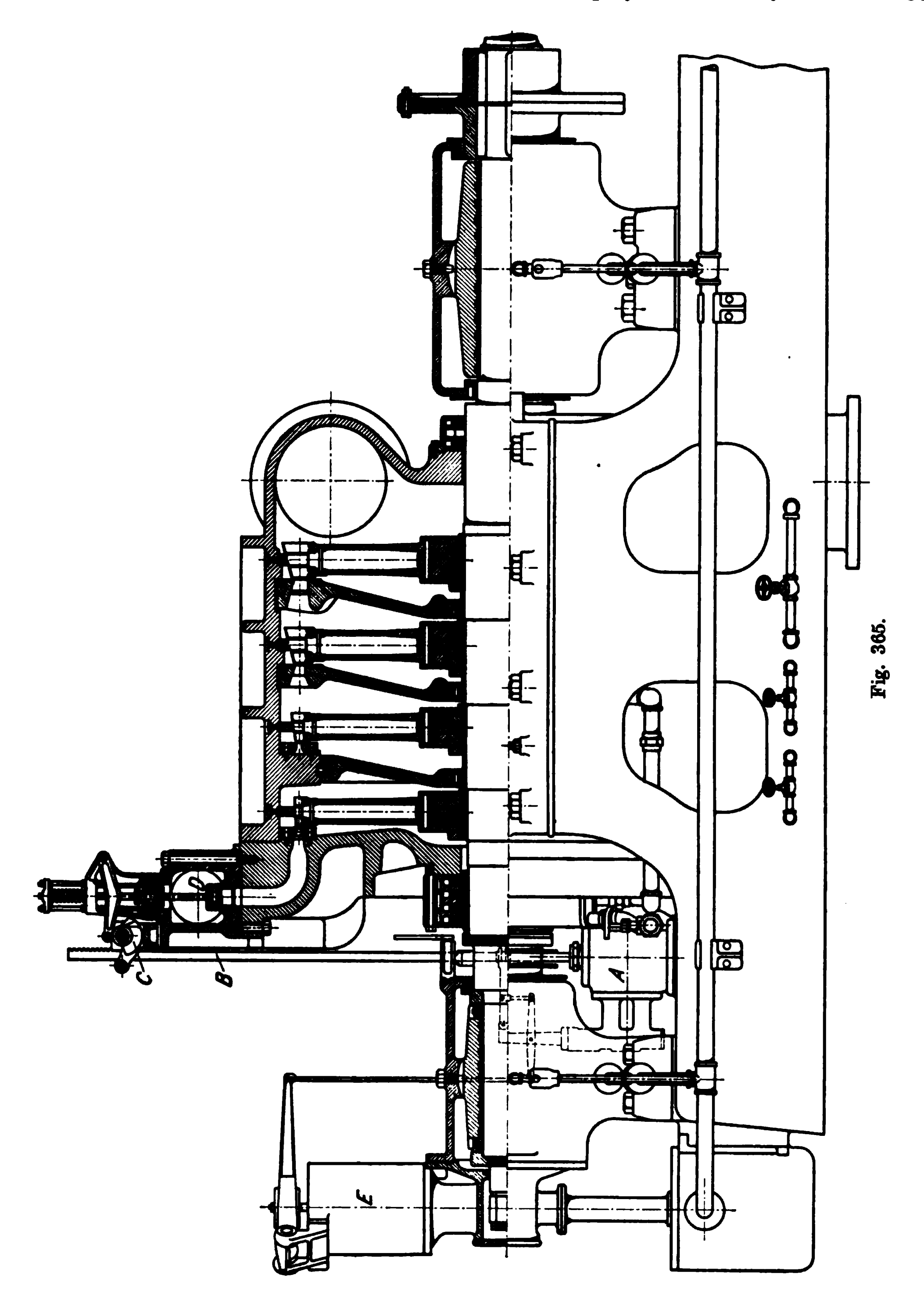


Fig. 365.

einer Ausführung der Thomson-Houston Gesellschaft für vertikale Turbinenbauart, erkennbar.

Konstruktion der Einzelteile.

Die Düsen werden an den Hochdruckstufen aus Bronze in einem gegossen (Fig. 371 bis 373) und angeschraubt. Die Bearbeitung kann wohl nur von Hand

Digitized by Google

erfolgen. Bei stärkerem Beaufschlagungsgrad werden Stahlschaufeln in die Scheidewand eingegossen, wobei eine Erweiterung nur in Richtung des Halbmessers möglich ist (Fig. 374, 375).

Die Schaufeln werden bei kleinen Einheiten in Segmenten aus dem Vollen herausgeschnitten und angeschraubt. Bei großen Einheiten wurden die Schaufeln versuchsweise in einzelne Kranzabschnitte eingegossen und mit der Radscheibe

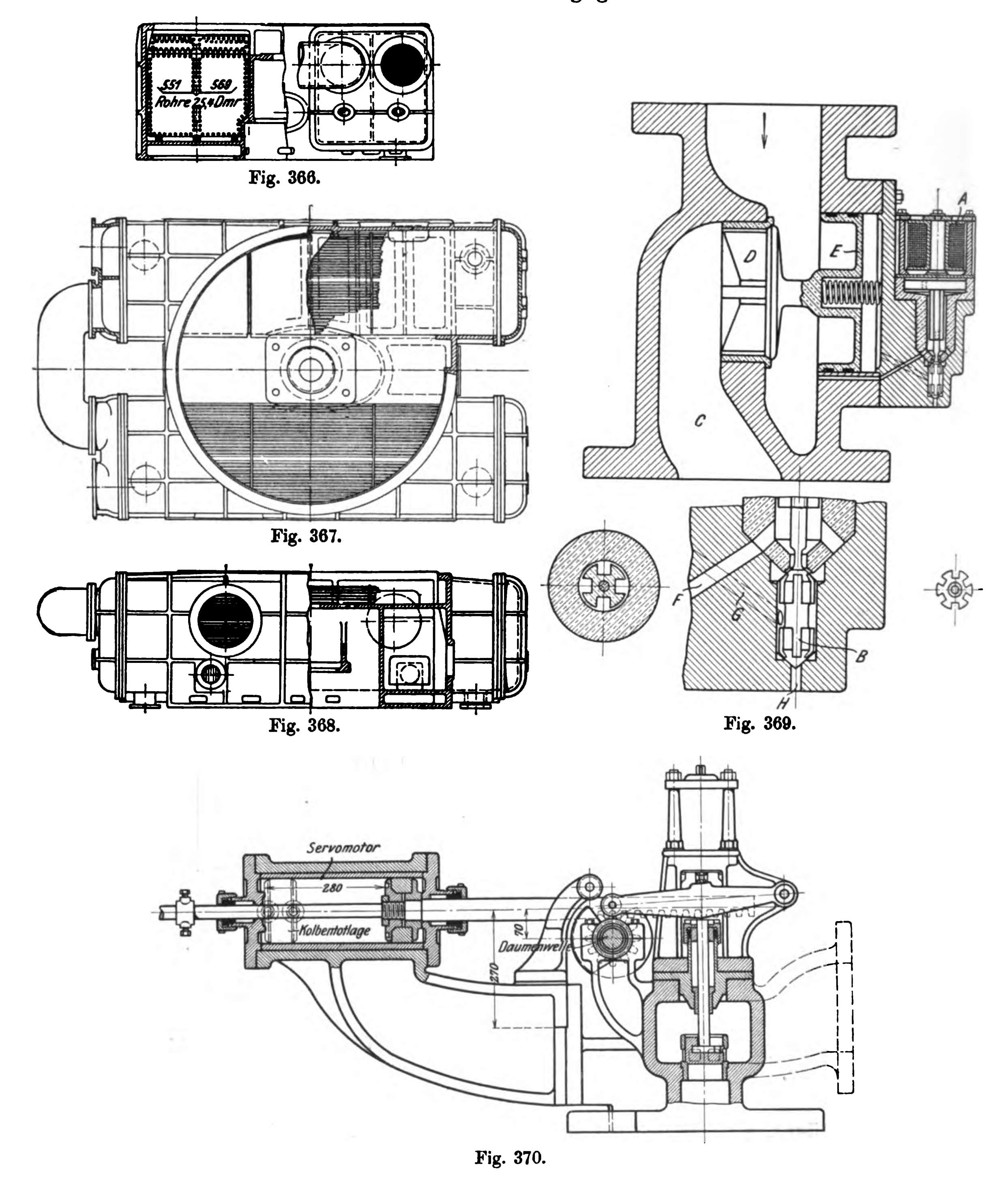


Fig. 366.

Fig. 367.

Fig. 368.

Fig. 369.

Fig. 370.

Digitized by Google

verschraubt. Neuerdings werden sie aus einer besondereren Bronze mit Schwalbenschwanz und Zwischenstücken ebenfalls in Segmenten montiert, mit der Radscheibe vernietet (Fig. 376) und mit einem beiderseits vorstehenden Deckring versehen.

Die genauen Schaufelabmessungen einer 1000 KW-Einheit sind für die erste und zweite Stufe in Fig. 377, für die dritte und vierte Stufe in Fig. 378 dargestellt, zu welchen die nachfolgende Zahlentafel gehört.

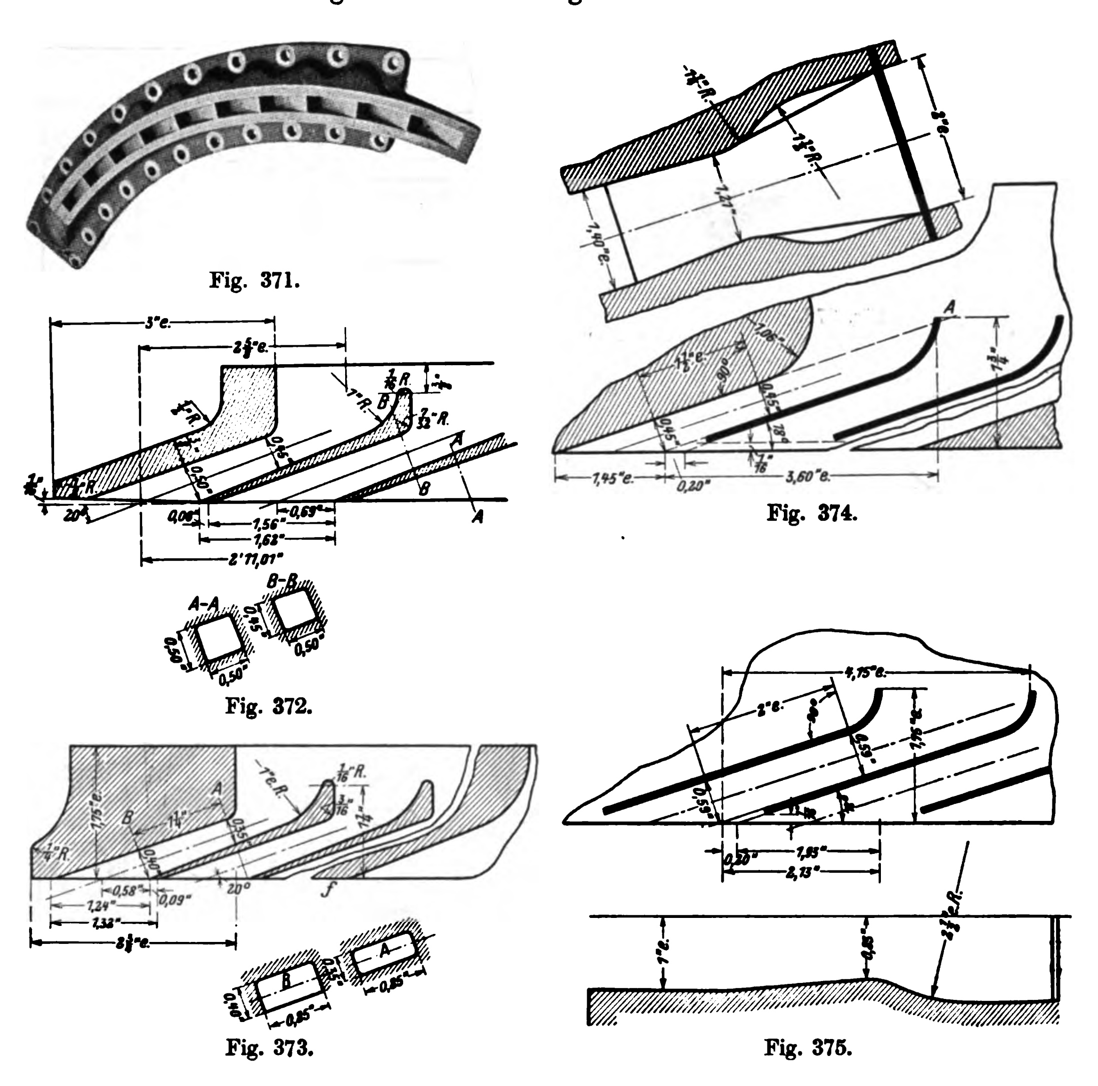


Fig. 371. Fig. 372. Fig. 373. Fig. 374. Fig. 375.

Zahlentafel (Maße in engl. Zoll).

Stufe	Zeichen												
	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	α	β	φ
1	0,66	0,33	0,72	0,88	0.41	0,94	1,10	0,49	1,16	1,30	92°	92°	92°
2	1,00	0,50	1,19	1,35	0,58	1,54	1,70	0.66	1,89	1,30	98°	98°	98°
3	1,62	0,81	1.99	2,21	0,92	2.58	2,80	1,03	3,17	1,60	103	—	—
4	2.22	1,10	2,62	2,84	1,22	3,24	3,46	1.33	3,86	1,60	104	—	—

Die Radscheiben werden neuerdings aus gewalzten Stahlblechen herausgedreht und mit den Stahlgußnaben vernietet. Letztere sind nicht voll, wie der

Digitized by Google

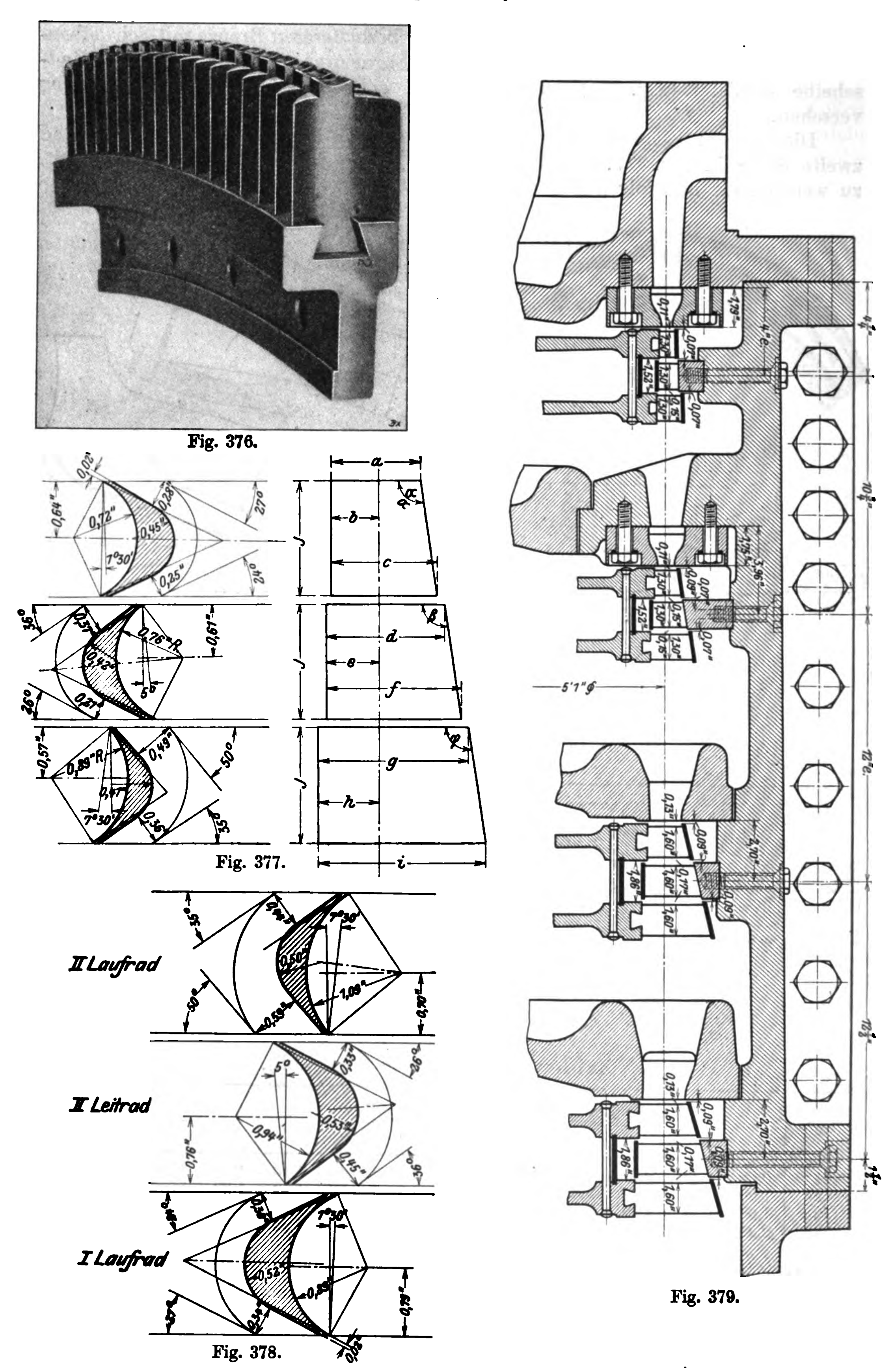


Fig. 376.

Fig. 377.

Fig. 378.

Fig. 379.

Schnitt in Fig. 361 andeutet, sondern haben Strahlenform. Sehr massiv fällt die Nabe in Fig. 365 aus. Am Außenrande werden die zu einer Stufe gehörenden Räder durch einen Distanzring im vorgeschriebenen Abstand erhalten und durch Nieten verspannt, s. Fig. 379, die den Längenschnitt durch Leit- und Laufräder der 1500 KW-Einheit darstellt. Auf diese Weise wird große Starrheit erzielt, und die früher beobachteten Schwierigkeiten, daß die Räder durch ihr Eigengewicht verbogen und durch die Fliehkraft soweit gerade gerichtet werden, daß sie streiften, ist vollkommen behoben. Auch sind die axialen Spiele nicht mehr so klein als früher, betragen vielmehr nach Mitteilung der G. E. Co bei 1500 KW-Einheiten 3 bis 4 mm, bei 10000 KW-Einheiten 5 bis 7 mm. Die Methode der Kontrolle ist in Fig. 380 dargestellt.

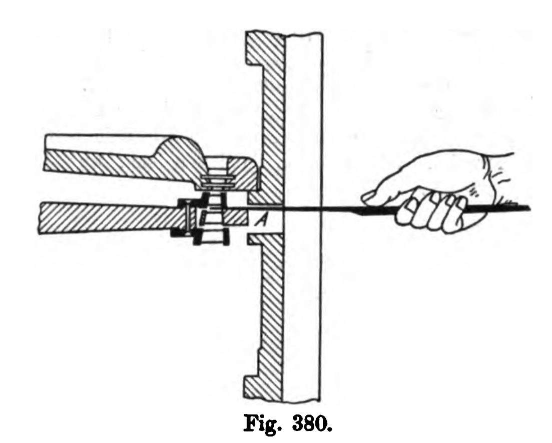
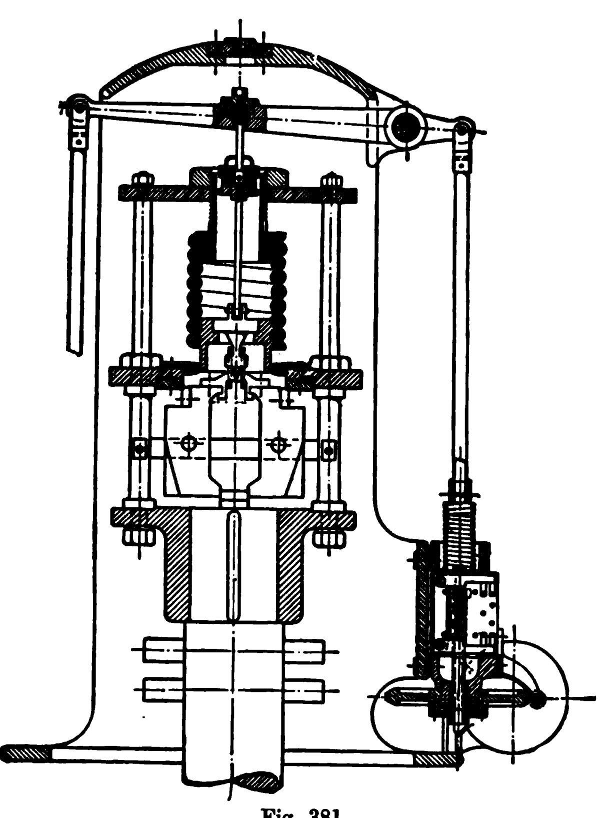


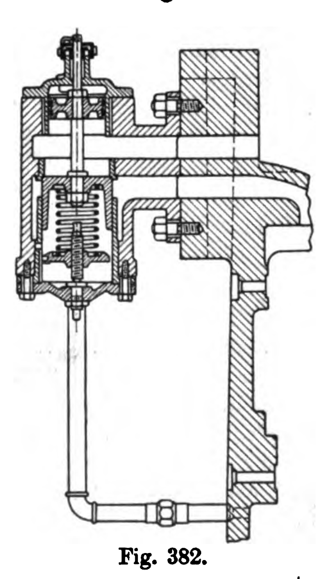
Fig. 380.

Über die Stopfbüchsen mit Kohlenringliderung siehe Abschn. 97.

Die Spurlager sind in Abschn. 71 besprochen worden.

Als Regler dient nach manchen Wandlungen der in Fig. 381 ersichtliche Federregler auf der Turbinenwelle selbst. Die eigenartig geformten Schwunggewichte besitzen (undeutlich dargestellte) Schneidenlagerung. Rechts befindet sich die elektrisch betätigte Tourenverstellung.


Fig. 381.


Fig. 382.

Für Fälle der Überlastung wird selbsttätig ein Teil des in die erste Kammer tretenden Dampfes auf Zusatzdüsen des zweiten Rades geleitet (Fig. 382), die sonst ausgeschaltet bleiben.

Digitized by Google

Versuchsergebnisse.

An der oben beschriebenen Turbine von 1000 KW Nennleistung sind von der Erstellerin ausgedehnte Versuche vorgenommen worden, deren Ergebnisse in Zahlentafel 1 vereinigt sind. Die Maße der Figuren 372 bis 379 beziehen sich auf diese Turbine. Die Zustandskurve des Versuches Nr. 9, aus der wir auf sehr geringe Schaufelverluste schließen mußten, ist bei der Gleichdruckturbine Abschn. 61a ausführlich untersucht worden, weshalb hier nur noch auf die Darstellung des Einflusses der Luftleere (Fig. 383) und der Umlaufzahl (Fig. 384) verwiesen wird. Letztere läßt erkennen, daß bei normaler Geschwindigkeit das Maximum des Wirkungsgrades noch nicht erreicht worden ist. Die Kurven beziehen sich auf 11,6 Atm. abs. Anfangsdruck und 0,069 Atm. abs. Gegendruck.

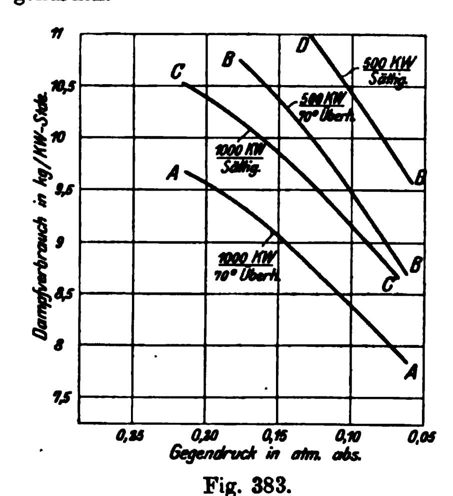


Fig. 383.

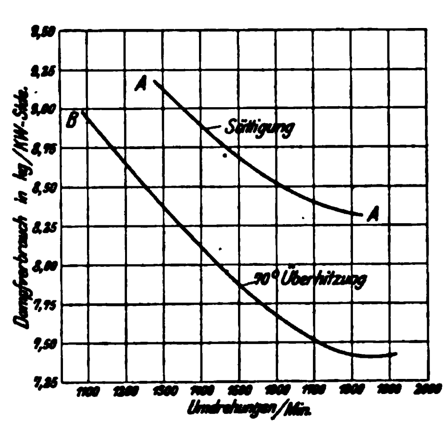


Fig. 384.

Zahlentafel 1.

4stufige 1000 KW-Turbine „Texas“ der General Electric Co., Schenectady.

Versuchs-Nr.	4	6	7 u. 12	8	9	10	10	11	13	14	15
Leistung in KW	989	496	936	1004	1459	503	1395	1403	1243	1004	496
Umdrehungen i. d. Min.	1500	1500	1500	1500	1500	1510	1501	1500	1504	1505	1503
Überhitzung in Grad C	64,44	70,—	71,65	14,45	70,55	14,45	22,22	72,2	72,8	16,67	13.89
Druck in kg/qcm (absolut): Vor der Turb.	11,63	11,65	11,62	11,69	11,66	11,68	11,69	11,72	11,6	11,7	11,76
1. Stufe	2,831	1,782	2,766	3,174	3,117	1,763	3,193	3,105	4,574	3,202	—
2. „	0,824	0,448	0,772	0,861	1,164	0,474	1,16	1,118	—	0,854	0,462
3. „	0,221	0,124	0,239	0,238	0,319	0,130	0,318	0,308	1,117	0,234	0,127
4. „	0,069	0,069	0,069	0,070	0,0694	0,069	0,069	0,069	1,021	0,069	0,069
Zahl der offenen Düsen: 1. Stufe	Regler in Funktion	R. in F.	9	R. in F.	R. in F.	R. in F.	R. in F.	R. in F.	R. in F.	R. in F.	R. in F.
2. „	22	22	22	22	33	22	33	33	44	22	22
3. „	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44
4. „	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
Gesamter Dampfverbr. kg/st	7924	4382	7425	8600	10975	4835	11360	10585	18170	8560	4754
Dampfverbrauch in kg/KW-st	8,012	8,836	7,936	8,565	7,524	9,612	8,144	7,542	14,62	8,525	9,585
Desgl. umgerechnet auf Anfangsdr. 11,6 Atm. abs. Gegendr. 0,0691 „ „ Überhitzung 70° C oder mit * auf Sättig. Zust.	7,952	8,845	7,962	*8,72	7,54	*9,80	*8,384	7,59	14,685	*8,72	*9,775

Besonderes Interesse beanspruchen die Versuche an den großen 8000 KW-Turbinen in Chicago, deren Ergebnisse in Zahlentafel 2 mitgeteilt sind. Wir bringen einesteils die Angaben, die in „Engineering“ 1907, Bd. II, S. 111 enthalten waren, andernteils diejenigen, die der Chefingenieur der G.E.Co. Emmet in Electr. World, 11. Jan. 1908 anläßlich einer Polemik mit Bibbins von der Westinghouse Mg. Co. veröffentlicht hat. Obwohl es sehr wahrscheinlich ist, daß sich die Versuche auf eine und dieselbe Turbine beziehen, sind die thermodynamischen Wirkungsgrade in den beiden


Digitized by Google

Fällen doch erheblich verschieden. Der ausgezeichnete Wert von 66,6 v. H. bezogen auf die elektrische Leistung, den die Experten von Emmet feststellten, sinkt auf 61,6 herab, wenn die Angaben von „Engineering“ zugrunde gelegt werden. Diese starke Abweichung ist eine vortreffliche Illustration für den Einfluß zu tiefen Vakuums, auf den wir in Abschn. 69 angelegentlich verwiesen haben. Die Erklärung des scheinbaren Widerspruches ist einfach die, daß bei den Versuchen, über die „Engineering“ berichtet, das Vakuum so tief war, daß in der letzten Stufe allenthalben die Schallgeschwindigkeit übertroffen wurde und das Vakuum in das Laufrad gar nicht mehr eindringen konnte. Auf Grund einer Untersuchung mit angemessen gewählten Annahmen über die Turbinendimensionen kommt man zu dem Ergebnis, daß die Grenze für den Kondensatordruck ganz wenig unterhalb 0,03 kg/qcm abs. gelegen sein dürfte; die Erniedrigung desselben auf 0,0155 bedingte also eine nutzlose Expansion nach dem Austritt aus der letzten Laufschaufel mit sofortigem Verlust der erzeugten kinetischen Energie im abströmenden Dampfstrom. Die von Emmet gelieferten Zahlen erscheinen im Lichte dieser Untersuchung, deren Wiedergabe uns indes zu weit führen würde, durchaus einwandfrei.

Zahlentafel 2.

Versuche an 8000 KW-Curtis-Turbinen in Chicago.

	Fisk-Station nach Engineering 1907, Bd. II, S. 111.					Nach Emmet in Electr. World, Jan. 11. 1908.			
Leistung . . . . KW	5374	8070	10156	12108	13900	6000	8000	10000	12000
Dampfdruck vor d. Turb. kg/qcm abs.	12,42	14,89	13,40	13,84	14,96	13,70	13,70	13,70	13,70
Temperatur . . . . Grad C	267,2	261,8	274,3	275,6	275,0	262,8	262,8	262,8	262,8
Überhitzung . . . . Grad C	73,9	64,5	81,7	82,2	77,8	69,44	69,44	69,44	69,44
Kondensatordruck . . kg/qcm abs.	0,0197	0,0155	0,0183	0,0228	0,0238	0,0345	0,0345	0,0345	0,0345
Dampfverbrauch für die KW-st kg	5,965	5,895	5,850	5,920	6,170	6,026	5,917	5,919	6,010
Anfängl. Wärmeinhalt . . . . i_1	711,8	707,0	714,6	715,2	713,8	708,8	708,8	708,8	708,8
Theoret. Dampfverbrauch für die KW-st . . . . kg	3,640	3,525	3,575	3,645	3,640	3,940	3,941	3,937	4,006
Thermodyn. Wirkungsgrad bezog. auf Dpfzust. vor d. Turb. u. elektr. Leistung (ohne Abzug des Kondens. Kraftverbrauchs) . . v. H.	61,1	59,8	61,1	61,6	59,0	65,4	66,6	66,5	66,6

107. Die Schulz-Turbine.

Die erste Turbine von Schulz, die schon im Jahre 1900 ausgeführt und erprobt wurde, war für Schiffsschrauben-Antrieb bestimmt und bestand aus einer Verbindung mehrerer Gleichdruckstufen mit einem Parsons-Niederdruckteil. Neuerdings geht Schulz zur Curtis'schen Bauart über, von der sich seine Turbine durch die konstruktive Durchbildung und vor allem durch die einstellbaren Leitradquerschnitte unterscheidet.

Kleinere Einheiten erhalten nach Fig. 385, die sich auf eine Turbine von 67 KW Leistung bei 3400 Uml./min bezieht, drei zweistufige Curtisräder; die in Fig. 386 bis 387 dargestellte Turbine von 1400 PS_e Leistung bei 1500 Uml./min besitzt deren fünf.

Die Regelung erfolgt mittels des in der Verlängerung der Achse angeordneten Federreglers Lavalscher Art, der auf ein Drosselventil einwirkt. Um indessen bei kleineren Dauerleistungen beste Ergebnisse zu erzielen, versieht Schulz alle oder die Mehrzahl der vorderen Leiträder mit von Hand einstellbaren Schiebern, die gemäß Fig. 388 und 389 von gemeinsamer Welle oder durch Stirnräder bewegt werden können und in gemeinsamem Rahmen eine Anzahl einzelner durch Federn angepreßter kreisrunder Abschlußplatten enthalten.

Hierdurch kann ganz oder nahezu vollkommene Quantitätsregelung, ähnlich wie bei der einstufigen Turbine erreicht werden. Es liegt auf der Hand, daß die Ein-

Digitized by Google

stellung der letzten Leiträder am wenigsten wirksam ist, daher sie weggelassen wird. In solchen Fällen wird nur der Querschnitt des ersten Leitrades der Leistung proportional verändert, in den folgenden ist die Verkleinerung geringer, wodurch der sonst schroffe Druckabfall beim Übergange zum unveränderten Niederdruck-Leitrad ausgeglichen wird.

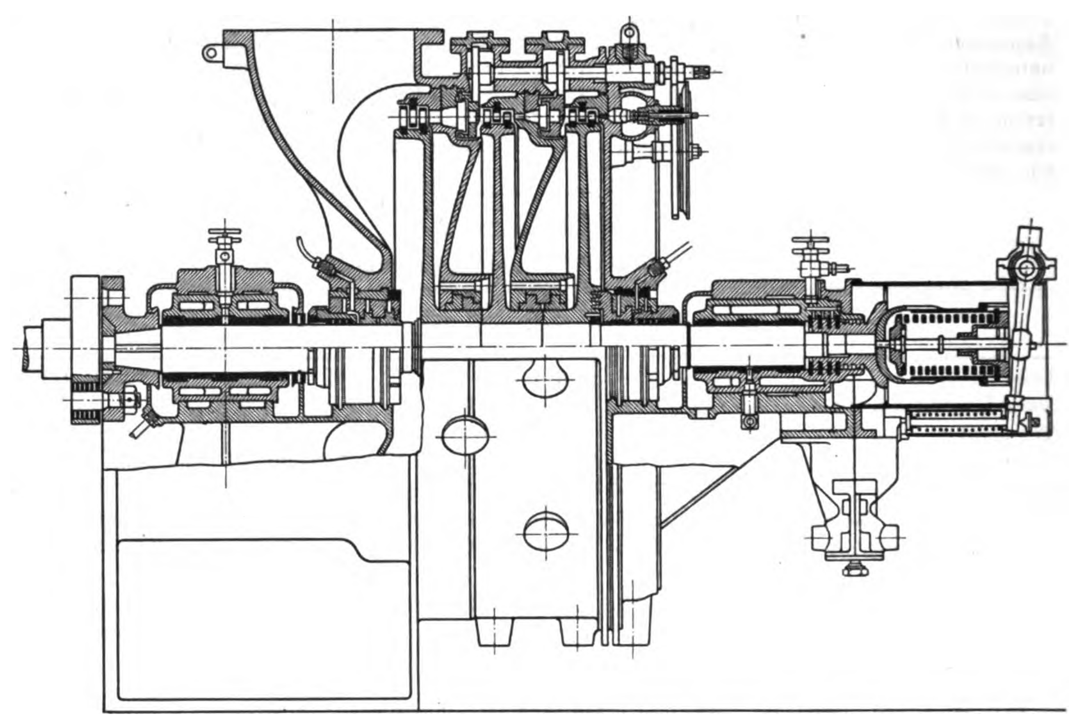


Fig. 385.

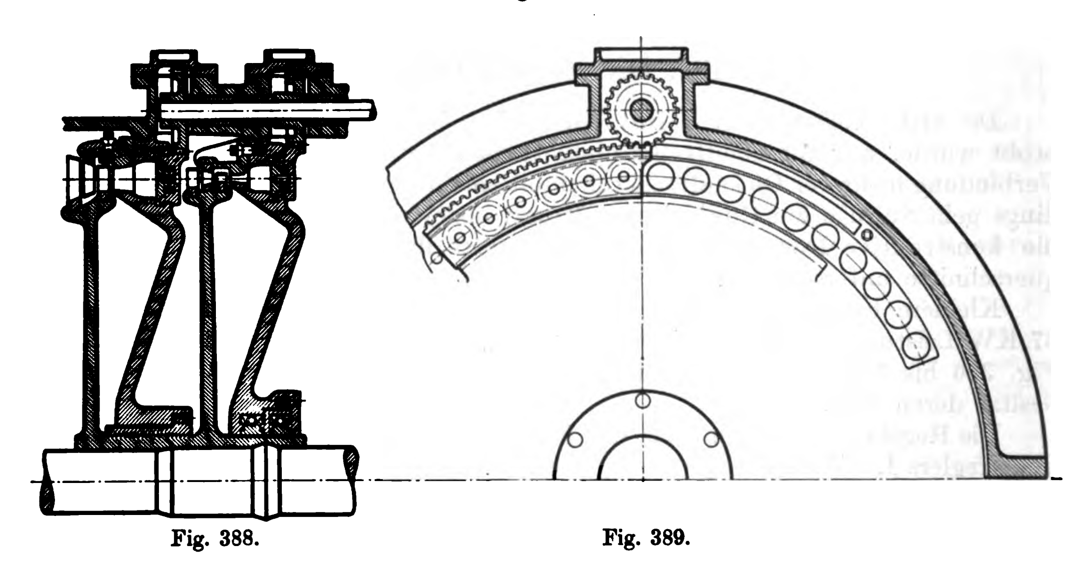


Fig. 388. Fig. 389.

Unter den Einzelteilen heben wir die Stopfbüchse (Fig. 390) hervor, deren Kennzeichen ist, daß die durch Federn zusammengehaltenen Liderungsringe in einem Falz aufruhen und nach kurzer Abnützungsperiode die Welle mit sehr gelindem Druck berühren werden. Bei Erschütterungen der Welle, z. B. infolge von

Digitized by Google

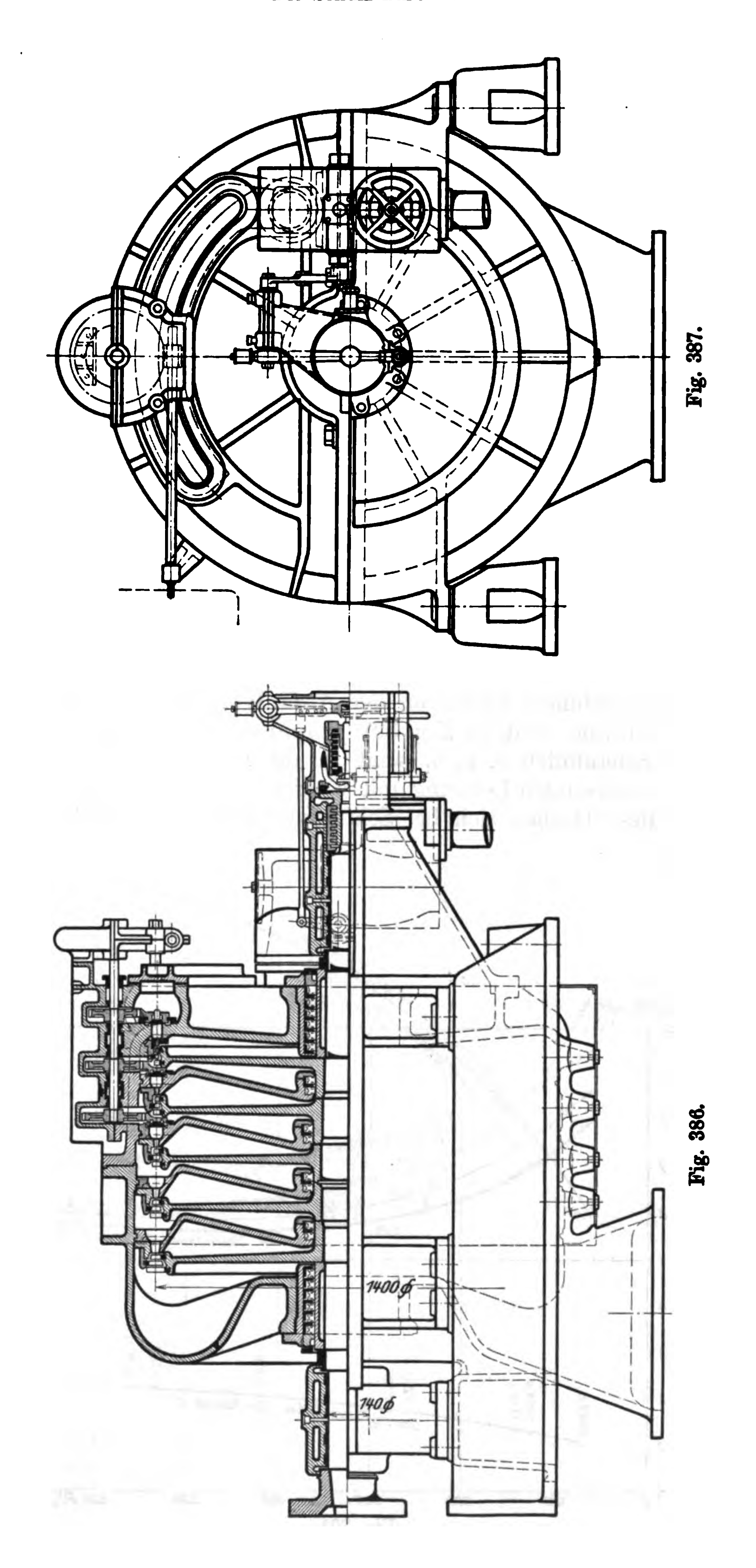


Fig. 387.

Fig. 386.

Digitized by Google

Wasserschlägen, kann die Packung frei nach allen Seiten nachgeben. Die Liderungsringe werden aus Weißmetall, neuerdings aus gepreßter Kohle, hergestellt.

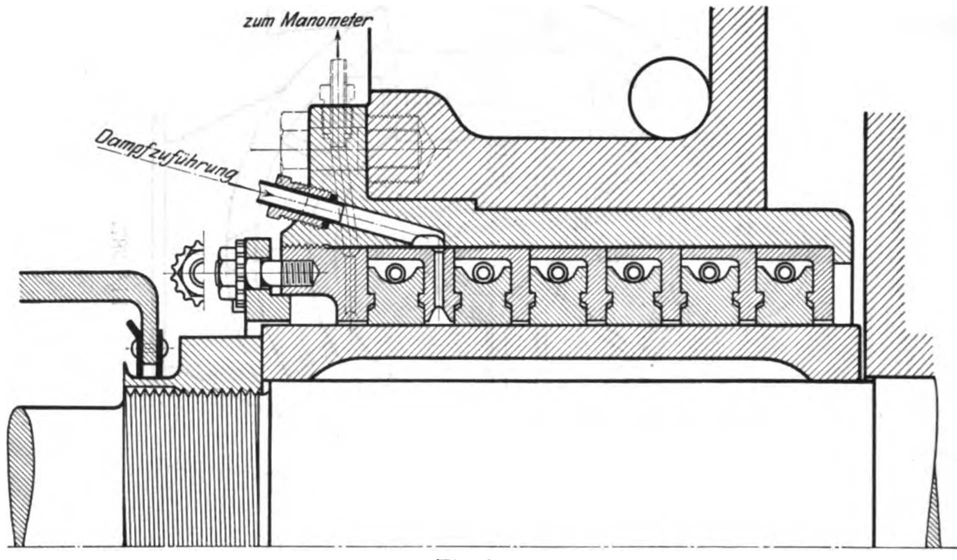


Fig. 390.

Die Versuchsergebnisse einer von der A.-G. Weser-Bremen im Jahre 1908 erbauten 650 PS-Turbine sind in Fig. 391 graphisch zusammengestellt. Die Versuchsdaten der Schaulinien a, b, b_1 sind in die Figur eingetragen; Schaulinie c entspricht einer wachsenden Leistung mit steigender Umlaufzahl, ungefähr in dem Verhältnis wie diese Größen sich bei Schiffsturbinen mit der Fahrgeschwindigkeit ändern.

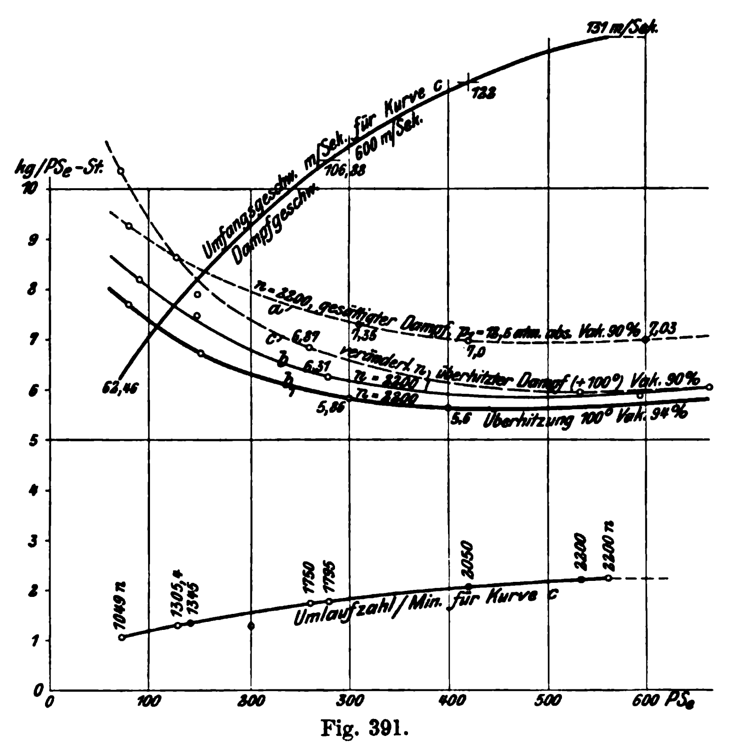


Fig. 391.

Digitized by Google

108. Turbine der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft, Berlin.

Über die maßgebenden Gesichtspunkte bei der Ausbildung des Turbinensystems der A. E.-G. spricht sich der Leiter der Dampfturbinenfabrik, O. Lasche, wie folgt aus:

„Die Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft begann im Jahre 1904 mit dem Bau von Tangentialturbinen nach Vorschlägen von Riedler und Stumpf, bis sie durch die Interessengemeinschaft mit der General Electric Company in New York die Verfügung über die Curtis-Patentrechte erlangte und die Überzeugung gewann, daß dieses System sich großen Leistungen mit niedrigen Umlaufzahlen erheblich besser anpassen läßt. Gleichwohl verzichtete die

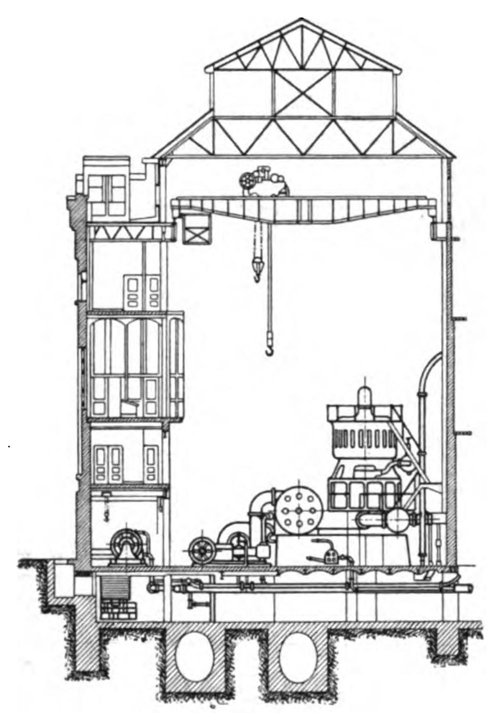


Fig. 392.

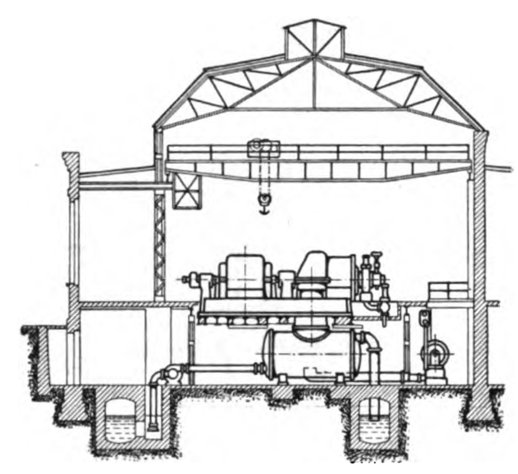


Fig. 393.

A. E.-G. auf die unmittelbare Übernahme der amerikanischen Konstruktionen wegen der vertikalen Anordnung und des europäischen Verhältnissen nicht genügend Rechnung tragenden Dampfverbrauches.“

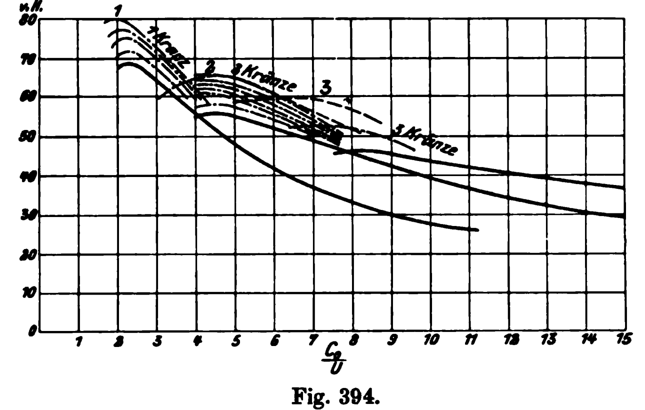


Fig. 394.

Lasche stellt fest, daß die Bauart der G. E. C. keine geringere Grundfläche beansprucht als die der A. E.-G., wenn man die Hilfsmaschinen, Kondensatoren u. a., wie sein muß, in die Berechnung einschließt, während die Höhe des Maschinenhauses beträchtlich größer wird, wie die Schnitte der mit ungefähr gleichwertigen Turbinen ausgestatteten Maschinenhäuser Fig. 392, 393 veranschaulichen. Die Curtis-Zentrale (Fig. 392) ist wohl etwas schmäler, dafür um ein Drittel länger. Die Rücksicht auf die Wirtschaftlichkeit forderte eine Konstruktion, die höchste

Digitized by Google

Überhitzung verträgt, daher sich in der ersten Stufe ein Curtisrad empfahl, welches rasch auf niedrigere Temperaturen und Drucke expandiert. Die Fortsetzung der Dampfausdehnung in Curtisstufen wäre aber bei höchsten Anforderungen unzulässig, da der Wirkungsgrad mehrkränziger Räder nach der von

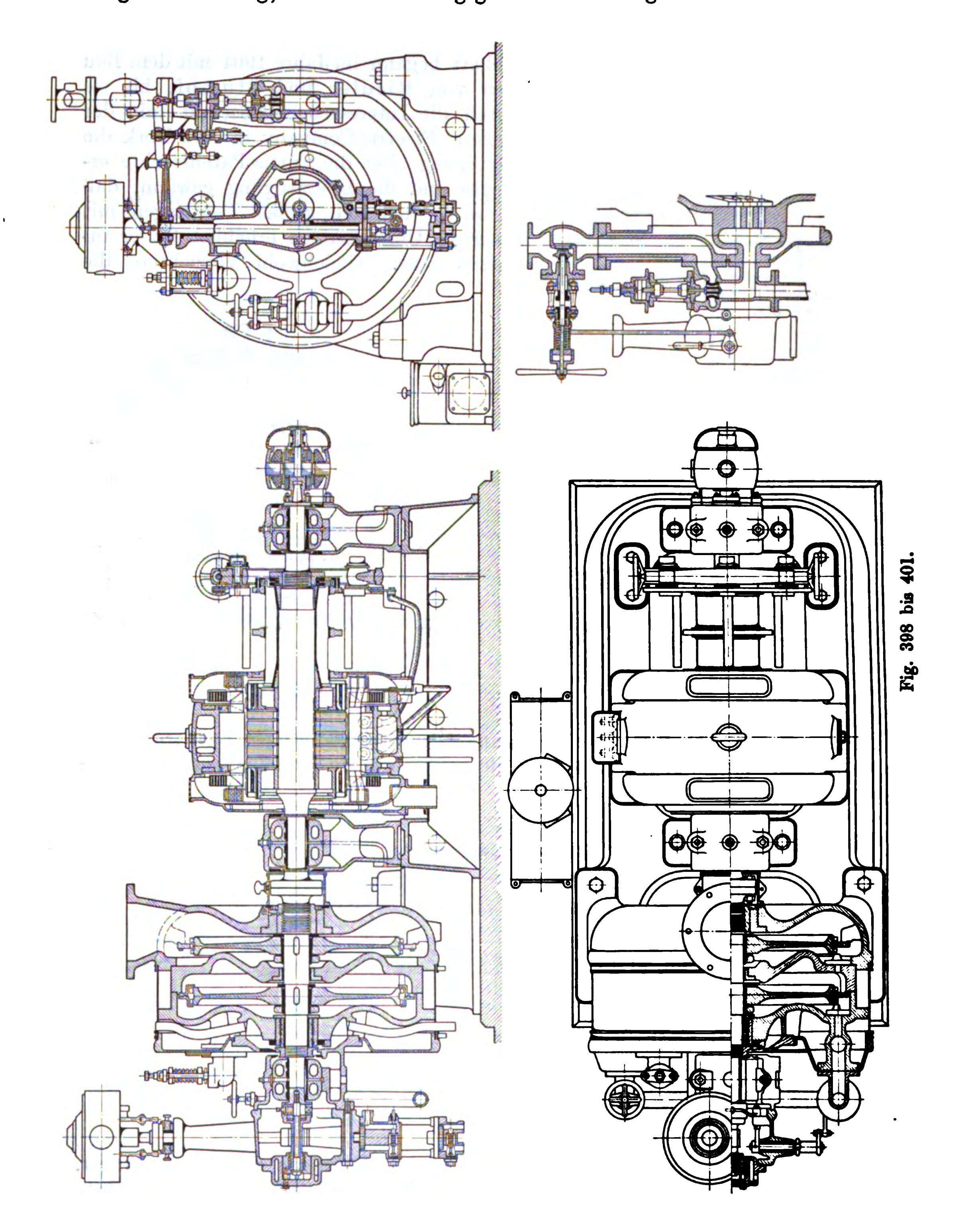


Fig. 398 bis 401.

Digitized by Google

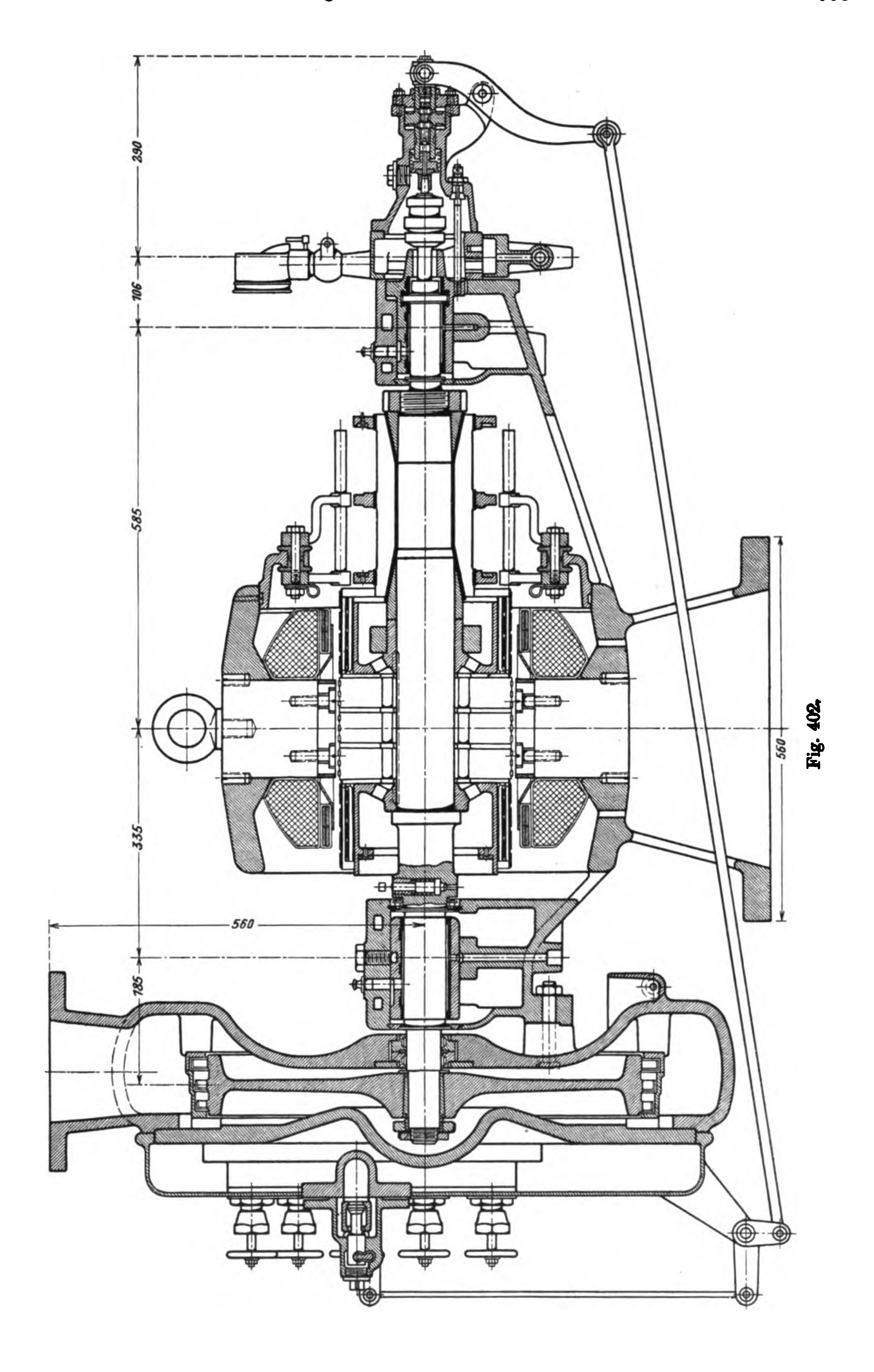


Fig. 402.

Digitized by Google

Lasche veröffentlichten Zusammenstellung (Fig. 394), in welcher c_0 die Dampf- und u die Umfangsgeschwindigkeit bedeuten, erheblich unter dem des einkränzigen Rades liegt.

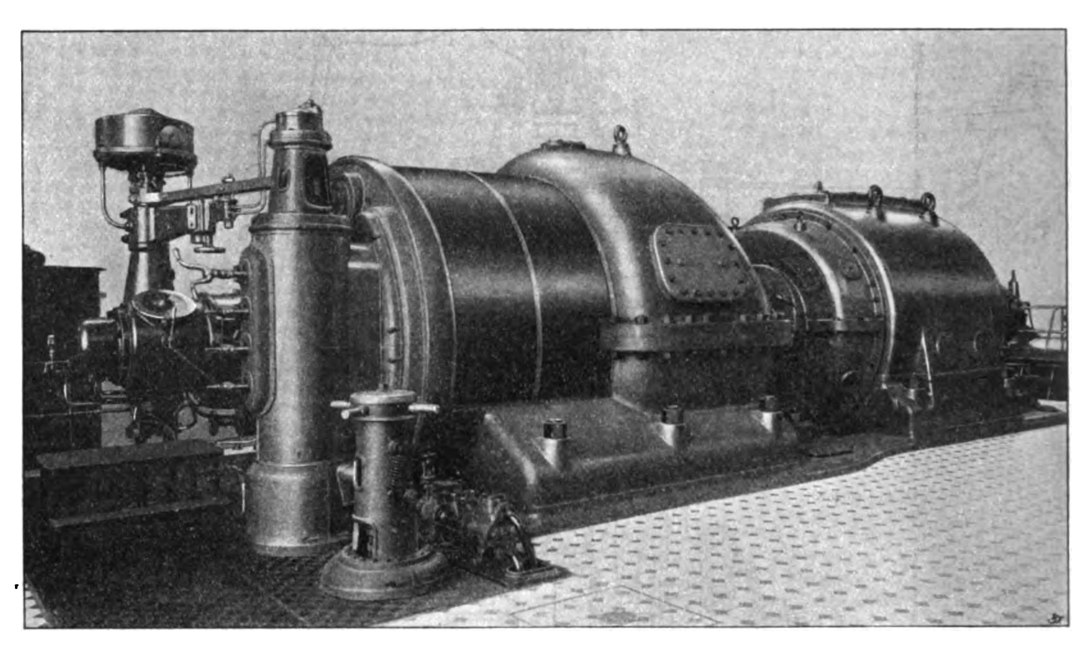


Fig. 403.

In der Wahl zwischen dem Überdruck- und dem Gleichdrucksystem fiel der Entscheid auf das letztere infolge der durch freie Spielräume verbürgten größeren Betriebszuverlässigkeit.

Die Gesamtanordnung, zu der man auf Grund dieser Erwägungen gelangte, ist in Fig. 395 (Tafel V) dargestellt. Diese 3000 KW-Einheit mit 1500 Uml./min besteht aus einem Curtisrad mit zwei Geschwindigkeitsstufen und neun darauffolgenden einfachen Druckstufen. Im Gegensatz zur herrschenden Methode wird die Dynamomaschine mit der Turbine starr verbunden, was den Vorteil bloß dreier Lager und eine erwünschte Erhöhung der kritischen Umlaufzahl mit sich bringt. Schätzen wir die zulässige Umfangsgeschwindigkeit des Dynamoankers auf 90 m/sek, so wären die Teilkreisgeschwindigkeiten der Druckstufen 127, die der Curtisstufe 142 m/sek.

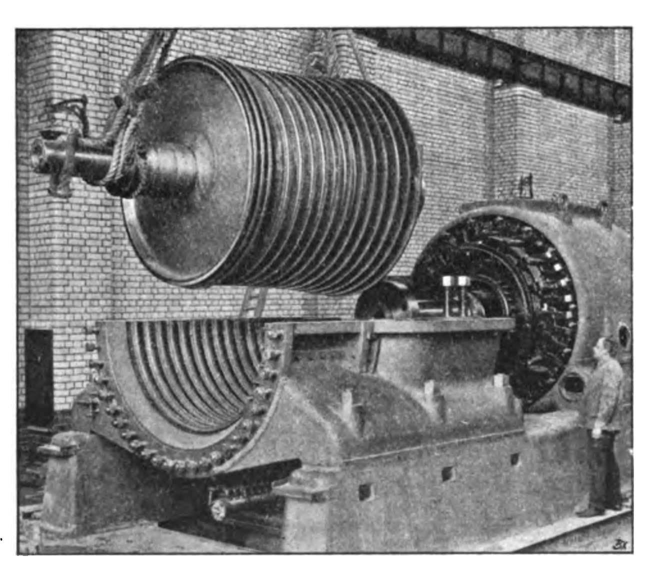


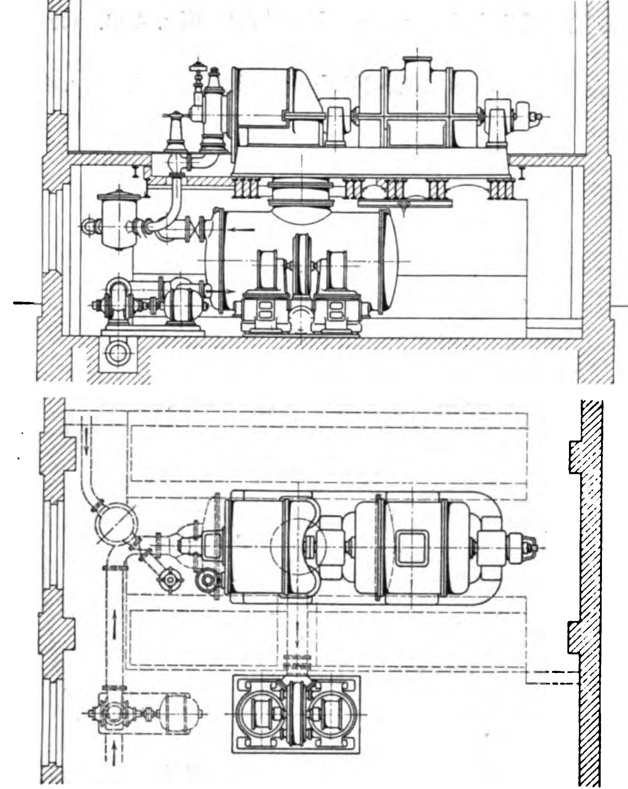
Fig. 404.

Bei kleineren Einheiten kann in zwei Druckstufen mit je zwei Geschwindigkeitsstufen ein befriedigendes Ergebnis erreicht werden.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



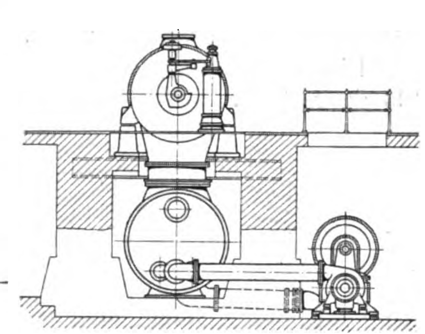
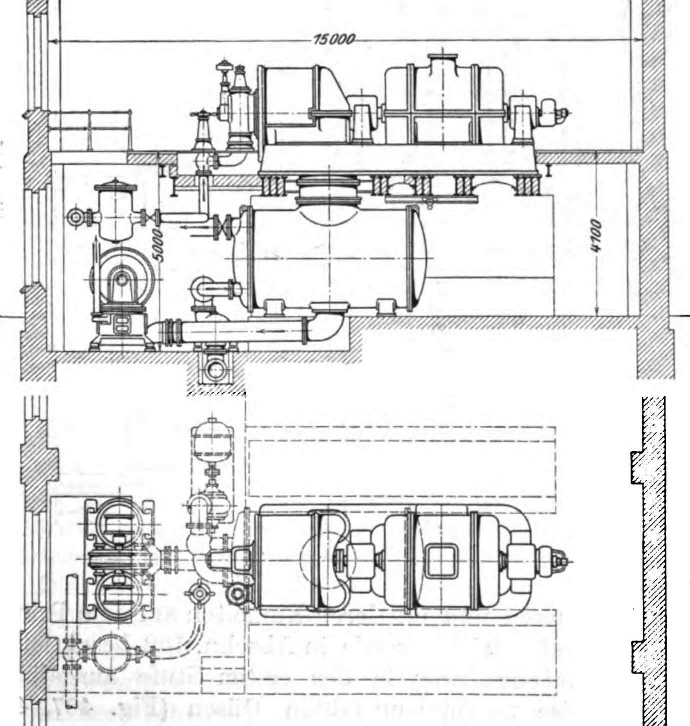


Fig. 405.

Beispielsweise stellt Fig. 396, 397 (Tafel V) eine 1000 KW-Einheit mit 3000 Uml./min dar, deren Umfangsgeschwindigkeit man wohl auf etwa 190 m/sek einschätzen darf. Die auf konischen Büchsen befestigten Räder können leicht abgestreift werden, so daß man die Gehäuse und die Zwischenwände einteilig ausführen darf.

Diese Bauart wird beibehalten bis etwa zur 65 KW-Einheit hinab, die ebenfalls 3000 Uml./min macht, etwa 800 mm Raddurchmesser erhält und in Fig. 398 bis 401 dargestellt ist.



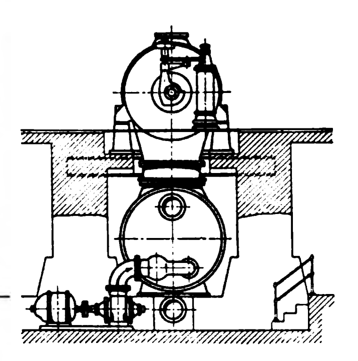


Fig. 406.

Eine 20 KW-Einheit endlich wird bei 3600 Uml./min mit nur einem Rad- aber drei Geschwindigkeitsstufen ausgeführt (Fig. 402). Dynamo und Turbine sind hier ein organisches Ganzes mit bloß zwei Lagern.

Digitized by Google

Den Gesamtaufbau einer 6000 KW-Einheit veranschaulicht Fig. 403, desgl. während der Montage Fig. 404.

Die Aufstellung und Fundierung einer 3000 KW-Einheit wird durch Fig. 405, 406 dargestellt.

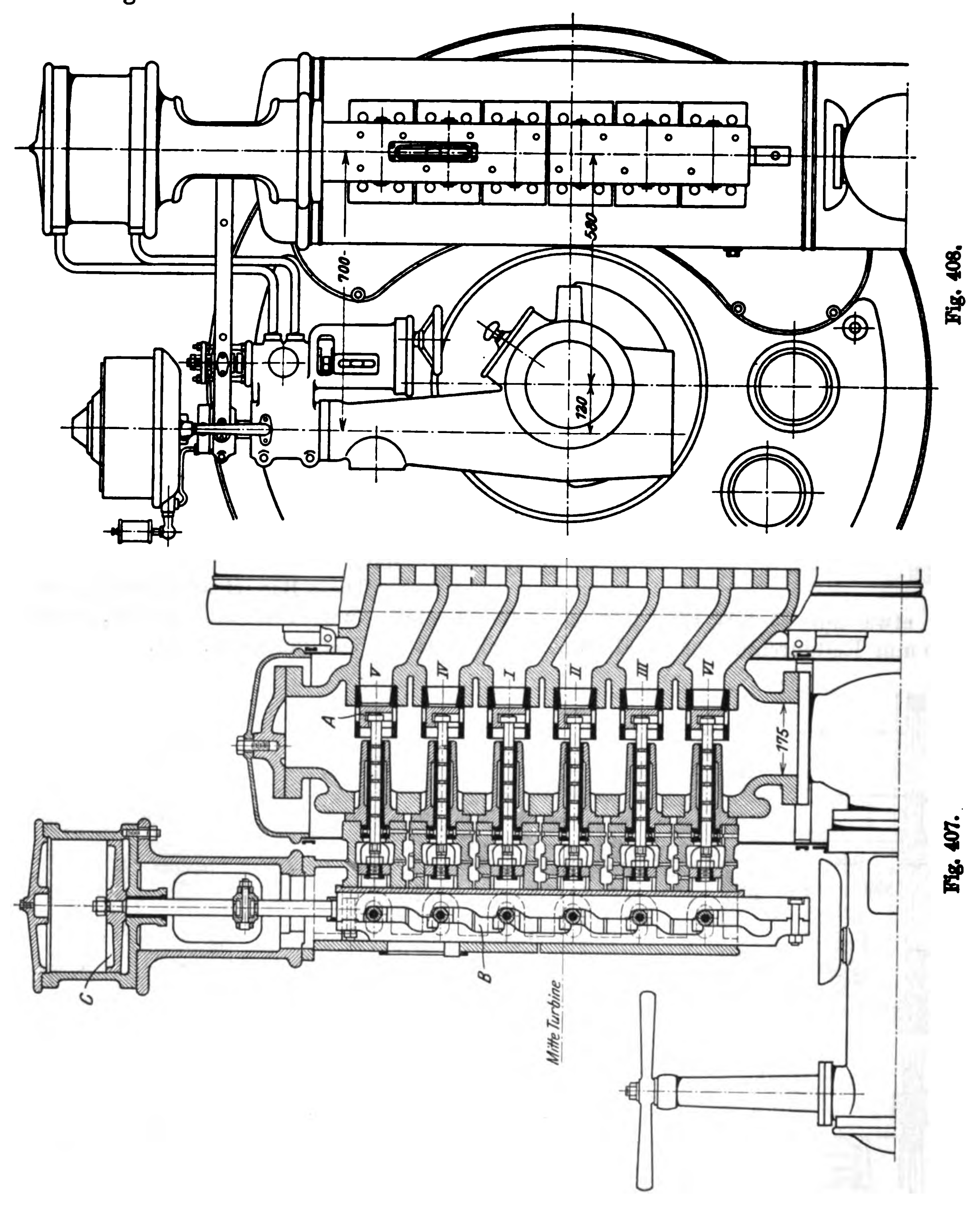


Fig. 408.

Fig. 407.

Die Regelung beruht bei kleineren und mittleren Einheiten auf dem Prinzip der Drosselung. Das verwendete Kraftgetriebe wurde in Abschn. 102 beschrieben. Bei größeren Einheiten wird Einzelregelung in der ersten Stufe ausgeführt. Die Abschlußkolben A der paarweise zusammengefaßten Düsen (Fig. 407, 408)

Digitized by Google

werden der Reihe nach durch das Schubkurven-Getriebe B mittels Kraftkolben C geöffnet oder geschlossen. Der Sicherheitsregler ist auf den Zusammenstellungszeichnungen neben dem Kammlager erkennbar. Schaubild Fig. 408a zeigt die Gesamtanordnung von Regler und Schubgetriebe.

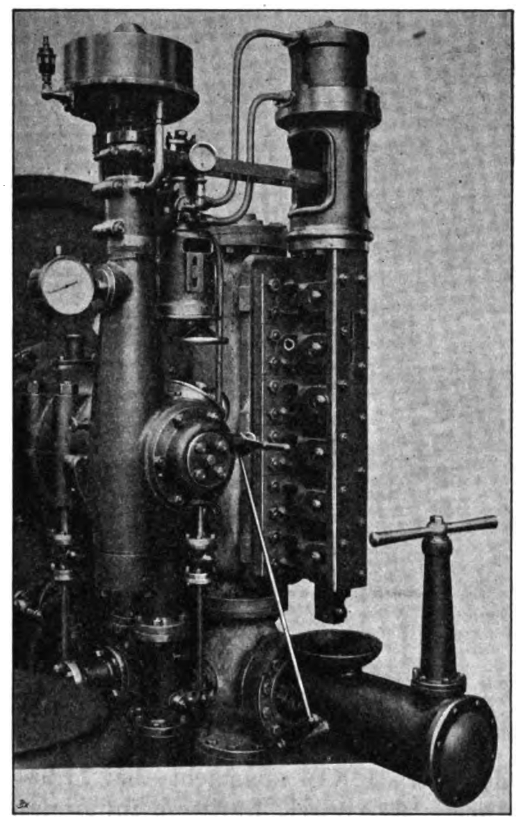


Fig. 408a.

Konstruktion der Einzelteile.

Die **Düsen** aus Stahl, auf Vierkantform gepreßt, wurden in Abschn. 73 beschrieben.

Die **Leiträder** erhalten in getrennte Ringe eingegossene Stahlschaufeln. Auf die Ringe stützen sich die Scheidewände.

Die **Schaufeln** aus Nickelstahl und Bronze werden mit Schwalbenschwänzen eingefügt. Im D. R. P. Nr. 173881 ist der Gesellschaft die Herstellung hohler Schaufeln nach Fig. 409 geschützt, die offenbar nur bei den allergrößten Ausführungen in Frage kommen dürften.

Die **Radscheiben** werden mit etwa zehnfacher Sicherheit gegen Bruch oder sechsfacher Sicherheit gegen Streckgrenze konstruiert; das Material wird strenger Prüfung, insbesondere schon seit Jahren der Schlag-Kerbprobe unterworfen.

Die **Stopfbüchsen** beruhen auf der Labyrinthabdichtung.

Die **Lager** mit Druckölschmierung wurden in Abschn. 96 beschrieben.

Die **Regler** der kleinen Einheiten, die auf der Welle selbst sitzen, zeigen die sich an **de Laval** anlehnende, in den Fig. 410—413 veranschaulichte sehr sorgfältige Konstruktion.

Das **Schnellschlußventil** Fig. 414 ist mit kleinem Vorwärmventil ausgestattet und mit Nickeldichtung versehen. Raum X bildet einen Puffer.

Fig. 409.

Versuchsergebnisse.

Über die sehr ausführlichen, den Einfluß aller maßgebenden Faktoren aufhellenden Versuche, die an der 4000 KW-Einheit in der Zentrale Moabit der Berliner Elektrizitätswerke angestellt worden sind, teilt mir die Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft folgendes mit.

Die Versuche wurden mit abgekuppeltem Regulator so angestellt, daß durch Drosseln von Hand der jeweilige Druck vor den Düsen möglichst unveränderlich gehalten wurde. Reichte eine Düsengruppe nicht mehr aus, so wurde von Hand eine weitere Gruppe zugeschaltet, was die Sprünge in den zu besprechenden Kurven des Dampfverbrauches erklärt.

Digitized by Google

Der Dampfverbrauch für die Einheit der Leistung ist in Fig. 415 zusammengestellt. Das beste Ergebnis der Versuchsreihe war 5,76 kg Dampfverbrauch für die KW-st bei 3206 KW Leistung ohne Abzug des Kondensationskraftverbrauches,

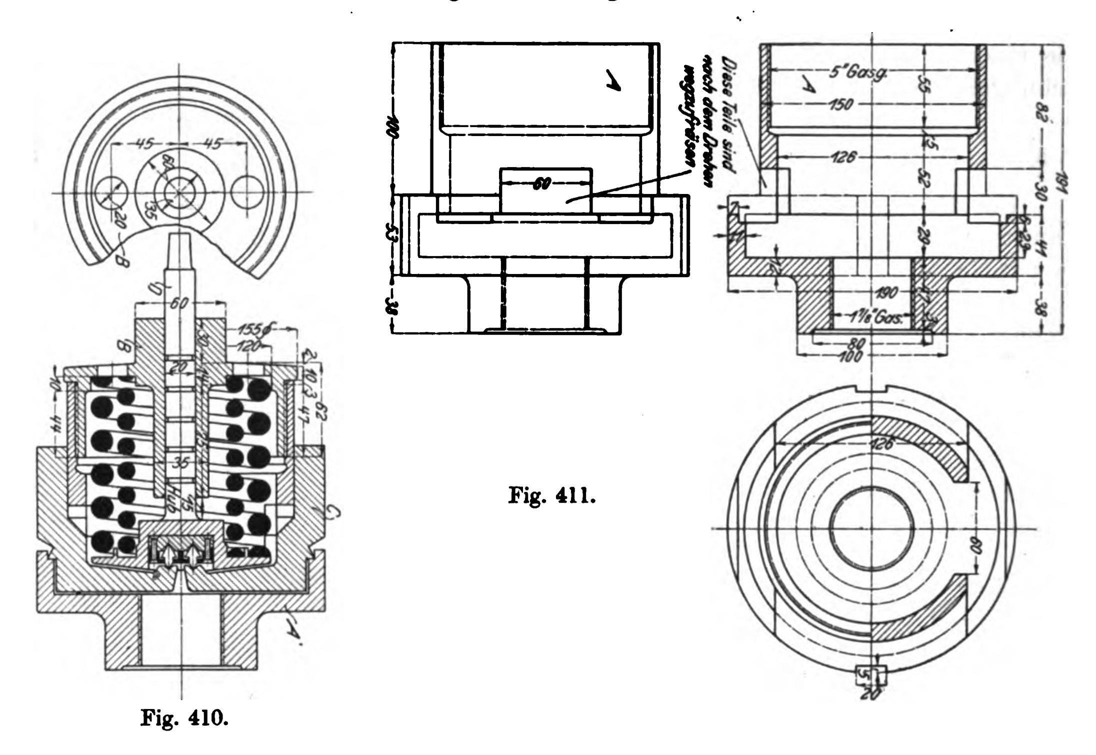


Fig. 410.

Fig. 411.

der nur 54 KW ausmacht, bei 11,95 Atm. Überdr., 341° C Temperatur vor den Düsen, 95,4 v. H. Luftleere im Abdampfstutzen (auf 760 mm Hg bezogen) und 10 offenen Düsen.

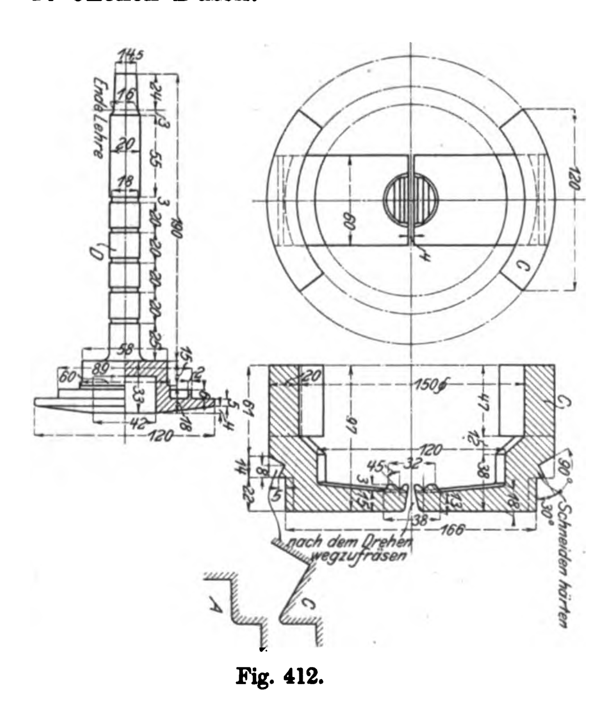


Fig. 412.

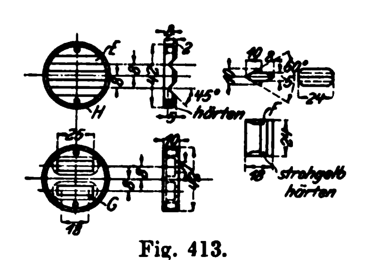


Fig. 413.

Die Umrechnung auf den Verbrauch, den eine Kolbenmaschine für eine indizierte PS-st haben müßte, um mit der Turbine gleichwertig zu sein, erfolgte unter Annahme, daß deren Dynamomaschine bei Vollast einen Wirkungsgrad von 93 v. H. aufgewiesen hätte, und daß der mechanische Wirkungsgrad der Kolbenmaschine 94 v. H. beträgt.

Die Dampfturbine ist hiernach bei kleineren Belastungen durchaus nicht schlechter sondern im Gegenteil besser gestellt, als die Kolbenmaschine.

Digitized by Google

Der Einfluß der Luftleere im Abdampfstutzen steigt nach Fig. 416 mit der Tiefe der Luftleere und ist wenig verschieden für halbe und volle Belastung. Vor dem Drosselventil herrschten 12 Atm. Überdruck und 315° C.

Der Einfluß der Überhitzung bewirkt nach Fig. 417 zwischen 250 und 300° C. im Mittel eine Verbesserung des Dampfverbrauches um 1 v. H. auf je 5,7° C Überhitzung. Die Luftleere betrug bei diesen Versuchen 95,7 v. H.

Der Dampfverbrauch bei **Drosselung** statt der Einzelregelung ergab sich in Abhängigkeit der Belastung und der Zahl der offenen Düsen nach Fig. 418 naturgemäß wesentlich stärker veränderlich, als bei „idealer" Düsenregelung, die durch die punktierte Linie dargestellt wird.

Bei **wachsender Überhitzung** aber einem **unveränderlichen Anfangsdruck** von den Düsen

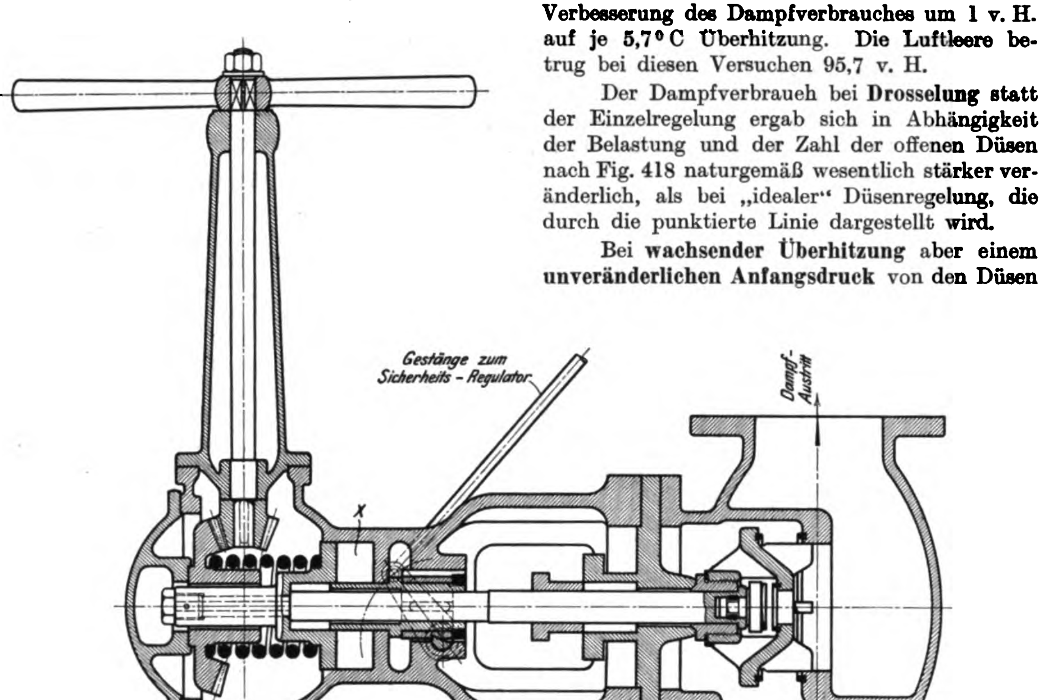


Fig. 414.

von 13 Atm. abs. und einem wenig veränderlichen Vakuum im Abdampfrohr von im Mittel 95,7 v. H. betrug die Leistung an den Klemmen bei 200° C Dampftemperatur 3000 KW, bei 350° C 3220 KW, nahm also (linear) um 1 v. H. auf je 20,5° C Dampftemperatur zu. Die gesamte Durchflußmenge nimmt demnach bei unveränderlichem Anfangsdruck, aber steigender Überhitzungstemperatur ab.

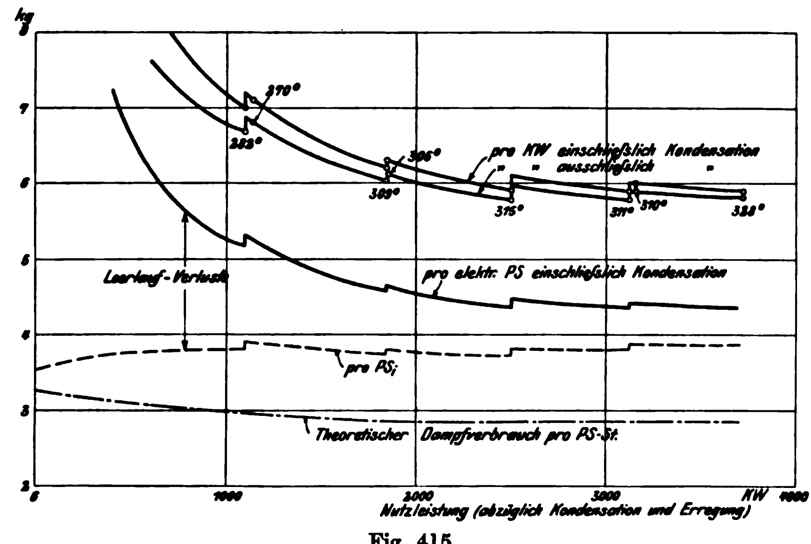


Fig. 415.

Digitized by Google

In Fig. 419 ist die **Leistungsparabel** zwischen 1000 und 1700 Uml./min bei 11,6 Atm. Überdr 324° C Dampftemperatur vor den Düsen und 95 v. H. Vakuum im Abdampfstutzen dargestellt. Man ist bei der normalen Umlaufzahl noch ziemlich weit vom Scheitel entfernt und könnte den Dampfverbrauch entsprechend vermindern.

Der **Leerlaufverbrauch** zeigt sich ebenfalls erheblich abhängig von der Zahl der geöffneten Düsen und von der Dampftemperatur. Es wurde ermittelt:

Zahl der geöffneten Düsen		4	8	12
Absoluter Druck vor den Düsen . .	Atm.	1,95	1,00	0,76
Dampftemperatur vor den Düsen . . .	°C	205	217	240
Dampfverbrauch in der Stunde	kg	1520	1600	1680

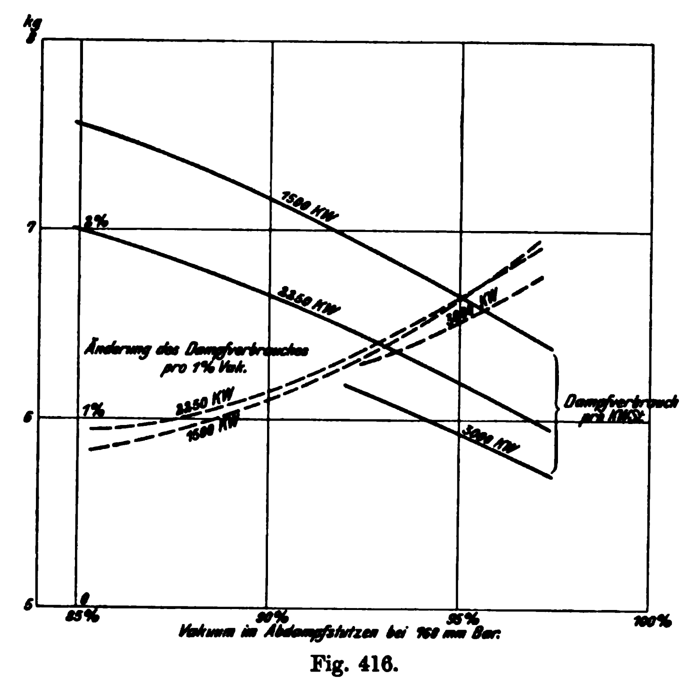


Fig. 416.

Das Vakuum betrug im Mittel 95 v. H.

Verglichen mit 18 bis 19000 kg stündlichem Dampfverbrauch der vollen Belastung ist der Leerlaufverbrauch außerordentlich klein.

Die Messung des Druckes vor der zweiten Stufe (Fig. 419a) erweist diesen als direkt proportional zum Drucke vor der ersten Stufe, und hierdurch wird das in Abschn. 69 aufgestellte Gesetz bestätigt.

Die A. E.-G. läßt der richtigen Ausführung der Stopfbüchsen größte Sorgfalt angedeihen, nachdem sie durch direkte Beobachtung festgestellt hatte, daß eine in schlechtem Zustand befindliche Niederdruckstopfbüchse der 3000 KW-Turbine 1100 ja bis 1500 kg „Sperrdampf" in der Stunde verbrauchen konnte. Seither sind Meßdüsen in die Frischdampfzuleitung der Stopfbüchse eingebaut und letztere so vervollkommnet, d. h. offenbar die Zahl der Labyrinthe so weit vergrößert, daß der Dampfverlust bei einer 6000 KW-Einheit nur noch 100 kg/st ausmacht. Um vom Unterschied in der Wärmedehnung zwischen Welle und Gehäuse unabhängig zu sein, dichten die Labyrinthe nicht in axialer, sondern in radialer Richtung.

Im Dezember 1908 wurde eine **4000 KW-Turbine** in der **Zentrale Rummelsburg** der Berliner Elektrizitätswerke vom Dampfkessel-Überwachungsverein der Zechen im Oberbergamtsbezirk Dortmund unter Mitwirkung des Berliner Dampfkesselrevisionsvereins untersucht und die in nachfolgender Zahlentafel 1 enthaltenen Ergebnisse festgestellt. Die elektrische Energie wurde doppelt gemessen, der Berechnung die Angaben der Instrumente des Essener Vereins zugrunde gelegt, die durch die Physik. Techn. Reichsanstalt geprüft worden waren. Beim Vollbelastungsversuch Nr. 6 wurde für die KW-st die bisher überhaupt kleinste Verbrauchszahl von 5,43 kg ausschließlich — bzw. 5,51 kg einschließlich Kondensationsarbeit festgestellt. Wenn man noch bemerkt, daß der Verbrauch bis zur halben Last nahezu unverändert bleibt, so muß man die Ergebnisse als glänzend bezeichnen. Zu diesem großen Erfolg hat auf der einen Seite die hohe Über-

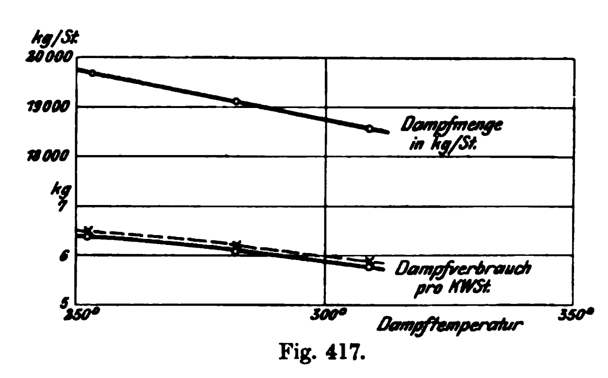


Fig. 417.

Digitized by Google

hitzung (350° vor der Turbine), auf der anderen die tiefe Temperatur des Kühlwassers beigetragen. Allein darin eben besteht das Verdienst des Konstrukteurs,

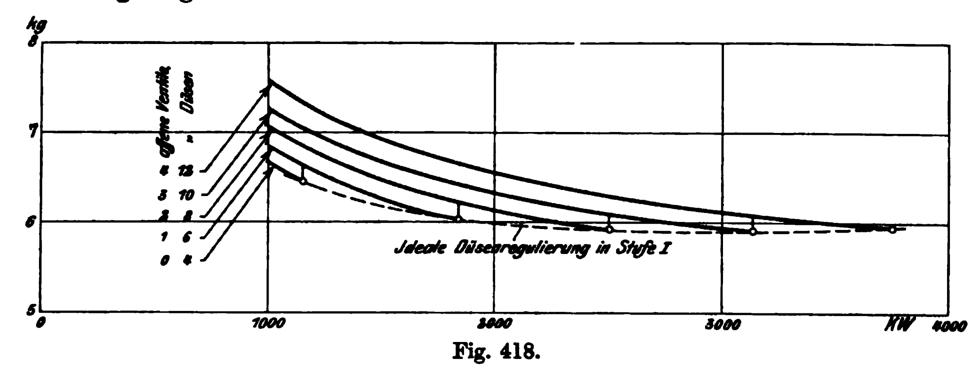


Fig. 418.

daß die Turbine die hohe Überhitzung ohne Gefährdung verträgt und daß die Erzeugung der bis jetzt unerreicht hohen Luftleere von bis 98,2 v. H. nur 60 KW, d. h. 1,4 v. H. der Gesamtleistung beansprucht hat.

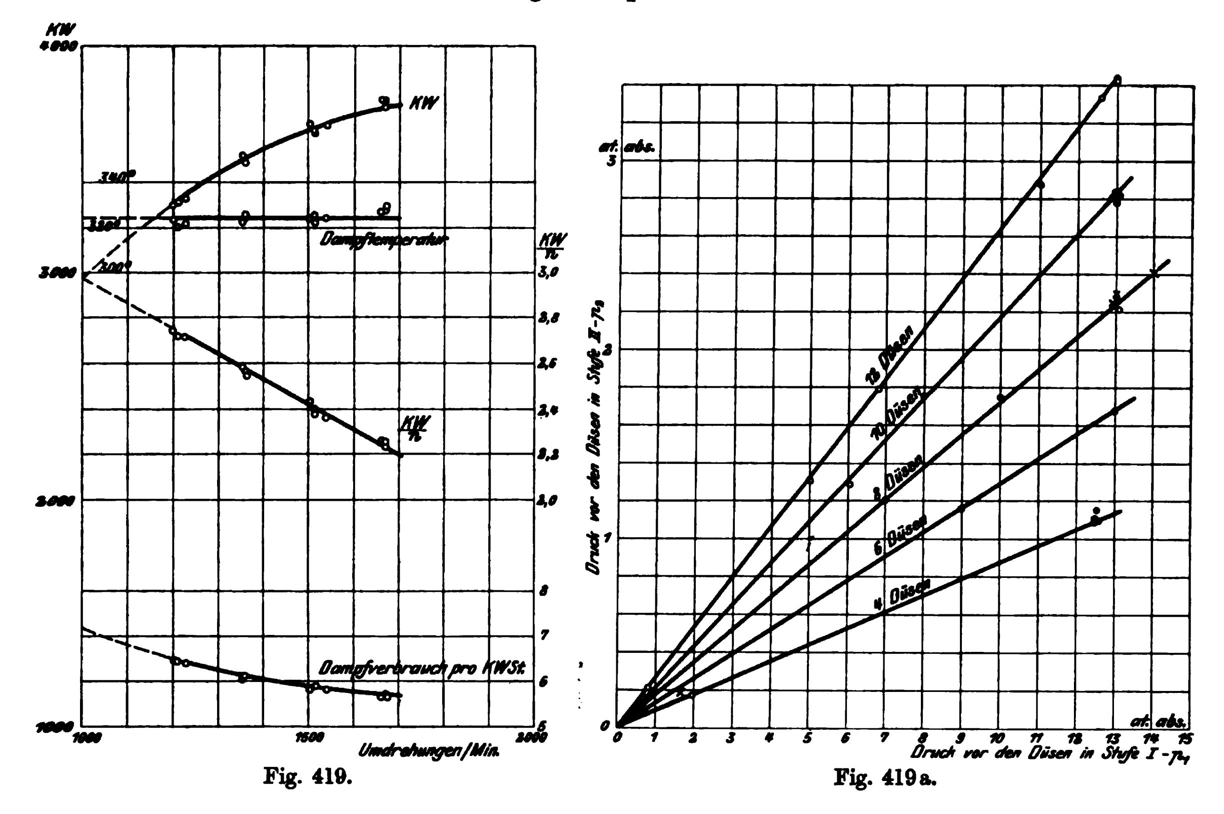


Fig. 419. Fig. 419a.

Von besonderem Interesse ist der in Zahlentafel 2 berechnete Wärmeverbrauch für die effektive Pferdestärke und Stunde.

Der thermodynamische Wirkungsgrad würde offenbar noch höhere Werte aufweisen, wenn die Turbine für das hohe Vakuum gebaut worden wäre. Der jetzt noch große Auslaßverlust könnte wesentlich herabgesetzt, der Dampfverbrauch ermäßigt werden. Das Hauptinteresse wendet sich dem Wärmeverbrauch zu, der ohne Rücksicht auf den Kesselverlust 2712 WE oder mit 0,80 Kesselwirkungsgrad 3380 WE für die eff. PS-st erreicht, ein Ergebnis, welches bei Dampfmotoren bis jetzt unübertroffen dasteht.

Digitized by Google

Zahlentafel 1.

4000 KW A. E.-G. Dampfturbine in der Zentrale Rummelsburg. Dezember 1908.

		Nummer des Versuchs					
		1	2	3	4	5	6
1	Dauer des Versuches in Minuten	59′25″	60′	59′20″	60′	60′	60′
2	Höhe der Belastung	$^1/_2$	$^1/_2$	$^3/_4$	$^3/_4$	$^1/_1$	$^1/_1$
3	Zusatzventile	geschlossen	geschlossen	1 Ventil geöffnet	1 Ventil geöffnet	2 Ventile geöffnet	2 Ventile geöffnet
4	Umdrehungen in der Minute . .	1490	1501	1500	1500	1495,4	1497,7
5	Dampfdruck, Atm. Überdruck, Admissionsspannung	12,4	12,5	12,3	12,3	12,2	12,2
6	Temperatur des Admissionsdampfes in °C	334	345	333	330	341	350
7	Vakuum in mm Quecks.	755,5	753,8	754,4	754,4	750,1	748,6
8	Barometerstand in mm	769,0	769,0	769,0	769,0	768,7	769,0
9	Vakuum in °/₀ des vorhandenen Barometerstandes	98,2	98,0	98,1	98,1	97,6	97,3
10	Lufttemperatur in °C. am Barometer	23	25	23	24	24	25
11	Temperatur des Kühlwassers vor dem Kondensator in °C. . .	2,5	3,0	2,5	2,5	3,0	3,0
12	Temperatur des Kühlwassers hinter dem Kondensator in °C .	10,0	10,0	12,0	12,5	14,0	16,0
13	Temperatur des Kondensates in den Meßgefäßen in °C . . .	7,0	7,0	7,5	8,0	9,0	10,0
14	Kondensatmenge in kg/st . . .	11898,00	11935,42	17780,40	17702,26	23294,02	23011,16
	Drehstromgenerator:						
15	Spannung in Volt	6040	6080	6080	6080	6060	6070
16	Stromstärke in Ampere	191,6 [1])	195,2 [1])	298,0	298,8	371,0 [1])	370,5 [1])
17	Drehstromenergie in KW, festgestellt mit den Instrumenten d. Dampfkessel-Überwachungsvereins Essen	2200	2236	3210	3247	4232	4239
18	Drehstromenergie in KW, festgestellt mit den Instrumenten der B. E. W.	2189	2213	3238	3239	4196	4196
19	cos φ	ca. 1,00	ca. 1,00	ca. 1,00	ca. 1,00	ca. 0,99	ca. 0,99
20	Leistung der Erregermaschine in KW	9,9	9,9	11,1	11,1	12,7	12,7
21	Energieverbrauch der Kondensation in KW	57,3	58,6	59,2	59,2	62,9	59,4
22	Drehstromenergie — Kondensationsenergie in KW	2142,7	2177,4	3180,8	3187,8	4169,1	4179,6
23	Dampfverbrauch pro KW-st bezogen auf die Drehstromenergie	5,40	5,34	5,49	5,45	5,50	5,43
24	**Dampfverbrauch pro KW-st bezogen auf die Drehstromenergie — abzüglich die Kondensationsenergie . . . . . .**	**5,54**	**5,48**	**5,59**	**5,55**	**5,59**	**5,51**

Zahlentafel 2.

	Nummer des Versuchs					
	1	2	3	4	5	6
Anfänglicher Wärmeinhalt . . . WE	745,5	751,1	745,0	743,6	749,3	753,7
Dampfverbrauch der idealen Maschine pro KW-st . . . . . . kg	3,39	3,42	3,48	3,46	3,50	3,50
Thermodynamischer Wirkungsgrad, bezogen auf elektrische Nutzleistung mit Abzug des Kondensationsarbeitsverbrauchs . v. H.	61,2	62,5	62,3	62,3	62,6	63,5

[1]) Nur in einer Phase gemessen.



Zahlentafel 2 (Fortsetzung).

	Nummer des Versuchs					
	1	2	3	4	5	6
Wirkungsgrad des Stromerzeugers . . . . v. H.	89,5	89,7	91,8	91,7	93,1	93,1
Wärmeverbrauch für die effekt. PS-st, bezogen auf Speisewasser von 0°C ausschließlich Kesselverlust . . . . WE	2720	2716	2712	2785	2870	2845
Absoluter thermischer Wirkungsgrad bezogen auf Kohle und eff. Leistung mit 80 v. H. Kesselwirkungsgrad . . . . v. H.	18,6	18,6	17,9	18,2	17,6	17,8

109. Die Turbine der Bergmann-Elektrizitätswerke in Berlin.

Diese Turbine ist, wie aus dem Längenschnitt in Fig. 420 hervorgeht, eine Gleichdruckturbine mit vorgeschaltetem zweikränzigen Curtisrad. Um letzteres mit gleichem Durchmesser wie die übrigen ausführen zu können, ist die Zahl der Druckstufen vergrößert. Doch soll schon im dritten oder vierten Rad Vollbeaufschlagung eintreten.

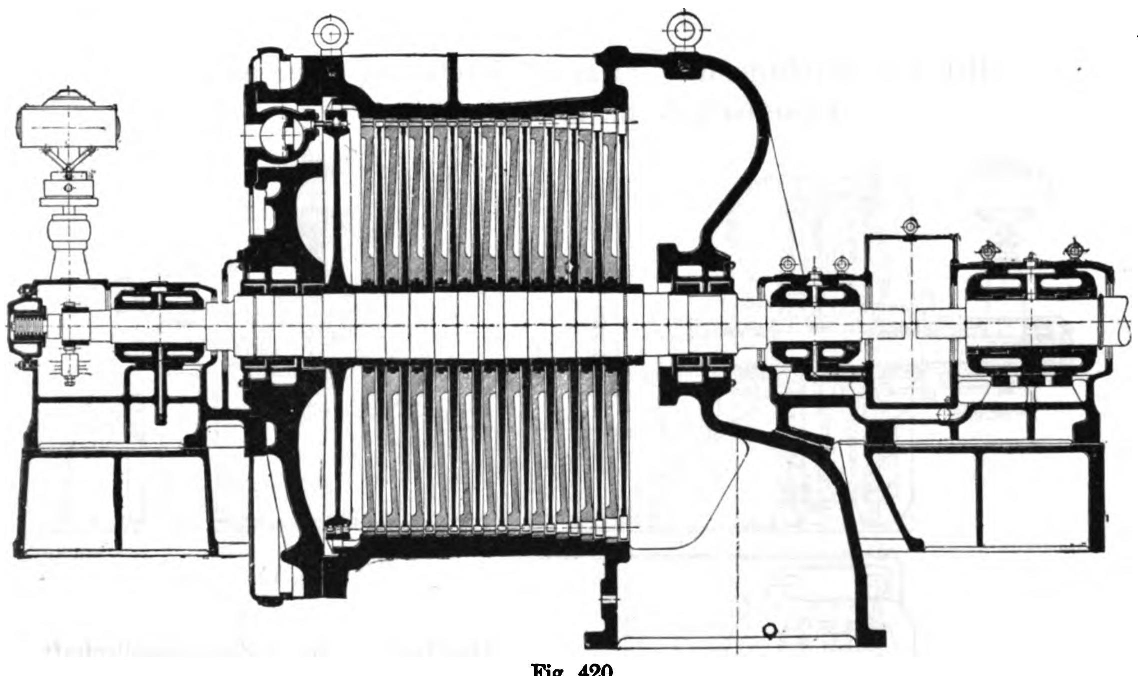


Fig. 420.

Die Düsen werden aus Sonderbronze in einem Stück gegossen und auf ein Verteilungsstück aus Stahlguß aufgeschraubt. Die Schaufelkonstruktion des Curtisrades veranschaulicht Fig. 420a; diejenige der einfachen Laufräder ist in Abschn. 71 beschrieben. Eine Schaufel ist im Betriebe dem Höchstzug von 150 kg ausgesetzt, hielt aber am fertigen Rade 1300 kg bis zum Eintritt bleibender Formänderungen, und 2300—2500 kg bis zum Bruch aus.

Die Räder aus Siemens-Martin-Stahl werden nach Angabe auf dem Prüfstand auf die doppelte Umdrehungszahl, also auf die vierfache Beanspruchung probiert, so daß Materialfehler unbedingt zum Vorschein kommen müßten.

Digitized by Google

Die **Wellen** sind „starr“, d. h. ihre kritische Umlaufzahl liegt über der normalen.

Die **Stopfbüchsen** erhalten Labyrinthabdichtung.

Die **Regulierung** beruht auf Drosselung mit Hilfe eines Kraftgetriebes und Drucköl. Doch sind die Düsen der ersten Stufe in Gruppen geteilt und durch Ventile von Hand absperrbar, so daß für jede Belastung diejenige Düsenzahl beaufschlagt werden kann, die dem höchsten Anfangsdruck, also kleinstem Dampfverbrauch entspricht.

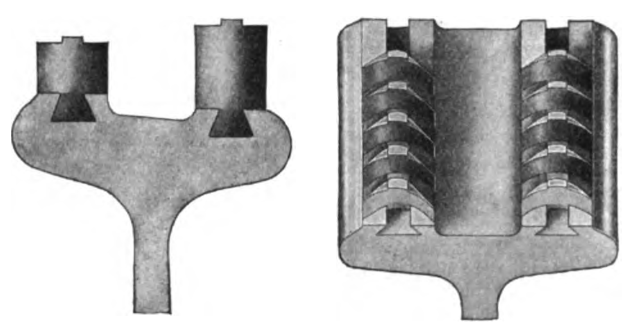
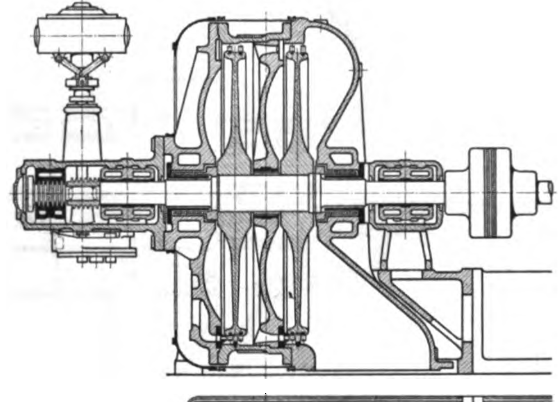
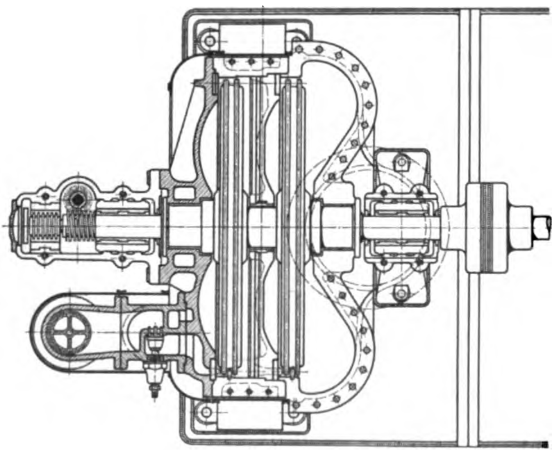


Fig. 420 a.

Die Bauart ist horizontal, und zwar bei kleinen Einheiten mit dem elektrischen Generator starr gekuppelt in drei Lagern, bei größeren mit vier Lagern und elastischer Kupplung ausgeführt. — Normale Umlaufzahlen sind 3000 i. d. Min. für 200—1000 KW Leistung und 1500 von 550—4000 KW Leistung. Die Überlastungsfähigkeit ist den Normen des Verbandes deutscher Elektrotechniker entsprechend auf 25 v. H. festgelegt.

110. Die Turbine der Allgemeinen Dampfturbinenbau-Gesellschaft m. b. H. in Nürnberg.





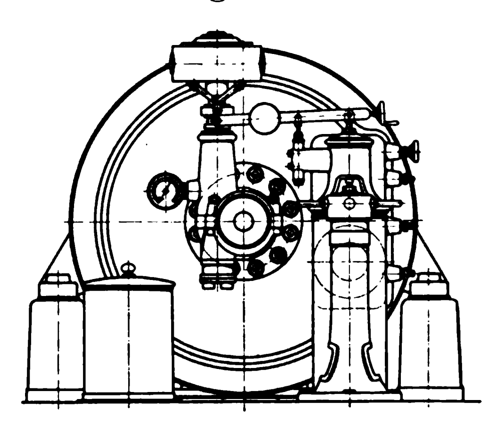


Fig. 421.

Die Turbine dieser Zweiggesellschaft des Röhrenwerkes Herrenhütte, A. Hering, G. m. b. H. wird als eine Verbindung des Curtis- und des Rateau-Prinzips bezeichnet. Eine Ausführungsform mit zwei Curtisstufen ist in Fig. 421 dargestellt.

Düsen und Schaufeln sind teils aus Phosphorbronze, teils aus Nickelstahl hergestellt. Die Düsen erhalten eine Austrittsform, die sich an die radial stehenden Schaufelkanten anpaßt.

Digitized by Google

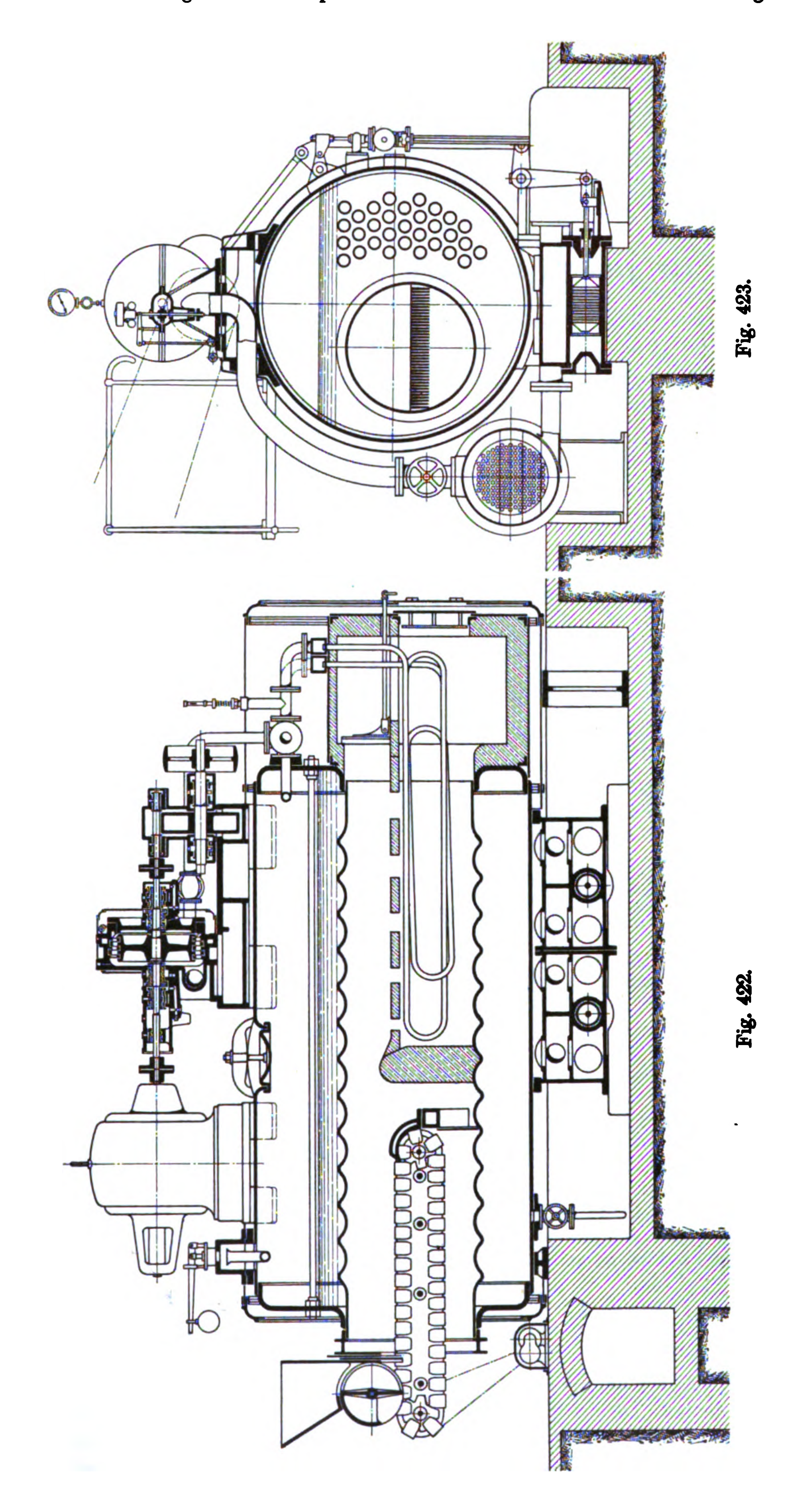


Fig. 423.

Fig. 422.

Digitized by Google

Die Stopfbüchsen sind nicht auf Dampfschluß angewiesen, eine nähere Beschreibung fehlt.

Die Regelung mit Druckölgetriebe stellt die Turbine selbsttätig ab, sobald die Schmierung versagt.

Die Gesellschaft befaßt sich insbesondere mit der Herstellung von „Turbolokomobilen", und zwar für elektrischen oder Transmissionsantrieb. Der Aufbau eines solchen wird durch Fig. 422 und 423 veranschaulicht. Wie ersichtlich wird für Riementrieb eine Zahnradübersetzung angewendet. Zwei Luftpumpen sind unterhalb des Kessels angeordnet und werden mittels Kurbel und Winkelhebel betätigt.

111. Die Turbine von Gadda & C. in Mailand.

Auch diese Turbine besteht aus einer Verbindung von Curtisrädern mit einem Gleichdruckteil (Fig. 424), besitzt indes das unterscheidende Merkmal, daß die Niederdruckstufen auf einer aus zwei Scheibenrädern gebildeten durchgehenden Trommel ohne Scheidewände angeordnet sind. Die Curtisstufen werden nach dem D. R. P. 197395 so konstruiert, daß der Eintrittswinkel für das erste Rad groß ist und für die nachfolgenden Geschwindigkeitsstufen kleiner und kleiner gemacht wird.

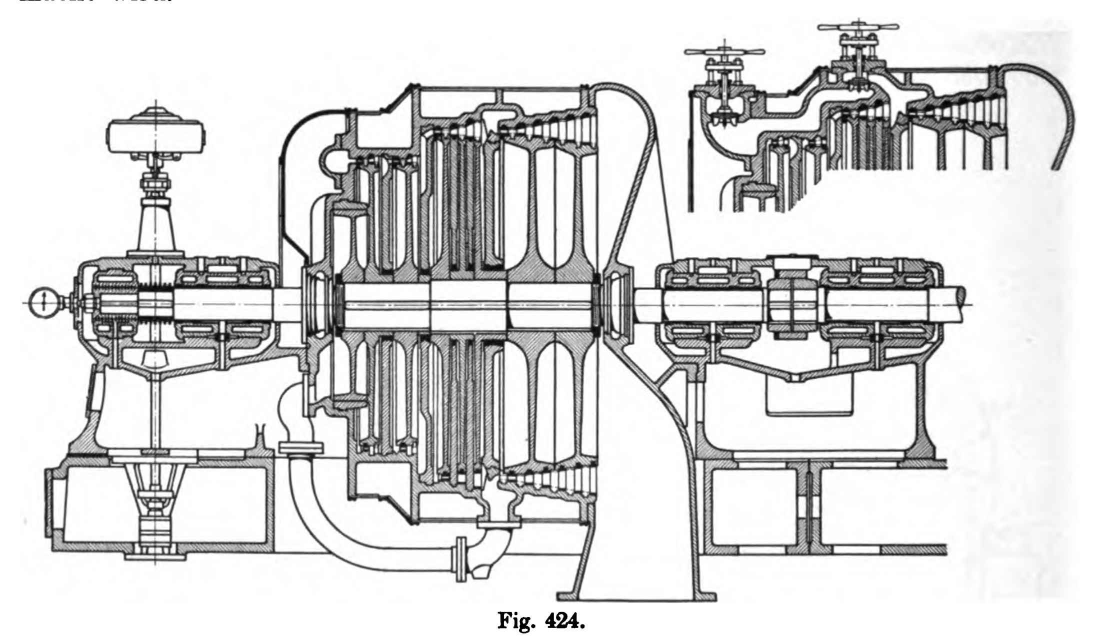


Fig. 424.

Der Dampfdruck auf die Vorderseite des Trommelteiles bedingt den Einbau eines Entlastungskolbens, der mittels Labyrinthen dichtet. Der Undichtheitsdampf wird der Niederdruckgruppe zugeführt, was eine Vergrößerung der Entlastungsfläche mit sich bringt. Die Stopfbüchsen arbeiten mit Wasserverschluß.

Versuchsergebnisse stehen nur aus dem Jahre 1906 von einer 2000 KW-Einheit zur Verfügung. Bei voller Leistung, 13 Atm. abs. Dampfdruck, 60° C Überhitzung, 1260 Uml./min betrug der Dampfverbrauch dieser in Neapel aufgestellten Turbine 8,2 kg/KW-st. Der stündliche Verbrauch ist im Leerlauf rd. 1300 kg und nimmt mit der Belastung linear zu.

112. Die Zoelly-Turbine.

Die Firma Escher-Wyss & Cie. in Zürich trat Ende 1903 mit der Turbine ihres technischen Direktors H. Zoelly vor die Öffentlichkeit. Die Konstruktion bewährte sich und erlangte alsbald wachsende Bedeutung, da sie die erste Dampfturbine war, die neben den damals schon auf längere Erfahrung zurückblickenden

Digitized by Google

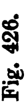


Fig. 426.

Systemen von **Parsons** und **de Laval** auf praktische Betriebssicherheit Anspruch erheben konnte. Die Folge war die Bildung des europäischen Zoelly-Syndikates, dem eine größere Anzahl namhafter Firmen angehören.[1]) Das reine Druckstufensystem wurde gewählt mit Rücksicht auf die Strömungsgeschwindigkeit des Dampfes in den Schaufeln, die bei einfacher Geschwindigkeitsabstufung wesentlich kleiner ausfällt als bei Curtisrädern, daher auch von den Schaufeln eine entsprechend größere Lebensdauer hauptsächlich bei gesättigtem Dampf zu erwarten ist.

Die allgemeine Anordnung der ursprünglichen Bauart war eine solche mit zwei Gehäusen und Überleitung des Dampfes. Man konnte auf diese Weise jeder Schwierigkeit hinsichtlich der kritischen Umlaufzahl aus dem Wege gehen. Seither wurde die Herstellung derart verfeinert, insbesondere der Massenausgleich

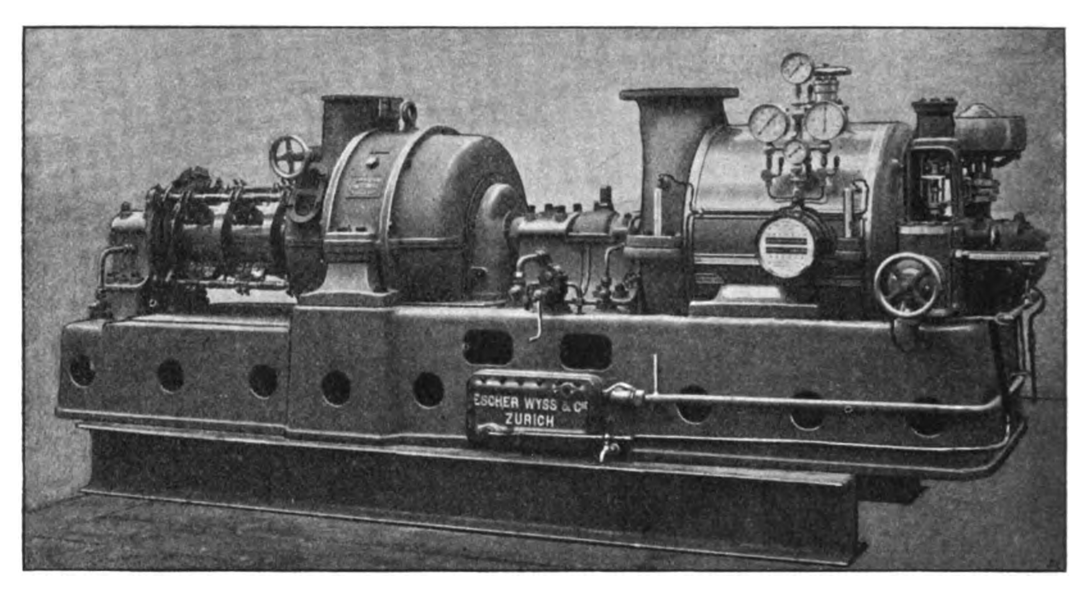


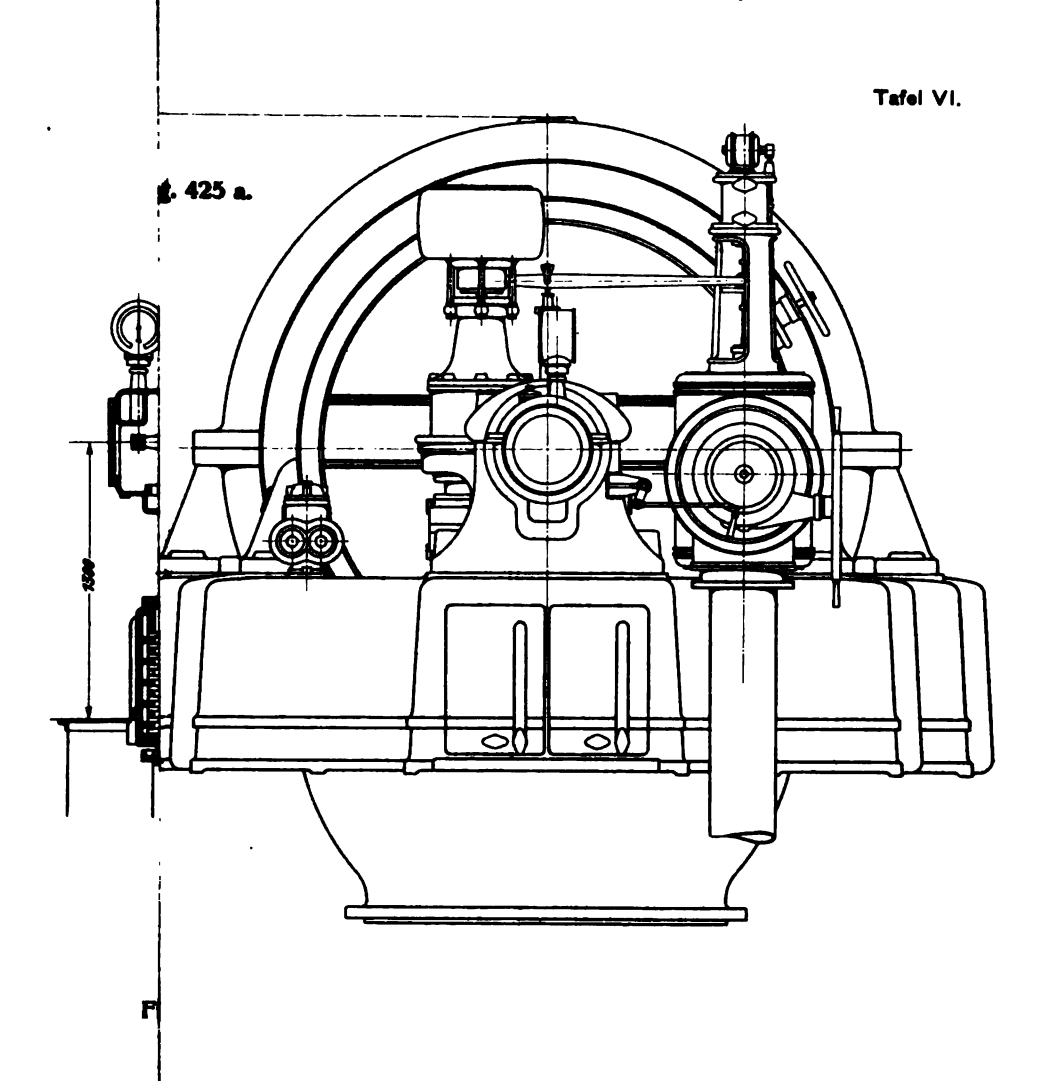
Fig. 427.

so vervollkommnet, daß man zum Baue eingehäusiger Turbinen überging und die Betriebsumlaufzahl bei raschlaufenden Turbinen (d. h. über 1500 Uml./min liegender Drehzahl) über der kritischen liegen läßt, um die Welle nicht mit der sonst erforderlichen bedeutenden Stärke ausführen zu müssen. Der Übergang durch die kritische Umlaufzahl vollzieht sich ohne Anstand, ja man kann ihre Existenz häufig nur durch feinere Meßinstrumente nachweisen.[2])

[1]) Das Syndikat ist gegenwärtig zusammengesetzt aus den Firmen: Aktiengesellschaft der Maschinenfabriken von Escher, Wyss & Cie, Zürich; Friedr. Krupp, Aktiengesellschaft, Essen-Ruhr; Friedr. Krupp, Aktiengesellschaft, Germaniawerft, Kiel-Gaarden; Norddeutsche Maschinen- und Armaturenfabrik, Bremen; Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H., Berlin; Vereinigte Maschinenfabrik Augsburg und Maschinenbaugesellschaft Nürnberg A.-G., Nürnberg. Dazu kommen als Lizenznehmer (teilweise auch zu Syndikaten zusammengeschlossen) Deutschland: Schüchtermann & Kremer, Dortmund; A.-G. Görlitzer Maschinenbau-Anstalt und Eisengießerei, Görlitz. Frankreich: Schneider & Cie, Le Creusot; Société Alsacienne de constructions mécaniques, Belfort; Société Nouvelle des Etablissements de l'Horme et de la Buire, Lyon. England: Mather & Platt, Manchester; A.-G. Schiff & Co. London; James Howden & Co., Glasgow; J. Musgrave & Son Ltd., Globe-Iron Works, Bolton. Holland: Gebrüder Stork & Co., Hengelo. Österreich: L. Lang, Maschinenfabrik, Budapest; F. Ringhoffer, Smichow-Prag. Italien: Orlando, Odero in Terni. Amerika: The William Cramp & Sons Ship and Engine Building Company, Philadelphia, USA.

[2]) Siehe die Mitteilungen des Oberingenieurs der Firma Escher-Wyss & Cie., J. Weißhäupl, in Z. Ver. deutsch. Ing. 1908, S. 1429 f.


Digitized by Google



Zoelly-Dampfturbine
der Akt.-Ges. Escher-Wyss & Co., Zürich.

Digitized by Google

Digitized by Google

Die neue Bauart ist an einer 5000—6000 KW-Einheit mit 1000 Uml./min in Fig. 425, a, b (Tafel VI) dargestellt und besitzt zwei Hauptlager, ein Kamm- und ein Führungslager, das man übrigens wegzulassen gedenkt. Das Gehäuse ruht möglichst nahe an der Mitte in vier Punkten gestützt, auf einem kräftigen Grundrahmen.

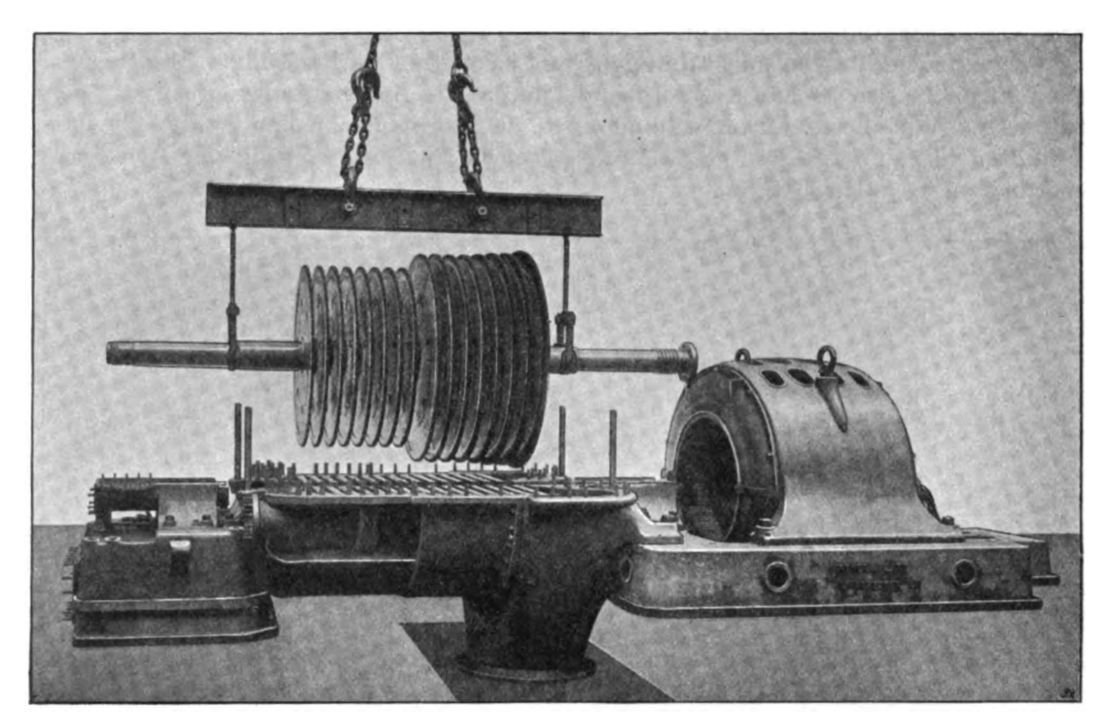


Fig. 428.

Infolge des erwähnten guten Massenausgleiches begnügt man sich nach Angabe a. a. O. mit dem Einbetonieren des etwas vertieft aufgestellten Rahmens und läßt die Fundamentanker weg. Das Gehäuse ist am Niederdruckende bei *A*

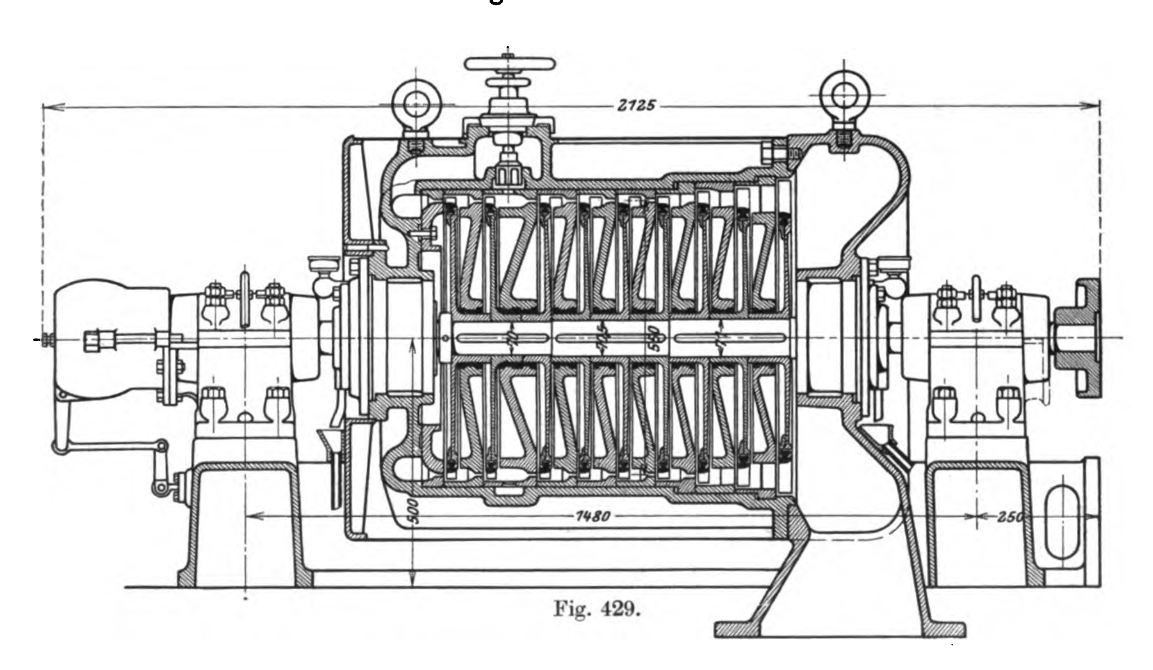


Fig. 429.

Digitized by Google

festgehalten, damit der Abdampfstutzen sich nicht verschiebt; bei B ist axial Spiel vorhanden, d. h. es wird bloß das seitliche Ausweichen verhindert.

Die Regelung erfolgt durch Drosselung mit Öldruckgetriebe, welches Zoelly als erster in den Dampfturbinenbau eingeführt hat.

Fig. 426 ist das Schaubild einer 5000 KW-Einheit mit einem Gehäuse, Fig. 427 dasjenige einer 100 KW-Einheit.

Abweichend hiervon pflegt die englische Lizenzfirma Mather & Platt, Manchester, nach Fig. 428 das Gehäuse schwebend, durch die Lagerständer gestützt, auszuführen. Von dieser Firma stammt auch die Konstruktion der in Fig. 429 dargestellten Turbine von 210 PS Leistung bei 3000 Uml./min mit in der Achse angeordnetem Regulator.

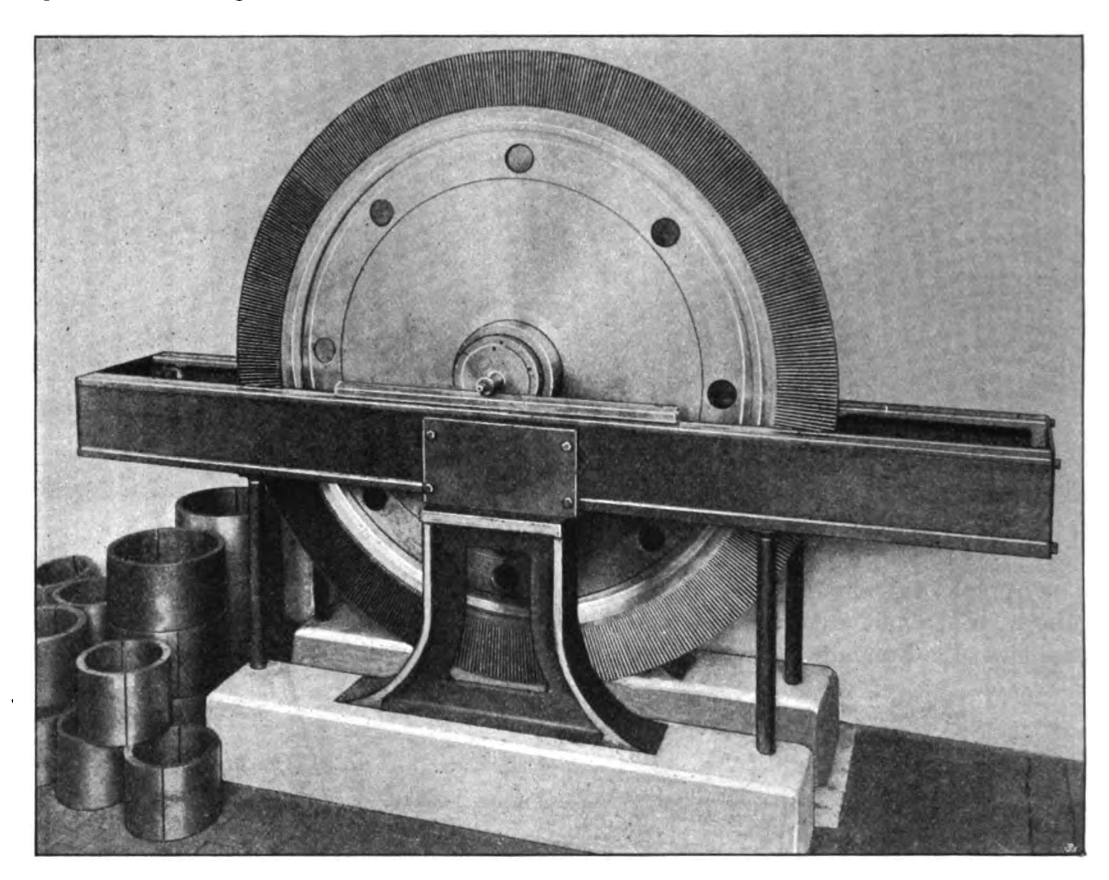


Fig. 430.

Konstruktion der Einzelteile.

Die Konstruktion der Leit- und Laufräder ist in Abschn. 71 und 72 besprochen.

Die Wellen werden bei größeren Ausführungen durchbohrt. Für den Massenausgleich fand man die nach der Beschaufelung erfolgende rein statische Auswuchtung jedes einzelnen Rades als hinreichend. Die hierzu dienende, aus zwei ausgerichteten Wangen bestehende Vorrichtung ist in Fig. 430 abgebildet.

Die Lager sind besprochen in Abschn. 96. Die Gehäuse werden auf vertikalen Bohrbänken ausgebohrt (Fig. 431).

Der Regler ist ein von der Firma Escher-Wyss für ihre Turbinenregulierung seit vielen Jahren bestens erprobter Federregler leichtester Bauart. Erwähnung ver-

Digitized by Google

dient der „Chorlton-Whitehead"-Regler (Fig. 432), den die Firma Mather & Platt ausführt.

Die frei gedachten Federn A und B wie auch D bilden zusammen einen astatischen Regler. Das Gehäuse ist mit Öl gefüllt, so daß Kolben C eine Bremse bildet. Bei plötzlicher Entlastung wird infolge raschen Ausschlages zunächst Feder A und D zusammengedrückt, und der Regler verhält sich wie ein stark statischer. Darauf gibt Kolben C allmählich nach und die Umlaufzahl wird mit geringer Überregulierung auf den ursprünglichen Betrag zurückgeführt.

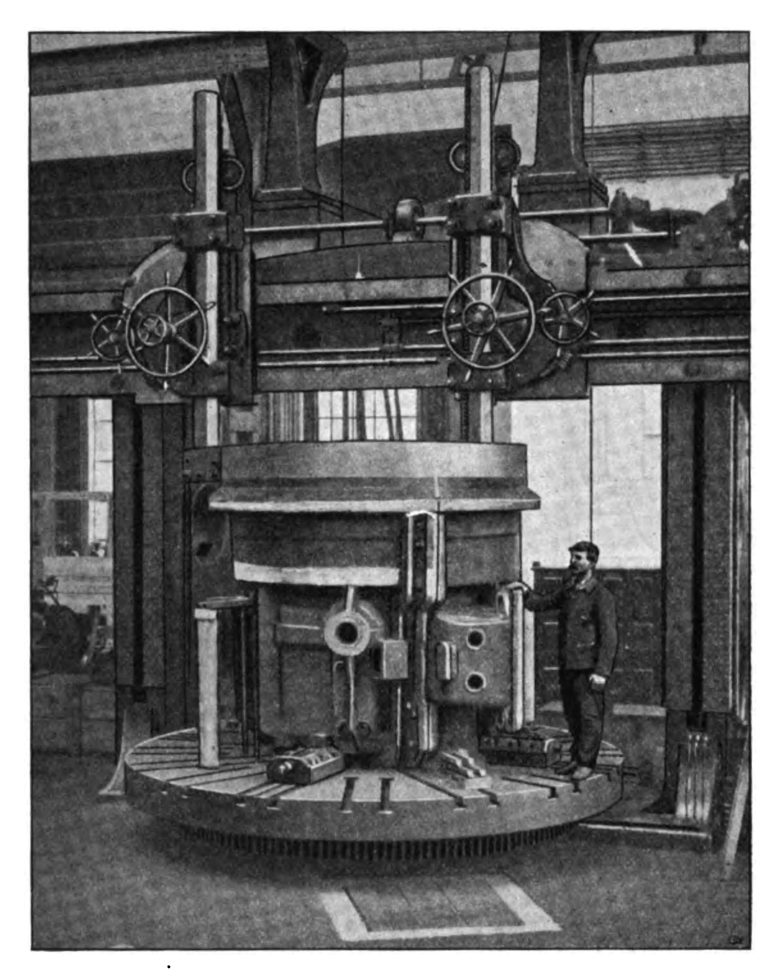


Fig. 431.

Das Drosselventil wird gemäß Fig. 433 ganz entlastet ausgeführt.

Fig. 434 stellt den Öldruckzylinder dar, mit der Vorrichtung die Umlaufzahl durch Verschiebung des Angriffspunktes des Rückführungshebels zu ändern. Das Steuerventil samt Reglerzustellung ist in Fig. 435 abgebildet; beachtenswert ist die Schmierung der Reglerhülse durch selbsttätigen Ölumlauf.

Ein Sicherheitsregler, nach einer Ausführung von Mather & Platt, ist in Fig. 436 abgebildet. Das ausschlagende Schwunggewicht A stößt gegen Hebel B, der Feder C frei gibt, die ihrerseits den Auslösehebel D ausrückt.

Das zugehörige Schnellschlußventil ist nach Fig. 437 ausgeführt, worin D den Auslösehebel bedeutet.

Digitized by Google

Fig. 438 stellt Einzelheiten der Ölpumpe für die Stopfbüchsen dar, die eine sparsame Tropfenschmierung erhalten, sofern sie mit metallischer Packung versehen sind. Bei Kohlenringabdichtung entfällt die Schmierung ganz.

Die Kühlung des Öles erfolgt im hohlen Hauptrahmen mittels der in Fig. 439 und 440 dargestellten Wasserumlaufrohre, die aus Messing oder Kupfer bestehen und in der Rohrwand eingewalzt werden. Der Kühler gehört zu einer Turbine von 850 KW Leistung.

Fig. 432. Fig. 433.

Die Gesamtanlage einer Turbine von 1600 PS in den städtischen Elektrizitätswerken von Stuttgart, gebaut von der Vereinigten Maschinenfabrik Augsburg und Nürnberg, A.-G., ist in Fig. 441 und 442 dargestellt.

Versuchsergebnisse.

Die Ergebnisse der Versuche an der ersten Zoelly-Turbine vom Jahre 1903, die der Verfasser durchführte, sind in Zahlentafel 1 wiedergegeben, da sie, ob-



wohl im Gütegrad durch neuere Ausführungen überholt, einige für das Verhalten der vielstufigen Turbine überhaupt wichtige Ermittelungen enthalten, und zwar:

1. Die Nutzleistung nimmt mit dem absoluten Druck vor dem 1. Leitrad fast genau linear zu. Sie erreicht den Wert Null bei 1,22 kg/qcm abs.

2. Die pro Zeiteinheit durch die Turbine strömende Dampfmenge nimmt mit dem absoluten Admissionsdrucke angenähert linear zu. Ist der Dampf überhitzt, so strömt bei gleichem Admissionsdrucke und gleichem Vakuum ein geringeres Dampfgewicht durch als im gesättigten Zustand.

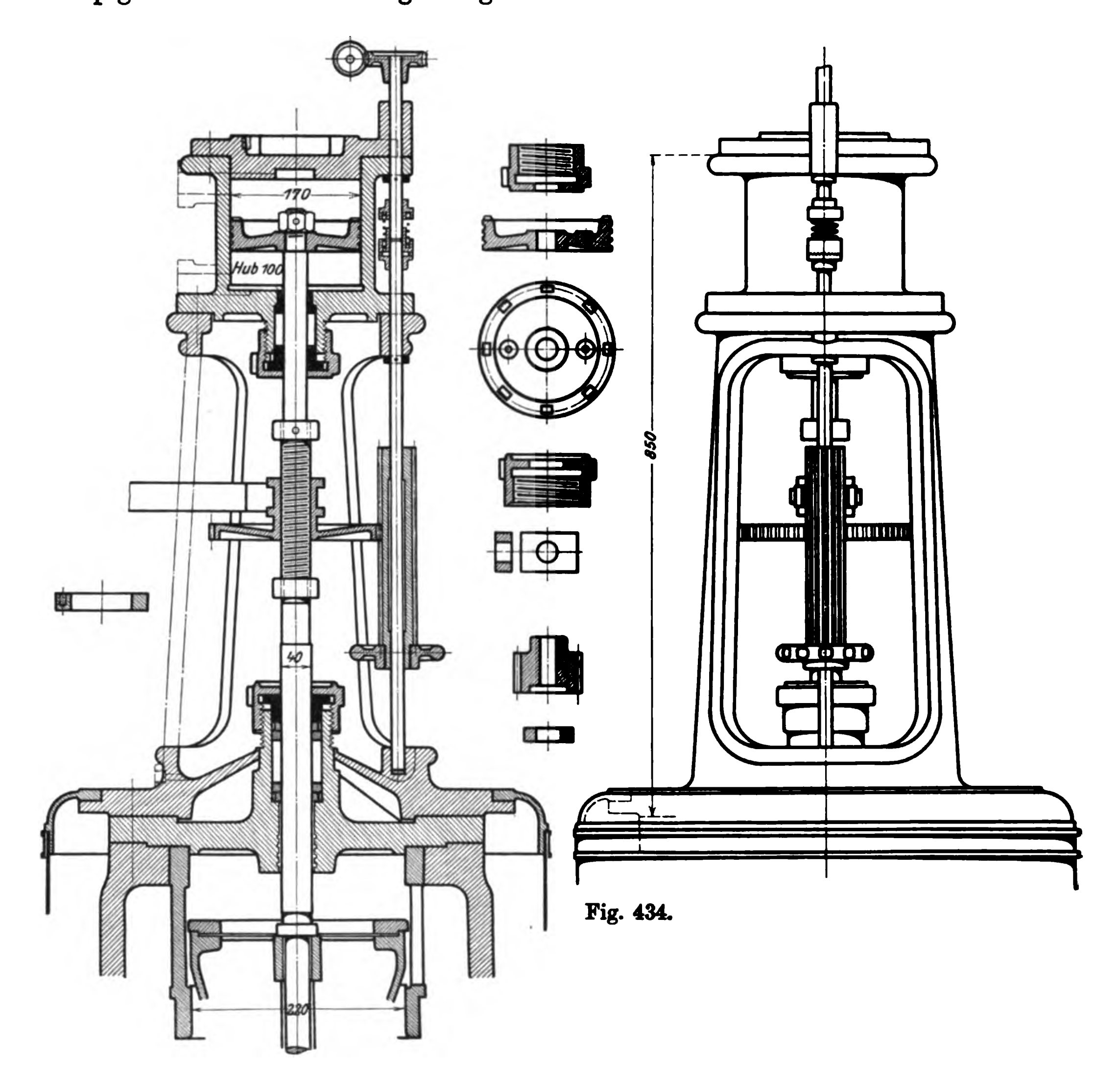


Fig. 434.

3. Der Dampfverbrauch des Leerlaufes beträgt ohne Erregung, aber angehängter Dynamo bloß 7,84 °/₀ des Verbrauches an gesättigtem Dampf der Vollbelastung. Einschließlich der Erregung ist der Verbrauch etwa 12,5 °/₀.

4. Wenn das Vakuum um 0,01 kg/cm^2 (sei rund 1 °/₀) schlechter wird, so nimmt, von 0,06 kg/cm^2 angefangen, der Verbrauch bei gesättigtem Dampfe um ca. 1,8 °/₀ seines Wertes zu. Bei überhitztem Dampfe beträgt die Zunahme etwa 1,5 °/₀.

5. Die Überhitzung liefert 1 °/₀ Gewinn im Dampfverbrauch auf je 5° C Überhitzungstemperatur des Dampfes.

Digitized by Google

Fig. 435.

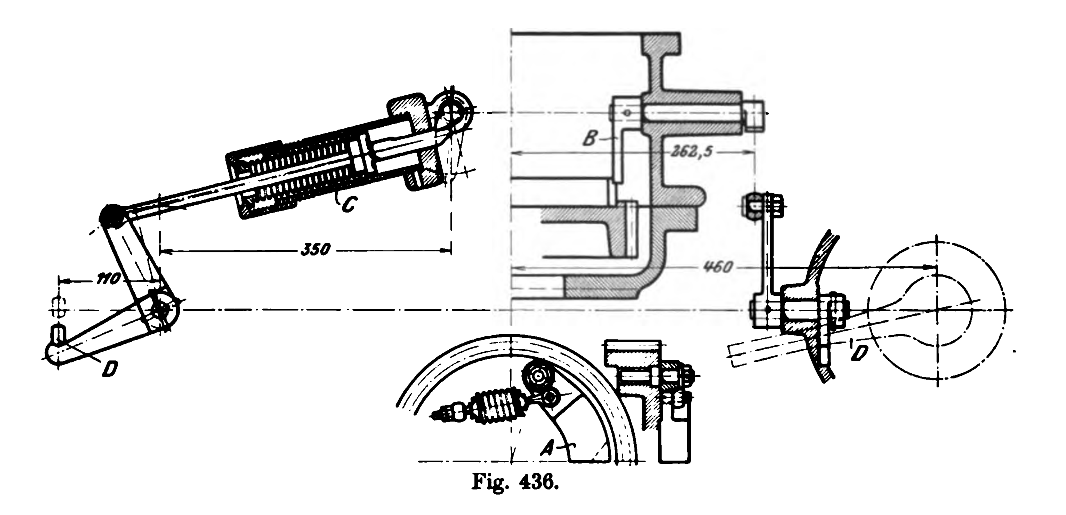


Fig. 436.

Digitized by Google

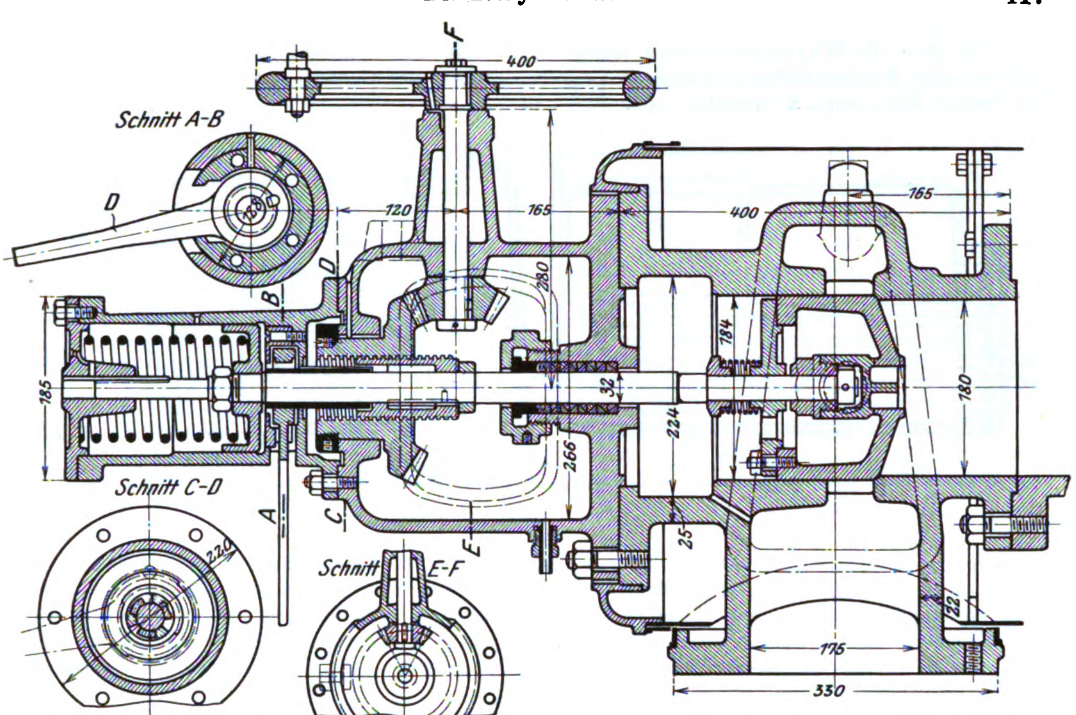


Fig. 437.

6. Beim Übergange von 3229 Umdrehungen auf 1800 Umdrehungen i. d. Min. ändert sich für unveränderten Admissionsdruck die stündliche Dampfmenge um kaum mehr als 1 ‰, sie ist mithin praktisch gesprochen konstant.

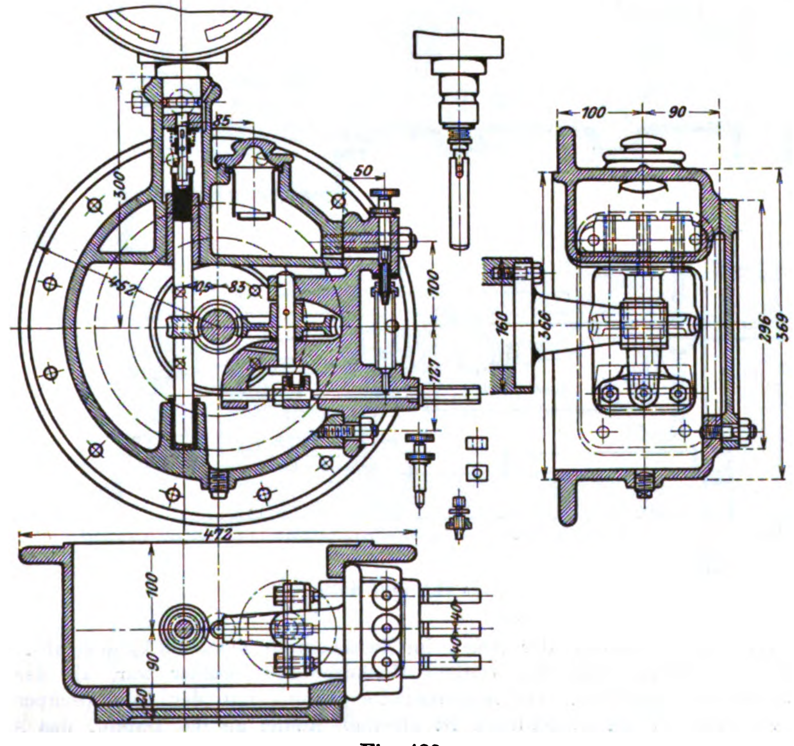


Fig. 438.

Um über die Wärmeströmung durch die Gehäuse Aufschluß zu erhalten, wurde vom Verfasser eine Temperaturbeobachtung an mehreren Stellen der Gehäuse veranstaltet, deren Ergebnisse in der Zahlentafel 2 enthalten sind.

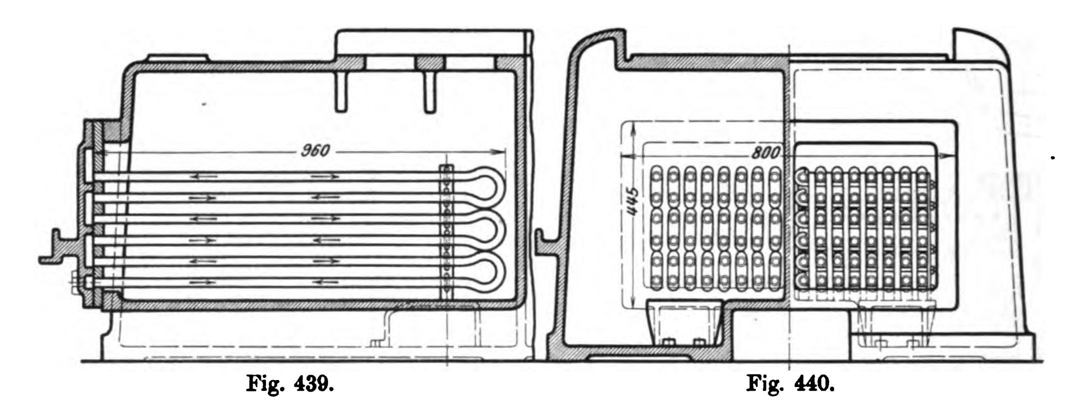


Fig. 439. Fig. 440.

Das Hochdruckgehäuse ist in Fig. 443, dasjenige für die Niederdruckseite in Fig. 443a abgebildet, von welchen Figuren alle Wandstärken entnommen werden können. Die Meßstellen sind durch gleichnamige Buchstaben wie in der Tabelle bezeicnnet. Die Messung erfolgte durch gewöhnliche Thermometer, die mittels dicken Wattepolsters gegen die Wandung gepreßt wurden, was zwar keine absolute, indes praktisch genügende Genauigkeit ergibt. Die in der Stunde durchströmende

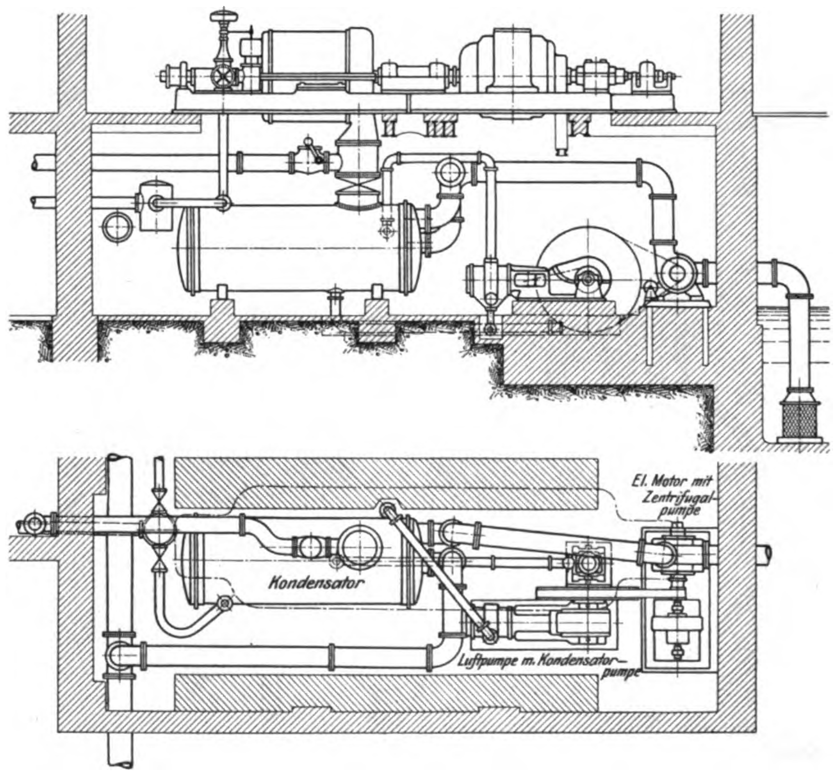


Fig. 441 und 442.

Dampfmenge betrug etwa 4000 kg, der Druck im Zwischenrohr etwa 0,8 kg/qcm abs. Die Durchsicht der Zahlenwerte zeigt, daß das vordere Hochdruckende kühler war, als der Temperatur des Admissionsdampfes entspricht. Die Ausströmseite stimmt mit der Dampftemperatur nahezu überein. Der Vorderdeckel am Niederdruck ist ebenfalls kühler als der Dampf, das Ausströmende stimmt überein.

Digitized by Google

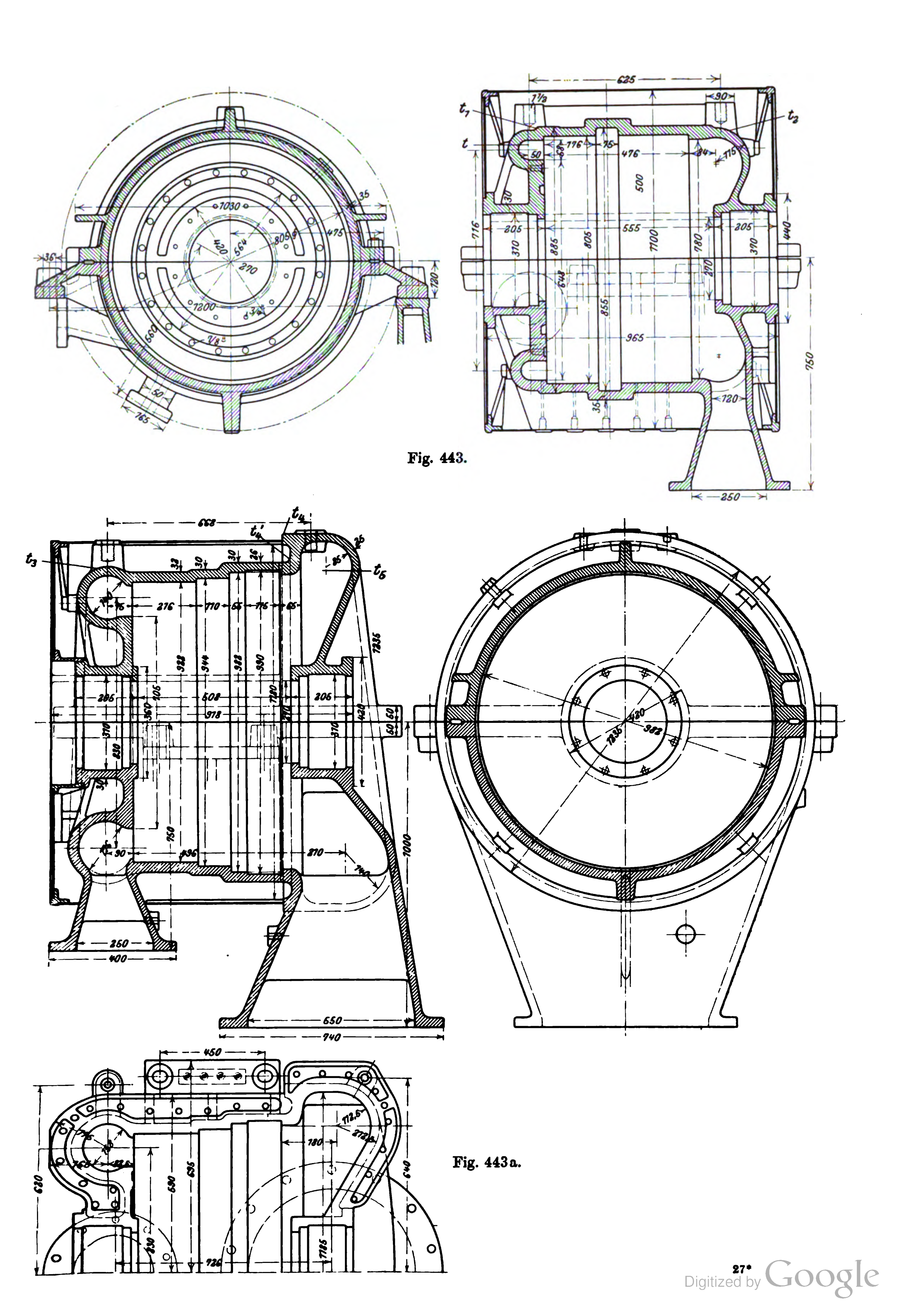

Fig. 443.

Fig. 443a.

Digitized by Google

Zahlen-

Versuche an der ersten Zoelly-Turbine

	Trockener Dampf							
1. Nutzleistung (abz. Erreg., doch ohne Abz. d. Luftp.-Arb.) KW	363,06	387,65	334,51	240,1	182,22	80,13	—	—
2. Umlaufzahl . . . . p. Min.	2967	2967	2977	2883	2984	2995	2995	3000
3. Druck vor dem I. Leitrad Atm. abs.	(10,1)?	10,11	9,03	6,92	5,47	3,07	1,22	0,747
4. Temperatur vor dem I. Leitrad °C	179,9	180,0	175,1	164,9	156,6	136	108,8	102,9
5. Überhitzung vor dem I. Leitrad °C	1,0	0,6	0,6	1,3	2,2	2,4	4,1	11,7
6. Druck im Auspuffrohr Atm. abs.	0,0715	0,0721	0,0679	0,0657	0,0661	0,0521	0,051	0,0514
7. Druck im Kondensator „ „	—	0,046	0,0471	0,051	0,053	0,044	0,044	0,046
8. Gesamter Dampfverbrauch pro Stunde . . kg	3585	3776,6	3368,5	2621,0	2124,2	1202,0	465	295,4
9. Dampfverbrauch pro Nutz-KW-Stunde . . . . „	9,874	9,742	10,070	10,916	11,657	15,00	—	—

Zahlentafel 2.

Gehäusetemperaturen einer 500pferdigen Dampfturbine.

Zeit	Kesseldruck kg/cm² abs.	Temperatur vor dem Ad.-Ventil	Admissionsdruck vor 1. Leitrad kg/cm² abs.	Temperatur des Dampfes t	Gehäusetemperaturen t_1	t_2	t_3	t_4	t_4'	Vakuum (Kondensatorraum) cm Quecks.	Temperatur des Auspuffdampfes t_5
		°C		°C	°C	°C	°C	°C	°C	cm	°C
5^{40}	9,00	231,0	6,60	216,0	185,1	96,7	73,6	53,9	54,2	63,0	54,4
5^{42}	8,80	225,5	6,60	213,0	185,1	96,7	73,5	53,9	54,2	63,0	54,4
5^{43}	8,75	224,0	6,62	207,0	184,7	96,7	73,6	53,9	54,4	63,0	54,5
5^{45}	8,80	233,0	6,70	215,0	184,5	96,8	73,9	54,0	54,4	63,0	54,6

Zahlentafel 3.

Versuche an der 5000 bis 6000 KW-Zoelly-Turbine im Rheinisch-Westfälischen Elektrizitätswerk, 1908.

		Nummer des Versuchs						
		1	2	3	4	5	6	7
Dauer des Versuchs	min	60	60	60	60	60	60	60
Nutzleistung	KW	3871	5053	4975	1255	2602	3743	5118
Uml./min		1025	1021	1025	1025	1020	1025	1025
Wirkungsgrad des Stromerzeugers . . .	v. H.	94,3	95,2	95,1	87,0	92,5	94,2	95,3
Nutzleistung der Turbine	PS.	5620	7330	7250	2000	3860	5443	7345
Druck vor dem Turbinenventil	Atm. abs.	11,7	11,5	11,6	12,1	11,9	11,8	11,3
Temperatur vor dem Turbinenventil .	°C	272	274	281	268	273	278	284
Druck vor dem 1. Leitrad	Atm. abs.	8,0	9,8	9,7	3,5	5,8	7,7	9,4
Temperatur vor dem 1. Leitrad . . .	°C	267	274	284	263	269	279	287
Luftleere im Turbinenausströmrohr . .	v. H.	88,9	88,9	88,4	90,1	90,1	88,8	92,1
Gemessener Dampfverbrauch	kg/KW-st	7,76	7,35	7,32	10,63	8,27	7,69	6,89
Gemessener Dampfverbrauch	kg/PS.-st	5,35	5,07	5,03	6,68	5,58	5,28	4,79
Umgerechneter Dampfverbrauch für 13 Atm. vor der Turbine und 96,5 v. H. Luftleere im Austrittsrohr bei 350° vor der Turbine	kg/KW-st	5,66	5,35	5,32	7,82	6,17	5,67	5,33
	kg/PS.-st	3,92	3,75	3,71	5,00	4,19	3,93	3,73
Thermod. Wirkungsgrad, bezog. a. d. Zust. vor d. 1. Leitr. und elektr. Leist. (ohne Abzug d. Kondensantriebes)	v. H.	64,6	65,5	65,7	55,2	62,5	64,7	64,7
Wärmeverbrauch für die effektive PS-st ausschließlich Kesselverlust . .	WE	3830	3638	3637	4780	4000	3810	3480

Digitized by Google

tafel 1.

von 500 PS Leistung (Dez. 1903 u. Jan. 1904).

Veränderte Umlaufzahl							Schlechtes Vakuum		Überhitzung			Schlecht. Vakuum
Kleinere Leistung			Normale Leistung									
295,5	279,52	242,06	(396,6)	(399,9)	(403,9)	(374,1)	288,7	318,68	391,66	389,6	390,4	305,43
3229	2430	1890	3048	3122	3229	2649	2982	2982	2972	2973	2968	2960
7,96	7,96	7,96	10,08	10,08	10,08	10,08	9,41	9,48	9,72	9,72	9,80	9,43
171,2	172,0	172,2	180	180,1	180,2	179,2	176,7	176,9	216,5	219	216,5	224,5
2,0	2,8	3,0	0,8	0,9	1,0	0,0	0,4	0,3	38,9	41,4	38,5	45,6
0,0683	0,0665	0,0682	0,0696	0,0695	0,0696	0,0690	0,1922	0,137	0,0653	0,0664	0,0692	0,213
0,051	0,046	0,048	—	—	—	—	—	—	0,040	0,042	0,042	0,203
2980,1	2978,4	2974,9	(3770)	(3770)	(3770)	(3770)	(3500)	(3516)	3381,1	3327	3505,7	(3225)
10,07	10,653	12,29	(9,50)	(9,43)	(9,33)	(10,08)	(12,12)	(11,03)	8,633	8,539	8,98	(10,56)

Zahlentafel 4.

Versuche an Zoelly-Turbinen mittlerer und kleiner Leistung.

Ort der Aufstellung		Buderus'sche Eisenwerke in Collar			Helsingfors				Ölfabrik Bremen			Stuttgart-Münster		
Versuch Nr.		1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3
Belastung der Turbine . . .	PS_e	257	470	504	0	562	1061	1253	1164	852	1575	1685	2373	3585
Umlaufzahl pro Minute . .		3038	3030	3010	3000	3010	3000	3000	3004	3001	2999	1504	1508	1501
Abs. Druck vor der Turbine	kg/qcm	9,05	8,5	8,56	13,5	13,95	13,8	13,9	11,9	12,79	11,2	13,45	12,96	13,48
Temperatur vor der Turbine	°C	308,8	330,6	312,4	250	299	305,7	304	298,5	316,4	300	315,6	317,9	319,4
Abs. Kondensatordruck . .	kg/qcm	0,027	0,034	0,033	0,054	0,033	0,042	0,052	0,0431	0,0401	0,0472	0,040	0,049	0,067
Gesamter Dampfverbrauch .	kg/st	1391	2304	2556	646	2715	4925	5780	5380	3920	7030	7845	10723	16070
Dampfverbrauch für die PS_e	kg/st	5,42	4,90	5,07	—	4,83	4,63	4,61	4,62	4,61	4,47	4,66	4,52	4,48
Wärmeinhalt des Dampfes beim Eintritt	i_1	735,2	746,3	737,0	701,8	727,2	731,0	730,0	728,2	736,7	729,6	736,2	737,8	738,2
Theoret. Dampfverbr. f. d. PS_e	kg/st	2,77	2,81	2,87	3,09	2,74	2,81	2,88	2,89	2,79	3,01	2,77	2,84	2,98
Thermodyn. Wirkungsgr. bez. auf eff. Leistung u. Zust. vor d. Turb. ohne Abzug d. Kondensatorarbeitsbedarfs . .	v. H.	51,2	57,4	56,5	—	56,9	60,9	62,4	62,6	60,5	67,5	59,5	62,8	66,6

Zur Berechnung der Wärmeströmung werde am Hochdruck ein mittlerer Durchmesser von 840 mm und zwischen den Punkten t_1 auf t_2 eine gestreckte Länge von 600 mm, ferner eine Wandstärke von 35 mm angenommen. Würde die Strömung sich nach dem Temperaturgefälle, z. B. für den um 5h 40 beobachteten Zustand richten, so hätte man $t_1 - t_2 = 88.4^\circ$ C, und wenn der Wärmeleitungskoeffizient $\lambda = 50$ WE/qm/st gesetzt wird, so erhielte man nach der Formel

$$Q = \lambda \frac{F}{L} (t_1 - t_2)$$

eine Wärmemenge von rd. 600 WE/st. Für den Niederdruck ergäbe sich mit $D_m = 950$, $L = 630$ $\delta = 30$, für die Meßpunkte t_3 und t_4' mit $t_3 - t_4' = 19,7^\circ$ C; $Q = 140$ WE/st. Diese geringen Wärmemengen sind bei 4000 kg Dampf in der Stunde ganz und gar vernachlässigbar.

Auch die Strahlung dürfte bei guter Einhüllung ohne Bedeutung sein. Die mittlere Temperatur des Hochdruckgehäuses können wir zu 141° C ansetzen. Wenn die Oberfläche zu rd. 3,13 qm eingeschätzt wird und wir annehmen, daß bei der erwähnten Mitteltemperatur pro Quadratmeter Oberfläche 1 kg Dampf kondensiert, oder rd. 650 WE/st ausgestrahlt werden, so erhalten wir rd. 2040 WE. Für den Niederdruck ist $t_m = 63,7^\circ$, man darf also im Verhältnis etwa 300 WE/qm/st als Strahlungswärme annehmen. Bei etwa 4,27 qm Oberfläche verlieren wir also 1280 WE/st. Die

Digitized by Google

Gesamtsumme dieser Verluste macht bloß rd. 4000 WE/st aus. Wenn wir $4000 \cdot 150 = 600000$ WE als „verfügbare, d. h. in Arbeit umwandelbare Wärme" rechnen, so beträgt der Gesamtverlust rd. $^2/_3$ %, kann also bei gewöhnlichen Versuchen ohne weiteres vernachlässigt werden.

Die neueren Ausführungen von Zoelly-Turbinen weisen die in den Zahlentafeln 3 und 4 und den Fig. 444, 445 dargestellten Ergebnisse auf. Erstere bezieht sich

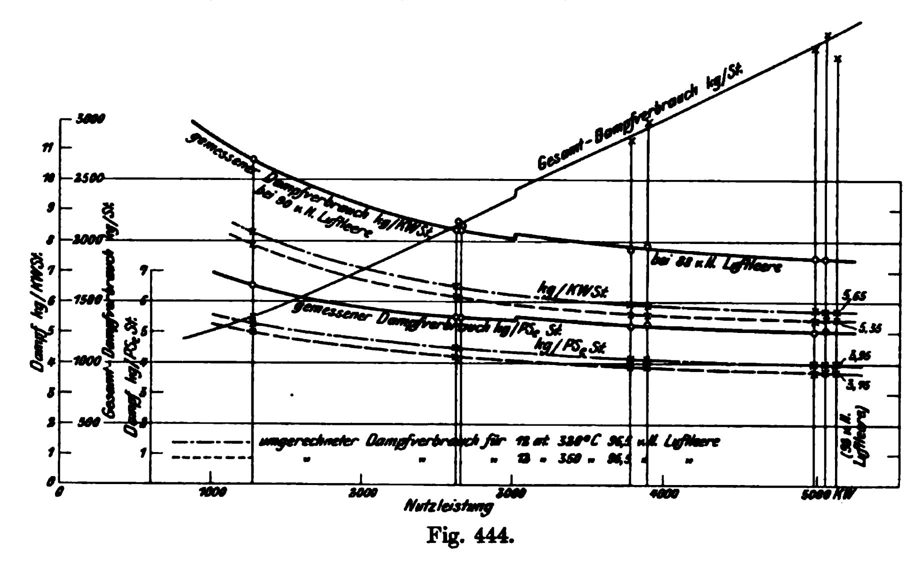


Fig. 444.

auf Versuche an einer Turbine mit 5000 KW Leistung, 1000 Uml./min, 20 Druckstufen und 120 m/sek größter Umfangsgeschwindigkeit, die vom Dampfkessel-Überwachungsverein der Zechen im Oberbergamtsbezirk Dortmund durchgeführt worden sind. Fig. 445 stellt die Ergebnisse an einer 1500 KW Turbine in Lille dar mit 1500 Uml./min, 16 Druckstufen und 132 m/sek größter Umfangsgeschwindigkeit.

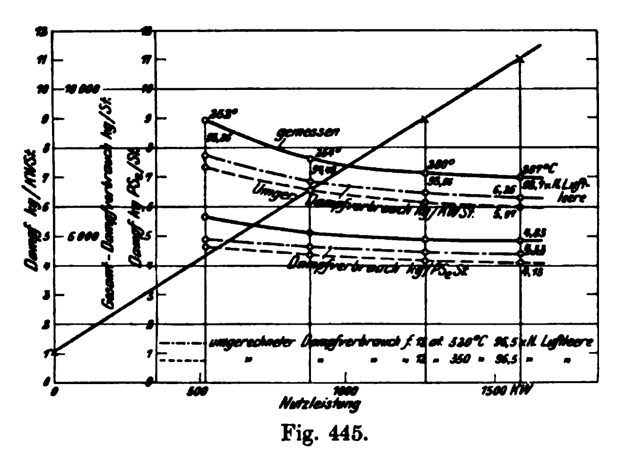


Fig. 445.

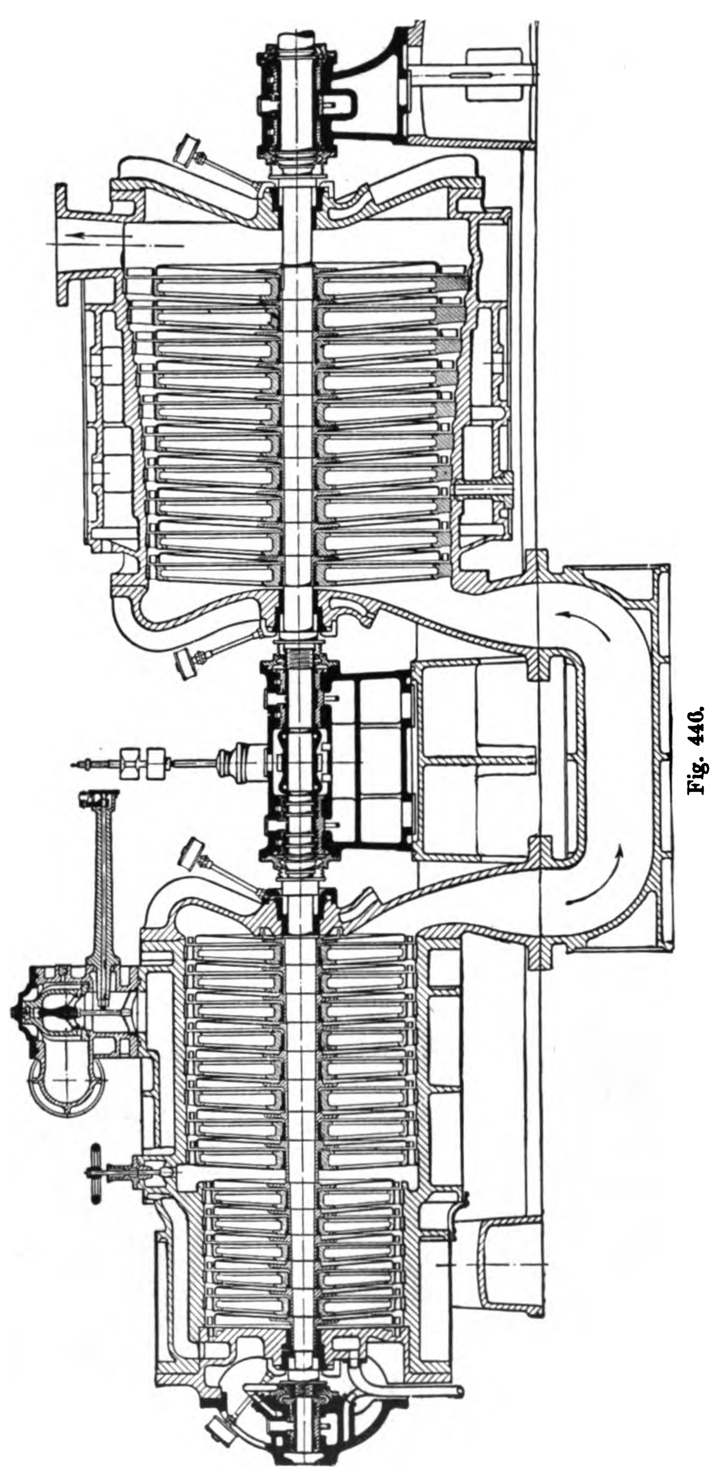
Die Versuchszahlen sind von der Firma Escher-Wyss & Cie. auf die heute erreichbare Überhitzung und auf höheren Anfangsdruck, wie auch eine tiefere Luftleere umgerechnet worden, wobei man, was die Überhitzung anbelangt, eine Verbesserung von 1 v. H. auf 6° Dampftemperatur rechnete. Der Gewinn infolge höheren Anfangsdruckes und besseren Vakuums wurde mit dem vollen theoretischen Werte angesetzt, in der Meinung, daß dies Ergebnis von einer für das tiefe Vakuum von vornherein entworfenen Turbine zu erwarten wäre.

Beachtenswert sind die in Zahlentafel 4 zusammengestellten Ergebnisse kleinerer Turbinen. So sind an einer 300 KW-Einheit bei 330° C Dampftemperatur, 8 Atm. Anfangsüberdruck, 96,5 v. H. Luftleere, 7,32 kg/KW-st als Verbrauch festgestellt worden, was bei 91 v. H. Dynamowirkungsgrad 4,9 kg Dampfverbrauch für die effektive PS-st bedeutet. Die Firma Escher-Wyss & Cie. weist mit Recht darauf hin, daß angesichts dieser Zahlen die Ansicht, die Dampfturbine sei nur bei großen Leistungen im Dampfverbrauch der Kolbenmaschine gleichwertig, nicht mehr zutreffe.

Digitized by Google

113. Die Rateau-Turbine.

A. M. Rateau ist einer der Vorkämpfer des Dampfturbinenbaues und führte schon in den 90er Jahren des vorigen Jahrhunderts in Verbindung mit dem Hause Sautter, Harlé & Cie. in Paris kleinere Gleichdruckturbinen mit tangentialer Beaufschlagung und einer Schaufelung aus, die der Versuchsschaufel Fig. 102 ähnlich war. Gegen 1897—98 trat das genannte Haus mit Verbundturbinen, die aus zwei hintereinander geschalteten Gleichdruckrädern bestanden, vor die Öffentlichkeit. Im Jahre 1900 wurden an der Pariser Weltausstellung dem Preisgericht die Bestandteile und Zeichnungen einer 1000 pferdigen Torpedobootmaschine vorgewiesen[1]), die als vielstufige Gleichdruckturbine gebaut war und als erstes Exemplar des Systems „Rateau" anzusehen ist.


Fig. 446.

Die ursprünglich übliche Bauart war, wie Fig. 446 veranschaulicht, zweigehäusig. Das Hochdrucklager ist mit dem Deckel verschraubt; die Welle in der Mitte getrennt, durch das als Kupplung ausgebildete Regulatorantriebsrad verbunden.

Kleinere Einheiten wurden jedoch auch eingehäusig ausgeführt, wie an den weiter unten besprochenen Konstruktionen von Lizenzfirmen Rateaus ersichtlich ist.

Die bei Sautter, Harlé & Cie. beliebte allgemeine Anordnung zeigt Fig. 447.

[1]) Das Preisgericht, dem Verfasser als Mitglied angehörte, beschloß, von einer Prämierung abzusehen, da Betriebsergebnisse noch mangelten.

Digitized by Google

Konstruktion der Einzelteile.

Die Leitschaufeln werden aus Nickelstahl hergestellt und in nicht näher beschriebener Weise in die geteilten Leiträder eingesetzt (Fig. 448).

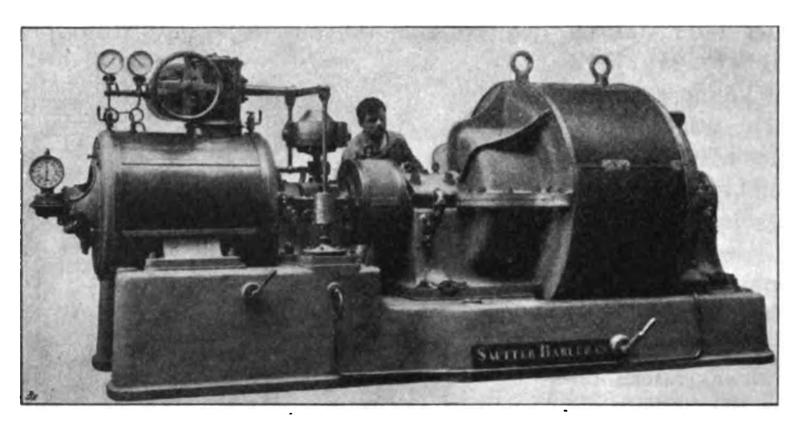


Fig. 447.

Die Laufschaufeln bestehen ebenfalls aus Nickelstahl und werden bei hohen (Dampf- und Umfangs-) Geschwindigkeiten nach Fig. 449 gefräßt, bei kleineren Geschwindigkeiten nach Fig. 449a gepreßt. In beiden Fällen erfolgt die Befestigung am Laufradumfang durch Vernietung.

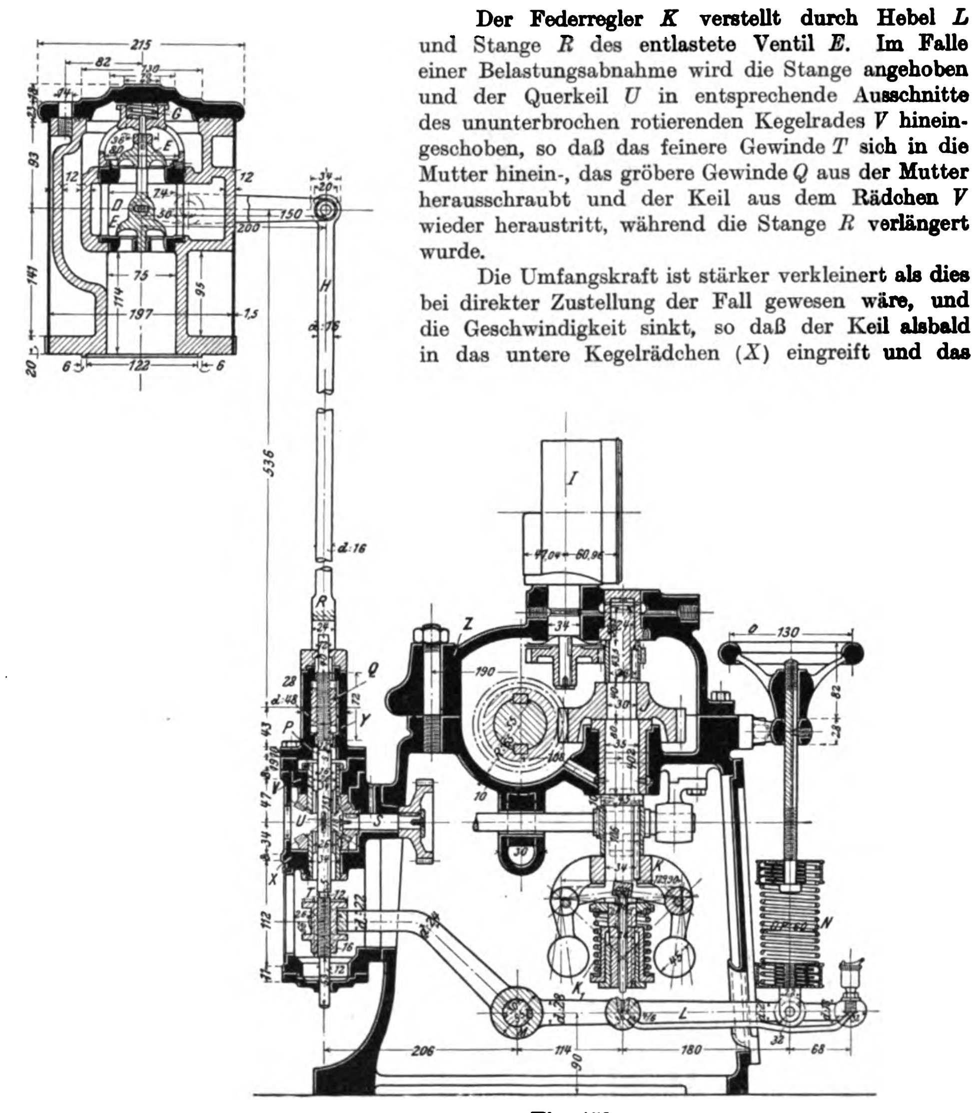
Fig. 448.

Fig. 449. Fig. 449a. Fig. 450.

Digitized by Google

Die Laufräder werden bis 500 mm Durchmesser geschmiedet, darüber hinaus aus zwei Stahlblechen und eingenieteter Stahlnabe gebildet (Fig. 450). Die weiten Bohrungen dienen zum Druckausgleich.

Die Regelung ist direkt wirkend und beruht auf Drosselung unter Zuhilfenahme des sogenannten Kompensators Denis (Fig. 451).



Der Federregler K verstellt durch Hebel L und Stange R des entlastete Ventil E. Im Falle einer Belastungsabnahme wird die Stange angehoben und der Querkeil U in entsprechende Ausschnitte des ununterbrochen rotierenden Kegelrades V hineingeschoben, so daß das feinere Gewinde T sich in die Mutter hinein-, das gröbere Gewinde Q aus der Mutter herausschraubt und der Keil aus dem Rädchen V wieder heraustritt, während die Stange R verlängert wurde.

Die Umfangskraft ist stärker verkleinert als dies bei direkter Zustellung der Fall gewesen wäre, und die Geschwindigkeit sinkt, so daß der Keil alsbald in das untere Kegelrädchen (X) eingreift und das

Fig. 451.

Ventil wieder etwas angehoben wird. Der schließliche Ausgleich findet erfahrungsgemäß nahezu bei der ursprünglichen Umlaufzahl statt.

Fig. 452, 452a zeigen die früher in Oerlikon beliebte Ausführung des Drosselventiles, welches, um ohne Klemmen mit hinreichend kleinem Spiel eingeschliffen werden zu können, vom Schneckenrade B in sanfter Drehung erhalten wurde. Der Regler greift an Gabel E an und bewegt den Schieber A mittels Hebels C. Ventil D bildet die Hauptabschließung und kann von Hebel H aus durch den Sicherheitsregler ausgelöst werden.

Digitized by Google

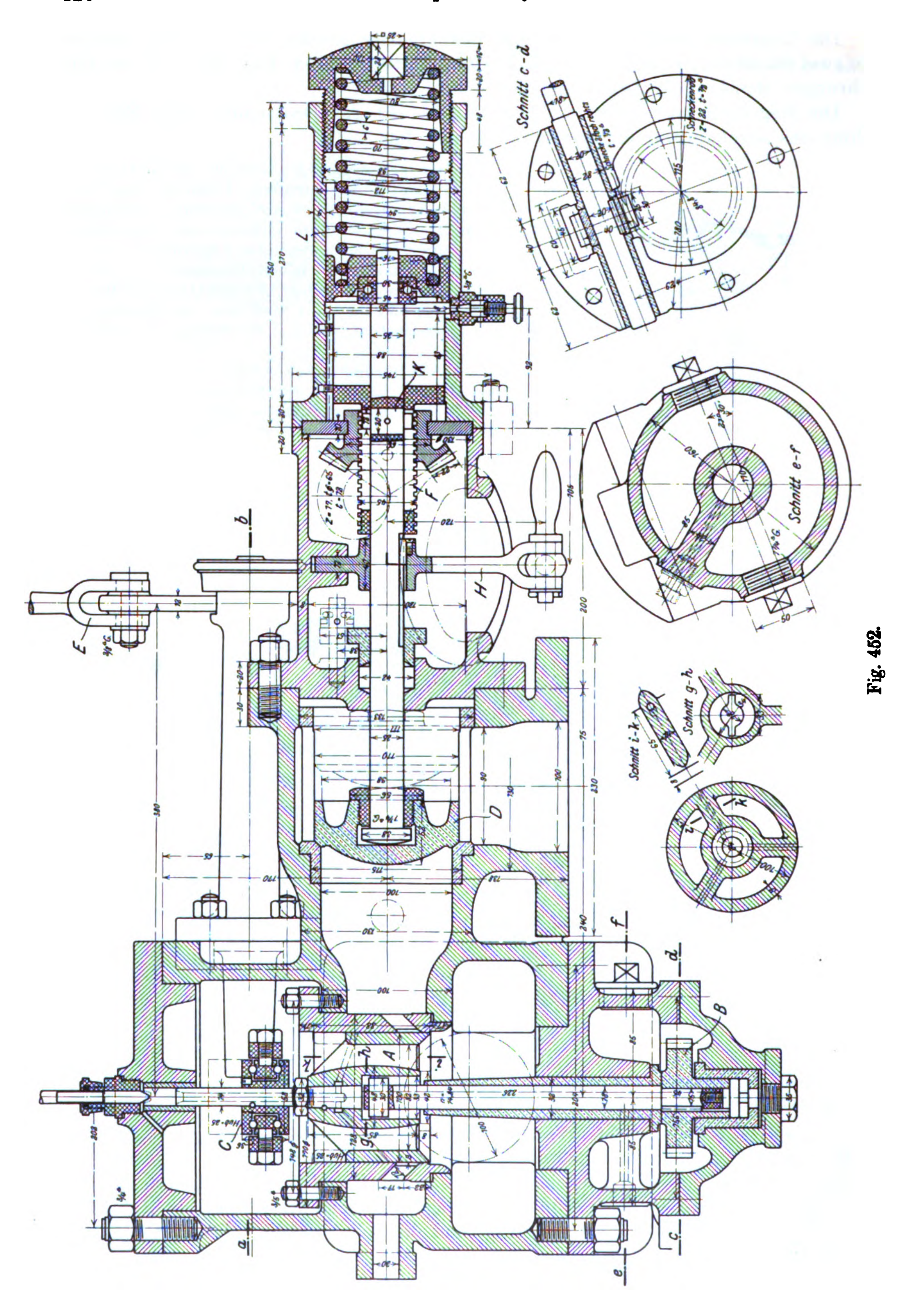


Fig. 452.

Digitized by Google

Versuchsergebnisse.

In Zahlentafel 1 sind die hauptsächlichen Ergebnisse zusammengestellt, die der Verfasser im Anfang des Jahres 1903 an einer 500pferdigen Dampfturbine festgestellt hat. Die Angaben sind auf den Zustand vor dem 1. Leitrad bezogen, da der Druck vor der Turbine infolge Nebenverwendung

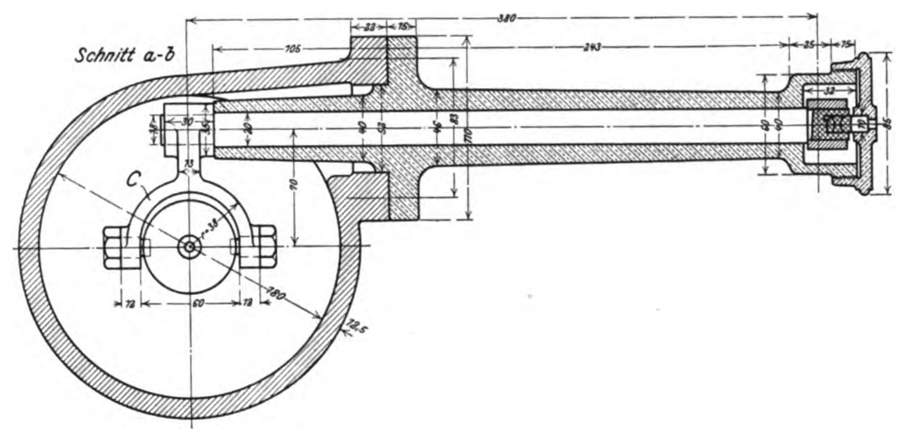


Fig. 452a.

der Kessel im Fabrikbetriebe schwankte. Die Turbine zeigt die typischen Merkmale der Gleichdruckturbine. Versuch Nr. VII, mit halber Umlaufzahl durchgeführt, läßt wieder die im ganzen durchströmende Menge von der Umlaufzahl unabhängig erscheinen.

An einer Turbine gleicher Größe indes mit im Hochdruckteil verkleinerten Leitradquerschnitten wurden von der Firma Sautter, Harlé & Cie. die in Fig. 453 dargestellten noch günstigeren Ergebnisse erzielt.

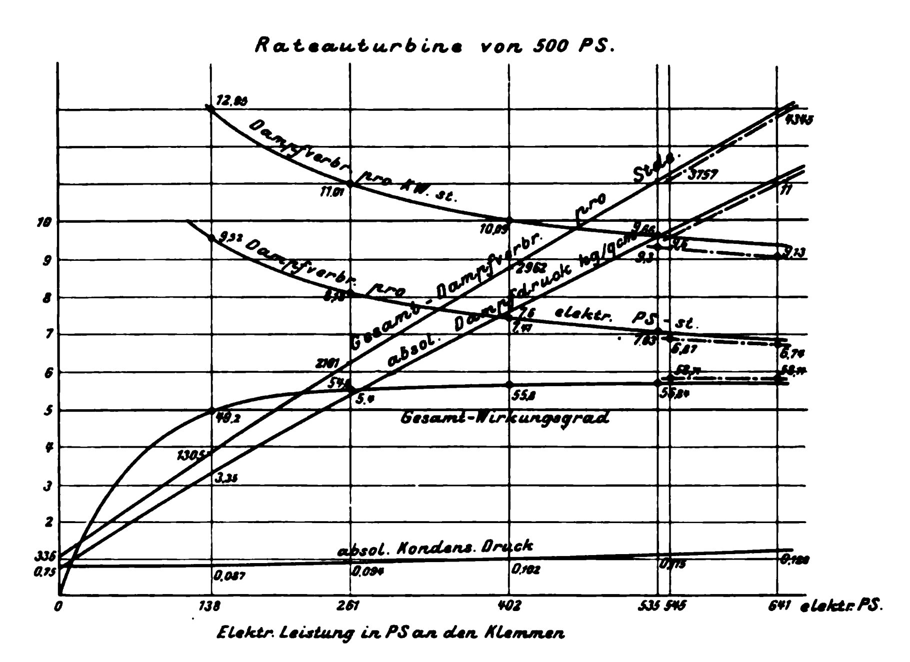


Fig. 453.

Zahlentafel 1.

Versuche mit einer Rateau-Turbine von Sautter, Harlé & Cie., Paris. 1903.

Bezeichnung des Versuches	Nummer									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1. Leistung an den Dynamoklemmen KW	Leer ohne Erreg.	Leer ohne Erreg.	58,45	107,5	172,35	279,9	127,9	366,0	440,1	462,9
2. Tourenzahl . . p. Min.	2196	2181	2186	2184	2181	2190	1054	2101	2200	2360
3. Dauer . . . . . Min.	30	18	25	40	50	35	20	180	30	22
4. Absoluter Druck vor dem 1. Leitrad kg/cm	0,66	0,875	2,28	3,14	4,49	6.71	4,54	8,43	10,1	10.71
5. Temperatur vor dem 1. Leitrad . . °C	118,3	124,6	141,5	152,4	164,9	174	165,3	182,1	185,9	193,9
6. Sättigungstemperatur vor dem 1. Leitrad . . . . . °C	83,7	95,4	123,7	134,3	147,0	162,4	147,4	171,6	179,3	181,8
7. Überhitzung vor dem 1. Leitrad . °C	34,6	29,2	17,8	18,1	17,9	11,6	17,9	10,5	6,6	12,1
8. Absoluter Druck am Zwischenrohr °C	0,120	0,140	0,266	0,383	0,545	0,802	0,546	0,999	1,20	1,24
9. Absoluter Druck am Auspuffrohr kg/qcm	0,106	0,103	0,088	0,091	0,0935	0,106	0,091	0,115	0,131	0,151
10. Temperatur des Kühlwassers, Eintritt . . . . . . °C	12,9	11,5	12,2	17,5	16,5	18,2	16,72	15,8	16,04	21,5
11. Temperatur des Kühlwassers, Austritt . . . . . . °C	14,3	13,2	16,6	22,9	24,0	28,0	24,4	26,8	27,7	33,8
12. Temperatur des Kondensates . . °C	—	23.0	20,0	21,4	22,5	27,0	23,7	29.8	32,5	40
13. Totaler Dampfverbrauch pro Stunde kg	338,0	445,6	1003,2	1483,5	2044,8	2976,0	2085,0	3754,0	4385,0	4640,5
14. Dampfverbrauch pro KW-st (exkl. Luftpumpenarbeit) kg	—	—	17,16	13,80	11,86	10,63	16,30	10,25	9,96	10,02
15. Wirkungsgrad der Dynamos . . . . v.H.	—	—	74,0	84,0	90,2	92,0	86,0	92,4	93	93,3
16. Effektive Leistung der Turbine . . . PS_e	—	—	107,3	174,0	260,2	422,5	202,0	538,2	643	674,1
17. Dampfverbrauch pro effekt. PS-st (exkl. Luftp.-Arb.) kg	—	—	9,35	8,52	7,86	7,04	10,32	6,97	6,82	6,88
18. Thermodyn. Wirkungsg. bez. auf d. elektr. Nutzleist. u. auf d. Dampfzust. vor d. 1. Leitrad (ohne Abzug der Luftparb.) . . . v. H.	—	—	41,2	49,1	52,1	53,7	37,6	54,3	54,7	54,7

114. Die Rateau-Turbine der Skodawerke in Pilsen.

Die Skodawerke in Pilsen führen Rateau-Turbinen der in den Fig. 454 bis 454o dargestellten Bauart aus. Die Turbine erhält bloß ein Gehäuse und wird mit der Dynamo durch eine nachgiebige Kupplung verbunden. Da das vordere Lager am Deckel ankonstruiert ist, ist die Wärmedehnung des hohen Vorderfußes unschädlich. Die Räder sind mit der Nabe in einem Stück geschmiedet.

Die Herstellung der Schaufeln nach dem Verfahren von Ott wurde in Abschn. 71 besprochen.

Digitized by Google

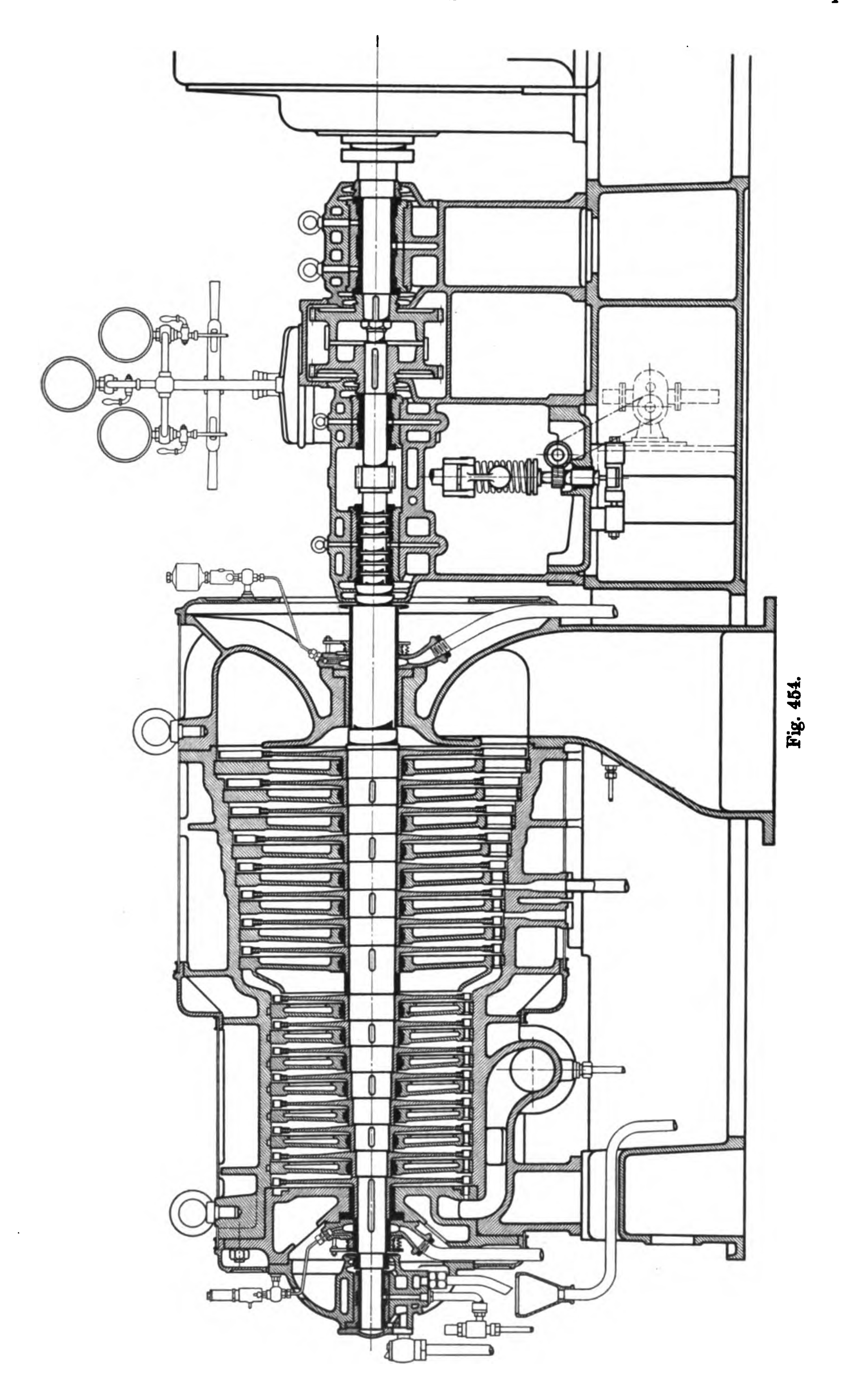


Fig. 454.

Digitized by Google

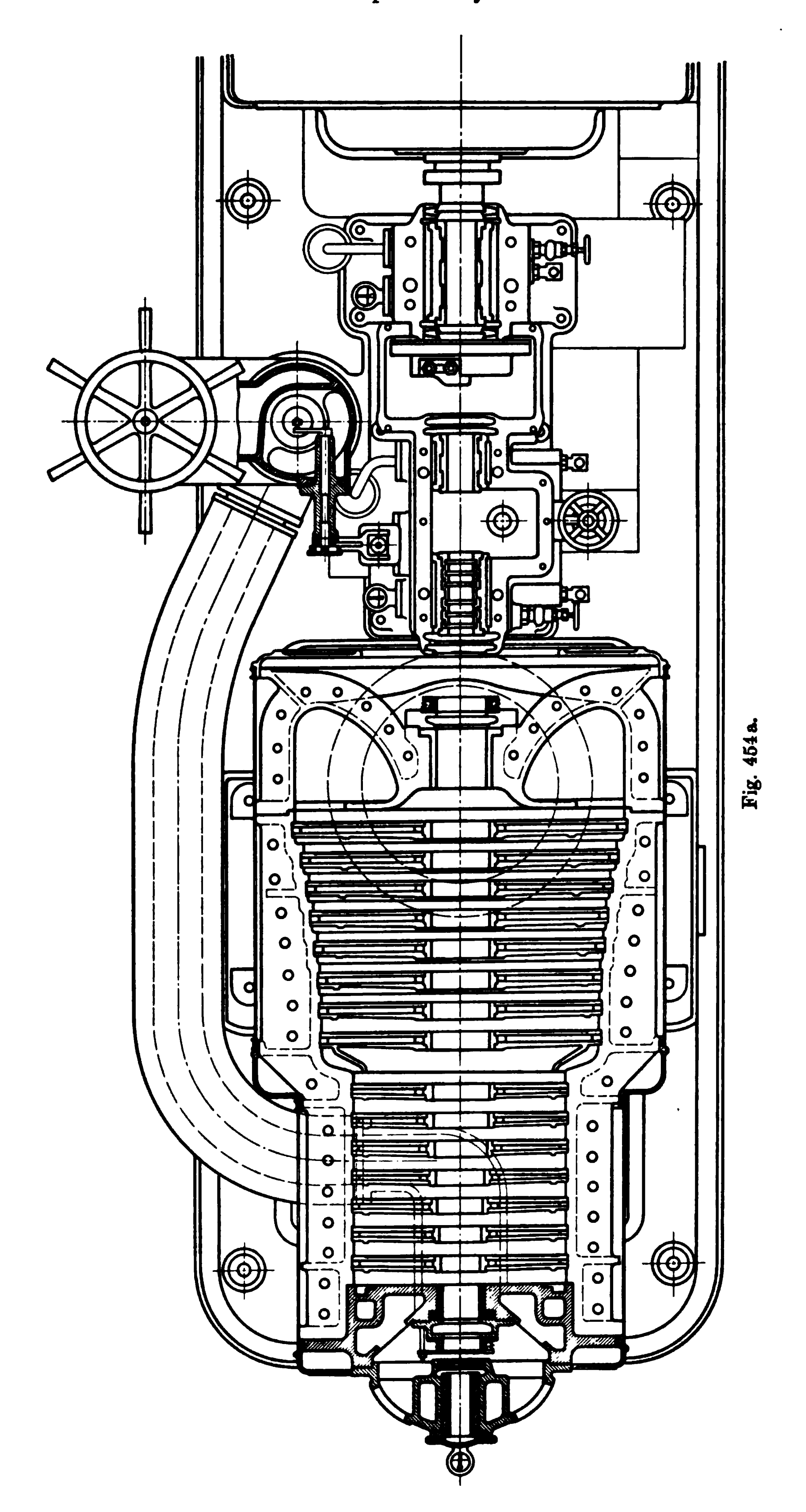


Fig. 454 a.

Digitized by Google

Fig. 454b veranschaulicht die von Sautter, Harlé & Cie. übernommene Regelung mit dem Kompensator Denis in seiner etwas abweichenden konstruktiven Ausbildung.

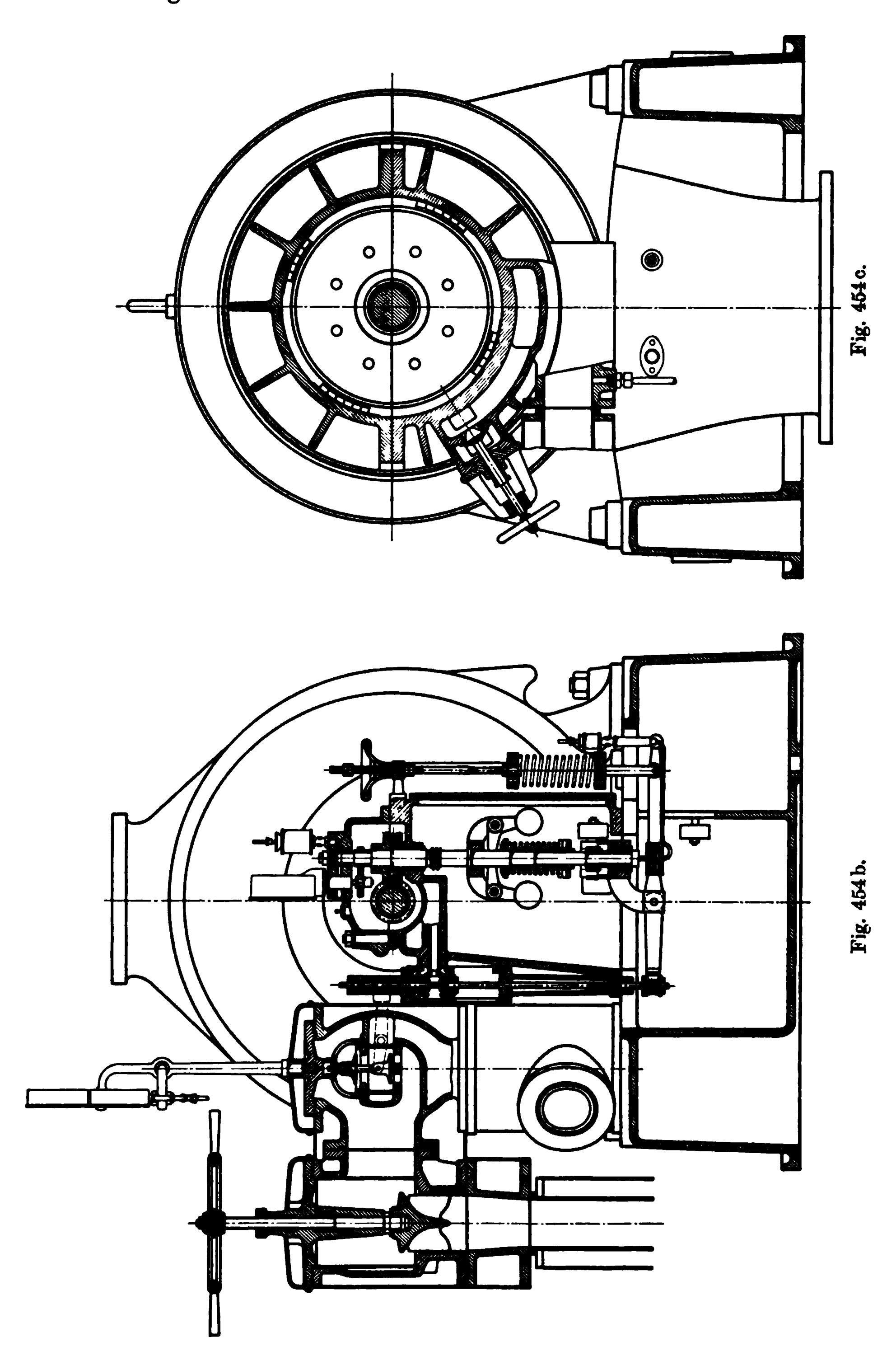


Fig. 454c.

Fig. 454b.

Digitized by Google

115. Turbine der Maschinenfabrik Oerlikon.

Die Maschinenfabrik Oerlikon konstruierte ursprünglich als Lizenzfirma Rateaus Turbinen seines Systems, die in allen Stücken mit den Ausführungen des Hauses Sautter, Harlé & Cie. übereinstimmten.

Im Laufe der Zeit sind Änderungen einschneidender Art eingeführt worden, so daß sich die heutige Turbine vom Rateauschen System grundsätzlich unterscheidet. Das Bestreben richtet sich vor allem auf eine Verringerung der Verluste,

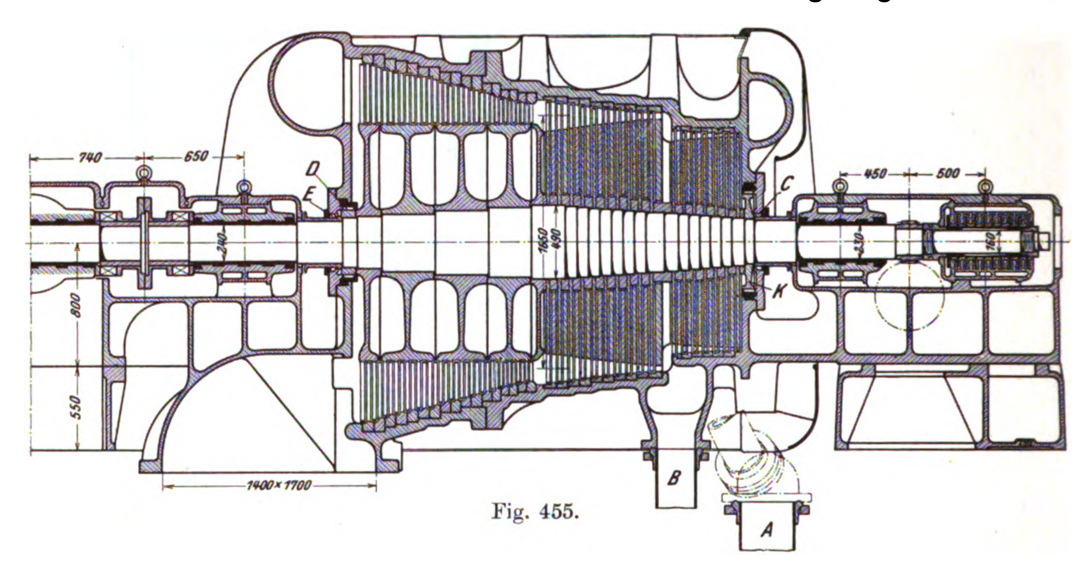
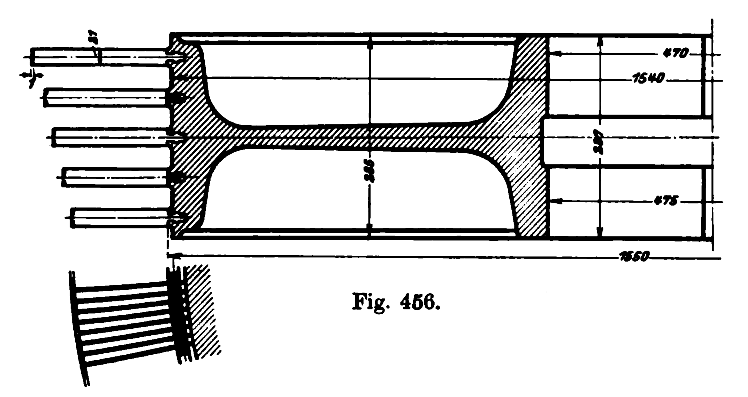


Fig. 455.

die infolge der teilweisen Beaufschlagung der ersten Räder auftreten, zu welchem Behufe gemäß dem schweiz. Pat. Nr. 35688 die Maschinenfabrik Oerlikon und J. Karrer die Beaufschlagung für eine Gruppe von Leiträdern mit konstanter Bogenlänge so ausgeführt haben, daß die Auslaßgeschwindigkeit eines Laufrades nach Tunlichkeit im darauffolgenden Leitrad verwendet werden kann. Die erforderliche Vergrößerung der Strömungsquerschnitte wird durch Verlängerung der Schaufeln erzielt. Im Zusatzpat. Nr. 35688/633 der Maschinenfabrik Oerlikon und J. Karrer


Fig. 456.

wird weiterhin der Gedanke geschützt, das letzte Rad der oben erwähnten Gruppe mit zwei Geschwindigkeitsstufen zu versehen, um die Auslaßgeschwindigkeit vollends auszunutzen.

Im weiteren baut die Maschinenfabrik Oerlikon bei großen Einheiten die Niederdruckstufen als Trommeln, ohne Scheidewände, um die Stufenzahl vermehren und die Wellenlänge kürzen zu können, indem sie grundsätzlich an der Verwendung „starrer" Wellen (d. h. einer Umlaufzahl, die unter der kritischen gelegen ist) festhält.

Digitized by Google

Eine Turbine für 10000 PS Leistung bei 750 Uml./min, bei der diese Gesichtspunkte zum Ausdruck kommen, ist in Fig. 455 abgebildet. Hier bilden 7 Hochdruckräder eine erste, 10 Mitteldruckräder eine zweite Gruppe und 17 Niederdruckstufen sind nach dem Trommelsystem angeordnet. Fig. 456 bringt die Einzelheiten des Trommelrades in vergrößertem Maßstabe. Der nicht ausgeglichene **axiale Dampfschub** wird **im wesentlichen durch das Kammlager** aufgenommen. Der kleine Entlastungskolben *K* vermag im Grunde nur etwa den Überdruck auf die stark verdickte Welle auszugleichen und dient zugleich als erste Stopfbüchse. *A* bedeutet den Dampfeintritt, *B* die Zuleitung für Überlastungsdampf. Der vordere Lagerständer ist auf einer Grundplatte gleitbar aufgestützt.

Fig. 457 stellt die sehr einfache Bauart einer 350 KW-Hochdruckmaschine mit 3000 Uml./min und bloß drei Druckstufen dar.

Die Regelung erfolgt durch Drosseln in der durch Fig. 458 und dem Schaubild Fig. 459 (mit verdecktem Turbinengehäuse) dargestellten und im schweiz. Patent Nr. 38716 geschützten Anordnung. *A* bedeutet die Dampfeinströmung, *B* das Abschlußventil, *C* den Drosselschieber, der bei höchstem Hube die zur Überlastung führende untere Abteilung *D* öffnet. *E* ist dessen Kraftzylinder, *F* das Steuerventil, das vom Regler *K* in üblicher Weise mit einfacher Rückführung betätigt wird. Von einer und derselben Räderölpumpe *H* wird nun mittels Ventiles *G* und des Kraftzylinders *Q* auch

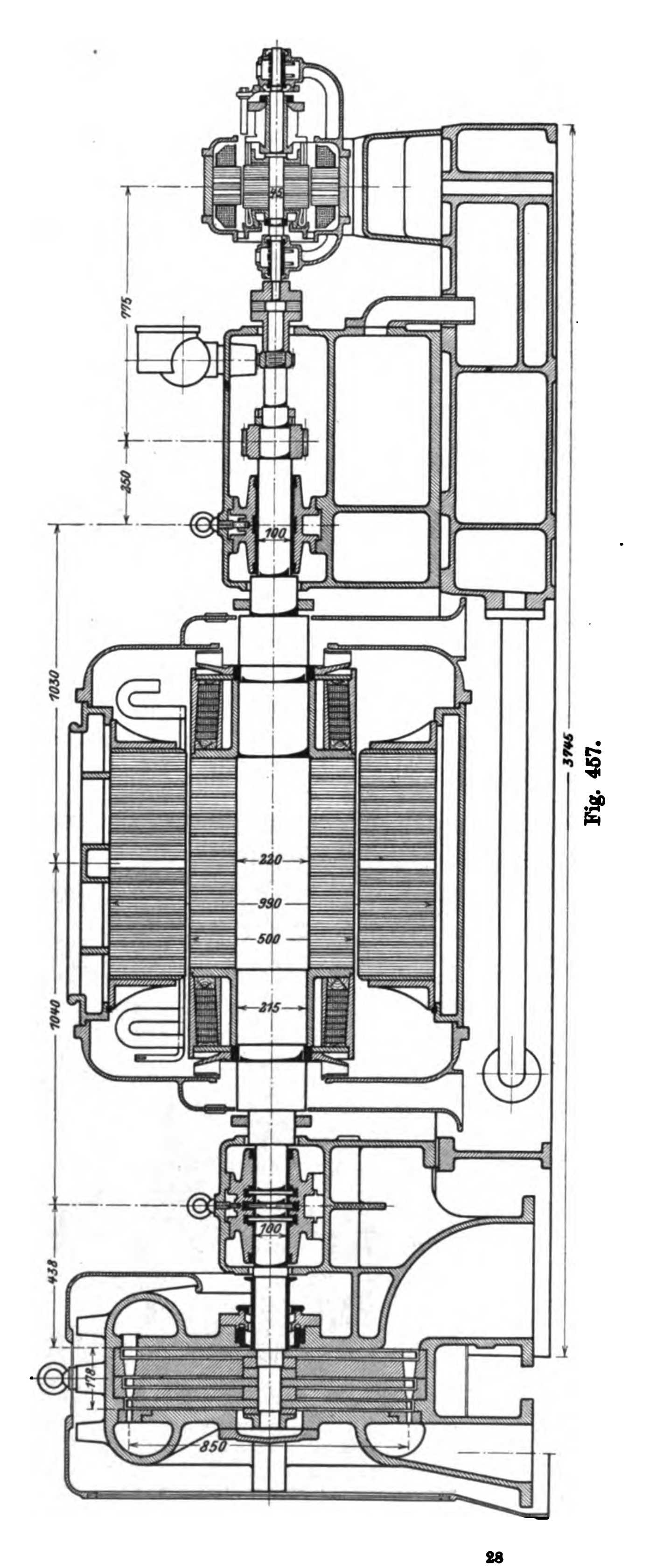


Fig. 457.

Digitized by Google

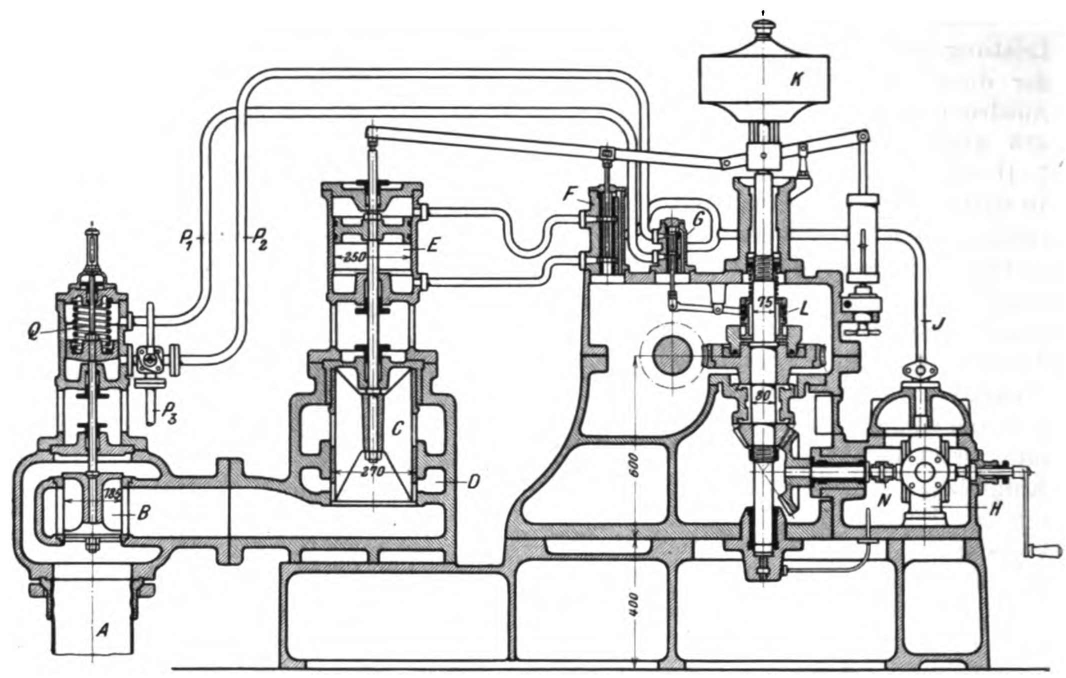


Fig. 458.

das Abschlußventil *B* gesteuert. Beim Anlassen wird die Unterseite durch Leitung P_3 mit einer Handpumpe verbunden und das Ventil gehoben. Im Betriebe führt P_1 stets zum freien Abfluß. Bei Überschreitung der normalen Umlaufzahl

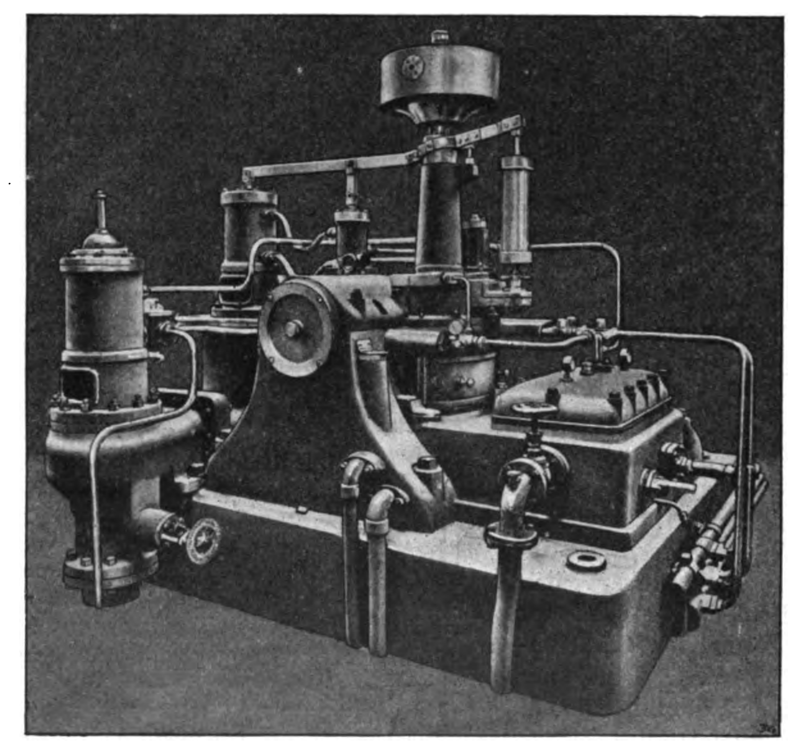


Fig. 459.

Digitized by Google

tritt Sicherheitsregler L in Funktion und steuert das Ventil G um, so daß das Hauptventil B durch die vereinte Wirkung der Feder Q und des Öldruckes geschlossen wird.

Versuchsergebnisse.

An zwei Gruppen von je 1000 KW Leistungsfähigkeit sind nach Mitteilung der Erbauerin folgende Ergebnisse erzielt worden:

Gruppe		I	II
Dauer des Versuchs	Std.	2	2
Druck vor der Turbine	kg/qcm abs.	11,3	9,80
Temperatur vor der Turbine	°C	301	285
Gegendruck im Kondensator	kg/qcm abs.	0,0825	0,0884
Umlaufzahl	i. d. Min.	2613	2520
Leistung an den Klemmen	KW	1050	920
Dampfverbrauch für die KW-st	kg	7,82	7,99
Thermodyn. Wirkungsg., bez. auf Zust. vor d. Turb. u. elek. Leist.	v. H.	54,4	54,7
Angenommener Wirkungsgrad des Stromerzeugers	v. H.	92	92
Wärmeverbrauch für d. effekt. PS-st	WE	3880	3813

116. Amerikanische Gleichdruckturbinen.

a) Hamilton Holzwarth.

Die im Jahre 1904 in St. Louis ausgestellt gewesene Hamilton-Holzwarth-Turbine von 1000 KW Leistung bei 1500 Uml./min war durch volle Beaufschlagung schon des ersten Rades gekennzeichnet.[1])

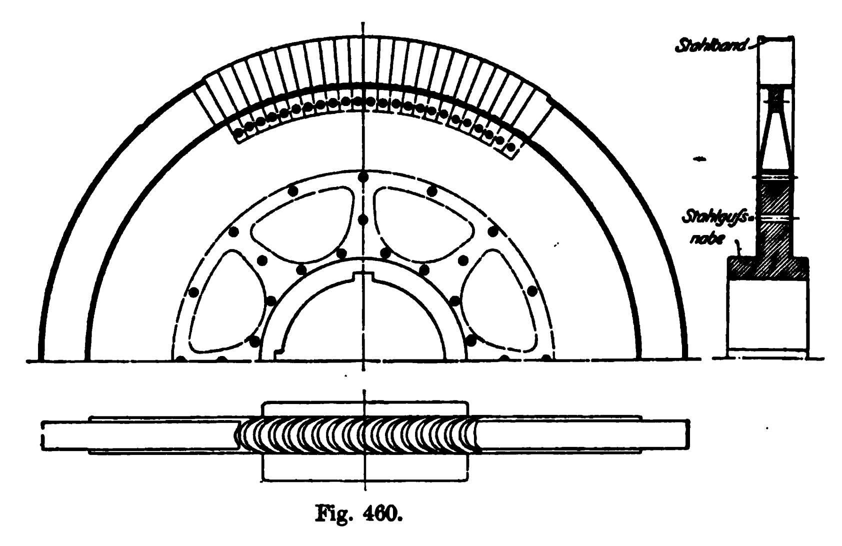


Fig. 460.

Die Leiträder bestanden aus einer ungeteilten Gußscheibe mit im Gesenk geschmiedeten eingesetzten Stahlschaufeln.

Die Laufräder (Fig. 460) wurden durch Vernietung zweier kegelförmig eingezogenen Blechscheiben gebildet.

Nach Moyer[2]) soll die Turbine keine Verbreitung gewonnen haben.

[1]) S. Bantlin, Z. Ver. deutsch. Ing. 1905, S. 115. [2]) The Steam turbine 1908.

Digitized by Google

b) C. V. Kerr.

Kerr benutzt Laufschaufeln, die vollkommen der Peltonschen Form nachgebildet sind (Fig. 461)[1]) und wie es scheint ohne jede Umhüllung in ihrer Radabteilung frei umlaufen. Hierdurch werden bedeutende Ventilationswiderstände

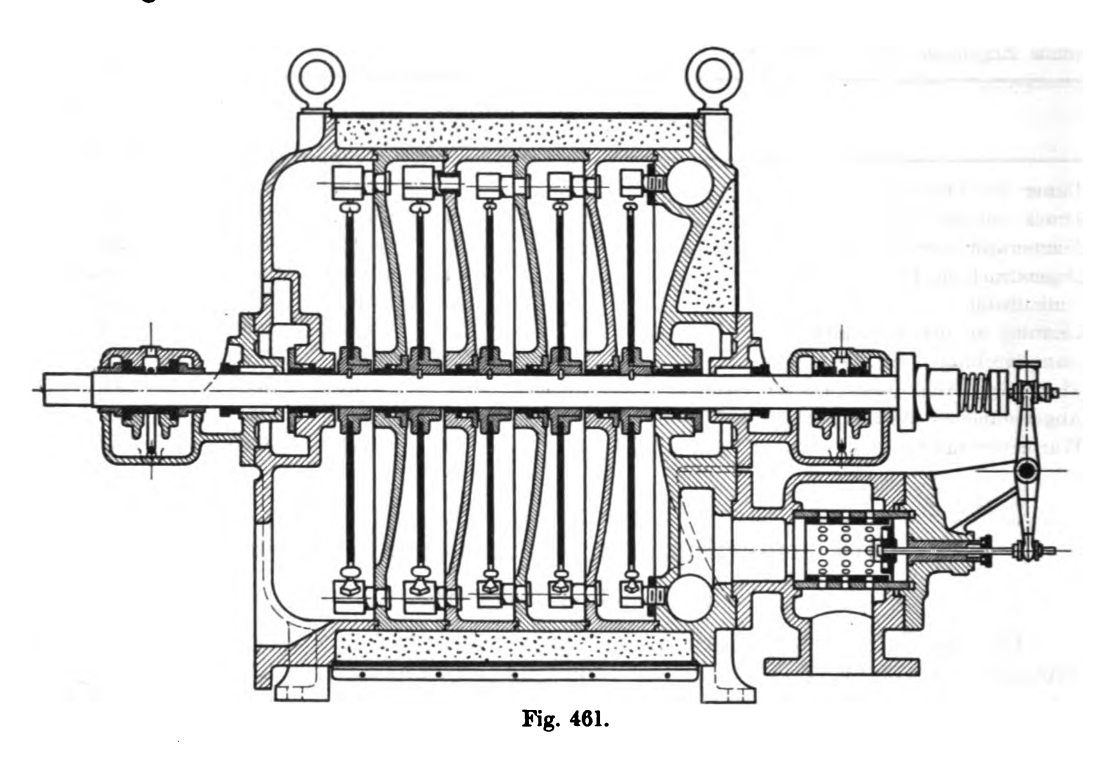


Fig. 461.

wachgerufen. Außerdem macht diese Schaufelform die Rückgewinnung der Auslaßenergie unmöglich und ist daher für Dampfturbinen als ungeeignet zu bezeichnen,



so gut sie sich bei hydraulischen Hochdruckturbinen auch bewährt hat.

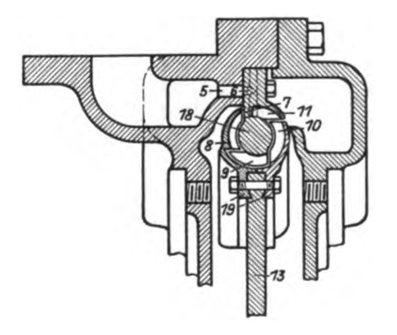


Fig. 461 a.

c) Dake American Steam Turbine Company.

Nach dem amerikanischen Patent Nr. 911576 (Fig. 461a) führt man den Dampf durch Kanal 5 der Düse 6 zu und beaufschlagt die erste Laufschaufel 8, aus welcher die Zwischenleitschaufel 9 den Dampf auf die zweite Laufschaufel 10 hinleitet. Die zweite Zwischenleitschaufel 11 kann einen zweiten Umlauf um den festen Leitring 18 veranlassen, so daß man mit 2-, 4-, 6- . . . facher Geschwindigkeitsabstufung arbeiten kann. Über Versuchsergebnisse ist nichts bekannt geworden.

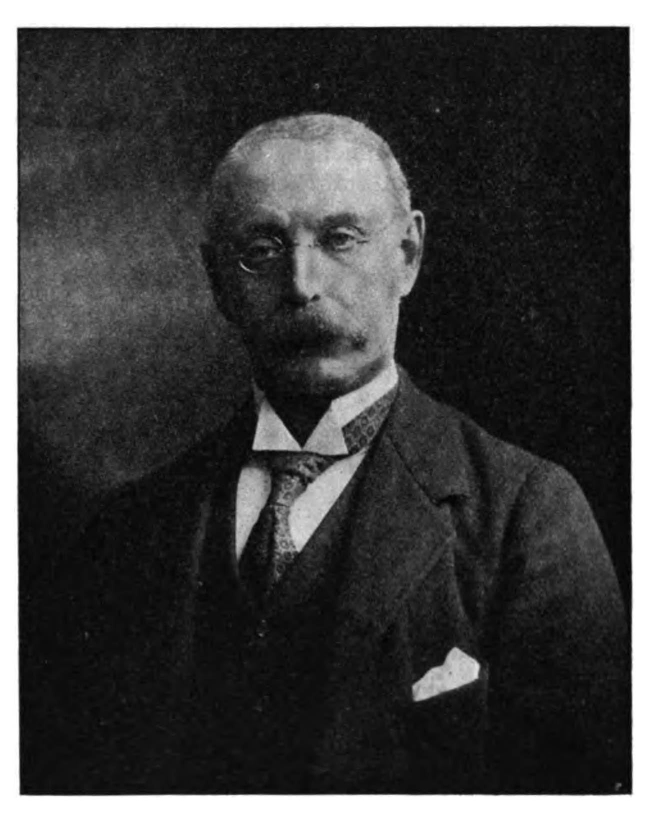
---

[1]) Nach Moyer, S. 212.

Digitized by Google

117. Die Dampfturbine von Parsons.

Charles Algernon Parsons wurde im Jahre 1854 als erster Sohn des Earl of Rosse zu Londen geboren[1]), verlebte seine Jugend im elterlichen Heim zu Birr in Irland, wo ihm eine ausgezeichnete Ausbildung durch Privatunterricht hervorragender Männer zuteil wurde. Nach kurzem Besuch der Universität zu Dublin studierte Parsons von 1873—1876 im St. Johns College in Cambridge, um dann in den Elswick Works von W. G. Armstrong & Co. in Newcastle on Tyne seine praktische Lehrzeit durchzumachen. Hier begann er sich mit Dampfmaschinen zu beschäftigen und erfand u. a. einen rotierenden Motor, der kurze



Ch. A. Parsons.

Zeit von Kitson in Leeds ausgeführt wurde. 1883 trat Parsons als Teilhaber in die Firma Clark, Chapman Engineers zu Gateshead on Tyne ein, und hier begann er mit seiner Lebensarbeit — der Dampfturbine. 1889 begründete Parsons eine eigene Turbinen- und Dynamofabrik in Heaton on Tyne. Fünfzehn Jahre lang blieben seine mit zähester Energie fortgesetzten Bemühungen am Festland unbeachtet. Die erste Mitteilung über den Dampfverbrauch machte Parsons im Engineering, J. 1888, Bd. I, S. 35, wonach eine Auspuffturbine als bestes Ergebnis bei 6,3 Atm. Überdr. 23,6 kg für die elektrische PS-st ausgewiesen habe, während die vollkommene Maschine nach seiner Berechnung 9,3 kg/PS-st verbrauchen sollte, also bereits ein thermodynamischer Wirkungsgrad von 40 v. H.

[1]) Die nachfolgende Schilderung seines Lebenslaufes ist Matschoß, Entwicklung der Dampfmaschine, Bd. II, S. 610 entnommen.


Digitized by Google

erzielt worden war. Dabei war die Umlaufzahl der, wie es scheint, etwa 30pferdigen Einheit 9200 Uml./min, der mittlere Durchmesser etwa 94 mm, die Umfangsgeschwindigkeit 45 m/sek, die Stufenzahl 45. Im Jahre 1892 berichtet Ewing im Engineering gleichen Jahres Bd. II, S. 573 über die erste Kondensationsmaschine, die bei 7,17 Atm. Überdr. 0,048 Atm. abs. Vakuum, 204° C Dampftemperatur, 100 KW Leistung und 4500 Uml./min, 12,9 kg für die KW-Stunde verbraucht hat. Die Turbine bestand aus sechs Scheiben zu 380 mm und einer Scheibe zu 680 mm Durchmesser (also 160 m/sek größter Umfangsgeschwindigkeit) und 35 nur radial beaufschlagten Stufen. Diese Ergebnisse hätten den Dampfmaschinenkonstrukteuren zu denken geben sollen, um so mehr als der Engineering v. J. 1896, Bd. II, S. 495 bei einer 400 KW-Einheit schon 9,2 kg/KW-st als Verbrauch erwähnt. Allein das Festland blieb passiv, obwohl Parsons im Jahre 1896 bereits 60 Dampfturbinen mit einer Gesamtleistung von 40000 PS in Betrieb gesetzt hatte. Erst das Jahr 1900 brachte als große Überraschung die Kunde, daß die Stadt Elberfeld eine Parsons-Turbine von 1000 KW-Leistung auf Anregung ihres technischen Beraters, W. H. Lindley in Auftrag gegeben habe, die nach der Prüfung durch Prof. Schröter-München, Prof. Weber-Zürich und Lindley[1]) bei Normalbelastung und 1500 Uml./min einen Verbrauch von 9,14 kg/KW-st, und bei Überlastung 8,81 kg/KW-st aufwies. Kurz vorher hatten sich die Firmen „A.-G. für Dampfturbinen, System Brown-Boveri-Parsons" in Baden b. Zürich und die „Turbinia, Deutsche Parsons-Marine-A.-G." gebildet, die die Herstellung von Parsons-Turbinen energisch an Hand nahmen. Im Laufe der Zeit gesellten sich diesen eine ganze Anzahl hervorragender Firmen als Lizenznehmer hinzu, über die im nachfolgenden berichtet wird.

Über die eigenen Erzeugnisse der Firma Ch. A. Parsons wollen wir zunächst, gewissermaßen als historisches Dokument, aus dem Vortrag von Stoney (leitender Ingenieur bei Parsons) am Ingenieurkongreß in Glasgow die bis zum Jahre 1901 erzielten Ergebnisse anführen.

Zahlentafel 1.

Ergebnisse von Versuchen an Original-Parsons-Turbinen bis zum Jahre 1901 nach Stoney.

	Ort der Aufstellung und Art des elektrischen Stromes	Dampfüberdruck kg/qcm	Kondensatordruck kg/qcm abs.	Überhitzung °C	Leistung KW	Uml. i. d. Min.	wirklicher Dampfverbrauch D_e kg/KW-st	theoretischer Dampfverbrauch D_0 kg/KW-st	$\eta = \frac{D_0}{D_e}$
1	Newcastle	5,62	0,0414	—	24,7	4990	13,06	5,12	0,392
2		5,41	0,0345	—	11,8	4630	15,38	5,01	0,326
3		5,48	0,138	—	23,8	4900	15,19	6,46	0,426
4		5,55	1,036	—	19,7	4780	31,07	12,58	0,405
5	Blackpool (Wechselstrom)	8,86	0,0691	—	52,7	5044	12,7	5,07	0,400
6		9,28	0,0518	—	Leerlauf	4880	(145,1)	—	—
7	Blackpool (Wechselstrom)	8,93	0,104	—	108,5	4800	12,16	5,39	0,443
8		8,93	0,0656	—	51,4	4600	13,56	5,02	0,370
9		8,93	0,0553	—	Leerlauf	4450	(136,1)	—	—
10	West-Bromwich (Gleichstrom)	9,42	0,079	35,6	122	3520	10,80	4,94	0,457

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1900, S. 829.

Digitized by Google

	Ort der Aufstellung und Art des elektrischen Stromes	Dampfüberdruck kg/qcm	Kondensatordruck kg/qcm abs.	Überhitzung °C	Leistung KW	Uml. i. d. Min.	wirklicher Dampfverbrauch D_e kg/KW-st	theoretischer Dampfverbrauch D_0 kg/KW-st	$\eta = \frac{D_0}{D_e}$
11	Winwick (Gleichstrom)	7,03	0,0414	46,7	119	3640	11,02	4,67	0,424
12		6,40	0,0829	38,3	121	3685	11,48	5,40	0,470
13		6,82	0,0760	15,6	42	3200	16,33	5,39	0,330
14	Blackpool (Gleichstrom)	9,07	0,0829	32,2	226	3045	9,98	5,04	0,506
15		8,58	0,0553	33,3	232	3010	9,93	4,78	0,481
16		8,37	0,107	—	204	3000	10,98	5,51	0,502
17		9,14	0,0691	—	Leerlauf	3010	(430,9)	—	—
18	Scarborough (Wechselstrom)	8,86	0,112	—	529	2400	10,30	5,50	0,534
19		9,00	0,0794	—	258	2400	11,98	5,17	0,432
20		11,53	0,0656	—	Leerlauf	2600	(670,0)	—	—
21	Cheltenham (Wechselstrom)	9,14	0,114	—	553	3000	9,84	5,49	0,558
22		9,14	0,117	—	278	3000	11,88	5,53	0,466
23		9,35	0,207	—	553	3000	10,70	6,05	0,566
24		9,49	0,207	—	276	3000	13,45	6,01	0,457
25	Blackpool (Wechselstrom)	10,26	0,100	38,9	515	2500	9,68	5,00	0,516
26		10,55	0,104	—	502	2500	10,48	5,18	0,494
27		10,69	0,0345	—	Leerlauf	2500	(680,4)	—	—
28		11,25	0,221	—	"	2500	(1147,6)	—	—
29	Elberfeld (Drehstrom)	9,11	0,063	10,2	1190,1	1487	8,81	4,91	0,558
30		9,47	0,053	11,1	994,8	1461	9,14	4,74	0,519
31		9,76	0,054	8,0	745,3	1470	10,12	4,74	0,468
32		9,40	0,046	29,1	498,7	1473	11,42	4,58	0,401
33		9,14	0,050	17,0	246,5	1485	15,21	4,71	0,309
34		9,49	0,037	13,5	Leerlauf	1488	(1183)	—	—

Aus der allerletzten Zeit stammen die in Zahlentafel 2 mitgeteilten Versuchsergebnisse[1]), in welchen wahrscheinlich der Arbeitsverbrauch der Kondensation nicht abgezogen ist. Der thermodynamische Wirkungsgrad ist vermutlich infolge der hohen Luftleere, für die die Turbine nicht gebaut war, niedriger, als bei den nachfolgend zu besprechenden Ausführungen anderer Firmen. Der absolute Verbrauch an Wärme für die eff. PS-st (Speisewasser von 0° C vorausgesetzt) nähert sich hingegen den besten bis dahin bekannten Zahlen.

Zahlentafel 2. 3500 KW-Parsons-Turbine, Carville Power-Station, New Castle on Tyne.

Versuchs-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Versuchsdauer . . . . St.	$^1/_2$	$^1/_2$	1	$1^1/_2$	$1^1/_2$	$^1/_2$	1	3
Mittlere Belastung . . . . KW	leer unerregt	leer erregt	2192,9	4045,1	5901	6921,8	5164,1	5059,4
Dampfüberdruck (vor d. Hauptventil) . . . . kg/qcm	12,66	14,84	14,24	13,88	13,77	13,96	14,06	13,68
Dampftemperatur . . . . °C	237,8	234,1	255,7	257,2	261,9	263,1	264,8	247,8
Dampfüberhitzung . . . . °C	44,45	33,9	57,2	60,0	65,0	65,82	66,95	51,1
Minutliche Umdrehungszahl	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
Absol. Druck im Abdampfrohr kg/qcm	0,0395	0,0367	0,0333	0,0329	0,0367	0,0419	0,0333	0,0279
Stündlicher Dampfverbrauch . kg/st	1664	2361	14 440	25 380	36 020	42 980	30 850	30 780
Dampfverbrauch für die KW-st kg	—	—	6,582	6,275	6,105	6,206	5,98	6,08
Anfangswärmeinhalt i_1 . . . . WE/kg	—	—	704,5	705,9	708,2	708,6	709,4	700,8
Thermodynam. Wirkungsgrad, bezogen auf Zust. v. Turbine u. elektr. Leistung	—	—	0,590	0,618	0,641	0,642	0,643	0,632
Wirkungsgr. d. Dynamo (angenommen)	—	—	0,90	0,905	0,915	0,92	0,91	0,91
Wärmeverbrauch für die eff. PS-st WE	—	—	3072	2947	2910	2978	2838	2850

[1]) Nach Engineering 1907, I., S. 654.

Digitized by Google

Versuche von Gensecke.

Die ausführlichste Untersuchung einer Parsonsturbine stammt von Gensecke[1]) aus dem Maschinenbaulaboratorium der Kgl. Techn. Hochschule Charlottenburg. Die Turbine leistet 300 KW bei 2400 Uml./min und besitzt 65 Stufen mit folgenden Abmessungen:

Zahlentafel 3. Turbinenabmessungen.

Gruppe	Stufenzahl z	Mittl. ϕ mm d	Umfangsgeschw. m/sek u	Austrittswinkel Leitrad α_1^0	Austrittswinkel Laufrad β_2^0	Schaufellänge mm a	$F_1 = \pi D a \cdot \sin \alpha_1$ qm	$F_2 = \pi D a \cdot \sin \beta_2$ qm
I	15	195	24,3	37	31	15	0,00553	0,00473
II	17	200	24,9	41	27	19	0,00783	0,00542
III	9	270	33,6	35	34	19	0,00925	0,00901
IV	8	282	35,1	36	28	31	0,01615	0,01288
V	4	368	45,8	31,5	32,5	31	0,01872	0,01925
VI	4	386	48,1	28	33	49	0,02787	0,03238
VII	2	399	49,7	31,5	31,5	62,5	0,04095	0,04095
VIII	Stufe 1	410	51,1	28	24	74	0,0447	0,0388
VIII	„ 2	410	51,1	28	31	74	0,0447	0,0491
VIII	„ 3	410	51,1	31	35	74	0,0491	0,0547
VIII	„ 4	410	51,1	32	33	74	0,0505	0,0519
VIII	„ 5	410	51,1	50	42	74	0,0730	0,0638
VIII	„ 6	410	51,1	46	36	74	0,0685	0,0560

Das radiale Schaufelspiel betrug überall 1 mm; die Winkel sind an Schaufelabdrücken ausgemessen worden, die uns Herr Dr. Gensecke in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt hat.

Die Hauptergebnisse der Versuche sind in der nachfolgenden Zahlentafel vereinigt.

Zahlentafel 4. Ergebnisse der Versuche von Gensecke an einer 300 KW-Parsonsturbine.

Versuchs-Nr.		20	21	22	17
Belastung		1/1	0,7	0,4	leer
Dampfdruck vor dem 1. Leitrad	kg/qcm abs.	7,89	5,90	3,53	0,804
Dampfdruck im Abdampfrohr	„ „	0,096	0,095	0,096	0,096
Dampftemperatur vor dem 1. Leitrad	°C	294	294	286	261
Dampftemperatur im Abdampfrohr	„	64,2	76,6	91,9	114
Überhitzung vor dem 1. Leitrad	„	125	136	148	166
Überhitzung im Abdampfrohr	„	19,4	32	47	72
Stündliche Dampfmenge insgesamt	kg/st	3135	2320	1480	429
Undichtheitsverlust aus letztem Entlastungskolben	„	230	178	123	72
Sperrdampf für die Stopfbüchsen	„	70	70	70	70
„Arbeits“dampf	„	2834	2075	1284	287
Umlaufzahl i. d. Min.		2380	2380	2380	2380
Effektive Leistung der Turbine	PS	439,1	304,0	163,5	16,8
Lagerreibung, Regulator-Ölpumpenantrieb	„	7,6	7,6	7,6	7,6
Indizierte Leistung der Turbine als Summe der effektiven Leistung und der Lagerreibung usw.	„	446,7	311,6	171,1	24,4
Dampfverbrauch für die eff. PS-st	kg	7,15	7,64	9,06	25,5
Dampfverbrauch für die ind. PS-st	„	7,02	7,45	8,65	17,6
Thermodynamischer Wirkungsgrad, bezogen auf die Gesamt-Dampfmenge		0,496	0,492	0,472	0,366
Desgl., bezogen auf die Arbeitsdampfmenge		0,549	0,550	0,545	0,547
Strahlungsverlust (nach Sonderversuch)	PS	12,2	12,6	12,9	12,4
Der Abnahme des gemessenen Wärmeinhaltes entsprechende indizierte Leistung	„	468	328	183,8	31,7
Fehlerglied	„	9,1	3,8	— 0,2	— 5,1
Desgl. in v. H. der indizierten Leistung	v. H.	2,0	1,2	— 0,1	—

Gensecke ermittelt aus den beobachteten Drücken und Temperaturen die Zustandskurve und vergleicht die tatsächlich verbrauchten Wärmegefälle mit den adiabatischen Gefällen der einzelnen Gruppen. Der Quotient liefert den von uns als „scheinbaren Wirkungsgrad“ bezeichneten Wert (weil die kinetische Energie am Ein- und Austritt unberücksichtigt bleibt), der nachfolgend zusammengestellt ist.

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1909, Heft 6—10.

Digitized by Google

Scheinbarer Wirkungsgrad in v. H.

Versuch		20	21	22
Hochdruckteil (1. bis 32. Stufe)	$\eta_{sch} =$	41	42	42
Mitteldruckteil (33. bis 49. „)	$\eta_{sch} =$	62	61	59
Niederdruckteil (50. bis 65. „)	$\eta_{sch} =$	55	57	57
Insgesamt :	$\eta_{sch} =$	57,5	57,8	58,3

Die großen Unterschiede des Mitteldruckes gegen den Hochdruckteil sind schwer zu erklären, da die Schaufellängen des ersteren nur unwesentlich länger sind als die der letzteren, und die Schaufelbreite, Teilung, Schärfe der Krümmung als nahezu gleich gelten können.

Der Labyrinthverlust wurde hier zum ersten Male, wenigstens am Niederdruckteil, experimentell bestimmt.

Die Entlastungskolben besaßen der Reihe nach die

Durchmesser	195	275	392 mm
mit der Labyrinthzahl	11	9	7

Das Spiel wurde in kaltem Zustande zu 0,2 mm ermittelt und führt nach unserer Labyrinthformel am großen Kolben auf einen Verlust von 65 kg Dampf in der Stunde, während der Versuch 185 kg/st ergeben hat. Man müßte hiernach folgern, daß das Spiel im Betriebszustand nahezu das Dreifache desjenigen im kalten Zustand, also $\sim 0,57$ mm, betragen habe. Läßt man dies zu, so erhält man für die Verluste der anderen Kolben folgende Beträge:

Niederdruck-Labyrinth	185 kg/st =	5,6 v. H. der gesamten Dampfmenge
Mitteldruck-Labyrinth	323 „ =	10,1 „ „ „ „ „
Hochdruck-Labyrinth	550 „ =	17,2 „ „ „ „ „

Vergleich mit der Theorie.

Es schien interessant, die Versuchsergebnisse mit der Theorie zu vergleichen, zu welchem Behufe, wie erwähnt, die in Zahlentafel 1 angeführten mittleren Austrittswinkel an Schaufelabdrücken bestimmt, darauf die wahre Zustandskurve ermittelt wurde, indem man annahm, daß die beobachteten Temperaturen auf den Zustand nach der Mischung des Arbeitsdampfes mit dem von den Labyrinthen herkommenden Dampfmengen zu beziehen sind. Doch wurden die Wirkungsgrade des Hoch- und Mitteldruckteiles etwas ausgeglichen. Mit den sich ergebenden Wärmegefällen wurde nun versucht, die wahren Dampfgeschwindigkeiten zu berechnen, was wegen der Verschiedenheit der Winkel in Leit- und Laufschaufel eine sehr umständliche Angelegenheit ist. Wären die Querschnitte und die Undichtheitsmengen genau bekannt, so genügte c_1 aus der Gleichung der Stetigkeit $Gv = f_1 c_1$ zu berechnen; allein die Geschwindigkeit muß außerdem noch dem beobachteten Wärmegefälle entsprechen, ist also doppelt bestimmt. Es ist zweckmäßig, folgenden Weg einzuschlagen: Man ermittelt die Geschwindigkeiten aus dem Wärmegefälle und benutzt die Gleichung der Stetigkeit, um die effektiven Querschnitte, d. h. die tatsächlich eintretende Verengung durch die Schaufelstege zu rechnen.

Das wahre Gefälle einer Stufe $2gh = A(c_1^2 - c_0^2 + w_2^2 - w_1^2)$ ersetzen wir durch die Annäherung $c_0^2 = c_2^2$, d. h. $2gh = A(c_1^2 - w_1^2 + w_2^2 - c_2^2)$, welcher Wert nach dem Kosinussatz in $A(2c_1 \cos\alpha_1 u - u^2 + 2w_2 \cos\beta_2 u - u^2)$ verwandelt wird. Weiter nahmen wir an, daß die Verengung im Leit- und Laufrad den am Schaufelriß gemessenen Beträgen $\tau_1 \pi D$ und $\tau_2 \pi D$ proportional sei, so daß infolge der Stetigkeit angenähert $\tau_1 c_1 \sin\alpha_1 = \tau_2 w_2 \sin\beta_2$ sein muß. Mit Hilfe hiervon kann w_2 durch c_1 ausgedrückt und dem Gefälle die Form

$$h = A(2c_1 \cos\alpha' - u)\frac{u}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

erteilt werden, wo $\cos\alpha'$ von den Winkeln $\alpha_1 \beta_2$ abhängt. Die Summe dieser angenäherten Gefälle für eine Stufengruppe ergibt nun, wie wir bei der vielstufigen Überdruckturbine gesehen haben, einen zu kleinen Betrag, da $H_{eff} = H_{ang} + \Delta H$ ist, wo man $\Delta H = A(c_{2r}^2 - c_0^2)/2g$ mit der aus der Zeichnung zu entnehmenden Verengung des Querschnittes durch die Schaufelstärken zunächst in der letzten Stufe mittels der Stetigkeitsbedingung ($Gv_2 = f_2 w_2$, woraus c_{2r} = Result. von w_2 und u) zu bestimmen hat. Hierauf kann mit der bekannten Stufenzahl z_1 beispielsweise der I. Gruppe der genauere Wert des **mittleren** Gefälles

$$\overline{h}_I = \frac{H_{eff} - \Delta H}{z_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ermittelt werden, während Gl. (1) die mittlere Geschwindigkeit $\overline{c}_1$ liefert. Um zu erfahren, bei welcher Zwischenstufe diese Geschwindigkeit vorkommt, könnte man von dem Diagramm Fig. 159 Gebrauch machen, müßte also das spezifische Volumen als Funktion des Wärmegefälles aufgezeichnet haben. Die Geschwindigkeiten, die dem Volumen proportional sind, würde man, wie vorhin, zunächst mit probeweise angenommenen Querschnitten nach der Kontinuitätsgleichung berechnen,

Digitized by Google

um das Verhältnis $\overline{y}/y_0$ ermitteln zu können. Die hierzugehörende (angenäherte) Geschwindigkeit c_1 gestattet uns das spezifische Volumen $\overline{v}$ abzugreifen, mit dessen Wert aus der Stetigkeit

$$G\overline{v} = F_1 \overline{c_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

und dem aus Gl. (2) gefundenen genaueren Wert $\overline{c_1}$ der berichtigte Querschnitt F_1 berechnet wird. So erhält man die Verengungszahl

$$\tau = \frac{F_1}{\pi D a \sin \alpha_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

die mit der aus der Zeichnung gewonnenen verglichen werden kann.

Rechnet man nun mit der Annahme großen Labyrinthspieles, und nimmt man ferner an, daß durch den Spalt zwischen Schaufel und Gehäuse, bzw. Trommel eine der lichten Weite des Spaltes proportionale Dampfmenge unbenutzt durchströmt, so ergibt sich in der ersten Gruppe die Verengungszahl τ = rd. 0,46. Da eine so starke Verengung geradezu als ausgeschlossen betrachtet werden kann, wurde die Rechnung nicht weiter verfolgt und nach Gründen für diese Abweichung gesucht. Betrachtet man den Längenschnitt dieser Turbine (Fig. 462), so bemerkt man, daß im Gegensatz zur gewöhnlichen Ausführung Trommel und Gehäuse Stufen bilden, deren scharfe Absätze bei $A_1 A_2 \ldots B_1 B_2 \ldots$ sicher Veranlassung zu einer Strahlablösung bilden. Unter diesen Umständen

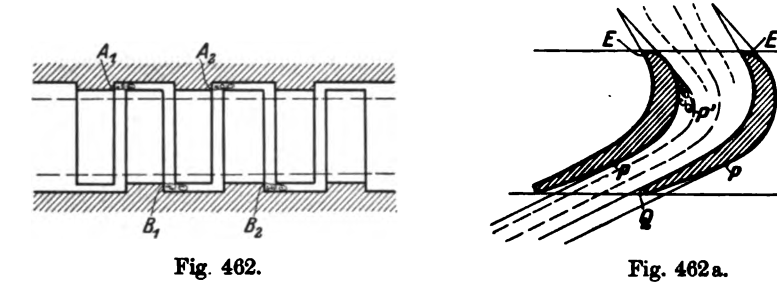


Fig. 462. Fig. 462a.

wird im Spalt wohl starke Wirbelung, also Arbeitsverlust, auftreten, aber der Undichtheitsverlust wird ziemlich herabgesetzt. Nimmt man also als zweiten Grenzfall an, daß die gesamte Dampfmenge durch die Schaufeln hindurchströmt, so gelangt man für die sieben ersten Gruppen auf ein mittleres τ von etwa 0,63, was wohl im Bereich der Möglichkeit liegt, indes doch noch zu gering erscheint. Rechnet man den Querschnitt am wirklichen Schaufelriß, aber mit der Voraussetzung, daß sich der Strahl im Punkte P (Fig. 462a), wo die Parallele zur Austrittsrichtung den Schaufelrücken berührt, ablöst, so schwankt τ für die Leiträder mit ihren gut ausgeschärften Schaufeln um 0,75, für die Laufräder mit kräftigeren Schaufeln um 0,65 herum, was auch nicht befriedigt.

Es wurde daher als dritter Fall eine Lösung gesucht, bei welcher die Verluste durch die Labyrinthkolben mit bloß 0,2 mm Spiel gerechnet und Spaltverluste ausgeschlossen wurden. Erst dann gelangt man auf ein mittleres τ von etwa 0,72. Da aber der Versuch größere Undichtheiten der Labyrinthe ergeben hat, so muß man die Folgerung ziehen, daß entweder in den Beobachtungen unaufgedeckte Fehlerquellen vorhanden sind, oder was wahrscheinlicher ist, daß der Strahl bei den verhältnismäßig dicken Schaufelköpfen E und dem bei Parsons üblichen Stoß beim Eintritt sich schon früher gemäß dem punktierten Verlauf P' ablöst und den Endquerschnitt unvollständig erfüllt. (Die Ablösung ist in der Figur zu krass dargestellt und wird, wenn überhaupt, weiter unten eintreten.) Eine Verengung des Querschnittes durch abgelagerten Schlamm, die häufig vorkommt, hätte bei der Anfertigung der Schaufelabdrücke bemerkt werden müssen. Weitere Beiträge zur Prüfung dieser eigenartigen Verhältnisse wären dringend erwünscht.

118. Turbine der A.-G. Brown, Boveri & Cie. in Baden und Mannheim.

Der A.-G. Brown, Boveri & Cie. verdanken wir den Hauptimpuls zur Entwicklung der Dampfturbine auf dem Festland, vor allem durch den von ihr in bemerkenswert kurzer Zeit erbrachten Beweis, daß Dynamomaschinen großer Leistung mit den erforderlichen hohen Umlaufzahlen betriebsicher gebaut werden können.

Für große Leistungen hält die Firma an den Parsonsschen Grundlagen fest, baut die Turbinen indes in einem Gehäuse, wie die in Fig. 463 abgebildete 4000 KW-

Digitized by Google

Einheit mit 1500 Uml./min erkennen läßt. A_1, A_2 ist die in drei Hauptstufen gegliederte Trommel, B_1, B_2, B_3 sind die mit Labyrinthdichtung versehenen Entlastungskolben, D_1, D_2 die Ausgleichrohre, die den durch die Labyrinthe abströmenden Dampf zwecks weiterer Ausnützung zu Turbinenstufen gleichen Druckes führen. C ist ein selbsttätiges Überlastungsventil, welches weiter unten beschrieben wird.

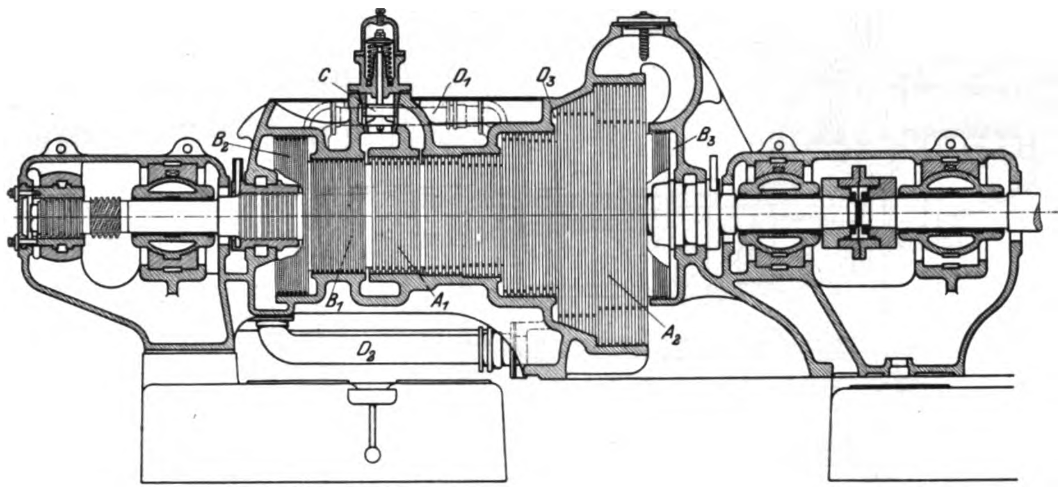
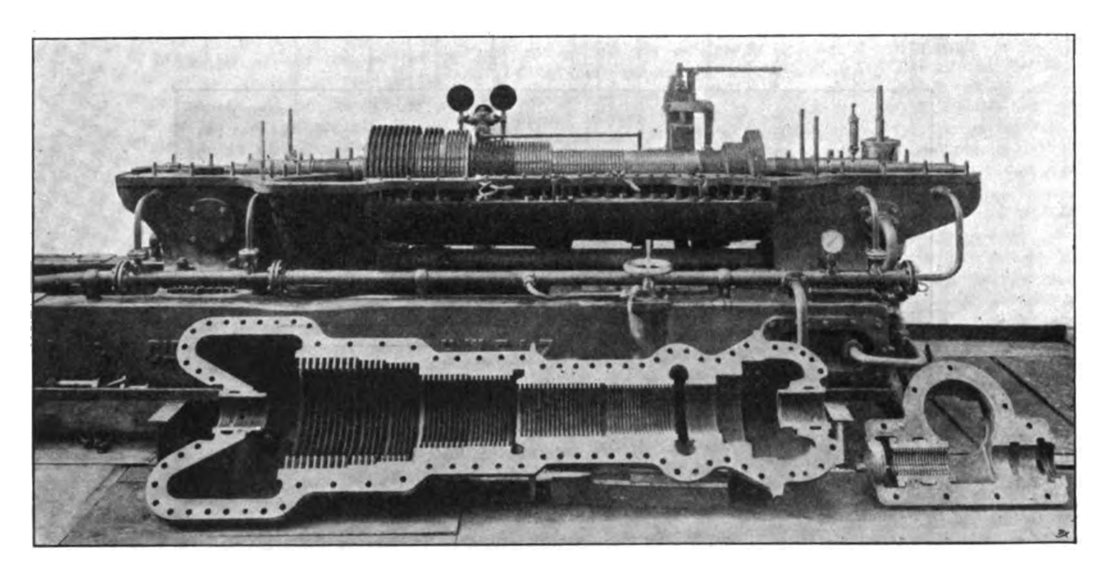


Fig. 463.

Das Gehäuse ist mit den Lagerständern in einem Stück gegossen und wird von letzteren schwebend getragen. Der vordere Lagerfuß ist gleitbar mit Verschiebungszeiger versehen, der die Wärmedehnung in vergrößerter Skala angibt, so daß der Grad der Durchwärmung des Gehäuses beurteilt werden kann.


Fig. 463 a.

Die Anordnung des Kolbens B_3 entspricht der Methode von **Fullagar**, und zwar wird Raum B_3 mit Raum D_3 verbunden, so daß auf die Kreisfläche B_3 statt des Vakuumdruckes die in D_3 herrschende Gegenpressung einwirkt. Wählt man diese in der Nähe des Atmosphärendruckes, so ist die benachbarte Stopfbüchse

Digitized by Google

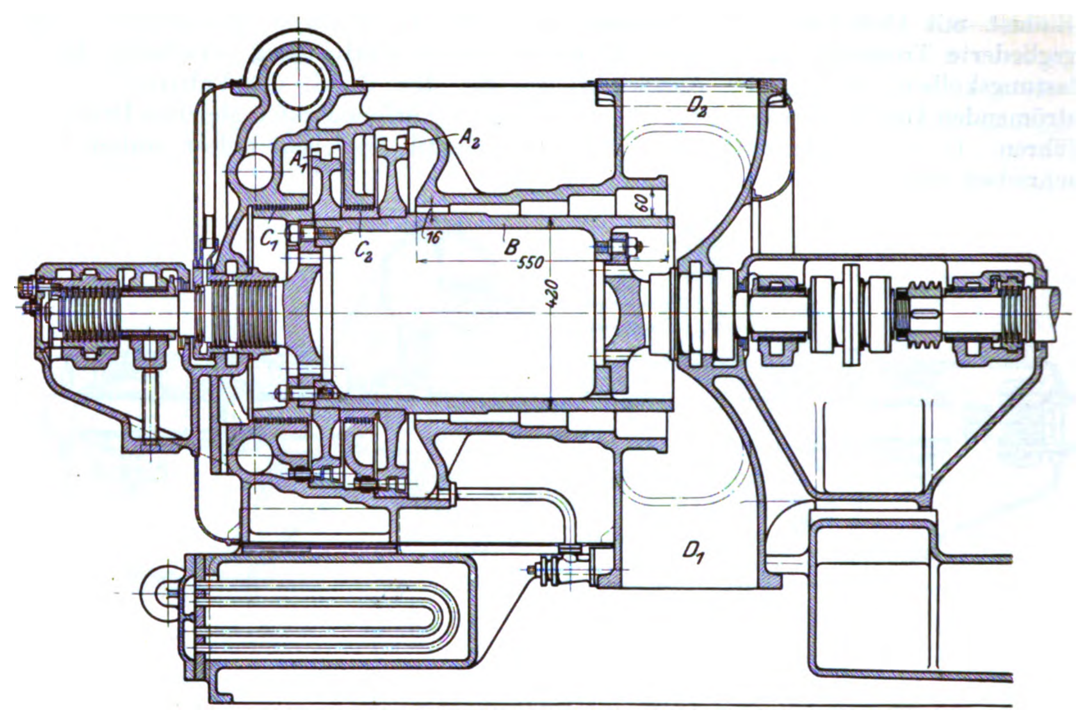


Fig. 464.

bei Normalleistung nur sehr wenig beansprucht. Die ursprüngliche Parsonssche Anordnung ist im Schaubild Fig. 463a dargestellt. Die freigelegte Trommel läßt rechts die drei Entlastungskolben erkennen.

In neuerer Zeit hat die Firma den Bau einer „kombinierten" Turbine aufgenommen, deren Hochdruckteil durch ein oder zwei Curtisräder gebildet wird.

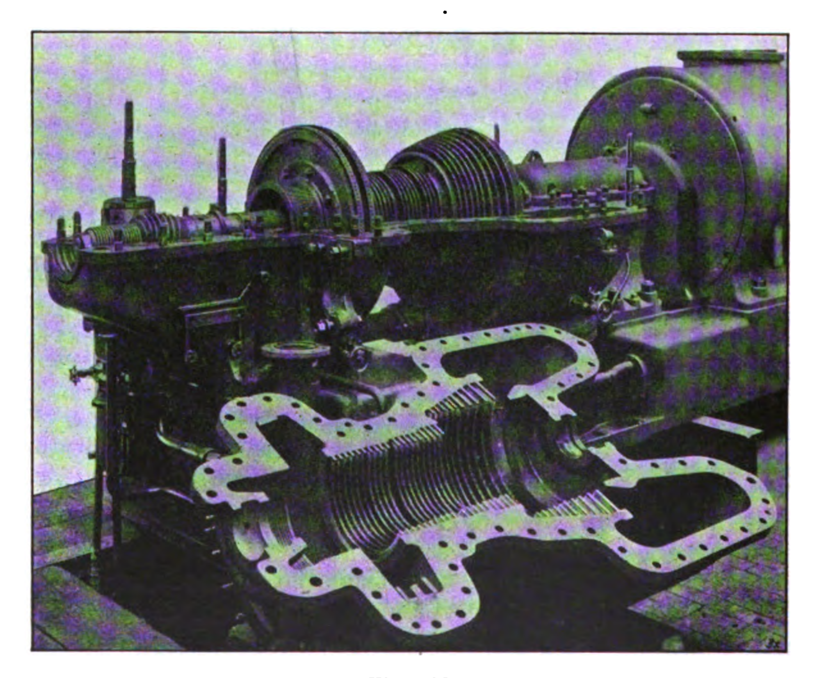


Fig. 466.

Digitized by Google

Fig. 464 bezieht sich auf eine 200 KW-Einheit mit etwa 3000 Uml./min, Fig. 465 auf eine 1500 KW-Einheit mit 1500 Uml./min. Erstere wird wie ersichtlich mit zwei Curtisrädern A_1, A_2 versehen und kann daher eine glatte Trommel B mit

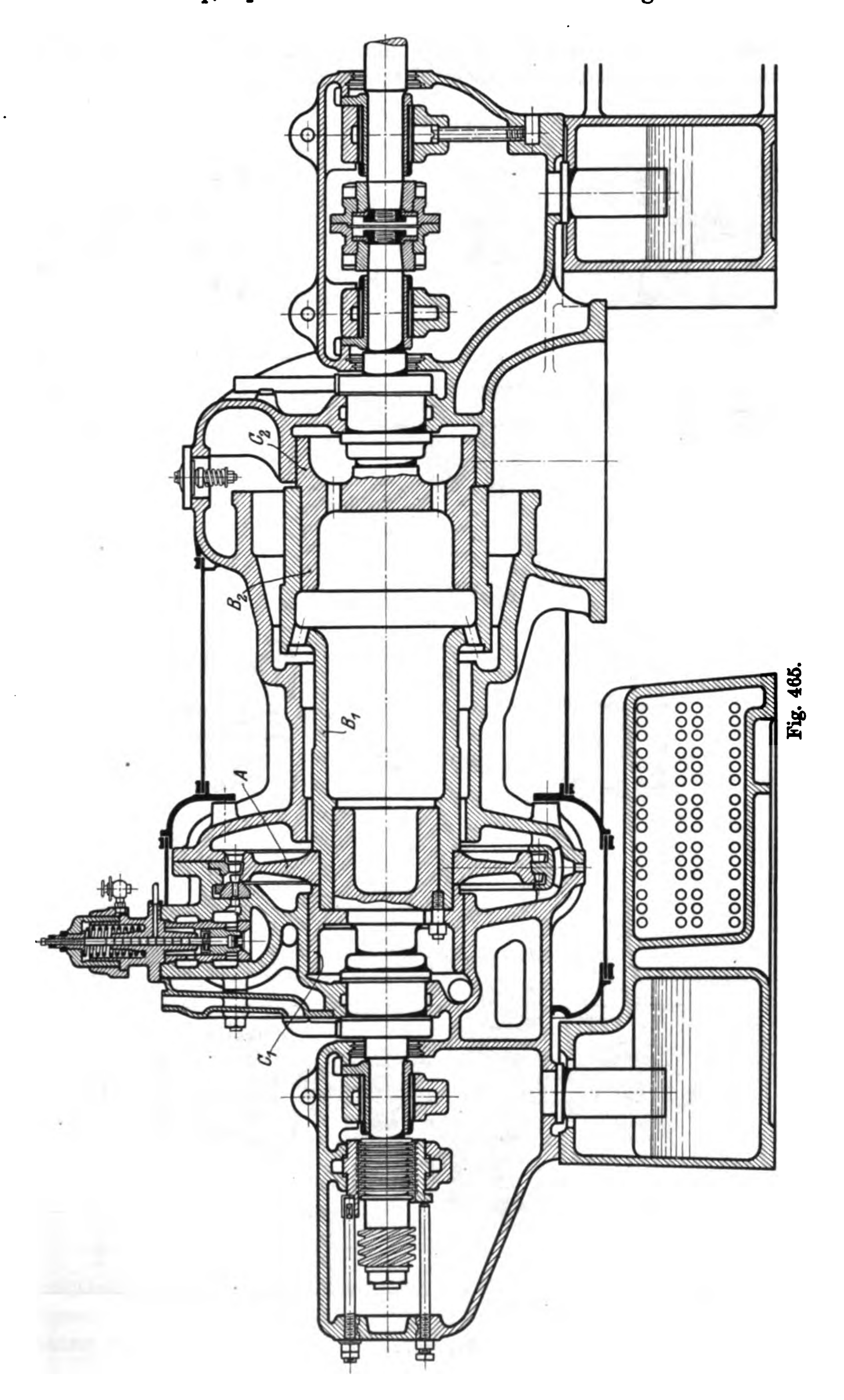


Fig. 465.

Digitized by Google

zwei Labyrinthdichtungen C_1, C_2 von ungefähr gleichem Durchmesser erhalten. Der Abdampfanschluß ist für ortsfeste Maschinen nach unten (D_1), für Schiffsmaschinen nach oben (D_2) gerichtet. Die 1500 KW-Einheit erhält ein Curtisrad A von relativ erheblich größerem Durchmesser. Entlastungskolben C_1 gehört zu B_1, während C_2 wieder nach Fullagars Anordnung den Trommelschub von B_2 auszugleichen hat. Ein Schaubild dieser Type bietet Fig. 466.

Fig. 467.

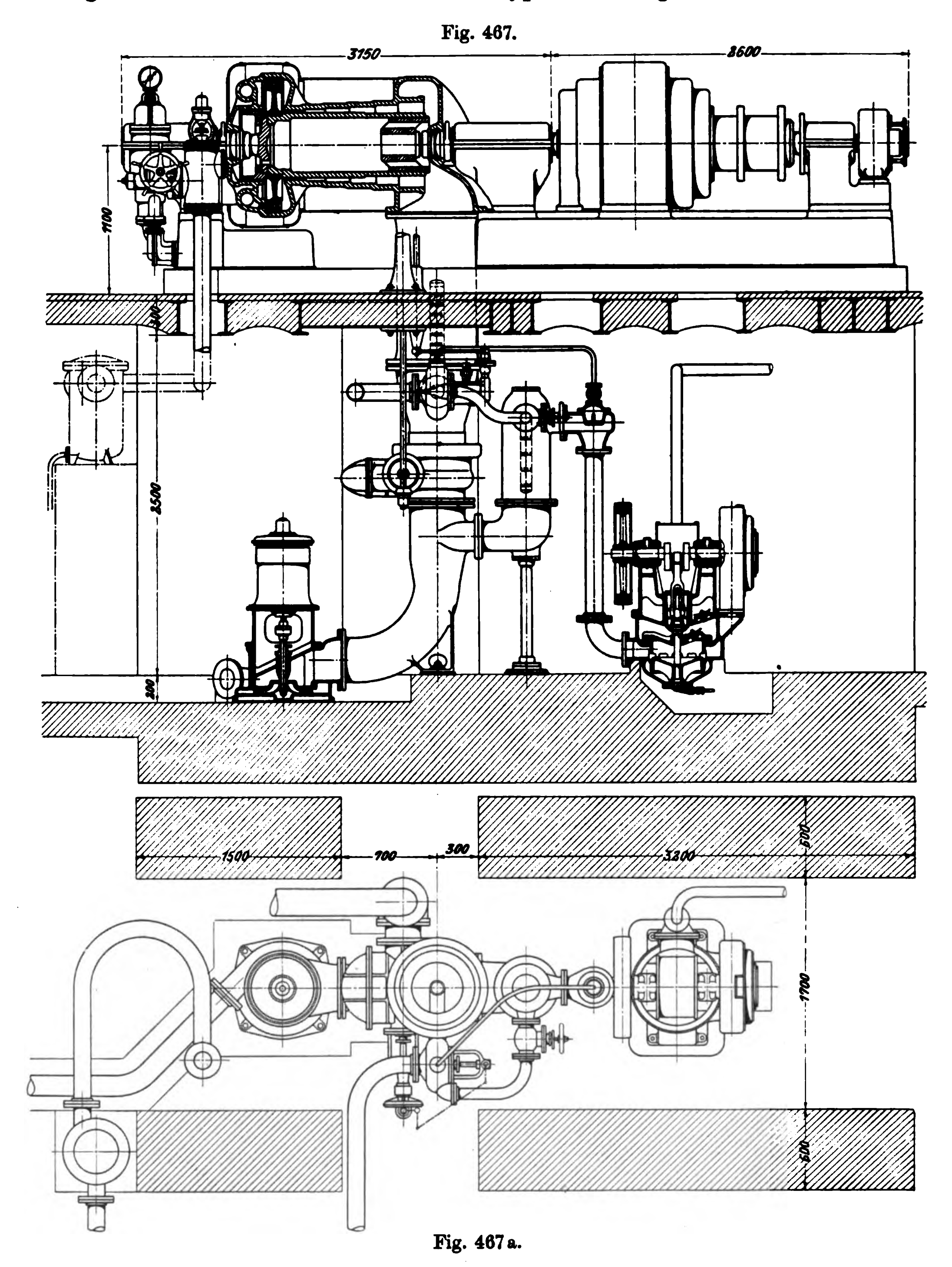


Fig. 467 a.

Digitized by Google

Die Wahl zwischen der reinen Überdruck- oder der Verbundturbine wird von den Ansprüchen auf Dampfverbrauch und Anlagekosten abhängig gemacht. Die Überdruckturbine erreicht nach den Angaben der Firma die höchste Ökonomie,

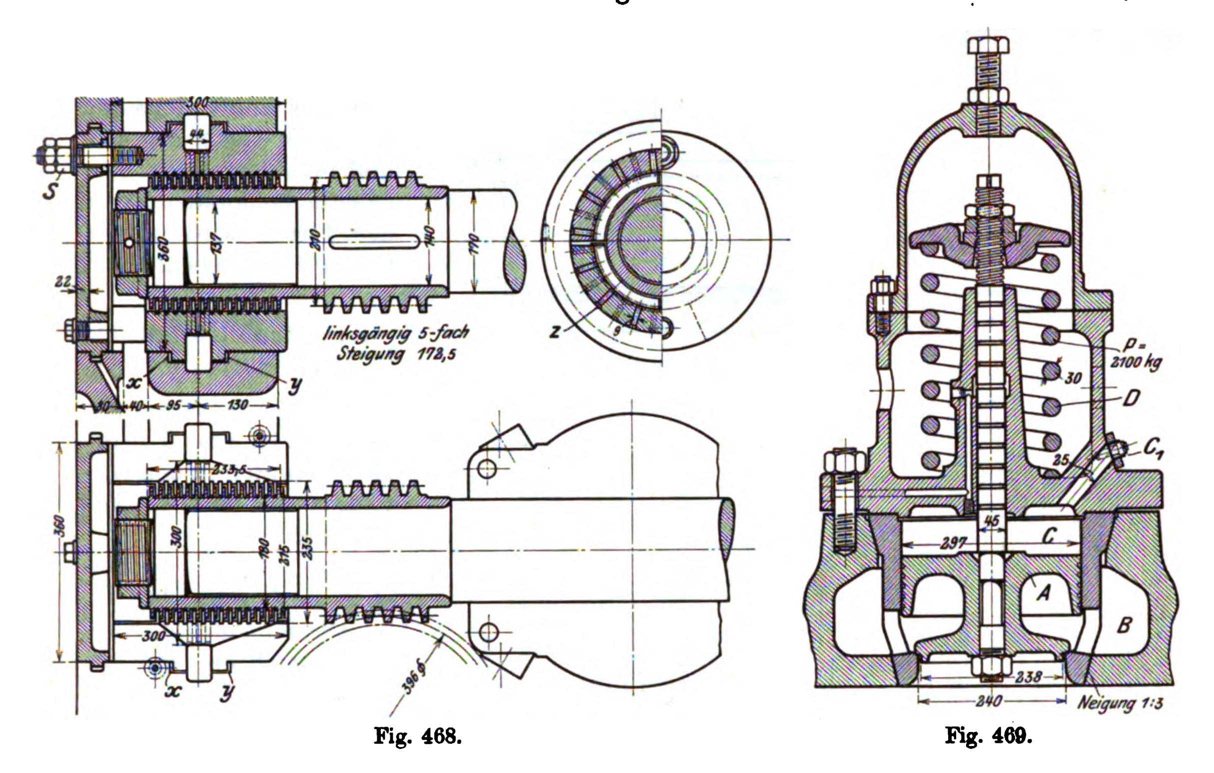


Fig. 468. Fig. 469.

doch muß sie mit sehr vielen Stufen versehen, daher bei großen Einheiten zweigehäusig konstruiert werden, was sie teuerer macht. Die Verhältnisse müssen übrigens selbstverständlich auch mit Rücksicht auf die Erfahrungen über den Grad

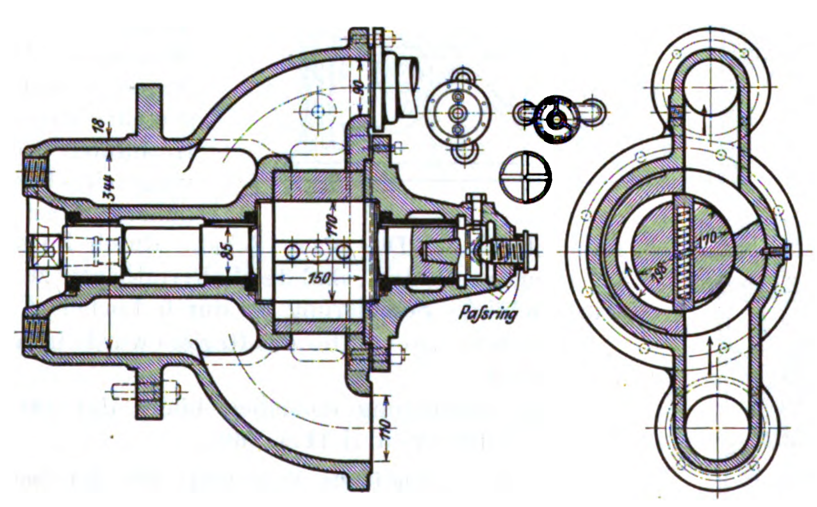


Fig. 470.

der Betriebssicherheit beurteilt werden. Wählt man viele Stufen, so wird die Dampfgeschwindigkeit klein, man erhält lange Schaufeln und kann große radiale Spielräume zulassen, und umgekehrt.

Digitized by Google

Das vorteilhafte neue Prinzip der von Brown, Boveri & Cie. eingeführten Regelung wurde in Abschnitt 102 erläutert.

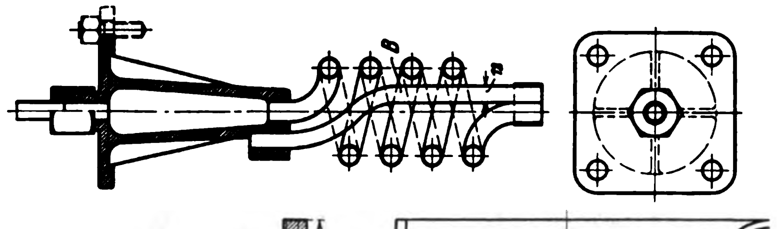


Fig. 474.

Die allgemeine Anlage einer 350 KW-Einheit mit Einspritzkondensator und halbnasser Luftpumpe ist in Fig. 467 und 467a dargestellt. Die Oberflächenkondensation der Firma wird weiter unten beschrieben.

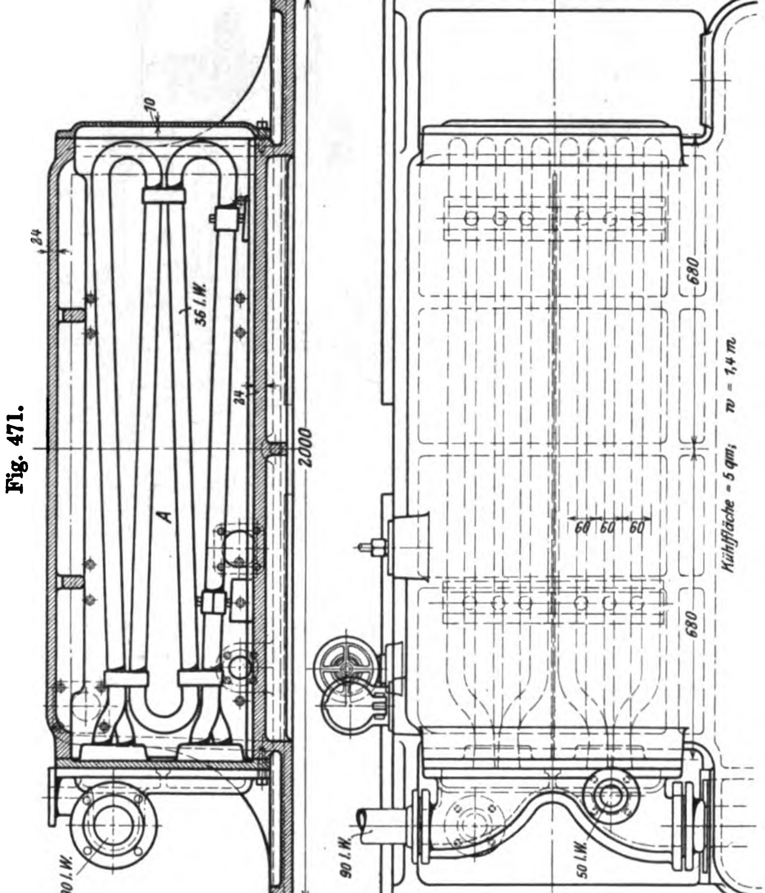


Fig. 471.

Fig. 472.

Fig. 473.

Konstruktion der Einzelteile.

Die Konstruktion der **Schaufeln und Trommeln** wurden in den Abschnitt 71 und 83 besprochen.

Die **Lager** desgleichen in Abschn. 96.

Die **Kammlager** bestehen nach Fig. 468 aus einer großen Zahl schmaler auf Bronze laufender Kämme. Die ruhenden Ringe sind vierteilig mit etwa 6 mm breiten, für den Ölstrom bestimmten Zwischenräumen. Die untere Schale wird durch Messingblechbeilagen in Nuten X und Y so eingestellt, daß die Labyrinthnuten sich auf ein vorgeschriebenes Maß nähern, aber nicht einreiben können. Die obere Schale, durch Zugschraube S gehalten, verhindert, daß das Labyrinthspiel zu groß wird. Für reichliche Schmierung ist durch Löcher Z gesorgt.

Das **Kraftgetriebe** des Reglers wurde in Abschn. 101 besprochen.

Eine Ergänzung desselben bildet das **selbsttätige Überlastungsventil** (Fig. 469).

Der bei C_1 zugeführte Frischdampf hält das Ventil dem Zug der Feder D entgegen für gewöhnlich geschlossen. Raum B ist mit der Kammer vor dem ersten Leitrad verbunden. Überschreitet die Pressung darin einen gewissen Betrag, so wird das Ventil durch den Überdruck von unten angehoben und läßt Dampf aus dem Raume B in eine Zwischenstufe der Turbine eintreten. Hierdurch wird zwar auf den Hochdruckteil ein erhöhter Gegendruck ausgeübt und dessen Leistung

Digitized by Google

herabgesetzt; statt dessen leistet der stark beaufschlagte Rest um so mehr, wenn auch bei etwas geringerer Ökonomie.

Die Ölpumpe für die Lagerschmierung einer 3000 KW-Turbine ist in Fig. 470 dargestellt. Den dazu gehörigen Ölkühler veranschaulichen Fig. 471—474, der neben den Kupferkühlrohren A auch mit einer Anwärmschlange B ausgestattet ist, die bei Inbetriebsetzung nach längeren Stillständen zu Winterszeit in Funktion tritt.

Versuchsergebnisse.

Über den Dampfverbrauch ihrer Turbinen teilt mir die A,-G. Brown, Boveri & Cie. die unten folgende Zahlentafel mit. Darunter ist die ältere Frankfurter Turbine mit zwei Gehäusen und vielen Stufen im Verbrauch die beste. Eine neuere eingehäusige im Rheinisch-Westfälischen Elektrizitätswerk mit geringerer Stufenzahl steht ihr merklich nach, in Übereinstimmung mit den oben zitierten Äußerungen der Firma.

Anlage	Vor dem Ventil		Vor dem 1. Leitrad		Im Abdampfrohr	Effekt. KW. inklus. Erreg. exkl. Kond.	Dampfverbrauch pro KW/st	i_1	Thermod. η bz. a. Z. vor d. Turb. u. elektr. Leist.	Wirkungsgr. d. Stromerz.	Wärmeverbr. pro PS_e-st
	Atm. abs.	°C	Atm. abs.	°C	Atm. abs.			WE/kg		v. H.	WE
Rhein.-Westf. Elektr. Werke, Essen. Nr. IV. 5000 KW-Turbine. 1000 Uml./min. Dreiphasen-Generator. Eingehäusig.	12	296	—	—	0,0510	5128	6,51	727	0,622	94	3273
	12	290,7	—	—	0,0435	3922	6,81	724,4	0,586	92,5	3358
	12,2	278,5	—	—	0,0435	2434	7,45	718	0,534	90.0	3585
	12	292	—	—	0,0517	3860	6,73	725	0,605	92,5	3320
Städtisches E.-W. Frankfurt. Nr. III. 3500 KW. Zweigehäusig. 1350 Umdr. Einphasen-Generator.	10,93	238,3	—	—	0,0299	2586,3	6,54	699	0,629	91	3120
	10.97	234 8	—	—	0,0274	1542,5	7,13	697	0,571	88	3218
	10 38	219,5	—	—	0,0252	leer erregt	—	—	—	—	—
	11,00	258,8	—	—	0,0374	3521,5	6,22	708,2	0,659	92,5	2995
E.-W. Hannover. Parsons-Turbine. 2500 KW. Drehstrom 1500 Uml./min.	11,46	284,9	—	—	0,0394	2483,5	6,46	721,6	0,608	93	3188
Jacquet Natsville. Parsons-Turbine. 500 KW. 3000 Uml./min. Drehstrom-Generator. 525 V.	12,0	298,5	8,8	—	0,0496	498.7	7.59	728.4	0.531	91	3787
	12 0	294.8	6,4	—	0,0510	375,3	8,04	726,4	0,504	89	3828
	12,0	289,1	5,9	—	0,0518	250,2	8,99	723,4	0,456	87	4164

119. Die Dampfturbine von F. Tosi in Legnano.

Die Firma F. Tosi in Legnano führt Parsonsturbinen der in den Fig. 475 bis 478 dargestellten Bauart aus.

Die abgebildete Einheit leistet 12000 PS_e normal, 14200 PS_e maximal bei 12 Atm. Überdruck, 300° C Dampftemperatur, 750 Uml./min, ist eingehäusig, mit einer Teilung in der Mitte, wodurch sich Gußstücke von je etwa 5 m Längenausdehnung ergaben.

Bemerkenswert ist die Freiheit des Gehäuses von allen überflüssigen Angüssen, die Ungleichheiten der Wärmedehnung hervorrufen könnten; daher sind die Hauptabschließung und Drosselventil A vollständig abgesondert und nur durch den weiten Krümmer B mit der Turbine verbunden. Vor dem endgültigen Ausbohren wurde das Gehäuse ausgeglüht, um die Reste allfälliger Gußspannungen zu be-

Digitized by Google

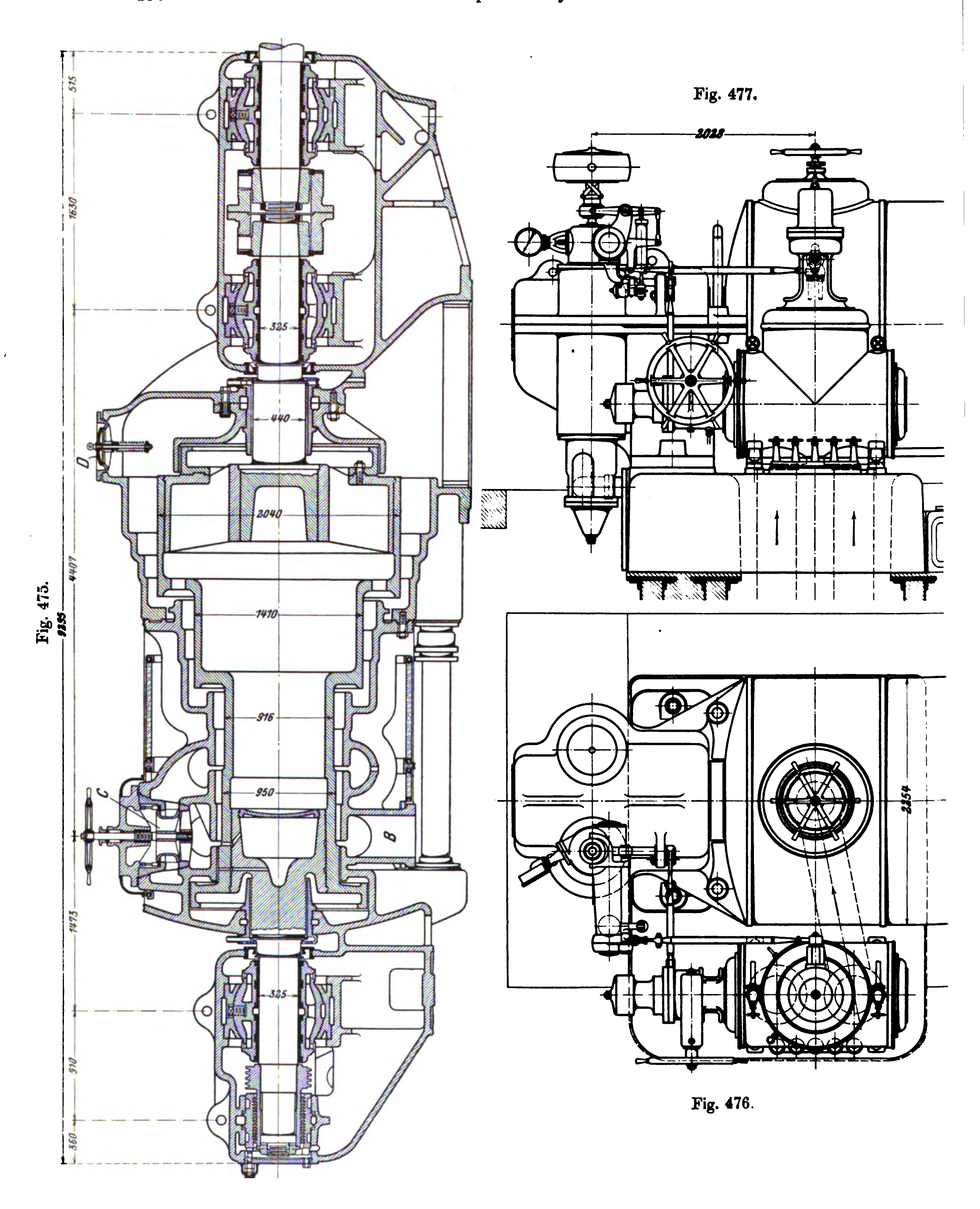


Fig. 477.

Fig. 476.

Digitized by Google

seitigen. Die Entlastung erfolgt nach Fullagars Methode. Das Wellenende am Hochdruck wird mittels Frischdampf geheizt. Ventil *C* dient für Überlastung; *D* ist ein von Parsons eingeführtes Sicherheitsventil gegen Druckerhöhung im Niederdruck infolge falscher Handhabung beim Anlassen.

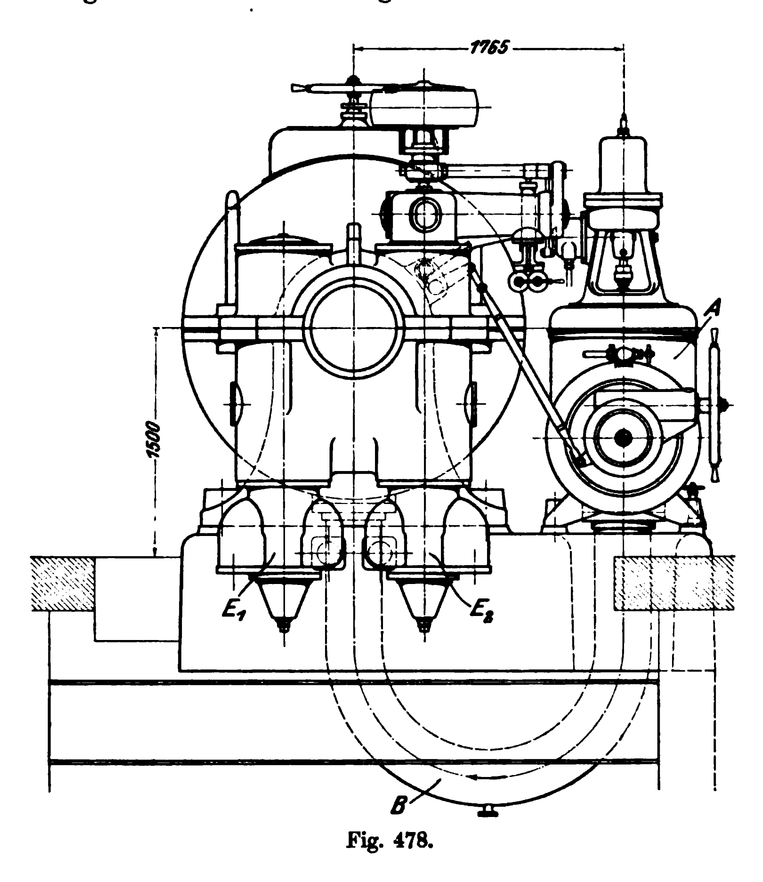


Fig. 478.

Die gefällige äußere Anordnung wird durch Fig. 478 veranschaulicht. Es bedeuten E_1, E_2 die Ölpumpen für die Lager und das Kraftgetriebe des Reglers. Beide arbeiten mit dem mäßigen Druck von etwa 1,5 kg/qcm, der sich bei Parsonsturbinen als hinreichend herausgestellt hat. Fig. 479 stellt ein Schema der Reglerzustellung dar, deren Wirkungsweise im Abschn. 102 beschrieben worden ist.

Es wurde durch einen eigens konstruierten Öldruckkolben, den man mit dem Wellenende verschraubte, gemessen, inwiefern der axiale Druckausgleich gelungen war. Der Versuch ergab einen Druck von bloß 64 kg als Beweis, daß das Kammlager bei richtiger Ausführung so gut wie gar nicht beansprucht ist.

Als Dampfverbrauch der beschriebenen Einheit wird 6,3 kg für die KW-st angegeben.

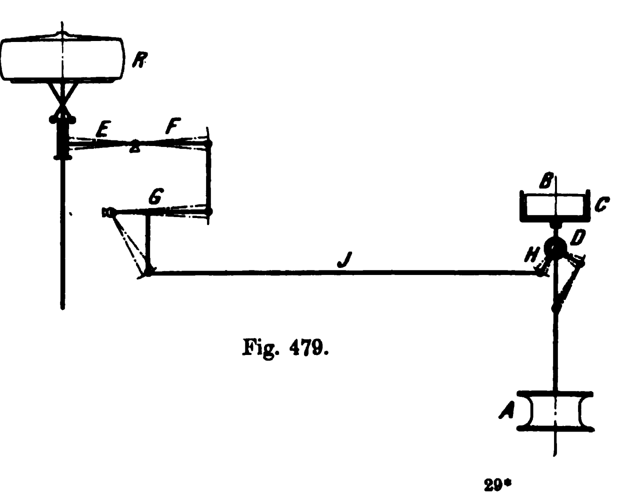


Fig. 479.

Digitized by Google

Die Gesamtanordnung mit Oberflächenkondensator K, Zirkulationspumpen $C_1 C_2$, Luftpumpen L, Auspuff ins Freie F wird durch Fig. 480, 480a veranschaulicht.

Auch die Firma F. Tosi geht in neuerer Zeit zu einer aus Curtisstufen und dem Parsonsschen Niederdruckteil bestehenden Verbundturbine über, deren Einrichtung für große Einheiten durch Fig. 481 und 481a veranschaulicht wird. Der durch ein Ferranti-Ventil eintretende Dampf wird durch die ganz unabhängigen

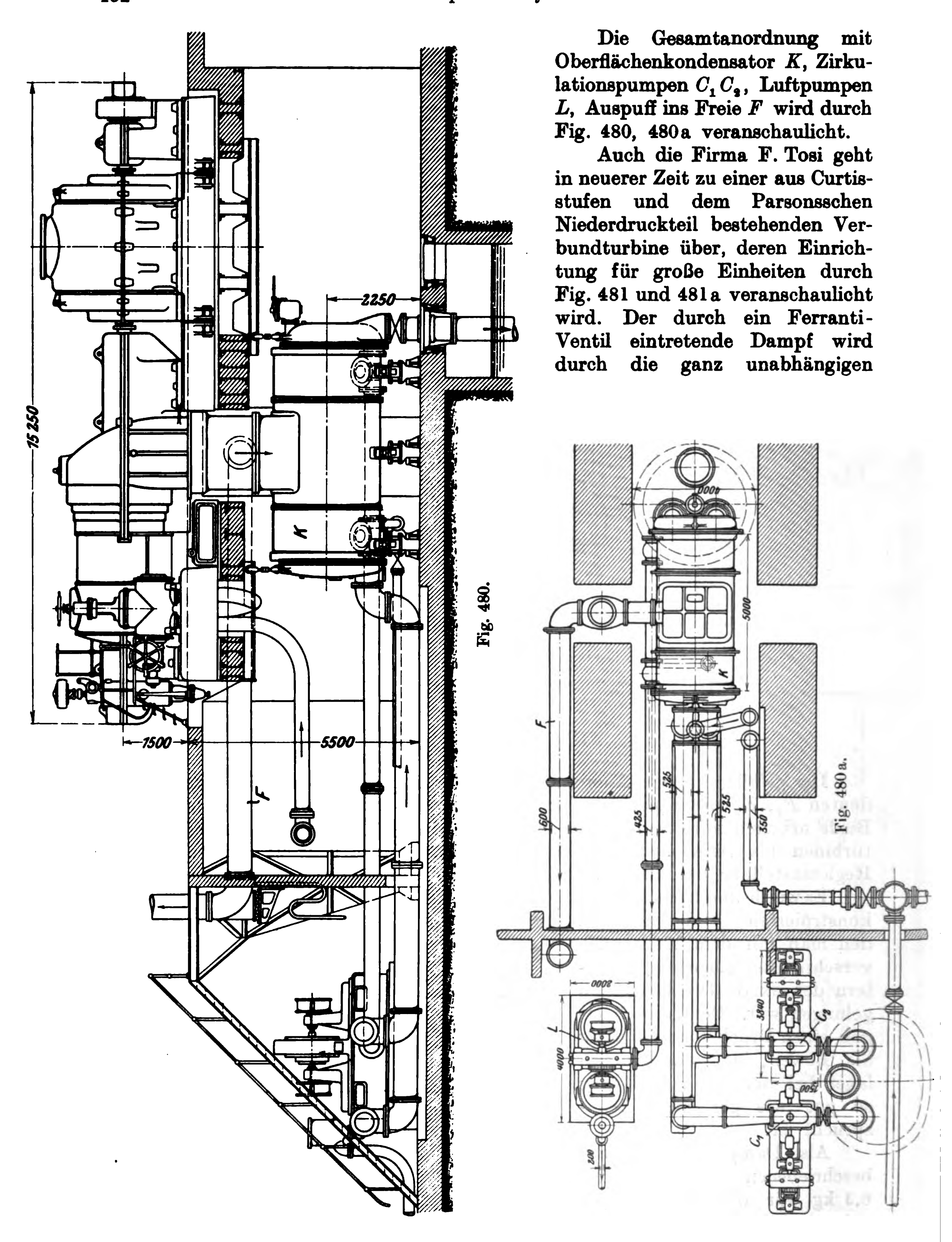


Fig. 480.

Fig. 480a.

Digitized by Google

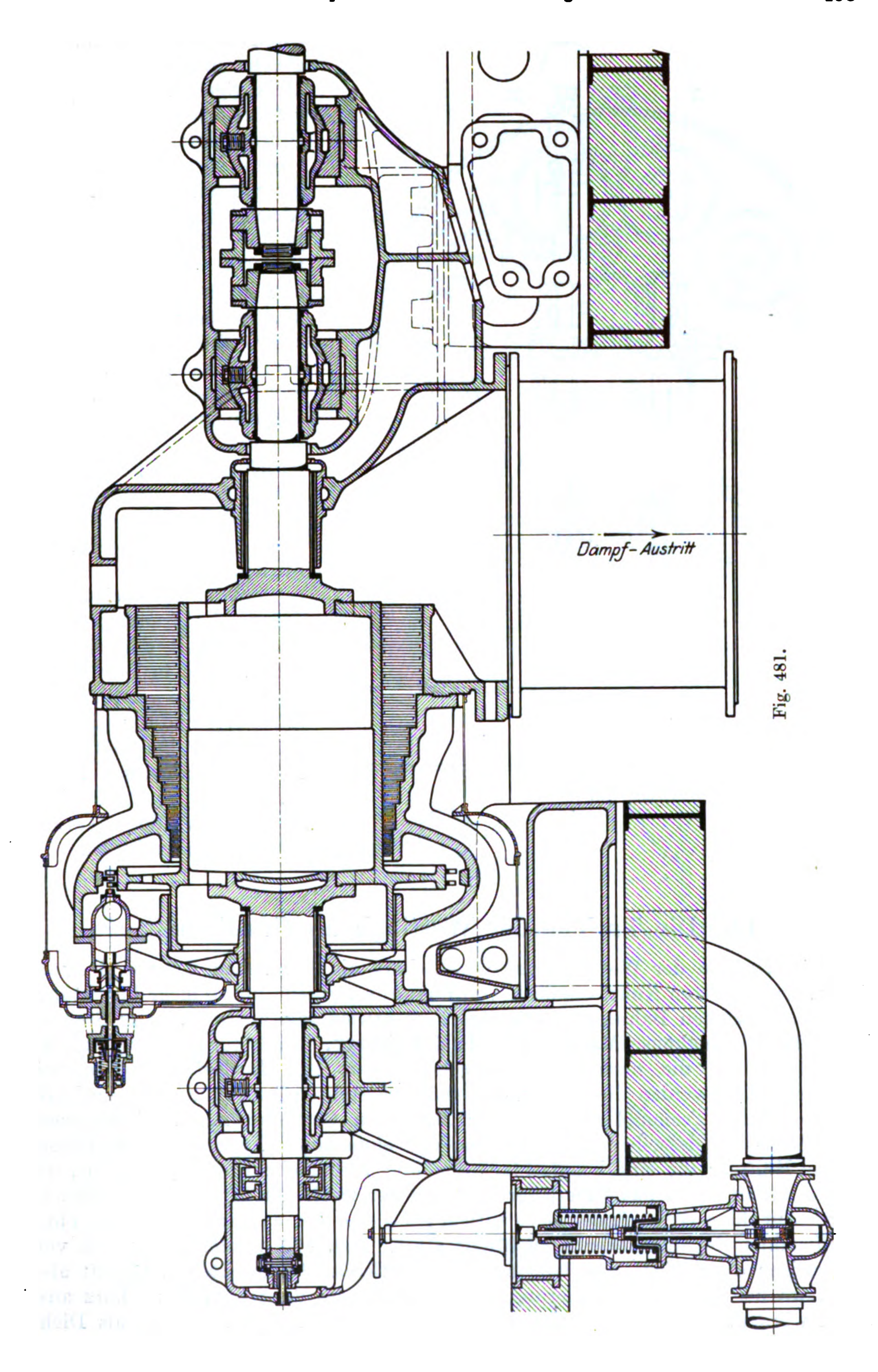


Fig. 481.

Digitized by Google

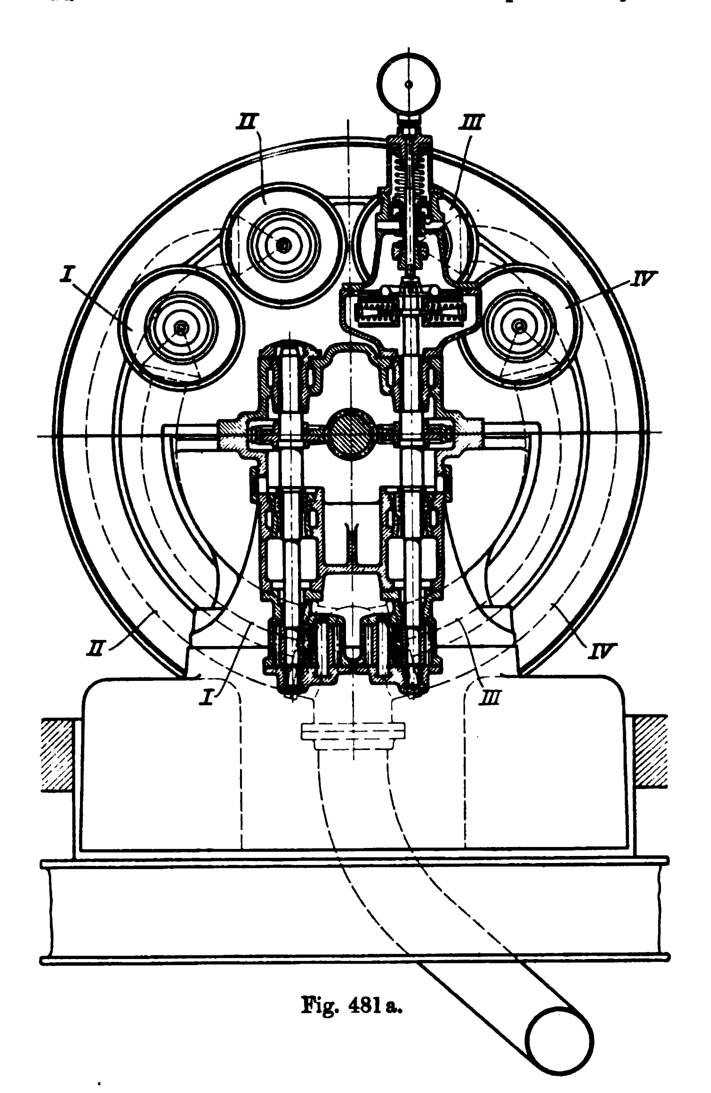


Fig. 481 a.

Zweigrohre I bis IV zu den gleichnamigen ebenfalls unabhängigen Düsengruppen geführt, die mittelst eines Öldruckreglergetriebes der Reihe nach geöffnet und geschlossen werden. Die Abschließung erfolgt durch je ein vollkommen entlastetes Doppelsitzventil, wie im Längenschnitt erkennbar ist. An das vordere Hauptlager schließt sich ein Öldruck-Kammlager und ein Sicherheitsregler an. Das Schwunggewicht des letzteren bildet den Kegel eines Abschlußventils, durch dessen Öffnen das Reglerdrucköl ins Freie abfließt und alle Düsen abstellt. Am Stirnende des Hochdruckzapfens ist durch einen Boden ein Hohlraum geschaffen, der mit dem Dampf der 1. Stufe in Verbindung steht, so daß auch hier die Zapfenverbindung beim Anlassen und bei plötzlicher Belastungszunahme intensiv geheizt wird, um Ungleichheiten der Wärmedehnung zu verhüten.

120. Die Turbine der Westinghouse-Gesellschaft.

Die Turbine der Westinghouse-Gesellschaft als der neben Brown, Boveri & Cie. zweitältesten Konzessionärin von Parsons verdient um so mehr Beachtung, als sie auf eigenen Bahnen selbständige Fortentwicklung anstrebt. Das Stammhaus, die **Westinghouse Machine Co., East Pittsburg,** behält für Einheiten bis zu etwa 3000 KW die normale Parsonssche Bauart mit Entlastungskolben bei. Darüber hinaus werden die in Fig. 482, 483 dargestellten Anordnungen ausgeführt. Die abgestufte Trommel trägt in der Mitte ein Curtisrad mit zwei Kränzen. Nach Verlassen desselben teilt sich bei der einfacheren Type der Dampfstrom in zwei Hälften; die eine beaufschlagt die links befindliche Überdruckturbine, die andere strömt durch das Innere der Trommel zur zweiten Hälfte des Niederdruckteiles. Auf diese Weise findet selbsttätiger Ausgleich der axialen Pressungen ohne Zuhilfenahme irgendwelcher Abdichtung statt. Fig. 483 unterscheidet sich von der vorigen durch Zwischenschaltung eines mittleren Überdruckteiles, betrifft also Fälle, wo bei sofortiger Halbierung des Dampfstromes die Schaufeln zu kurz ausfallen würden. Hier muß auf der anderen Seite ein Labyrinthkolben als Dich-

Digitized by Google

tung und Entlastung angeordnet werden. Bei Abdampfturbinen (Fig. 484) entfällt das Gleichdruckrad vollständig.

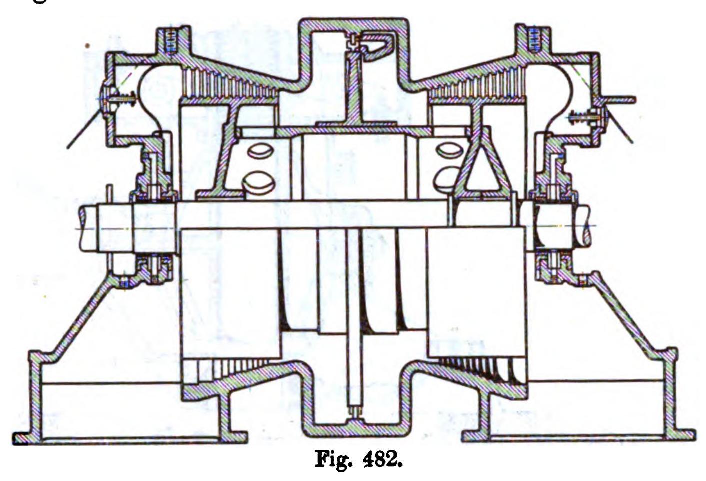


Fig. 482.

Die Düsenkammer ist als gesondertes Gußstück in das Turbinengehäuse eingesetzt, so daß letzteres nur unwesentlicher Erwärmung und Druckbeanspruchung ausgesetzt ist.

Die Tochtergesellschaft **„The British Westinghouse Electric & Manufacturing Co., L[d] in Manchester“** hat die gleichen Richtungslinien eingeschlagen. Fig. 485 stellt die Turbinen dar, die für die Londoner elektrischen Untergrundbahnen in deren Krafthäusern Chelsea und Naesden geliefert worden sind. Die normale Leistung der Einheit ist 5500 KW bei 1000 Uml./min (entsprechend 33,3 Perioden des

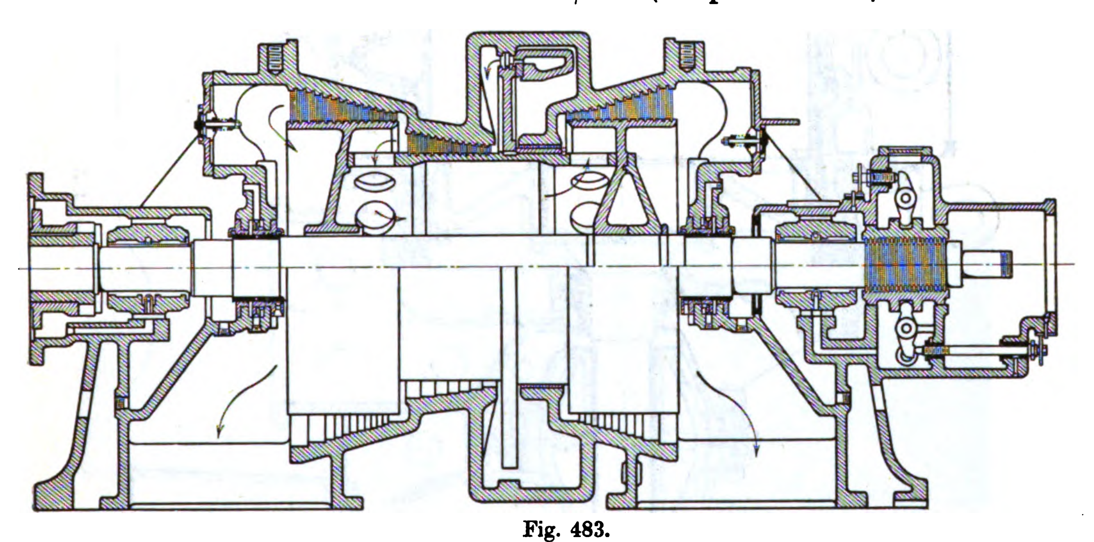


Fig. 483.

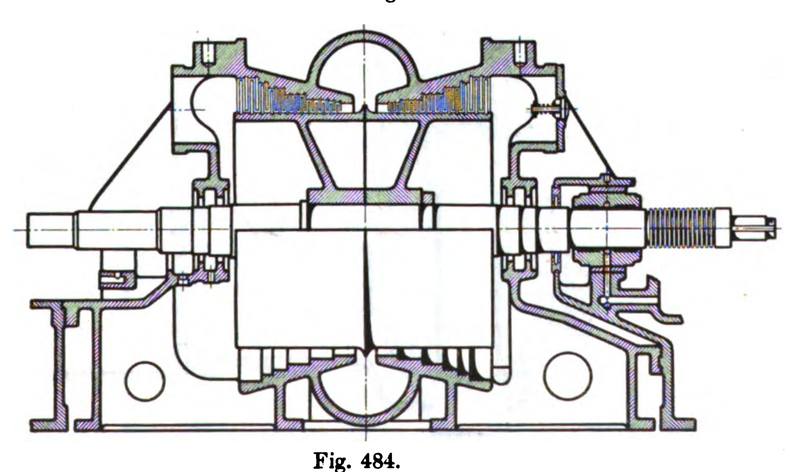


Fig. 484.

Digitized by Google

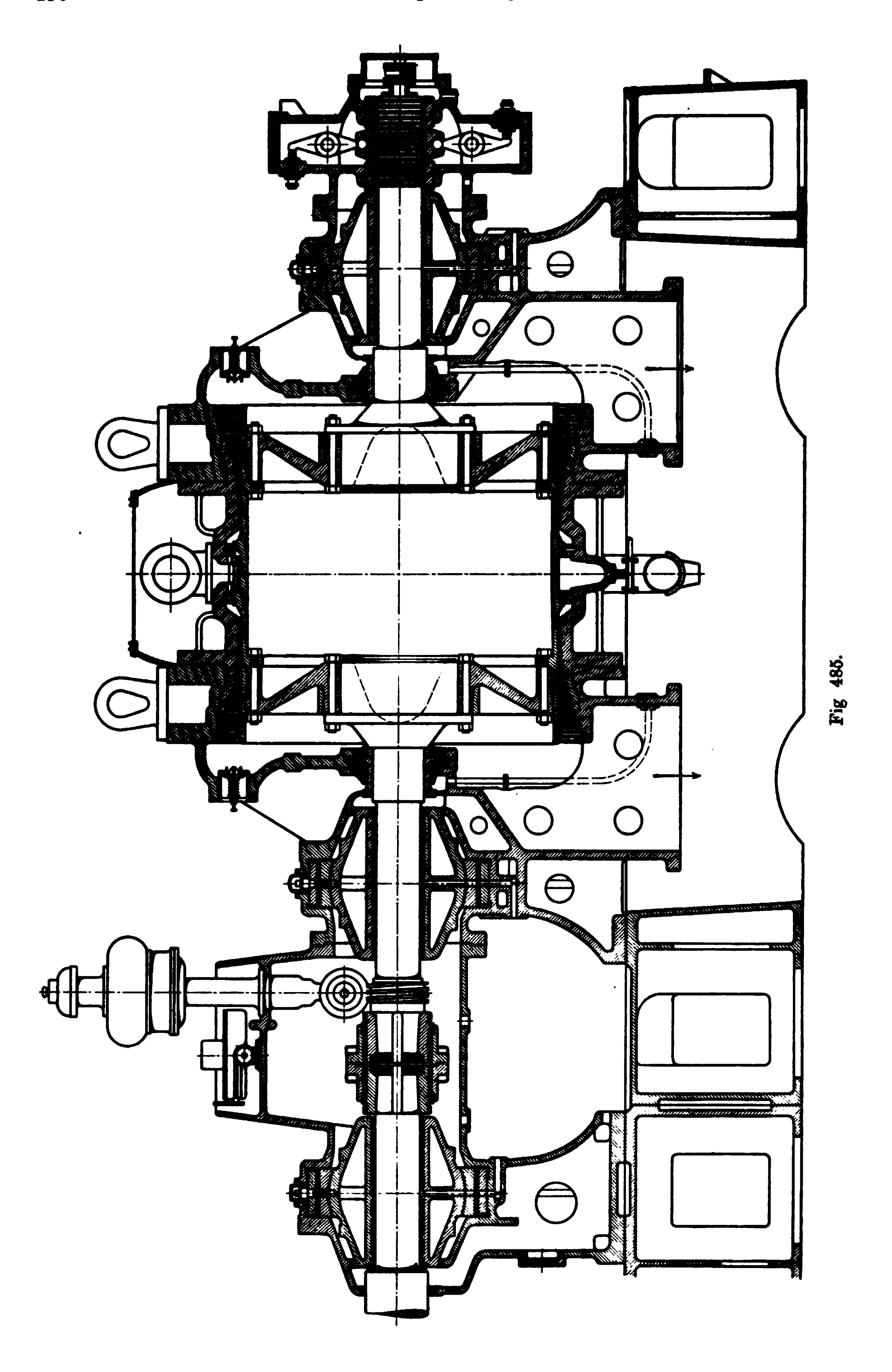


Fig 485.

Wechselstromes pro Sekunde). Wie ersichtlich, wurde hier auch das Curtisrad geteilt, so daß die Turbine aus zwei vollständig gleichen Hälften besteht. Um die Trommel aus geschmiedetem Material herstellen zu können, ist der Durch-

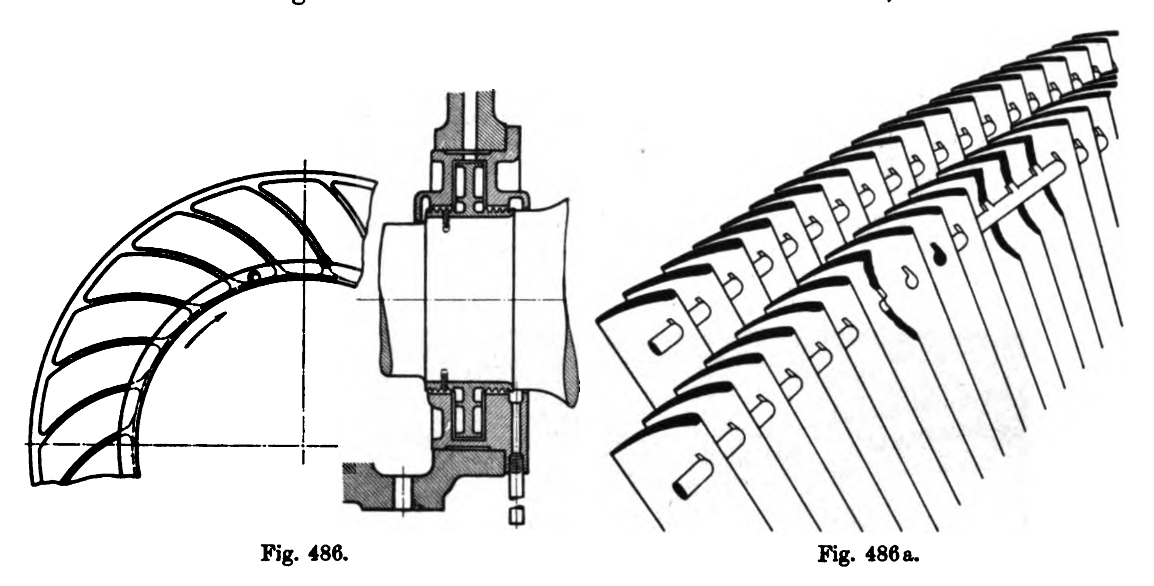


Fig. 486. Fig. 486a.

messer des Überdruckteiles überall gleich, was auf die für heutige Anschauungen gar zu kurzen Schaufeln beim Eintritt in denselben geführt hat. Doch stammen die Turbinen vom Ende des Jahres 1903 her, zu welcher Zeit noch keine so hohe Wirtschaftlichkeit gefordert wurde.

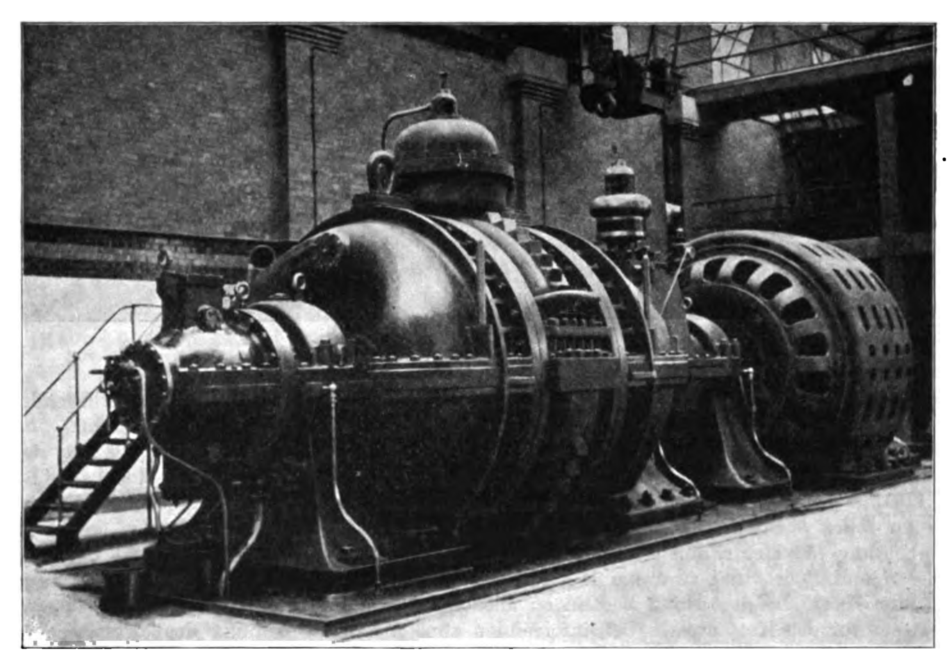


Fig. 487.

Fig. 486 stellt die mit Wasserabschluß arbeitende Stopfbüchse dar. Fig. 486a zeigt die Versteifung der Schaufeln durch einen Draht mit σ-förmigem Querschnitt, dessen Fortsatz zwischen den Schaufeln abgebogen und verlötet wird. Fig. 487 ist

Digitized by Google

ein Schaubild der Turbine, Fig. 488 ein Blick in das Maschinenhaus der Station Naesden.

Über das Funktionieren der Turbinen in der Station Chelsea waren in Fachkreisen ungünstige Gerüchte verbreitet. Ich verdanke der Britischen Westinghouse-Gesellschaft folgende sachlich höchst interessante Mitteilungen, welche über den Grund der aufgetauchten Schwierigkeiten aufklären.

Die Kondensationsanlage dieser Station war von der Untergrundbahn-Gesellschaft selbst geliefert worden und besteht aus vertikalen Oberflächenkondensatoren mit bloß einmaligem Wasserumlauf, denen das Zirkulationswasser durch Kreiselpumpen von der Themse zugeführt wird. Es wurde die verhängnisvolle Unterlassung begangen, daß man die Enden der 60" engl. (1524 mm) im Lichten messenden Leitungen ohne jeden Schutz gegen Eindringen von Verunreinigung in das Bett des Flusses verlegte. Im Herbst beim Laubfall und insbesondere zur Zeit der Ebbe drangen nun solche Mengen von Schlamm, Ästen, Blättern u. a. in den Kondensator, daß der Wasserdurchfluß gehemmt und eine und dieselbe Turbine im Laufe eines Tages oft zwanzigmal von Kondensation auf Auspuff geschaltet werden mußte.

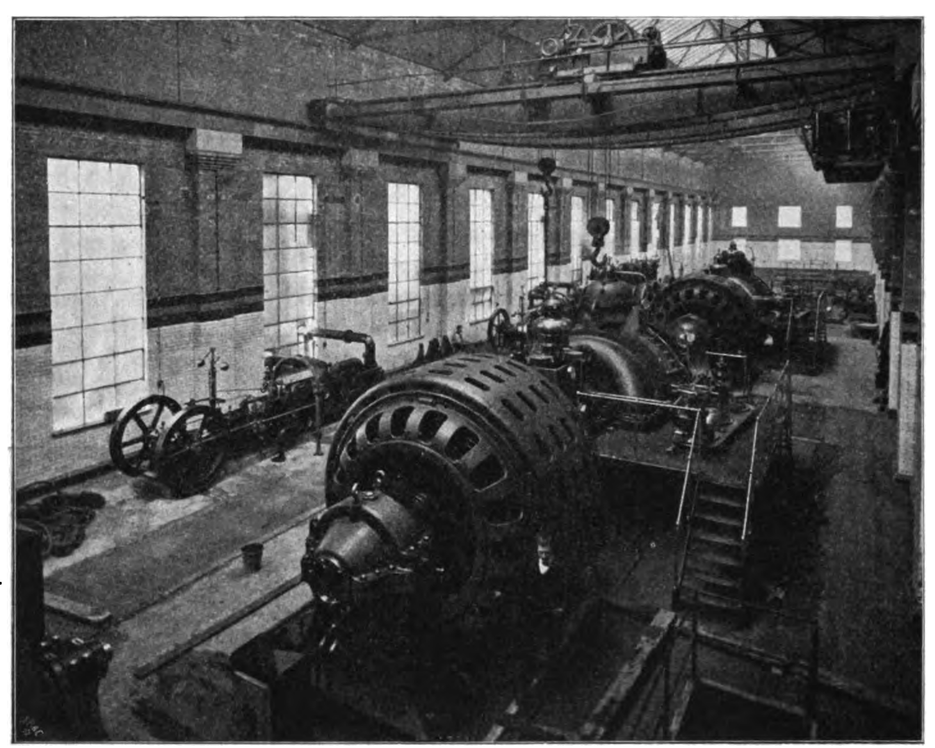


Fig. 488.

Wie sich unter solchen Umständen der Betrieb gestaltete, geht aus dem mir vorliegenden Bericht über die Nacht vom 4. zum 5. April 1907 hervor, der auszugsweise wie folgt lautet:

„Die Kondensatoren haben uns wieder große Schwierigkeiten verursacht, und wir sind mit knapper Not dem vollständigen Einstellen des Bahnbetriebes entgangen. Es war eine bange Stunde, als um $11^{h}15$ nachts der Kondensator an Maschine *G* das Zirkulationswasser verlor und das Vakuum langsam zu fallen begann. Turbine *H* wurde unmittelbar angelassen und parallel geschaltet, erreichte aber nur 750 Umdr./min (gegenüber 1000 normal), da auch ihr Vakuum und dasjenige der Maschinen *A* und *F* fiel, und zwar um $11^{h}30$ auf 12" (0,4 Atm. Unterdruck). Nach dem Umschalten der Maschine *H* auf freien Auspuff begann zu alledem auch der Dampfdruck rasch zu sinken, denn der Elektromotor des Kettenrostes lief infolge der abnehmenden Spannung der elektrischen Generatoren bedeutend langsamer. So schien eine Katastrophe unvermeidlich. Zum Glück konnte man den Kondensator der Maschine *G* inzwischen ausspülen, so daß um $11^{h}55$ diese Einheit frisch angelassen werden konnte und gutes Vakuum erhielt, worauf man die normale Geschwindigkeit wieder einholte."

Ein Bericht vom 20. Oktober 1907 besagt, daß an diesem Tage das Vakuum an verschiedenen Maschinen sechsundzwanzigmal und am 21. Oktober 1907 gar an die achtzigmal versagt habe.

Digitized by Google

Zu diesen Übelständen kam noch der weitere hinzu, daß die Auspuffrohre ins Freie von der Untergrundbahngesellschaft für beide Turbinenseiten getrennt, ohne Druckausgleichverbindung ausgeführt worden waren. Obzwar automatische Auspuffventile vorhanden waren, so mußte sich doch beim Umschalten von Kondensation auf Auspuff ein Druckunterschied zwischen den Turbinenhälften einstellen, der zum Einreiben der hierfür nicht berechneten Kammlager führte.

Die vielfachen Umschaltungen auf Auspuff riefen plötzliche Wärmedehnungen und Schaufelstreifen[1]) hervor, so daß die Westinghouse-Gesellschaft gezwungen war, das radiale Schaufelspiel nachträglich zu vergrößern, wodurch der Verbrauch nachteilig beeinflußt wurde. Nachdem die Untergrundbahngesellschaft einerseits Ausgleichrohre angebracht, anderseits durch mechanisch reinigbare Schutzrechen das Eindringen von Schmutz zu den Kondensatoren verhindert hatte, schwanden die Übelstände, und der vertragliche Dampfverbrauch konnte erreicht werden. Nur die Dampfreinheit lasse zu wünschen übrig, da **viel Schlamm aus dem Kessel mitgerissen wird,** der sich an **den Niederdruckschaufeln ablagert, festsetzt und den Durchflußquerschnitt bis auf die Hälfte verengen kann.** Diese ungünstige Beschaffenheit des Speisewassers dürfte wohl durch Undichtheit der Oberflächenkondensatoren erklärt werden.

Die Station in Naesden habe zuverlässige barometrische Kondensatoren und sei von Betriebsunfällen gänzlich verschont gewesen.

Die allgemeine Anordnung einer Westinghouse-Turbinenanlage mit 5000 KW-Einheiten ist in Fig. 489 und 490 veranschaulicht. Die Leistungsfähigkeit auf 1 qm Grundfläche beträgt rd. 40 KW und sinkt bei 400 KW-Einheiten auf etwa die Hälfte hinab.

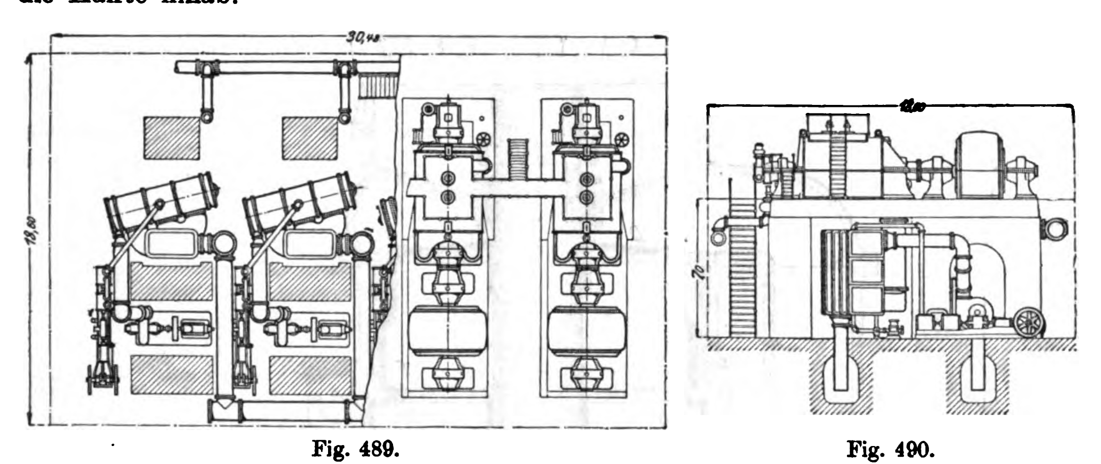


Fig. 489. Fig. 490.

Westinghouse hat sich die vertikale Bauart nach Fig. 491 patentlich schützen lassen, die sich von der Curtisschen durch die von unten nach oben gerichtete Dampfströmung unterscheidet und ein Tragen des Gesamtgewichtes durch den Dampfdruck anstrebt. Da auf den oberen Boden die Vakuumpressung wirkt, wäre es hinreichend, die untere Bodenfläche dem Atmosphärendruck auszusetzen. Will man mit Auspuff arbeiten, dann soll komprimierte Luft oder Dampf auf

[1]) Auf Verhältnisse dieser Art dürfte sich folgende Beschreibung in „Power, 1907, S. 159" beziehen: „Eine neue Turbine sollte den Betrieb abends 11 Uhr übernehmen, wenn die Belastung unter die maximale Leistung einer Einheit gefallen war. Alles lief gut, allein gegen 12 Uhr kam plötzlich eine starke Belastung auf, weil ein Versuchszug probiert wurde, von dem man der Station keine Anzeige gemacht hatte. Da gab es etwas wie ein Erdbeben unter der Turbine und ein Geräusch als ob ein Dutzend Schlosser die Kanten von dünnen Stahlblechen feilen würden. Man besichtigte die Stopfbüchsen, doch die waren in Ordnung. Da das Geräusch anhielt, waren einige Wärter für Abstellen, doch der Turbinenmonteur wollte nichts davon wissen, und erst später wurde eine andere Einheit rasch angelassen und parallel geschaltet. Nun untersuchte man die Überströmrohre, in welchen bei Schaufelbruch leicht Schaufeln vorgefunden werden (!), doch da war nichts. Nach dem Abdecken der Turbine zeigte sich, daß nichts gebrochen war, sondern bloß die Umleitschaufeln des „Impuls"rades gerieben hatten. (Man kann sich hiernach vorstellen, wie es hergehen muß, wenn es zum vollständigen Abrasieren einer Anzahl von Schaufelkränzen, dem berüchtigten „Schaufelsalat" kommt.)

Digitized by Google

diese Bodenfläche einwirken. Wenn der Luftdruck das erforderliche Maß überschreitet, so wird der rotierende Teil angehoben und das Spurlager bei *G* so weit gelüftet, daß der Überschuß an Dampf oder Luft entweicht. Im Ringraume *Q* wird die Pressung durch ein Reduktionsventil auf konstanter Höhe erhalten. Von einer Ausführung haben wir noch nichts vernommen.

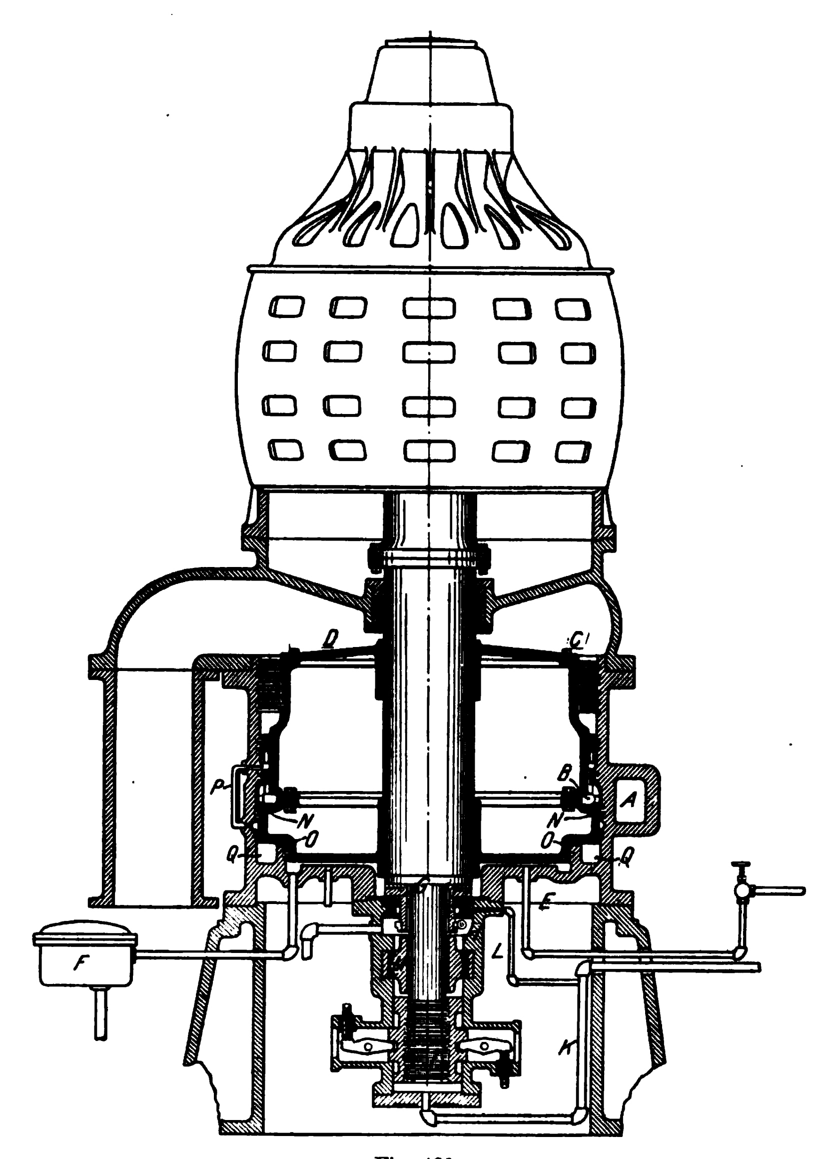


Fig. 491.

Versuchsergebnisse.

An den 7500 KW-Dampfturbinen der Waterside-Station II. der New York Edison Company[1]) sind im Jahre 1907 die nachfolgend mitgeteilten Ergebnisse erzielt worden. Die Turbine liefert bei 750 Uml./min eine Dauerleistung von 9400 KW und eine Höchstleistung von 11250 KW für 3 Stunden Dauer. Der Wirkungsgrad des Stromerzeugers soll bei Normalleistung 97,8 v. H. sein, aus-

---

[1]) Nach Electr. World 1908, 28. Januar.

Digitized by Google

schließlich Lagerreibung und Ventilation. In der Umrechnung auf die effektive Leistung wurde derselbe in Übereinstimmung mit europäischen Angaben zu 92 v. H. angenommen.

Nach einer weiteren Versuchsreihe nimmt bei abnehmender Belastung die stündliche Dampfmenge linear ab, und zwar gemäß Formel

$$G_{st} = 6795 + 5{,}971 \text{ KW},$$

woraus der Verbrauch für die KW-st in kg zu $G_{st}/\text{KW} = 5{,}971 + 6795/\text{KW}$ folgt. Der Verbrauch im Leerlauf ist etwa 10,8 v. H. des Verbrauches bei 9400 KW.

Der thermodynamische Wirkungsgrad von nahezu 68 v. H. (ohne Abzug des Kondensationsarbeitsverbrauches) gehört zu den besten heute bekannten Zahlen.

7500 KW-Westinghouse-Parsons-Dampfturbine Waterside-Station Nr. 2 New York Edison Company. 1907.

Stunden	Pressung vor dem Drosselventil kg/qcm Überdr.	Überhitzung vor dem Drosselventil °C	Totale Leistung des Stromerzeugers KW	Pressung im Abdampfrohr kg/qcm abs.	Effekt. Dampfverbrauch für die kg/KW-st	Anfänglicher Wärminhalt WE	Theoretischer Dampfverbrauch pro KW-st kg	Thermodynamischer Wirkungsgrad, bez. auf den Zustand vor der Turbine und der elektr. Leistung ohne Abzug der Luftpumpenarbeit	Wärmeverbrauch pro PS_e-st WE
1	12,81	51,1	9828	0,088	6,96	698	4,59	0,658	3290
2	12,35	54,1	9891	0,090	6,87	700	4,32	0,673	3253
3	12,30	53,7	9859	0,088	6,86	699	4,62	0,673	3244
4	12,56	52,4	9857	0,090	6,86	698,6	4,62	0,672	3247
5	12,47	53,6	9871	0,091	6,81	699	4,63	0,679	3221
6	12,12	54,2	9865	0,090	6,83	699	4,65	0,679	3230
7	12,62	52,2	9845	0,090	6,805	698,3	4,61	0,678	3215
8	12,48	54,5	9627	0,090	6,94	700	4,59	0,660	3285
Mittelwerte:	12,45	53,2	9830	0,090	6,87	—	4,613	0,672	3248,1

121. Turbine der Österreichischen Dampfturbinen-Gesellschaft in Brünn.

Diese mit der „Ersten Brünner Maschinenfabriks-Gesellschaft" verbundene Firma führte bis in die letzte Zeit hinein Turbinen rein Parsonsschen Systems aus, unter welchen die 10000 pferdigen Einheiten für die Wiener Elektrizitätswerke besonders zu erwähnen wären. Auf Grund der gewonnenen Betriebserfahrungen wurde neuerdings durch Oberingenieur Fürstenau eine Verbundturbine „System Erste Brünner" ausgebildet, gekennzeichnet durch die Anwendung eines zweikränzigen Gleichdruckrades als Hochdruckteil. Die allgemeine Anordnung ist in Fig. 492 dargestellt. Fig. 493 bietet ein Schaubild der Steuerung von einer 5000 PS-Einheit. Fig. 494 läßt für 500 PS-Einheiten die bedeutende Kürzung der Welle gegenüber der rein Parsonsschen Anordnung erkennen. Der Druckausgleich wird durch einen Labyrinthkolben erzielt, der, um einen mäßigen Durchmesser zu erhalten, dem Vakuumdruck ausgesetzt ist. Von den übrigen Einzelheiten sind zu erwähnen die Düsen, die aus einer Sonderlegierung gegossen werden und ohne Bearbeitung bleiben, damit die harte Gußhaut als widerstandsfähige Führungsfläche dienen kann. Der Druck hinter dem Gleichdruckrad erreicht

Digitized by Google

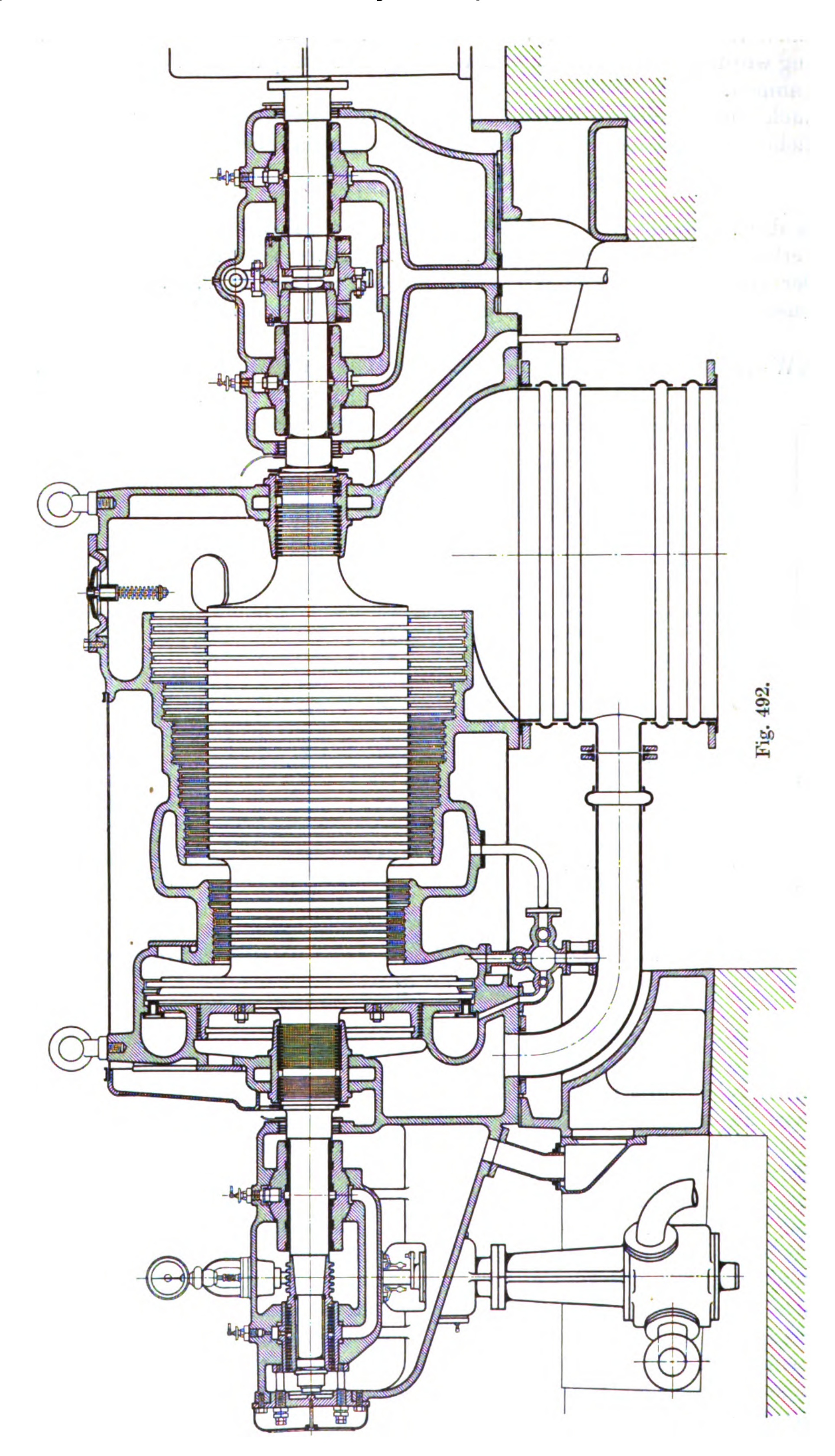


Fig. 492.

Digitized by Google

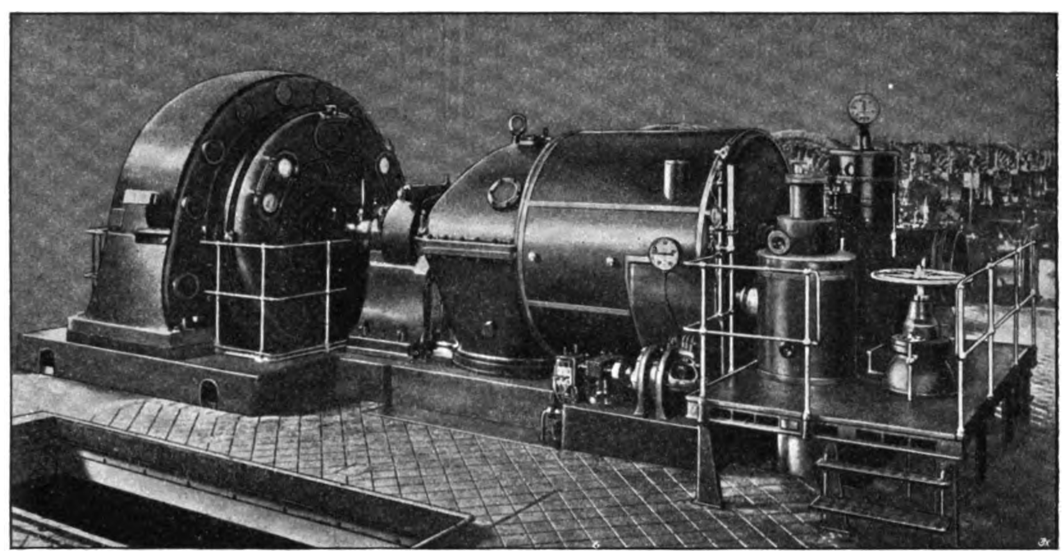


Fig. 493.

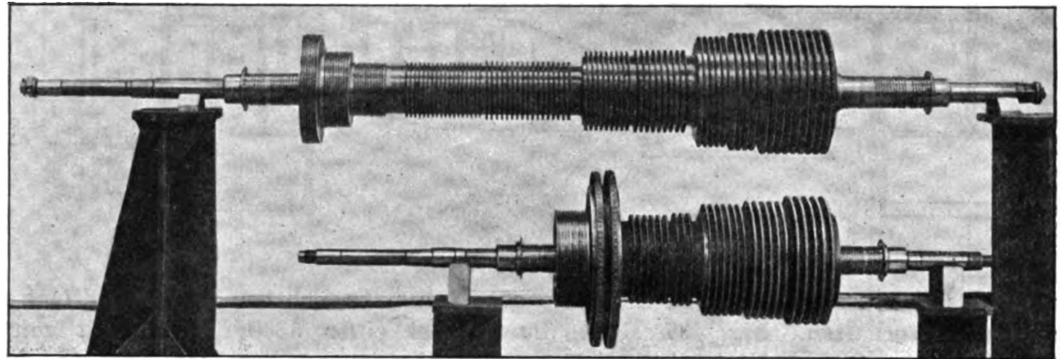


Fig. 494.

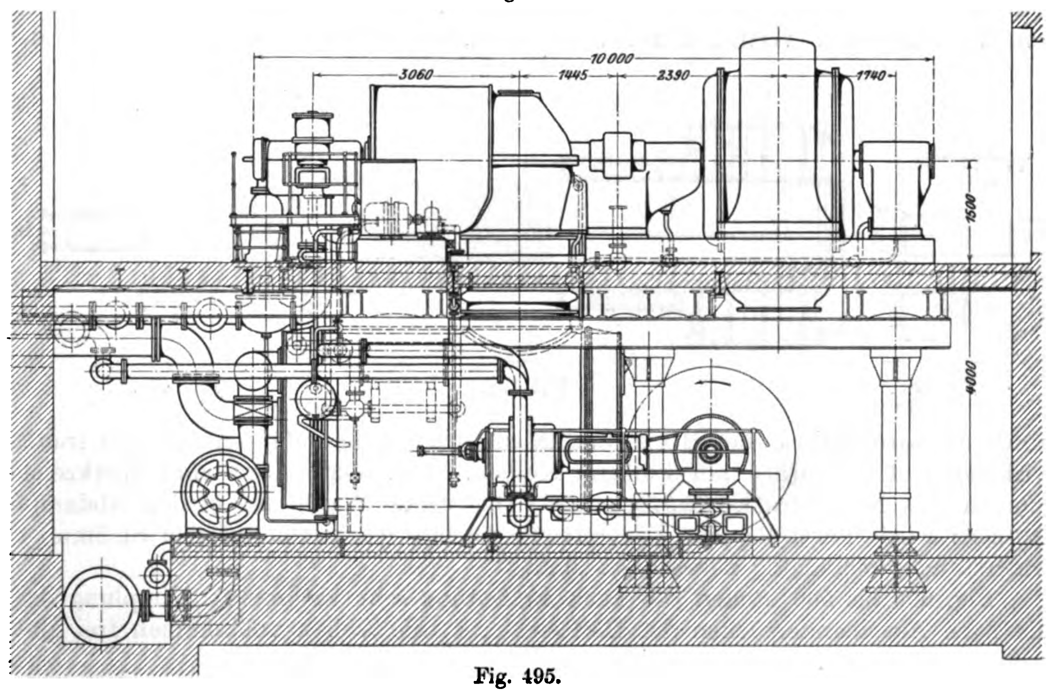


Fig. 495.

höchstens 2 Atm. abs. Die Spielräume zwischen Schaufelenden und Gehäuse sind beim Gleichdruckrad 5—6 mm, am Überdruckteil 1—2 mm.

Fig. 495 läßt die Gesamtanordnung der Fundamente und der Oberflächenkondensation erkennen. Die Regelung wurde in Abschn. 102 besprochen.

122. Turbine der Allis-Chalmers Co. in Milwaukee.

Die Turbine der Allis-Chalmers Co. ist eine Parsons-Turbine mit Druckausgleich nach Fullagar und mannigfachen konstruktiven Verbesserungen. Die Gesamtanordnung wird durch Fig. 496 veranschaulicht. Bei großen Einheiten

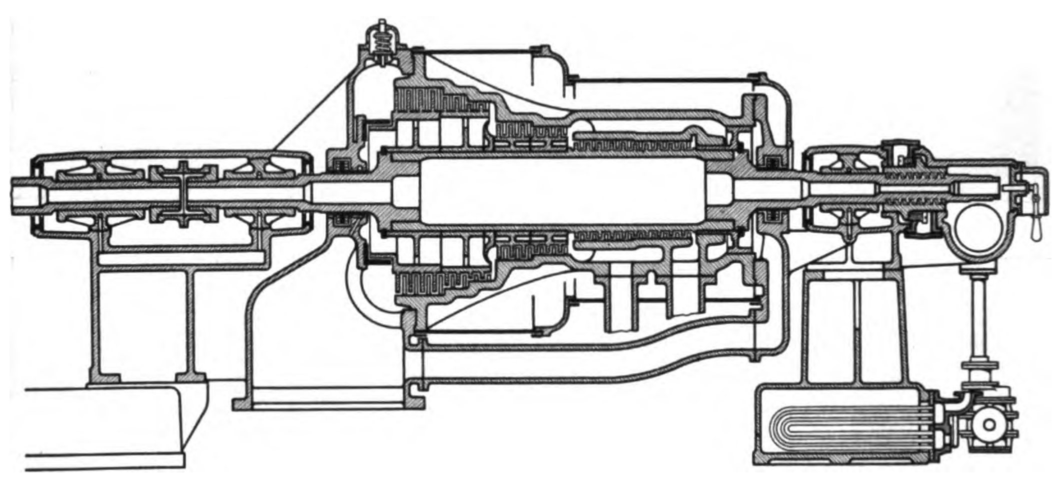


Fig. 496.

wird das Gehäuse nochmals in der Mitte geteilt, um tunlichst spannungsfrei Gußstücke zu erhalten. Fig. 497 stellt die Spindel einer 5500 KW-Einheit mit 750 Umdr./min dar. Bei dieser Leistungsangabe ist zu beachten, daß **nach amerikanischer Übung jede Turbine 50 v. H. Überlastung während einer Dauer von zwei Stunden vertragen muß.** Die Fig. 498 bis 501 sind Einzelheiten des

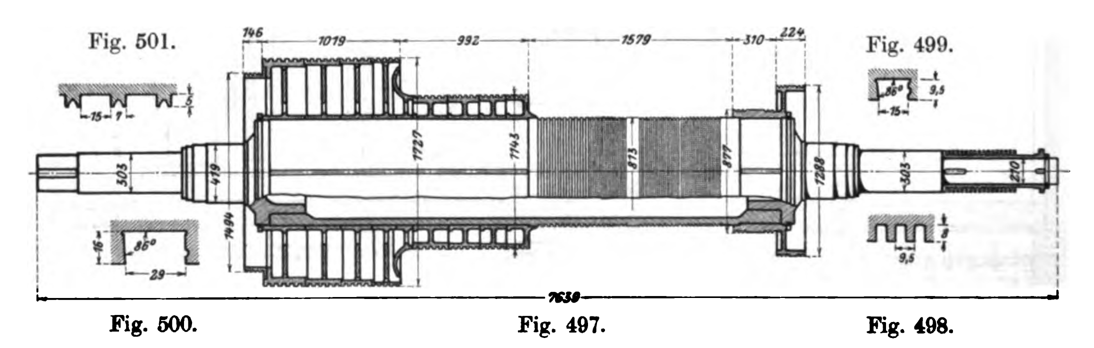


Fig. 501. Fig. 499.

Fig. 500. Fig. 497. Fig. 498.

vorderen Labyrinthes, der Hoch- und Niederdruck-Schaufelnuten und des (radial wirkenden) Labyrinthes am Fullagar-Kolben. Fig. 502 bis 505 sind Werkzeichnungen des Niederdruck-Gehäuseendes. Die flache Wand des ovalen Abdampfstutzens wird durch Rippen X versteift, die mit Rücksicht auf den Strömungswiderstand zweckmäßig zugeschärft sind.

Fig. 506 bis 508 stellen die auch in Europa sehr verbreitete Kupplung dar, die nach Auseinanderrücken der Hälften A_1, A_2 die Wellen vollkommen frei gibt.


Digitized by Google

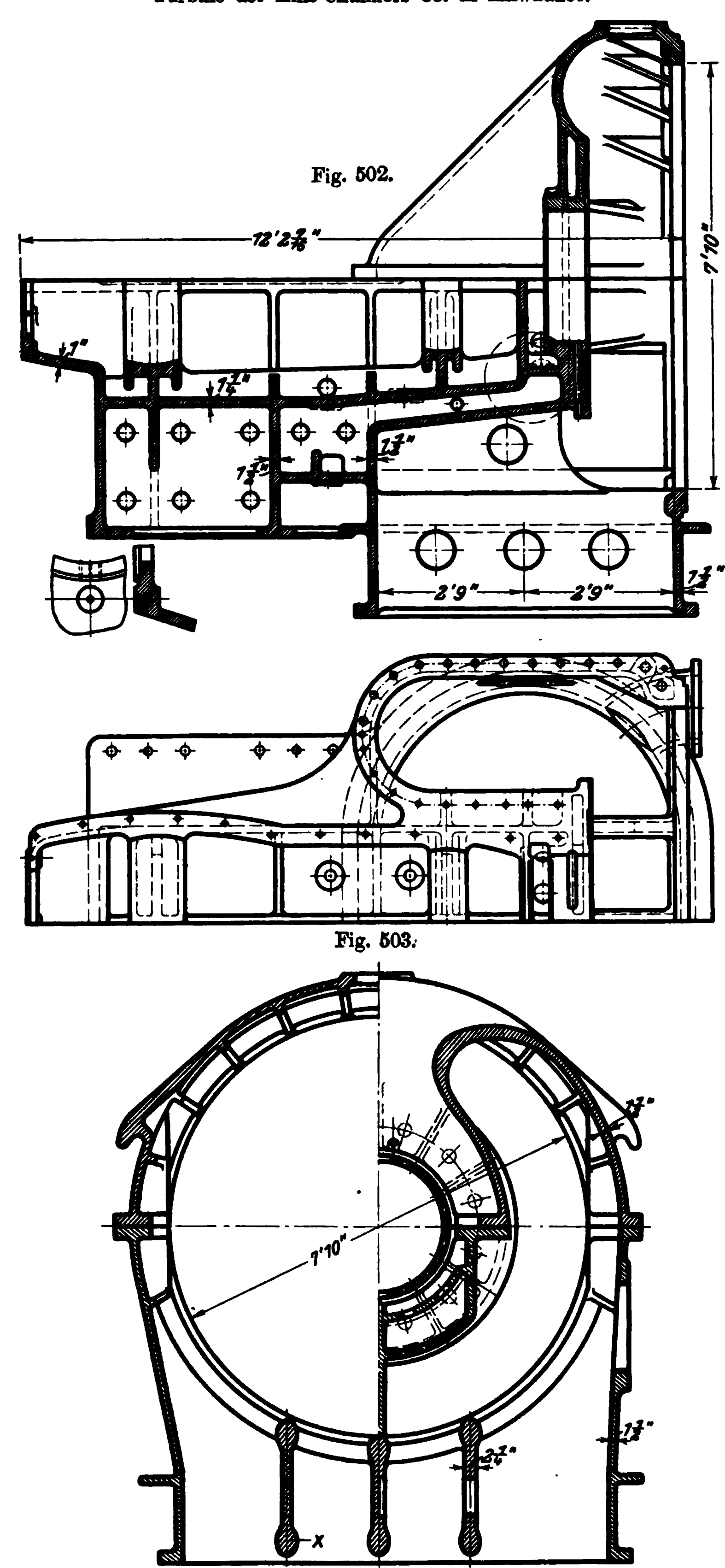


Fig. 502.

Fig. 503.

Fig. 504.

Digitized by Google

In Fig. 509 ist der im hohlen Spindelende untergebrachte Sicherheitsregler abgebildet. Fig. 510 veranschaulicht das Schema der Ölleitungen. Lager- und Reglerkraftgetriebe werden von der gleichen Pumpe aus gespeist.

Versuchsergebnisse.

An einer 4000 KW-Allis-Chalmers-Dampfturbine sind die in nachfolgender Zahlentafel vereinigten Ergebnisse gewonnen worden. Über den Verbrauch der Kondensation, und ob dieser von der elektrischen Leistung abgezogen wurde, ist nichts Näheres angegeben. Auch wenn wir hierfür etwa 1,5 v. H. von der Leistung abziehen, stellt sich der thermodynamische Wirkungsgrad bei Überlast auf 67,8 v. H. und erreicht die besten derzeit (Anfang 1910) bekannten Ergebnisse.

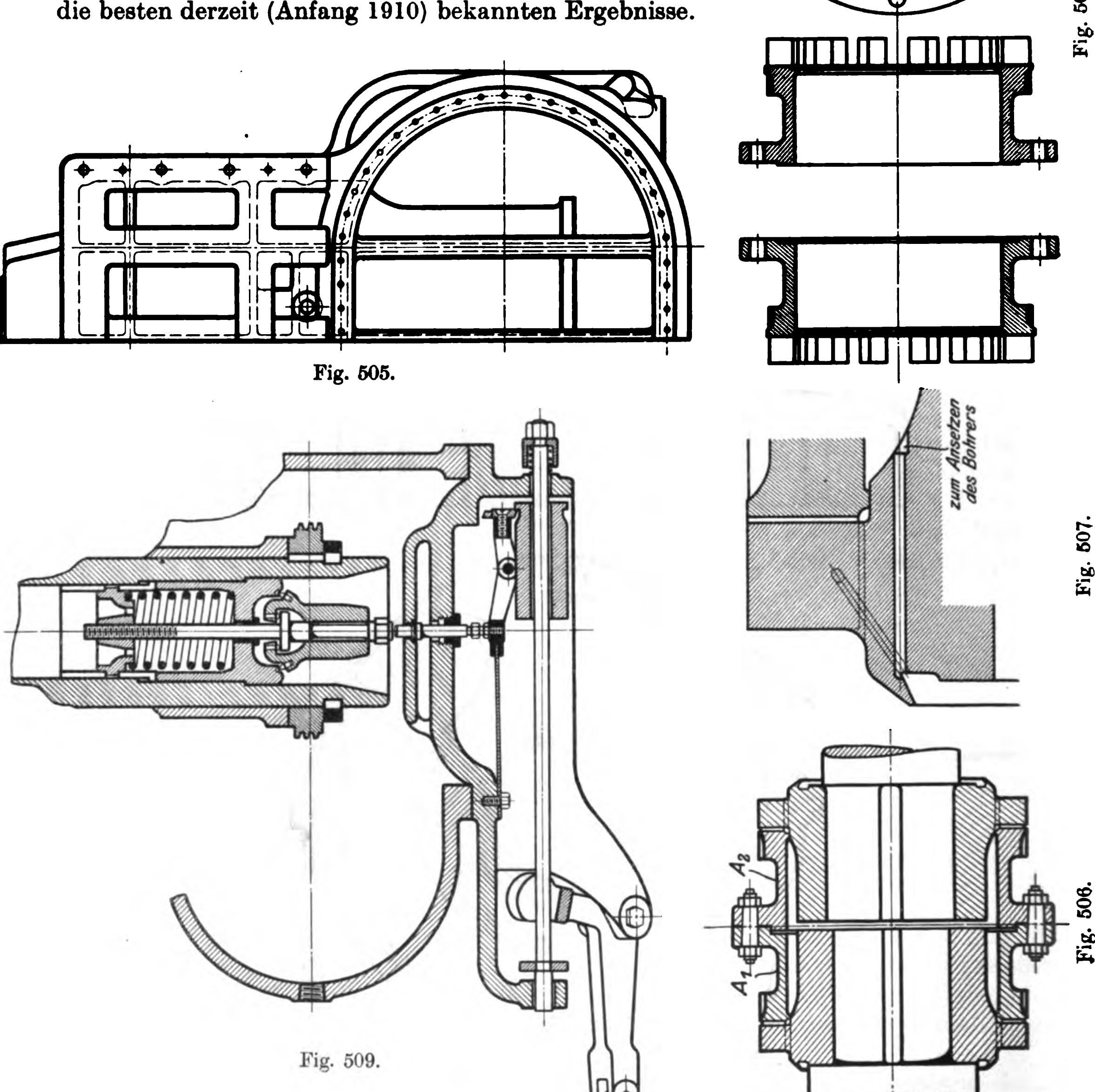


Fig. 505.

Fig. 506.

Fig. 507.

Fig. 508.

Fig. 509.

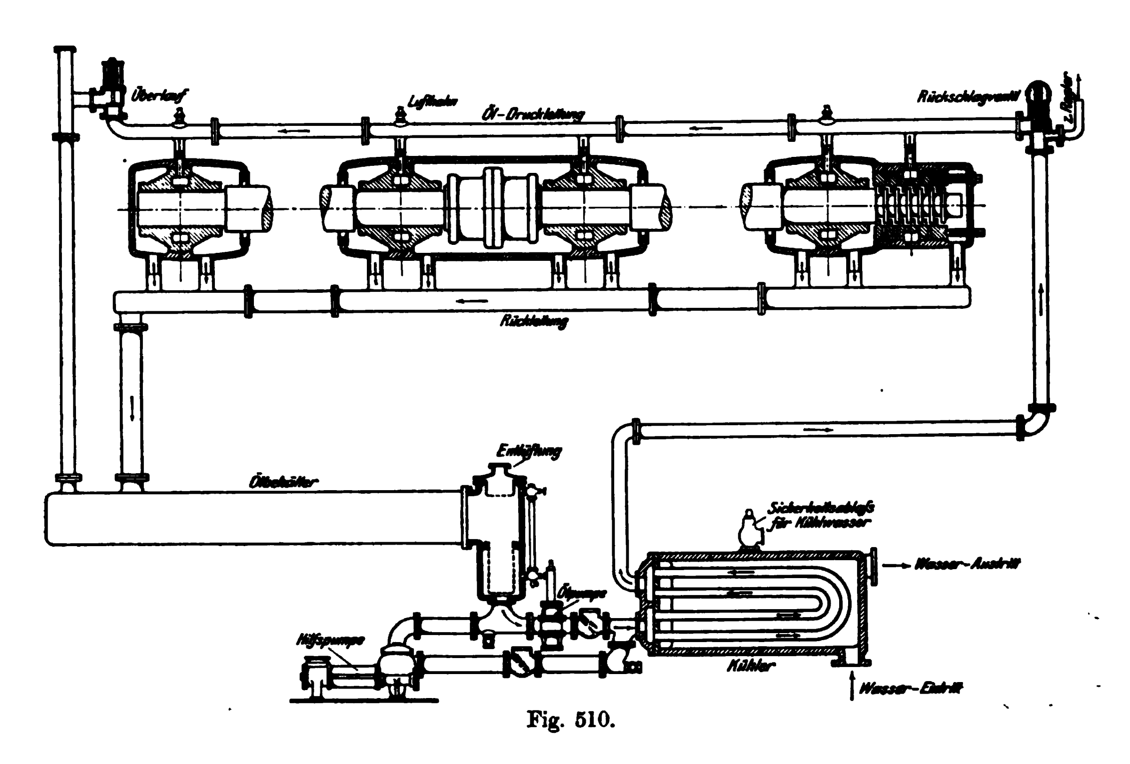


Fig. 510.

Allis-Chalmers-Dampfturbine von 4000 KW Leistung bei 1800 Uml./min 1908.

Belastung in v. H. der Vollast	v. H.	22,5	35	62	85	108	120
Versuchsdauer	St.	4	7	4	10	10	2
Abs. Druck vor der Turbine	kg/qcm	12,19	11,63	11,91	12,05	12,06	11,23
Dampftemperatur vor d. Turbine	°C	225	232	238,8	238,8	278,8	261
Überhitzung	°C	31,6	42,7	483	48,3	60	73,03
Absoluter Gegendruck	kg/qcm	0,0625	0,0580	0,0624	0,0621	0,0594	0,0677
Leistung	KW	901	1393	2473	3390	4328	4833
Gesamt-Dampfverbrauch	kg/st	8360	10920	16910	22070	27500	31050
Dampfverbrauch pro KW	kg/st	9,27	7,83	6,825	6,5	6,35	6,425
Thermodyn. Wirkungsgrad		0,489	0,572	0,665	0,686	0,688	0,693
Wirkungsgrad d. Stromerzeugers (angenommen)	v. H.	89,5	89,7	91,8	90,7	93,0	93,1
Anfangswärmeinhalt pro kg	WE	686,8	692,1	695,1	695,5	702,0	708,0
Wärmeverbrauch pro PS_e/st (Speisewasser 0°)	WE	4192	3577	3202	3017	3052	3115

123. Die Turbine von Willans and Robinson, L[d], Rugby.

Die sog. „Willans-Parsons"-Turbine obiger Firma ist nach dem reinen Überdrucksystem indes mit der Fullagarschen Ausgleichung gebaut s. Fig. 511, 512.[1]) Die Gehäuse sind im arbeitenden Teil, von der wagrechten Trennungsflansche abgesehen, reine Zylinder und werden in drei kürzere Längsteile getrennt, so daß ein Ausglühen oder „Ausdämpfen" überflüssig ist. Probeweises 24stündiges Ausglühen fertig bearbeiteter Gehäuse soll keine wahrnehmbare Formänderung zurück-

[1]) Engineering 1908, Bd. I. S. 2.

Digitized by Google

gelassen haben. Eine ausführliche Beschreibung findet sich in Engineering 1908, Bd. I, S. 2 u. f. vor. Die typisch gewordene Schaufelbefestigung und die Sorgfalt bei der Materialauswahl haben wir in Abschn. 71 besprochen. Bemerkenswert ist die strenge Vereinheitlichung der Herstellung, so daß die Anstalt für vollkommene Vertauschbarkeit entsprechender Teile bürgt.

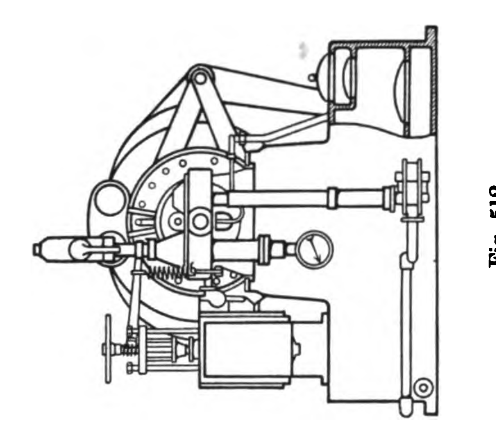


Fig. 512.

124. Turbine von Gebr. Sulzer.

Die Turbine von Gebrüder Sulzer in Winterthur und Ludwigshafen a. Rh. besteht aus einem oder mehreren partiell beaufschlagten Gleichdruckrädern als Hochdruckstufe und einer Anzahl voll beaufschlagter Überdruckräder als Niederdruckstufe.

Schon die erste im Jahre 1904 ausgeführte Turbine stellte eine Verbindung des Parsons- mit dem Curtis-Arbeitsverfahren dar, und der Firma Gebr. Sulzer gebührt das Verdienst, die Vorteile dieser Vereinigung, die seither von den hauptsächlichen Vertretern der Parsons-Turbine übernommen worden ist, am frühesten erkannt zu haben. Der entscheidende Grund für die Anwendung von Gleichdruckrädern mit höherer Umfangsgeschwindigkeit und Düsenbeaufschlagung war der Wunsch, von der höchsten Temperatur und dem höchsten Druck tunlichst rasch tief herabzuexpandieren, damit die arbeitenden Teile unter günstige Druck- und Temperaturverhältnisse gestellt werden.

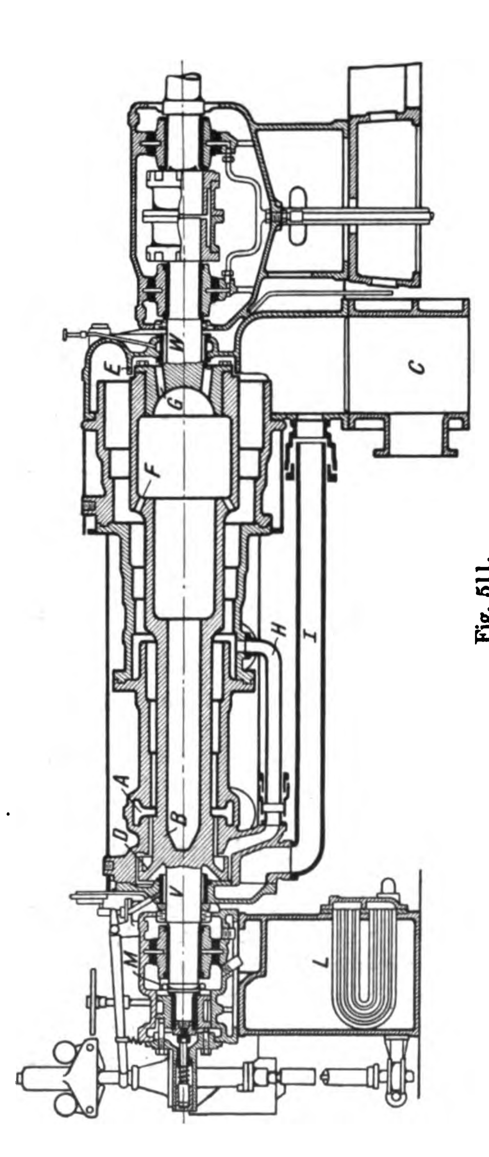


Fig. 511.

In der ersten Ausführung strebte man noch selbsttätige Entlastung durch Anordnung einer Zwischenstopfbüchse und Umkehr der Strömungsrichtung des Dampfes an. Die in Fig. 513 dargestellte neue Ausführung benützt den mit dem Kammlager verbundenen Öldruckspurzapfen A als Entlastungsvorrichtung. Nachdem die Erfahrung gezeigt hatte, daß ein etwas schlechterer Wirkungsgrad der ersten Stufe durch beste Ausbildung des Niederdruckteiles wett gemacht werden kann, wird das **Curtisrad mit drei Geschwindigkeitsstufen versehen,** so daß von dem Niederdruckteil nur mehr ein Druck von etwa 1,5 kg/qcm abs. zu herrschen braucht. Hierdurch werden Gehäuse und Stopfbüchse wesentlich entlastet.

Digitized by Google

Bemerkenswert ist die Stützung des Gehäuses in drei Punkten, wovon zwei am Niederdruckende C fest, einer am Hochdruckende A beweglich sind, daher eine Verspannung des Gehäuses um so weniger vorkommen kann, als die Stützpunkte mit Kugelflächen versehen sind. Die Grundplatten sind mittels Distanz-

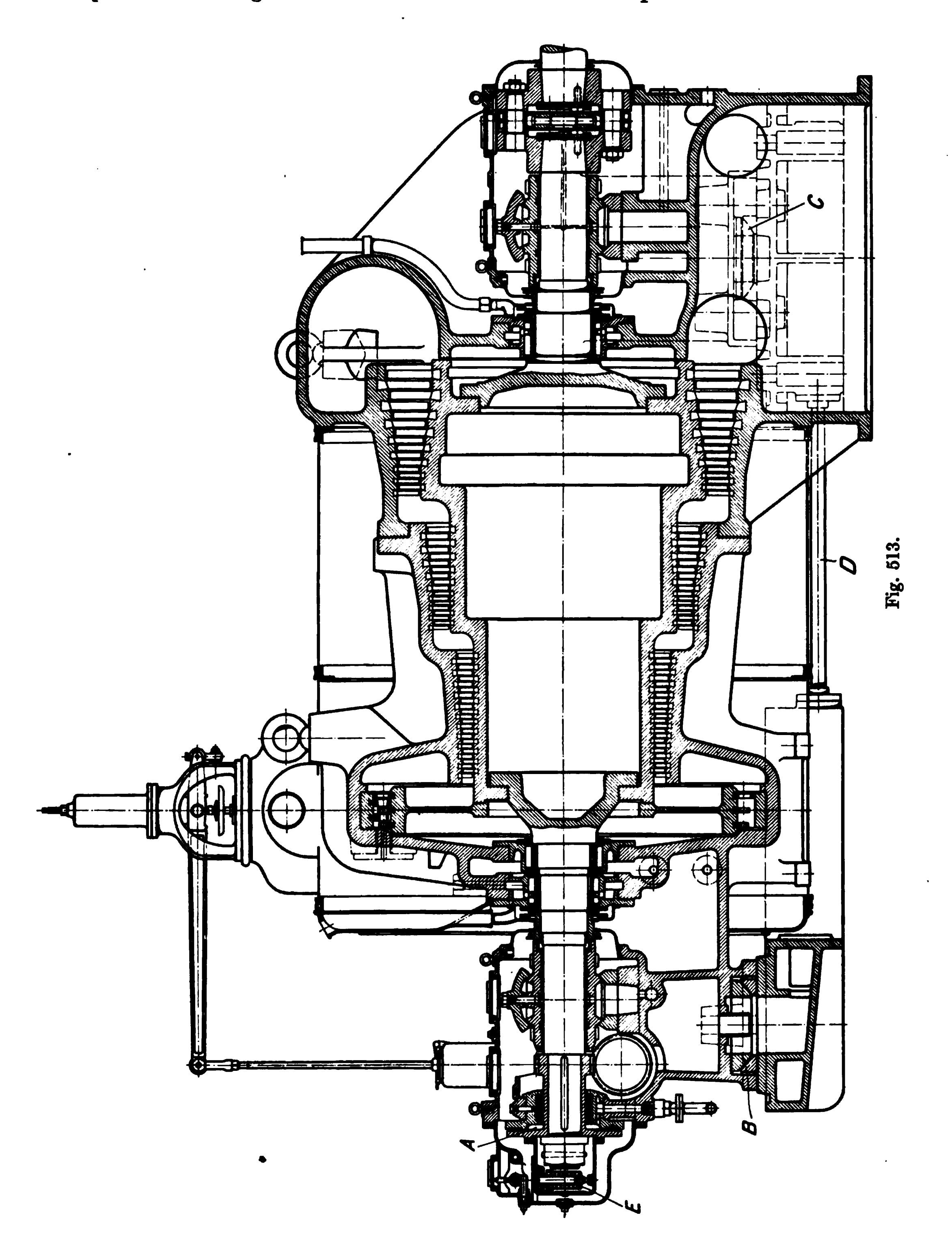


Fig. 513.

Digitized by Google

bolzen D starr verbunden, daher das Gleiten keine Kräfte auf das Fundament überträgt.

Konstruktion der Einzelteile.

Die Düsen werden in ein Stahlsegment A (Fig. 514) radial von außen gefräst, und durch das angenietete Segment B abgeschlossen. Die leichte Divergenz gestattet die Scheidewand am Austritt dünn zu machen, so daß ein nahezu zusammenhängender Dampfstrahl das Laufrad trifft.

Das Laufrad und die Trommel sind aus Stahl geschmiedet. Je nach der Umfangsgeschwindigkeit wird Nickelstahl verwendet.

Die Schaufeln bestehen am Curtisrad aus hochwertigem Nickelstahl, welcher sich nach den bemerkenswerten Versuchen von Ingenieur Rob. Sulzer hierfür am besten eignet.

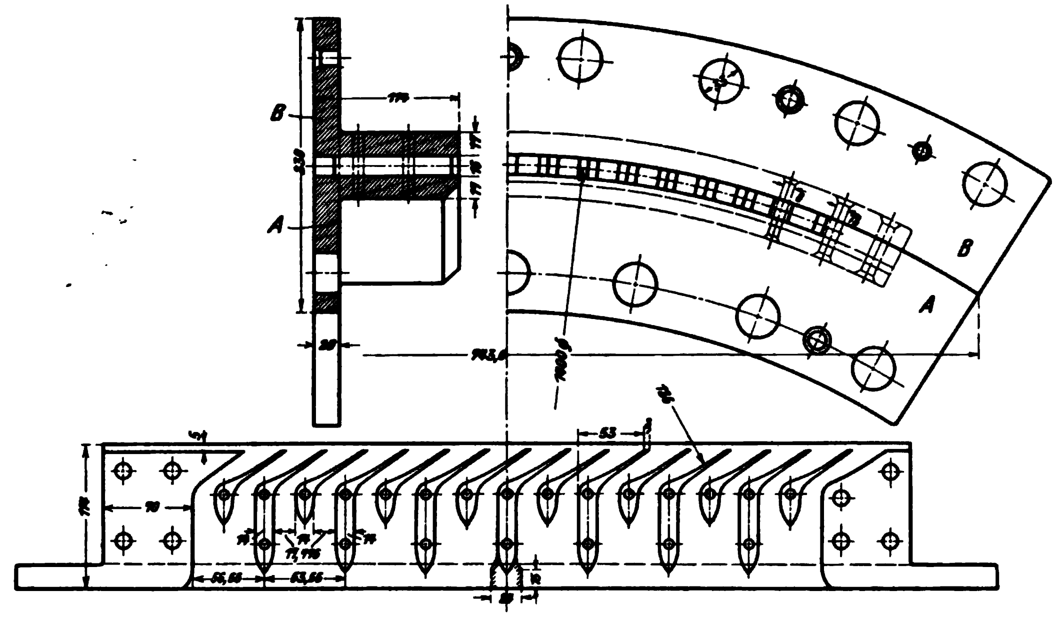


Fig. 514.

Fig. 515 bis 518 sind Lichtbilder von Schaufeln aus verschiedenen Baustoffen, die im Vakuum von etwa 68 cm bei 72 cm mittlerem Barometerstand vor eine Düse mit rechteckigem Querschnitt, welche mit Dampf von 10 Atm. Überdruck beaufschlagt war, so befestigt wurden, daß der Strahl senkrecht in die Mitte traf, zu einem Teil nach beiden Seiten abgelenkt wurde, zum kleineren Teil zwischen den Schaufeln hindurch konnte, um das fein ausgezogene Schaufelende allseitig zu bestreichen.

In Fig. 515 ist links eine Blei-, rechts eine Zinnschaufel dargestellt nach bloß sechsstündiger Wirkung des Dampfes. Die Zerstörung der ersteren ist eine vollständige.

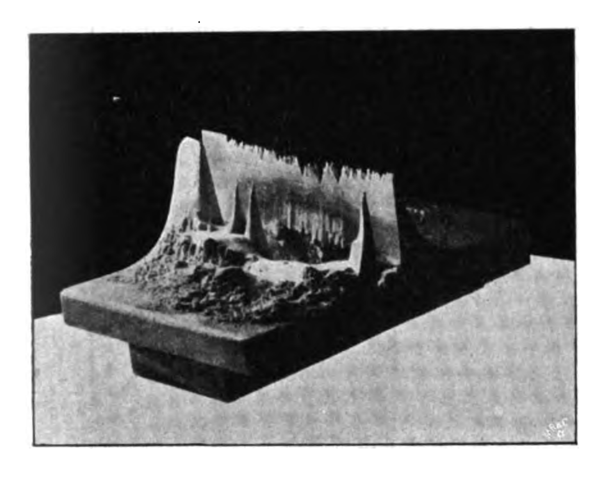
Die Schaufeln in Fig. 516 bestanden aus Deltametall, von gepreßten Stäben abgeschnitten. Nach $8^1/_2$stündiger Dauer sind die Stege stark ausgefressen, und in der Höhlung, wo der Strahl abgelenkt werden muß, zeigen sich Vertiefungen.

Siemens-Martin-Stahl von rd. 70 kg/qmm Zugfestigkeit und 12—15% Bruchdehnung zeigt nach $8^1/_2$ Stunden Dauer ebenfalls wesentliche Korrosionen, und zwar auf beiden Seiten des Steges Fig. 517. Die Schaufeln wurden von gezogenen Stäben abgeschnitten und gefräst.

Fig. 518 zeigt Schaufeln aus Siemens-Martin-Stahl von ähnlicher Beschaffenheit, es wurden aber die Schaufeln im Gesenk geschmiedet. Der Verschleiß ist nach $8^1/_2$stündiger Dauer wesentlich größer als vorhin.

Sogar eine Anzahl von Werkzeug- und Schnelldrehstählen wurden schon nach achtstündiger Versuchsdauer angefressen. Diese intensiven Korrosionen so zäher Baustoffe stellen wohl alles in den Schatten, was der hydraulische Turbinenbau an Abnutzungen durch Sand und Wirbelung erlebt

Digitized by Google



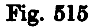


Fig. 515

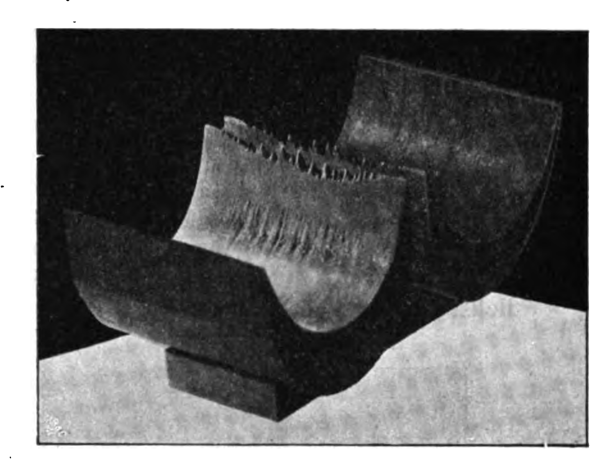


Fig. 516.

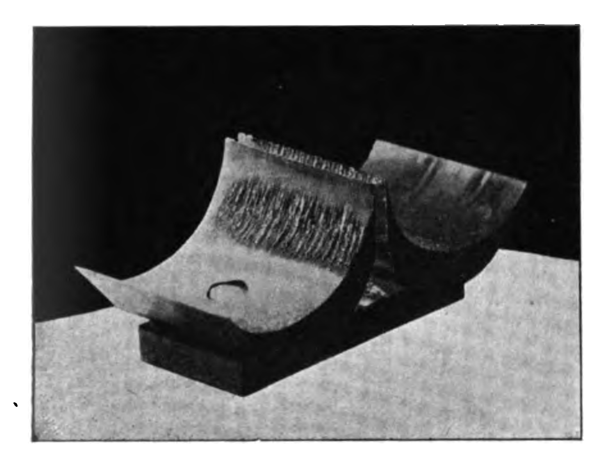


Fig. 517.

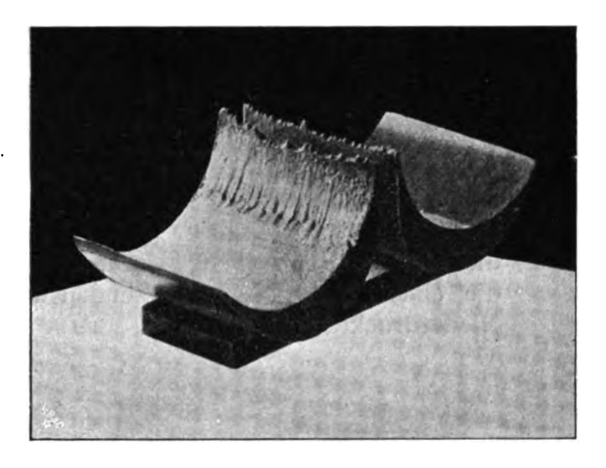


Fig. 518.

hat. Nur in einem Nickelstahl mit hohem Nickelgehalt fand man endlich ein Metall, das dem Strahle widerstand und in der Versuchszeit überhaupt nicht wahrnehmbar angegriffen wurde.

Der Dampf war bei diesen Versuchen trotz des eingeschalteten Wasserabscheiders etwas naß, da die Leitungslänge rd. 40 m betrug. Sobald man zu hochüberhitztem Dampfe überging, verschwanden die Anfressungen auch bei den weniger widerstandsfähigen Stoffen so gut wie ganz.

Diese Versuche sind für die Beurteilung der Abnutzungsdauer einstufiger Turbinen von besonderer Bedeutung. — Sie beweisen, daß der Verschleiß wohl in der Hauptsache durch die mit großer Geschwindigkeit auftreffenden Wassertröpfchen bewirkt wird, wobei zu beachten ist, daß die lebendige Kraft derselben mit dem Quadrate der Geschwindigkeit zunimmt.

Daß man übrigens auch bei Nickelstahl sehr vorsichtig vorgehen muß, dafür bildet neben anderen Erfahrungen der in Fig. 519 dargestellte geschliffene und geätzte Wellenschnitt einen Beitrag. Die Welle war warm gelaufen

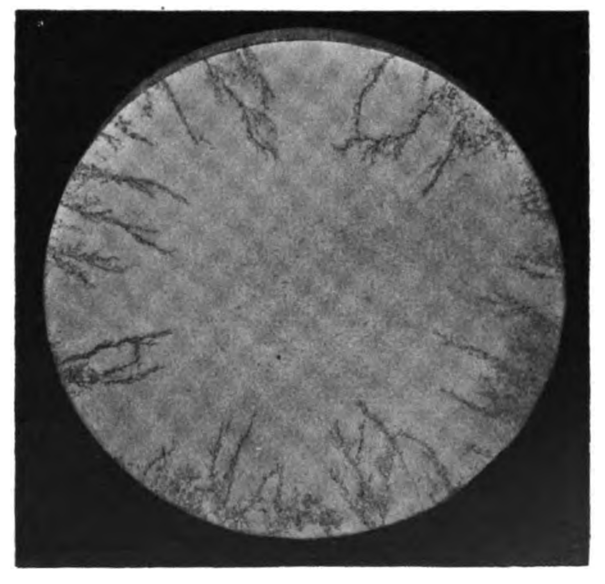


Fig. 519.

Digitized by Google

und erhielt, ohne etwa durch plötzliche Wasserkühlung abgeschreckt worden zu sein, die auf dem Bilde kenntlichen zahlreichen radialen Einrisse, die sie unbrauchbar machten. Man vergleiche hiermit das in Abschn. 85 Gesagte.

Am Niederdruck bestehen die Schaufeln aus Bronze und werden wie die Hochdruckschaufeln aus gezogenen Stäben geschnitten. **Die Beilagen sind aus Schmiedeisen gepreßt, um in der Wärmeausdehnung mit Rad und Trommel möglichst übereinzustimmen.** Fig. 520 zeigt

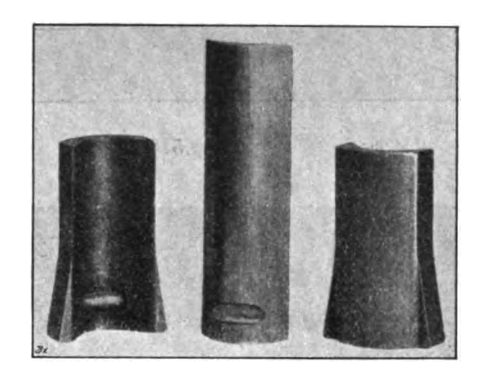


Fig. 520.

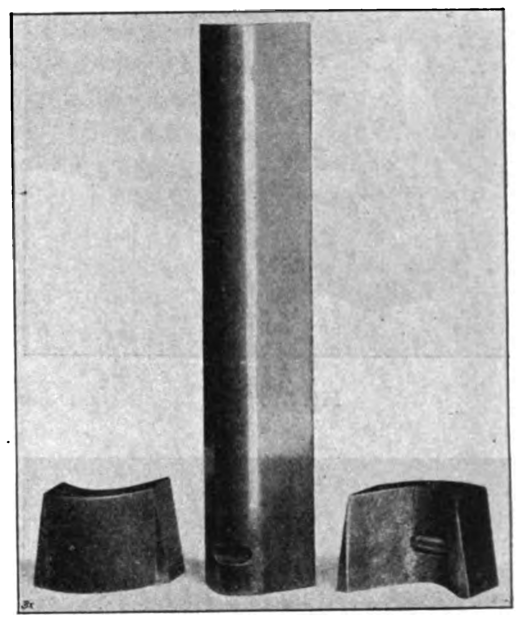


Fig. 520a.

die mit Kerbe versehene Schaufel und die am Hochdruck herausragenden Beilagen, die einen in die Kerbe passenden Stift tragen. Fig. 520a zeigt dasselbe für die Niederdruckräder.

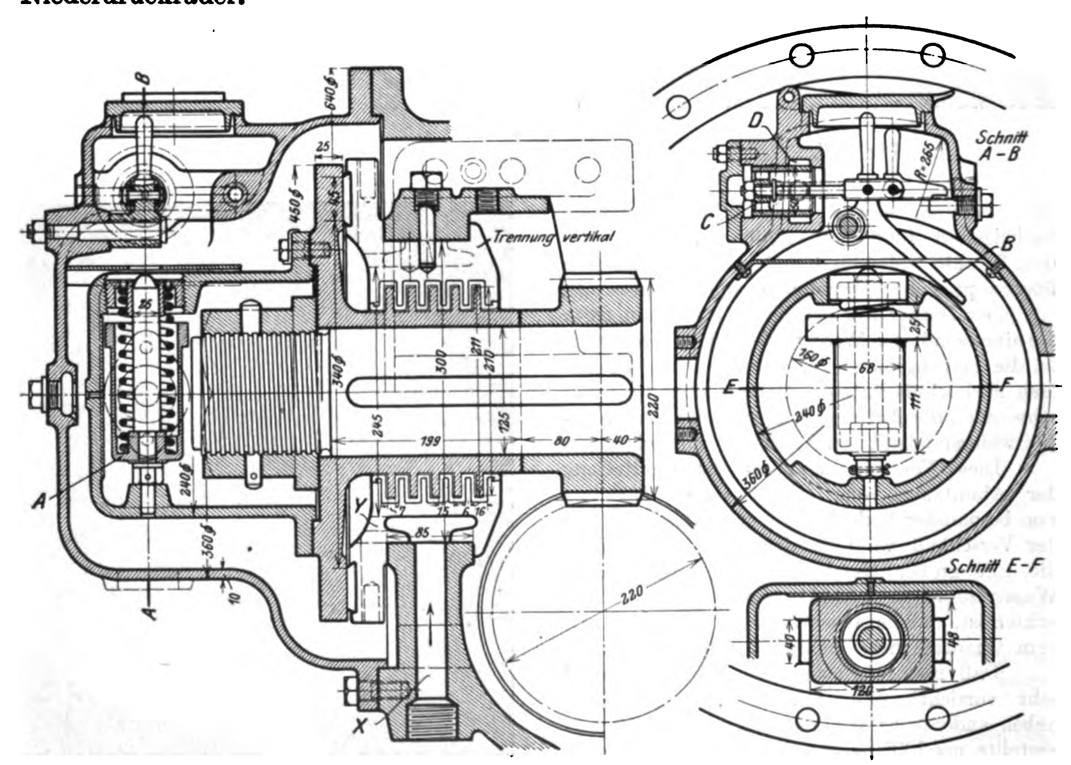


Fig. 521.

Dem **Entlastungslager** (Fig. 521) wird das Öl durch Bohrung X und acht Löcher Y zugeführt.

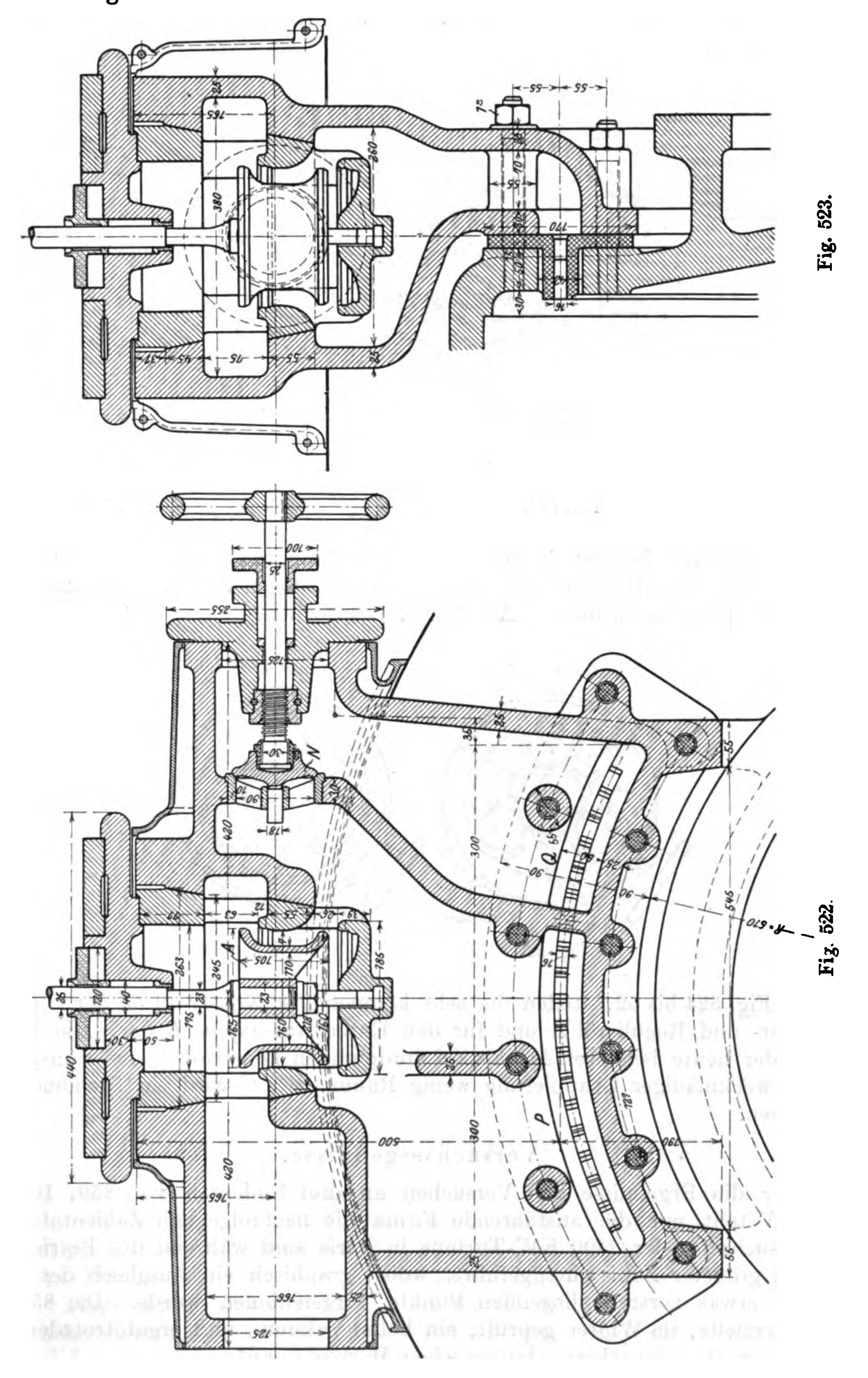


Fig. 523.

Fig. 522.

Der Sicherheitsregler *A* (Fig. 521) wirkt mittels Hebels *B* auf Kolbenschieber *C*, der dem Drucköl der Regulierung durch Raum *D* Abfluß ins Freie gestattet, worauf das Hauptdrosselventil selbsttätig (durch Federdruck) geschlossen wird.

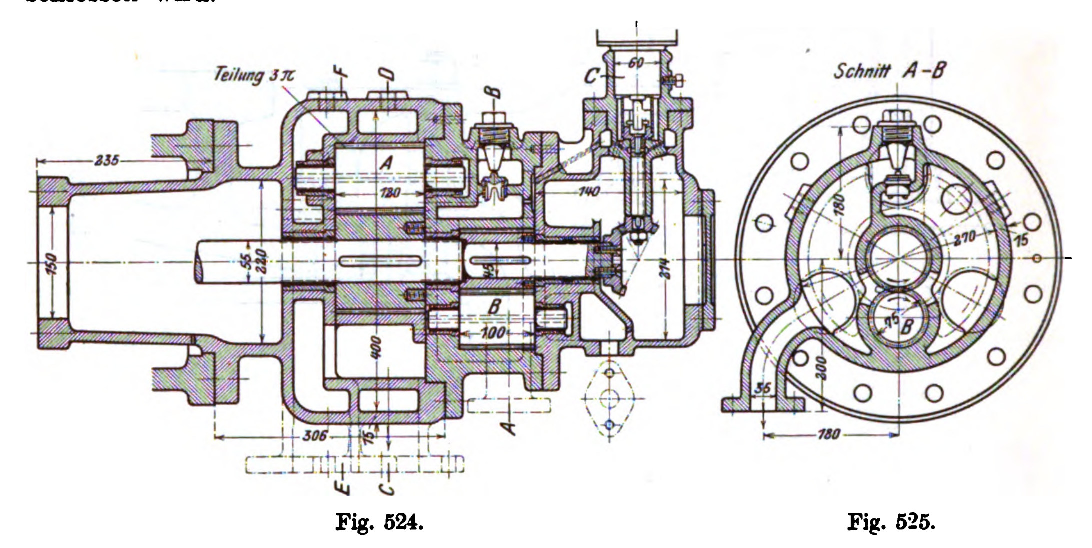


Fig. 524. Fig. 525.

Die Regelung besteht in einfacher Drosselung, wobei für Überlast im allgemeinen mit Handabschließung versehene Zusatzdüsen dienen (Fig. 522, 523).

Die Stopfbüchse wurde in Abschn. 97 besprochen.

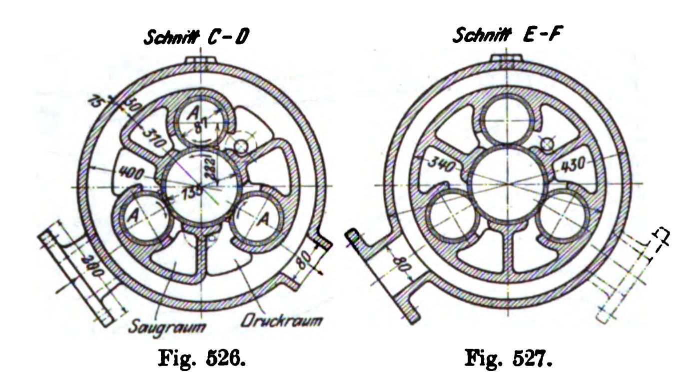


Fig. 526. Fig. 527.

Die Fig. 524 bis 527 stellen die sehr kompendiöse Konstruktion der Ölpumpen für Lager- und Regulieröl *A* und für den Entlastungszapfen *B* dar. Die Pumpen sind in der heute beliebten Art als Zahnradpumpen konstruiert und beanspruchen infolge zweckmäßiger Gruppierung wenig Raum. Bei *C* wird ein Tachometer angeschlossen.

Versuchsergebnisse.

Über die Ergebnisse von Versuchen an drei Einheiten von 850, 1000 und 2400 KW teilt mir die ausführende Firma die nachfolgenden Zahlentafeln mit. Die Versuche an der 2400 KW-Turbine in Paris sind während des Betriebes, — dafür in größerer Zahl durchgeführt, wobei graphisch ein Ausgleich der unvermeidlich etwas zertreut liegenden Punkte vorgenommen wurde. Die 850 KW-Einheit erzielte, im Winter geprüft, ein hohes Vakuum, und ergab trotzdem einen bemerkenswert guten thermodynamischen Wirkungsgrad.


Digitized by Google

Zahlentafel 1.

Sulzer-Dampfturbine, 1000 KW, 1260 Uml./min. Bathausen.

Leistung an den Klemmen (ohne Abzug der Luftpumpenarbeit)	KW	520	770	1005	1260
Dampfüberdruck vor der Turbine	kg/qcm	10,7	10,9	10,6	10,2
Dampftemperatur vor der Turbine	°C	274,5	269,2	275,3	276,1
Absoluter Druck im Abdampfrohr	kg/qcm	0,044	0,036	0,036	0,043
Dampfverbrauch	kg/KW-st	9,07	8,05	7,65	7,42
Thermodynamischer Wirkungsgrad	v. H.	45,5	50,08	52,53	55,7
Wirkungsgrad des Generators (angenommen)	v. H.	91,5	92	92,5	92,5
Wärmeverbrauch pro PS_e/st	WE	4478	3892	3730	3630

Zahlentafel 2.

Sulzer-Dampfturbine 2400 KW, 1500 Uml./min. C[ie] Est-Lumière, Paris.

Nutzleistung nach Abzug der Luftpumpenarbeit	KW	900	1200	1500	1800	2100	2400	2700
Umdrehungszahl	i. d. Min.	1500						
Abs. Dampfdruck vor der Turbine	kg/qcm	12						
Dampftemperatur vor der Turbine	°C	298,5						
Absoluter Druck im Abdampfrohr	kg/qcm	0,044						
Dampfverbrauch	kg/KW-st	9,3	8,32	7,75	7,4	7,13	6,93	6,75
Thermodynamischer Wirkungsgrad	v. H.	43	48,1	51,6	54,0	56,1	57,7	59,3
Wirkungsgrad des Generators (angenommen)	v. H.	90	91	92	92,5	92,7	93	93
Wärmeverbrauch pro PS_e/st	WE	4490	4060	3823	3670	3543	3457	3390

Zahlentafel 3.

Sulzer-Dampfturbine 850 KW, 1800 Uml./min. Santa Gertrudis Pachuca, Mexiko.

Leistung an den Klemmen (ohne Abzug der Luftpumpenarbeit)	KW	1120	855	640	425	235	855	650	1036	855	650	425	230
Dampfüberdruck vor der Turbine	kg/qcm	9,2	10,3	10,7	11,2	11,2	10,3	10,8	9,3	10	10,5	11,1	11,5
Dampftemperatur vor der Turbine	°C	297	304	299	310	300	251	255	201	204	197	199	202
Abs. Druck im Abdampfrohr	kg/qcm	0,034	0,034	0,030	0,039	0,042	0,033	0,03	0,054	0,049	0,03	0,032	0,036
Dampfverbrauch	kg/KW-st	6,55	6,75	7,1	7,8	9,9	7,3	7,5	8,05	8,0	8,35	9,2	11,5
Thermodyn. Wirkungsgr.	v. H.	60,4	57,3	53,8	49,7	40,1	57,3	52,1	58,4	57	51,1	46,2	37,4
Wirkungsgrad des Generators (angenommen)	v. H.	92,7	92,5	92	91	90	92,5	92	92,7	92,5	92	91	90
Wärmeverbrauch pro PS_e/st	WE	3258	3365	3504	3835	4778	3623	3611	3732	3703	3820	4168	5156

125. Die Turbine von Melms & Pfenninger.

Die Turbine der Firma Melms & Pfenninger, G. m. b. H. in Hirschau bei München ersetzt den ungünstig arbeitenden Hochdruckteil einer gewöhnlichen Parsonsturbine durch Gleichdruckstufen, die am Umfange einer Trommel von weit größerem Durchmesser als bei Parsons angebracht in entsprechend geringerer Anzahl ausgeführt werden können. Hierdurch wird zweierlei erreicht: eine wesentliche Kürzung der Welle und Verminderung schädlicher Biegungs- und Wärmedeformation, zweitens, indem man die nun folgende Überdruckgruppe auf

Digitized by Google

einen kleineren Durchmesser absetzt, eine zur Entlastung verwendbare Ringfläche, die so bemessen werden kann, daß im Verein mit einem einzigen Labyrinthkolben vom Durchmesser der Hochdrucktrommel vollständiger Druckausgleich vorhanden ist. Dem Undichtheitsverlust der teilweise beaufschlagten Hochdruckräder wird durch die nachfolgend beschriebene sorgfältige Schaufelkonstruktion begegnet.

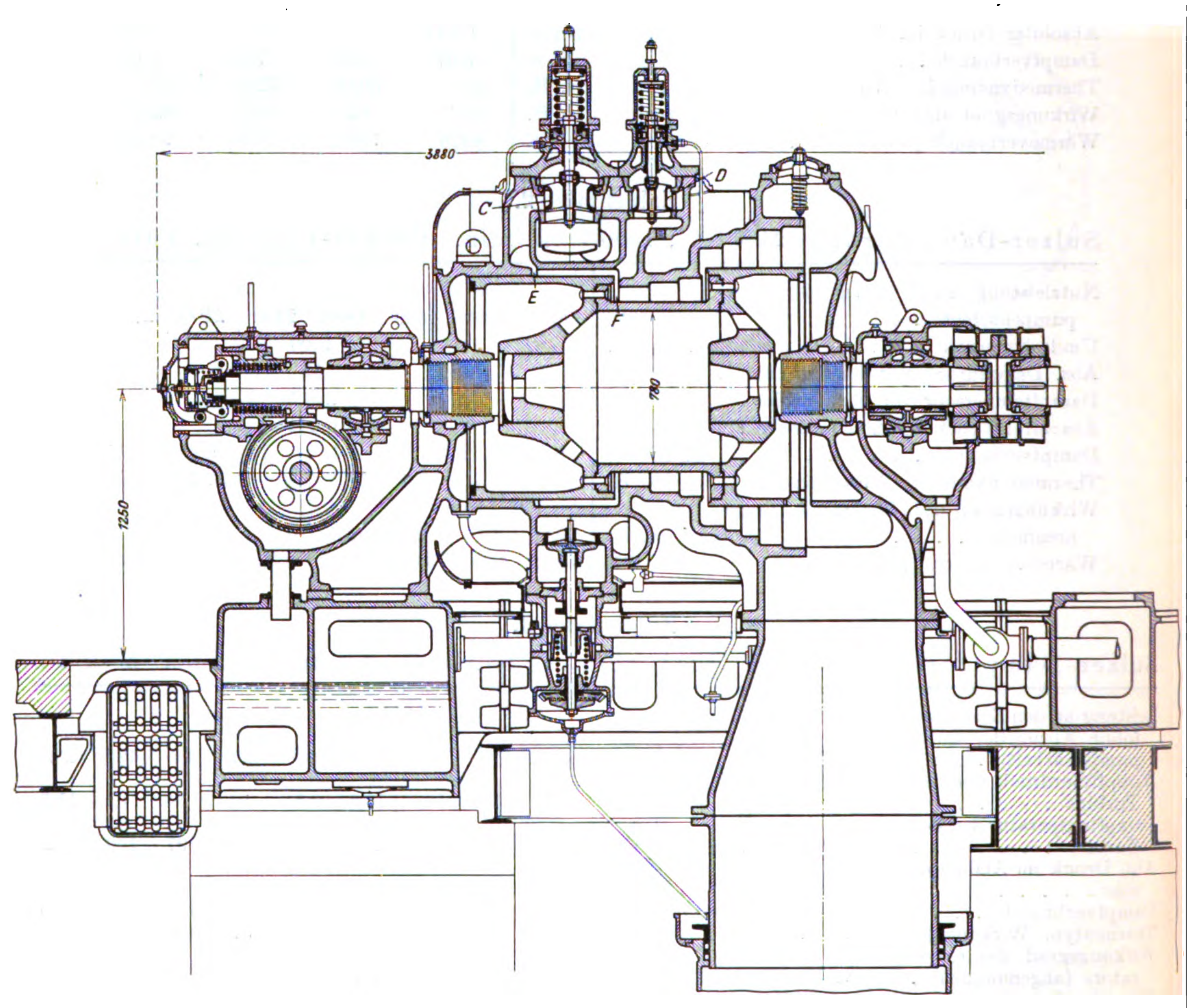


Fig. 528.

In den Fig. 528 bis 530 ist eine Turbine von 3000 PS bei 1500 Uml./min dargestellt, und es bedeutet *A* den Dampfzufluß zur Hauptabschließung, B_1. B_2 Umführungsrohre zum Drosselventil *C*, an das sich Überlastungsventil *D* anschließt. Von *E* bis *F* reichen die Gleichdruckstufen.

Indem das Niederdrucklager dicht an das eingezogene Gehäuse herangerückt und von diesem getragen wird, kann man die Welle noch weiter kürzen und ihre Durchbiegung herabsetzen.

Fig. 528b bildet insbesondere einen Schnitt durch die Steuerung, wobei links der Achsenregler, rechts die Ölpumpen kenntlich sind.

Digitized by Google

Die Regelung befolgt das alte Parsonssche Prinzip des mit Dampf gesteuerten schwingenden Kraftkolbens, wurde aber von Melms & Pfenninger in neuer konstruktiver Form sehr gefällig gelöst.

Die Fig. 531 stellt den vollständigen Fundierungs- und Röhrenplan, Fig. 532 die Außenansicht einer 1700 KW-Einheit dar.

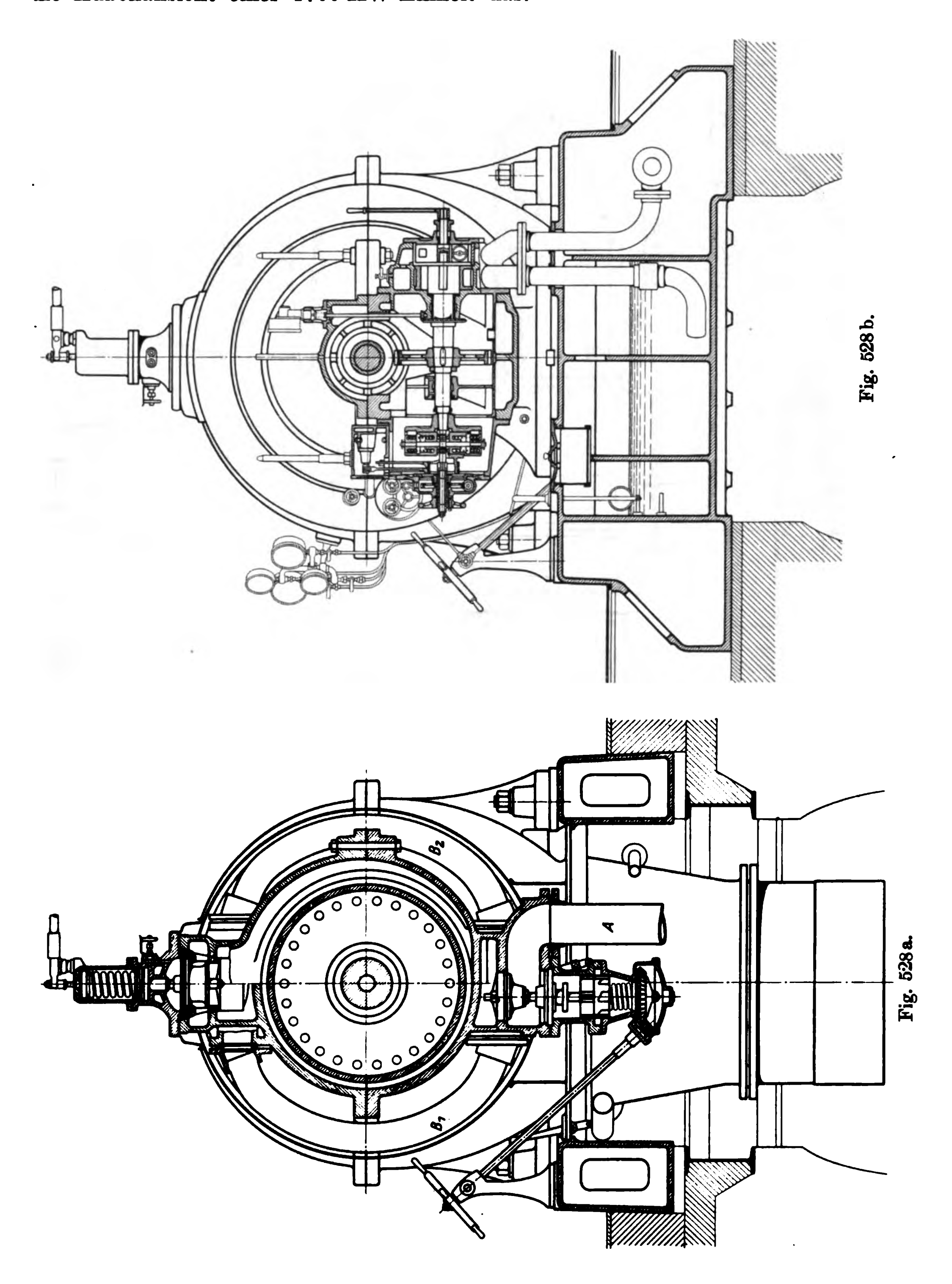


Fig. 528 b.

Fig. 528 a.

Digitized by Google

Konstruktion der Einzelteile.

Die **Leitschaufeln** der Gleichdruckräder bestehen aus Stahl und werden nach Fig. 533 mit einem vorspringenden Deckring *a* versehen, der in der Nute der Trommel eine Labyrinthabdichtung mit 0,2 bis 0,3 mm Spiel bildet. Diese

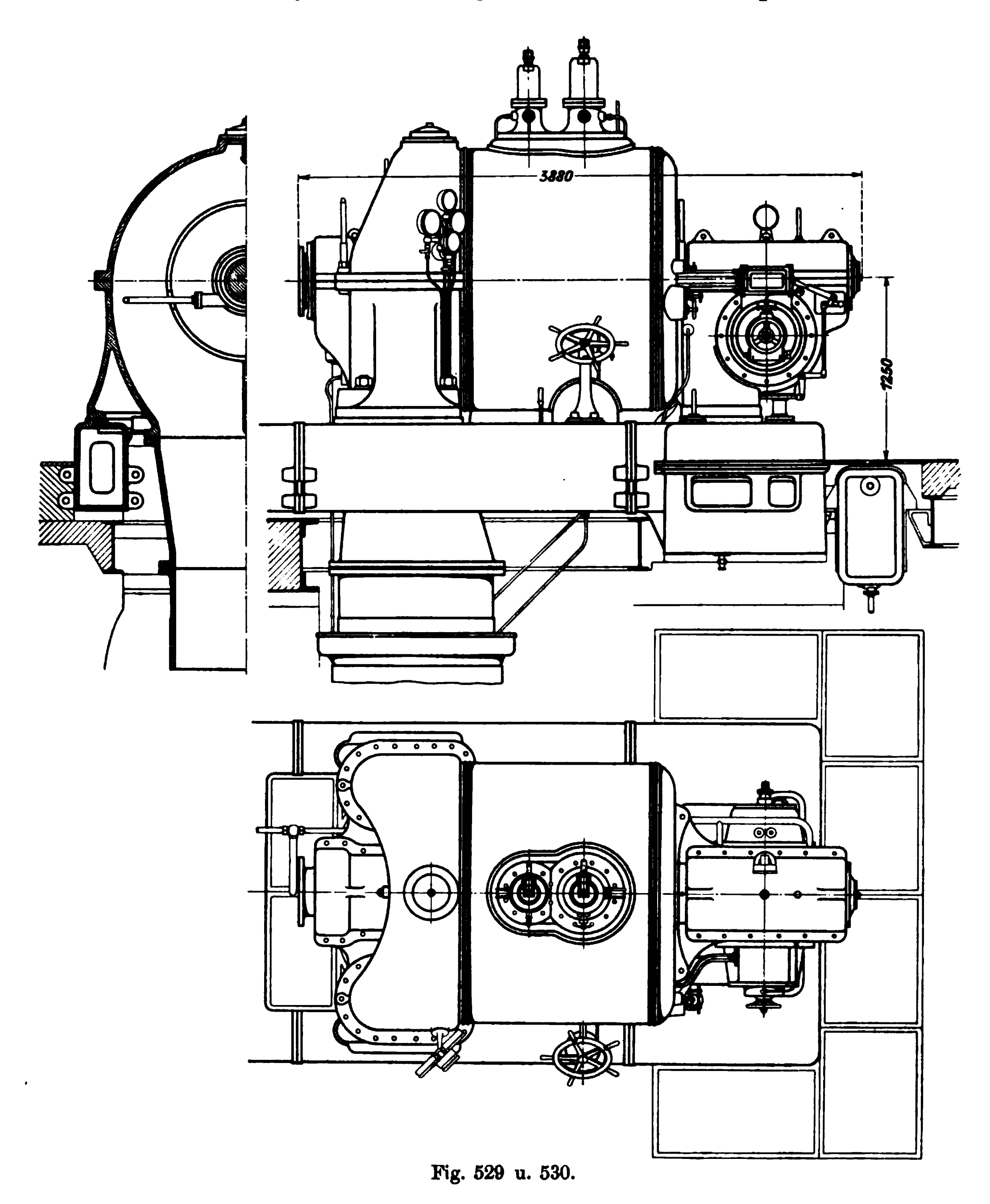


Fig. 529 u. 530.

ist gewissermaßen eine Fortsetzung des Hochdrucklabyrinthes und wird mit ihm zugleich durch das Kammlager eingestellt. Der Fuß der Schaufel wird gerade gepreßt, um in gefräste Schlitze eines Grundringes *b* zu passen, den man mittels Beilagen c_1 c_2 verstemmt.

Digitized by Google

Auspuff
Kühlwasser-Ablauf
Kühlwasser-Zulauf
1250
4000
Frischdampf
Auspuff
Kondensatleitung
1250
2000
1250
Kühlwasser-Zulauf
Kühlwasser-Ablauf
Frischdampf

Fig. 531.

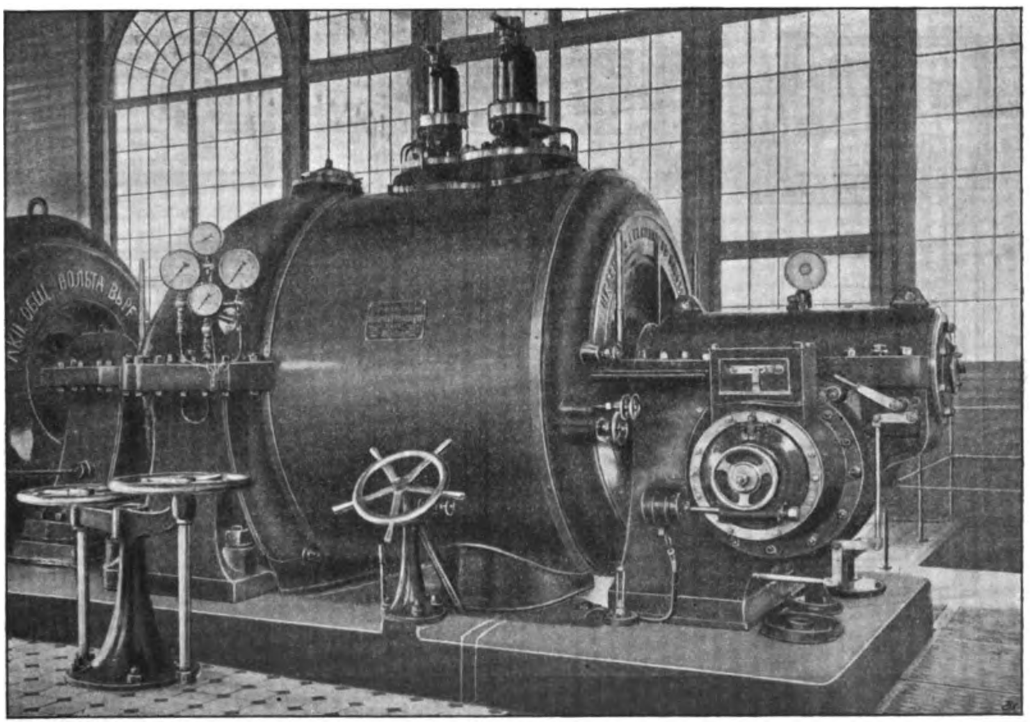


Fig. 532.

Digitized by Google

Die **Laufschaufeln** bestehen aus Bronze und werden durch den gewölbten Bronzedeckring d abgebunden. Dieser erhält vier dünne Umfangsrippen, die man im Überdruckteil nachträglich auf das gewünschte Spiel **abschleift**.

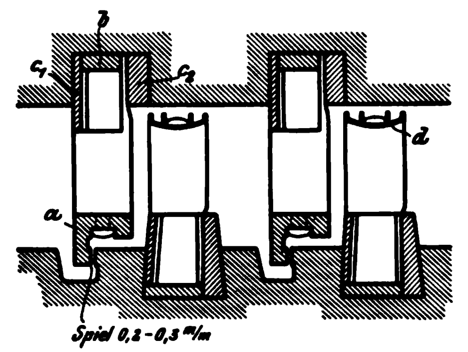


Fig. 533.

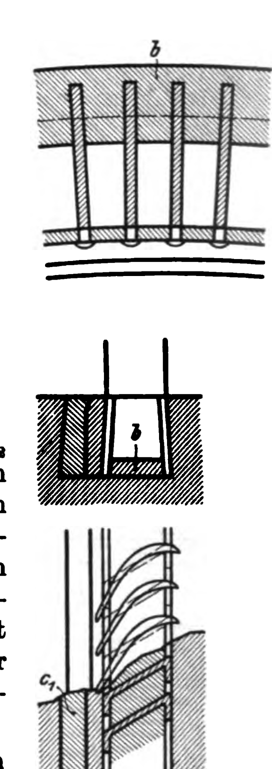
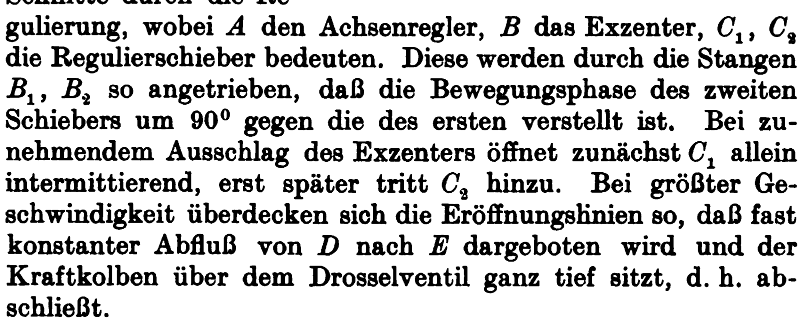


Fig. 534 enthält Schnitte durch die Regulierung, wobei A den Achsenregler, B das Exzenter, C_1, C_2 die Regulierschieber bedeuten. Diese werden durch die Stangen B_1, B_2 so angetrieben, daß die Bewegungsphase des zweiten Schiebers um 90^0 gegen die des ersten verstellt ist. Bei zunehmendem Ausschlag des Exzenters öffnet zunächst C_1 allein intermittierend, erst später tritt C_2 hinzu. Bei größter Geschwindigkeit überdecken sich die Eröffnungslinien so, daß fast konstanter Abfluß von D nach E dargeboten wird und der Kraftkolben über dem Drosselventil ganz tief sitzt, d. h. abschließt.



Die **Ölpumpe** wird durch Fig. 535 veranschaulicht; zum Anlassen dient die Handpumpe Fig. 535a, deren Saug- und Druckventile in der Nebenfigur dargestellt sind.

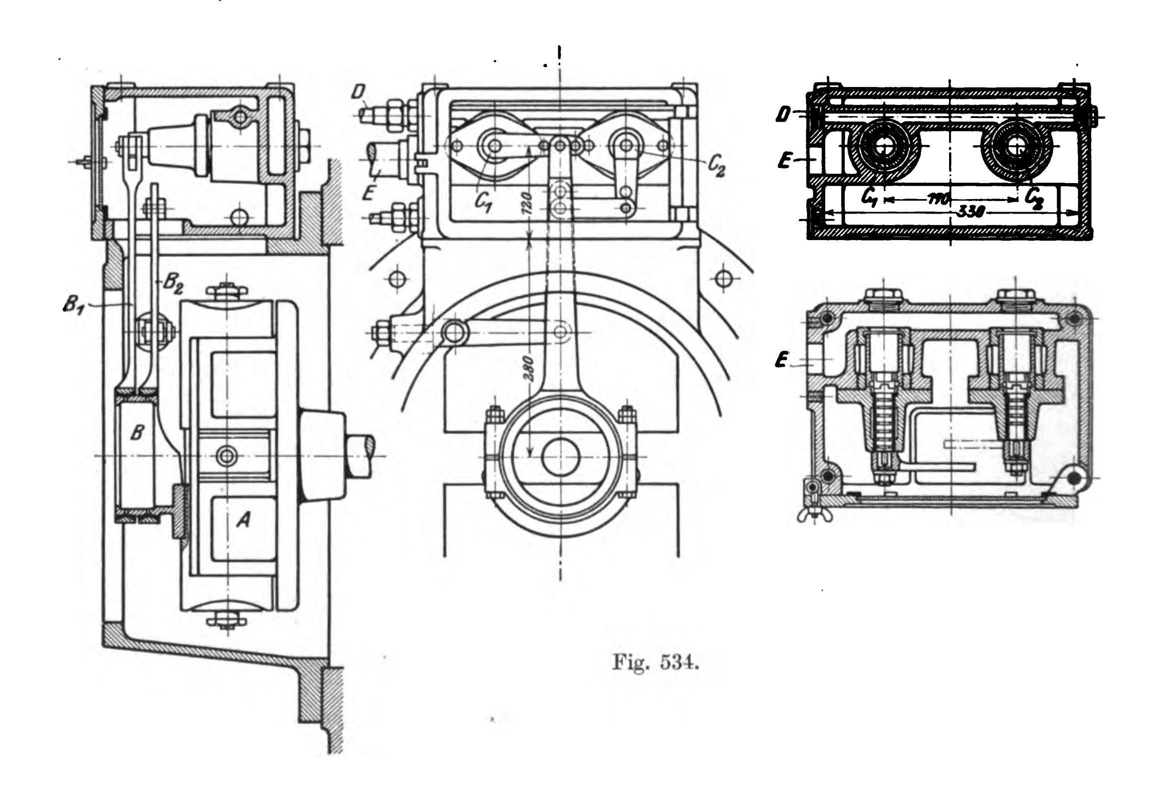


Fig. 534.

Digitized by Google

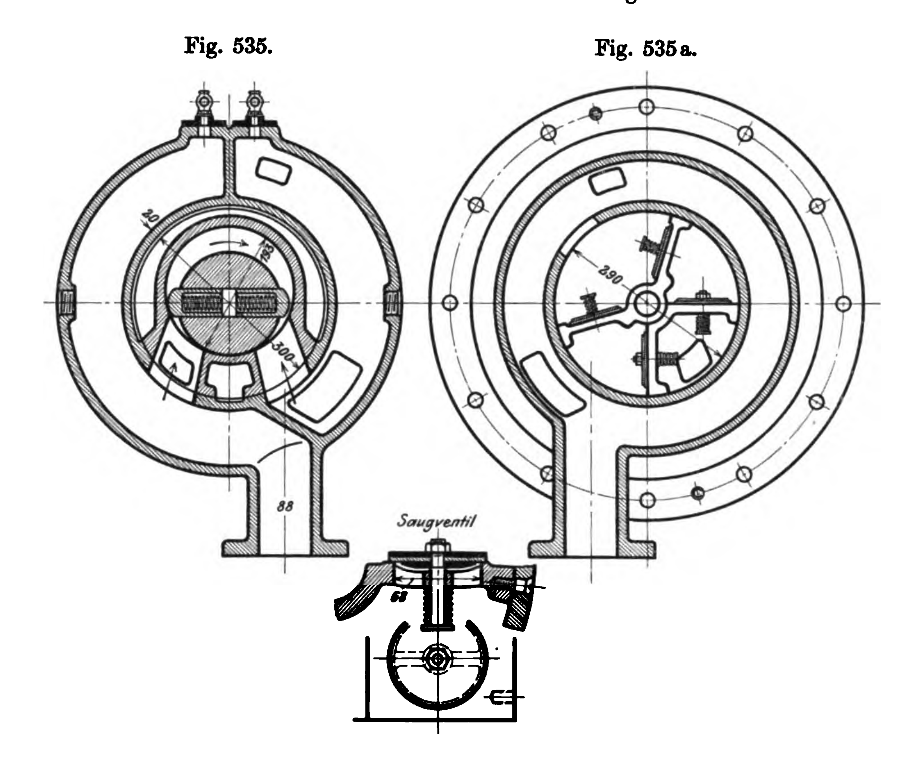


Fig. 535. Fig. 535a.

Versuchsergebnisse.

Über die erste 1000pferdige Turbine von Melms & Pfenninger liegt eine reichhaltige Untersuchung von Prof. Schröter-München vor[1]), deren Ergebnisse in der nachfolgenden Zahlentafel vereinigt sind.

Zahlentafel 1.

Versuche an einer Melms & Pfenninger-Turbine von 1000 PS Leistung. Juni 1906.

Nummer des Versuchs		1	2	3	4	5	6	7
Leistung in Teilen der Vollbelastung . . .		1	0,81	0,56	0,29	Leerlauf mit Erreg.	Leerlauf ohne Erreg.	Leerlauf der Turbine
1. Absolute Drücke p in kg/qcm und Temperaturen in °C, t' beobachtet, $t'-t$ Überhitzung								
Vor Eintritt in die Turbine . . .	p	13,3	13,50	13,3	12,8	13,10	13,10	13,10
	t'	319,4	312,4	308,2	306,2	289,4	285,5	238
	$t'-t$	127,6	120,2	116,4	116,3	98,4	94,6	46,7
Vor dem ersten Leitrad	p	5,97	4,81	3,42	2,18	0,80	0,70	0,36
	t'	306,0	295,5	286,1	280,9	262,4	255	199,9
	$t'-t$	148,2	145,9	148,9	158,7	169,3	165,4	127,2
Hinter dem Gleichdruckventil . .	p	2,04	1,49	1,12	0,77	0,261	0,232	0,145
	t'	248,3	239,4	235,0	226,9	219,5	208,8	176,5
Mitte der Niederdruckseite . . .	p	0,49	0,43	0;28	0,21	0,074	0,059	0,054
	t'	171	163,0	159,6	151,9	155,1	146,2	141
Im Abdampfrohr	p	0,034	0,030	0,024	0,025	0,033	0,034	0,039
	t'	26,1	24,8	28,5	44,9	93,7	103,7	107,2
Im Saugraum der Luftpumpe . .	p	0,018	0,019	0,016	0,020	0,028	0,030	0,030

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1906.

Digitized by Google

Zahlentafel 1. (Fortsetzung.)

		Nummer des Versuchs						
		1	2	3	4	5	6	7
2. Temperaturen des Kühlwassers und des Kondensates in °C.								
Kühlwasser	Eintritt	9,5	10,1	9,5	10,5	11,0	11,1	11,2
	Austritt	17,1	17,4	14,8	14.2	12.2	12,2	12.0
Kondensat	Austr. a. d. Kond.	17,9	17,3	13,1	13,5	12,3	12,8	12,2
3. Elektrische Leistungen am Schaltbrett.								
Umlaufzahl	i. d. Min.	2459	2469	2439	2489	2516	2535	2505
Leistung an den Klemmen	KW	498;7	403,0	277,5	146,6	—	—	—
Luftpumpenarbeitsbedarf	KW	3.2	3,16	3.3	3,37	3,44	—	—
Zentrifugalpumpenarbeitsbedarf	KW	8,2	7,64	7,89	7,78	7,68	—	—
4. Kondensatmengen in der Stunde.								
Kondensat pro Std.	kg	3890	3200	2332,9	1496	556,7	479,0	262,0
Kondensat pro KW-st	kg	7,80	7,94	8,41	10,20	—	—	—
5. Wirkungsgrade.								
Wirkungsgrad der Dynamomaschinen	v. H.	90,6	89,7	87,0	79,1	—	—	—
Effektive Leistung an der Turbinenwelle	PS_e	747,8	610,5	433,4	251,8	48,8	34,9	—
Thermod. Wirkungsg., bez. auf d. Zust. vor dem 1. Leitrad u. die effekt. Leistung (ohne Abzug des Kond.-Kraftbedarfs)		0,565	0,579	0,596	0,573	0,396	0,338	—

Mit Hilfe dieser Zahlenwerte wurde aus dem Wärmeinhalt vor der Turbine und im Abdampfrohr die indizierte Leistung, Zahlentafel 2, ermittelt, zu welcher indessen zu bemerken ist, daß der Berechnung die Annahme zugrunde liegt, es sei die gesamte Dampfmenge durch die Turbine geströmt, da eine Messung des Labyrinthverlustes untunlich war. Wir haben daher diejenigen Werte des mechanischen Wirkungsgrades hinzugefügt, die sich ergeben, falls wir die durch Undichtheit abströmende Dampfmenge zu 5 v. H. der gesamten einschätzen. Die Turbine

Zahlentafel 2.
Indizierte Leistung der Turbine.

			Nummer des Versuchs						
			1	2	3	4	5	6	7
1	Gesamtwärme pro kg Dampf von 0° an gerechnet vor Eintritt i_1	WE	739,7	736,0	733,9	733 1	724,1	722.0	696.2
2	Gesamtwärme pro kg Dampf von 0° an gerechnet im Abdampfrohr i_2	WE	606 9	606,3	608,1	616,0	639,3	644.1	645,7
3	Pro kg Dampf abgegebene Wärme (Maximum), $i_1 - i_2$	WE	132.8	129,7	125 8	117,1	84.8	77,9	50,5
4	Stündliche Dampfmenge G	kg	3890	3200	2333	1496	556,7	479,0	262
5	Theoretisches Maximum der indizierten Arbeit $(N_i)_{max} \frac{\text{Zeile 3} \times \text{Zeile 4}}{632}$	PS	817,4	656,7	464 4	277.2	74,7	59,0	20.9
6	Effektivleistung der Turbine N_e	PS	747,8	610,5	433,4	251,8	48,8	34.9	0
7	Differenz $(N_i)_{max} - N_e$	PS	69,6	46,2	31.0	25,4	25.9	24,1	—
8	Mechanischer Wirkungsgrad der Turbine. Minimalwert		0,915	0,929	0,933	0.909	0,653	0,59	—
9	Dasselbe unter Annahme, daß 5 v. H. der Dampfmenge durch das Labyrinth verloren ging		0,964	0,979	0,984	0,958	0,703	0,643	—

Digitized by Google

war mit zwei Generatoren gekuppelt. Nach einer Mitteilung der Erbauerin beanspruchte diese Gruppe, wenn ein Generator als Motor geschaltet wurde, und der andere leer mitlief bei 2400 Uml./min und 0,033 abs. Druck im Gehäuse 56 KW unerregt, 69 KW erregt; bei atmospärischem Drucke unerregt 81 KW. Zur Bestimmung der Reibungsarbeit der Turbine an sich reichen diese Angaben freilich noch nicht aus.

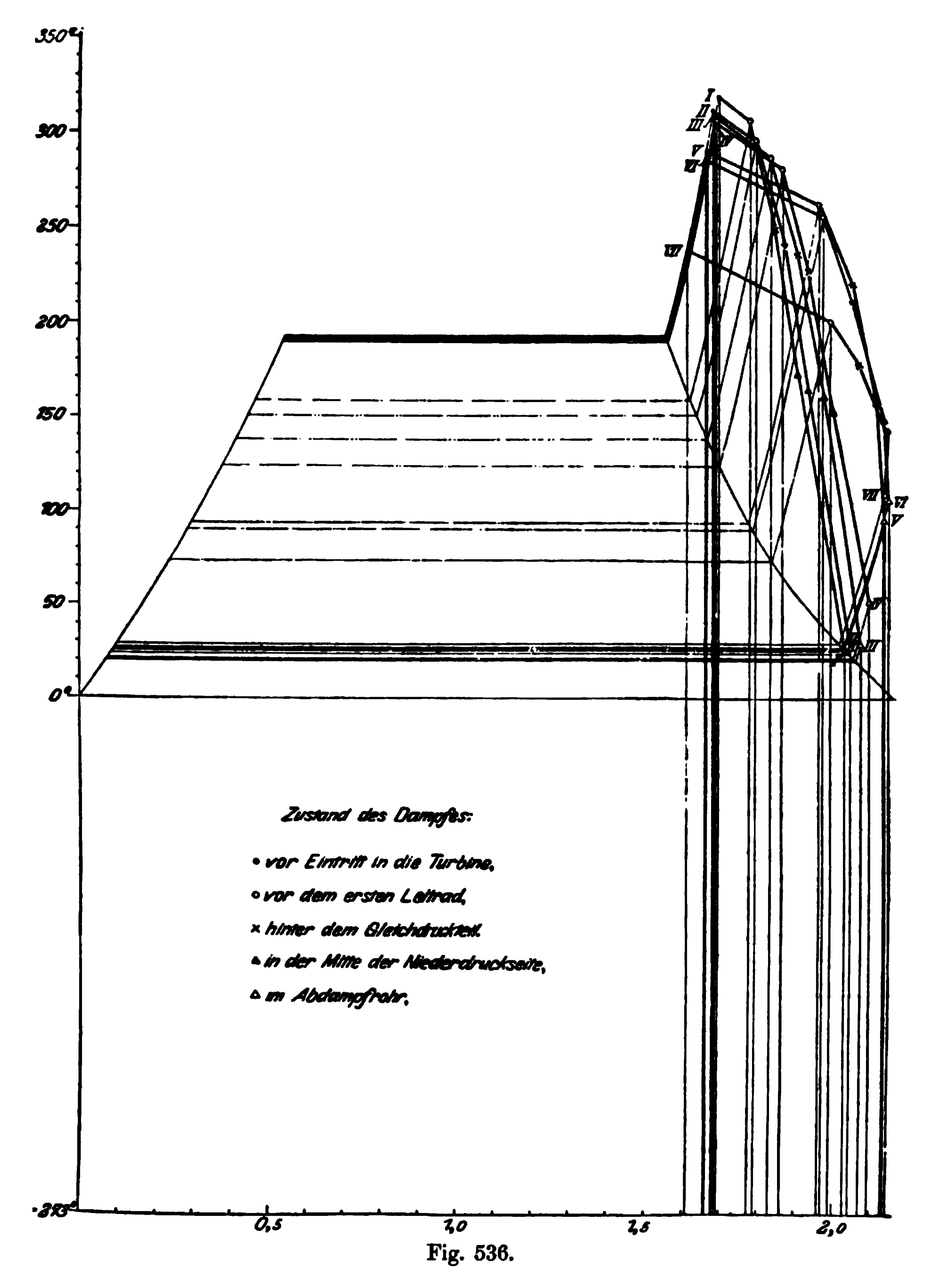


Fig. 536.

In Fig. 536 sind die Zustandskurven im Entropiediagramm nach Schröter eingetragen, die erkennen lassen, wie einerseits die Drosselung den Zustand wesentlich beeinflußt, anderseits, daß, wie zu erwarten, der Hochdruckteil mit erheblich größeren Verlusten arbeitet, als der Niederdruckteil. Diese Kurven sind selbstverständlich vom Labyrinthverlust nicht abhängig.

Digitized by Google

126. Die Turbine von Eyermann.

Die von der Maschinenbau-Akt.-Ges. Ph. Swiderski in Leipzig-Plagwitz gebaute Dampfturbine System Eyermann ist seit Parsons der erste Versuch, die Schwierigkeiten der radialen Beaufschlagung bei vielstufigen Turbinen zu überwinden. Diese Schwierigkeiten sind: zu geringe Schaufellänge bei kleinen Einheiten; bedeutender einseitiger Dampfdruck auf das Laufrad bei großen Einheiten, und die Notwendigkeit sehr genauer axialer Einstellung, um die schädlichen Schaufelspiele klein halten zu können.

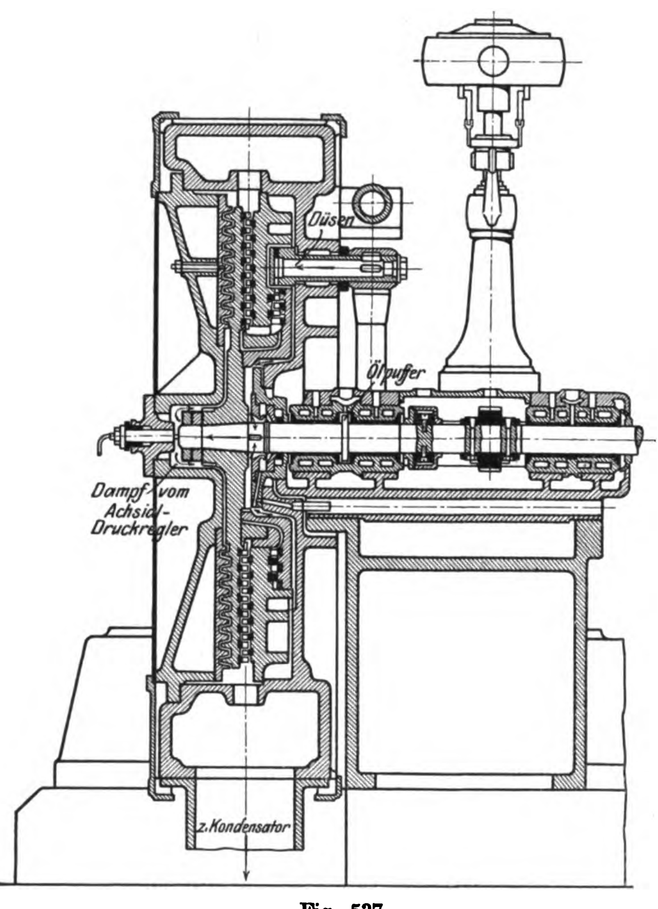


Fig. 537.

Die erste Probeausführung des von Ingenieur Eyermann in Berlin ausgebildeten Systems beginnt mit teilweiser Beaufschlagung am Außenumfang eines Scheibenrades (Fig. 537) und läßt den Dampf unter Anwendung von zwei Geschwindigkeitsstufen so weit expandieren, daß das folgende von innen vollbeaufschlagte, mit Überdruck arbeitende Nachbarrad genügend lange Schaufeln erhält.

Der einseitige Dampfdruck wird dadurch aufgehoben, daß man die Rückseite des Reaktionsrades als Labyrinth ausbildet, dem der Dampf von der Hochdruckstufe zufließt. Ist die Pressung auf der arbeitenden Seite des Rades zu groß, so wird diese um einen ganz kleinen Betrag nach links geschoben, wodurch das Labyrinth verengt, ein auf der rechten Seite befindlicher durch einen Spalt zwischen Nabe und Gehäuse gebildeter „Drosselquerschnitt" hingegen erweitert wird, so daß dem Labyrinth mehr Dampf zufließt und durch Steigerung des Gegendruckes ein Ausgleich geschaffen wird. Das Umgekehrte findet statt, falls der Drosselquerschnitt zu weit geöffnet war. Auf diese originelle Weise wird das Laufrad selbstätig entlastet. Die Befürchtung, daß der Ausgleich unter Schwingungen des Rades sich vollzieht, wurde durch die Erfahrungen, die Josse[1]) in zweijährigem Betrieb an einer 250pferdigen Einheit gewann, entkräftet. Nur bei gewissen Umlaufzahlen sollen sich, wahrscheinlich als Resonanzerscheinung, dauernde Vibrationen eingestellt haben, die den Konstrukteur zur Anordnung eines Kammes im Hauptlager, der als „Ölpuffer" dient, veranlaßten.

---

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1908, S. 69ff.

Digitized by Google

Die trapezförmigen Ansätze auf der Rückseite der Hauptscheibe bilden das Gegengewicht der Schaufelfliehkräfte, damit die Scheibe von Biegungsspannungen und daraus folgenden Formänderungen frei bleibt. Diese Verstärkungsrippen waren mit radialen Schnittfugen versehen.

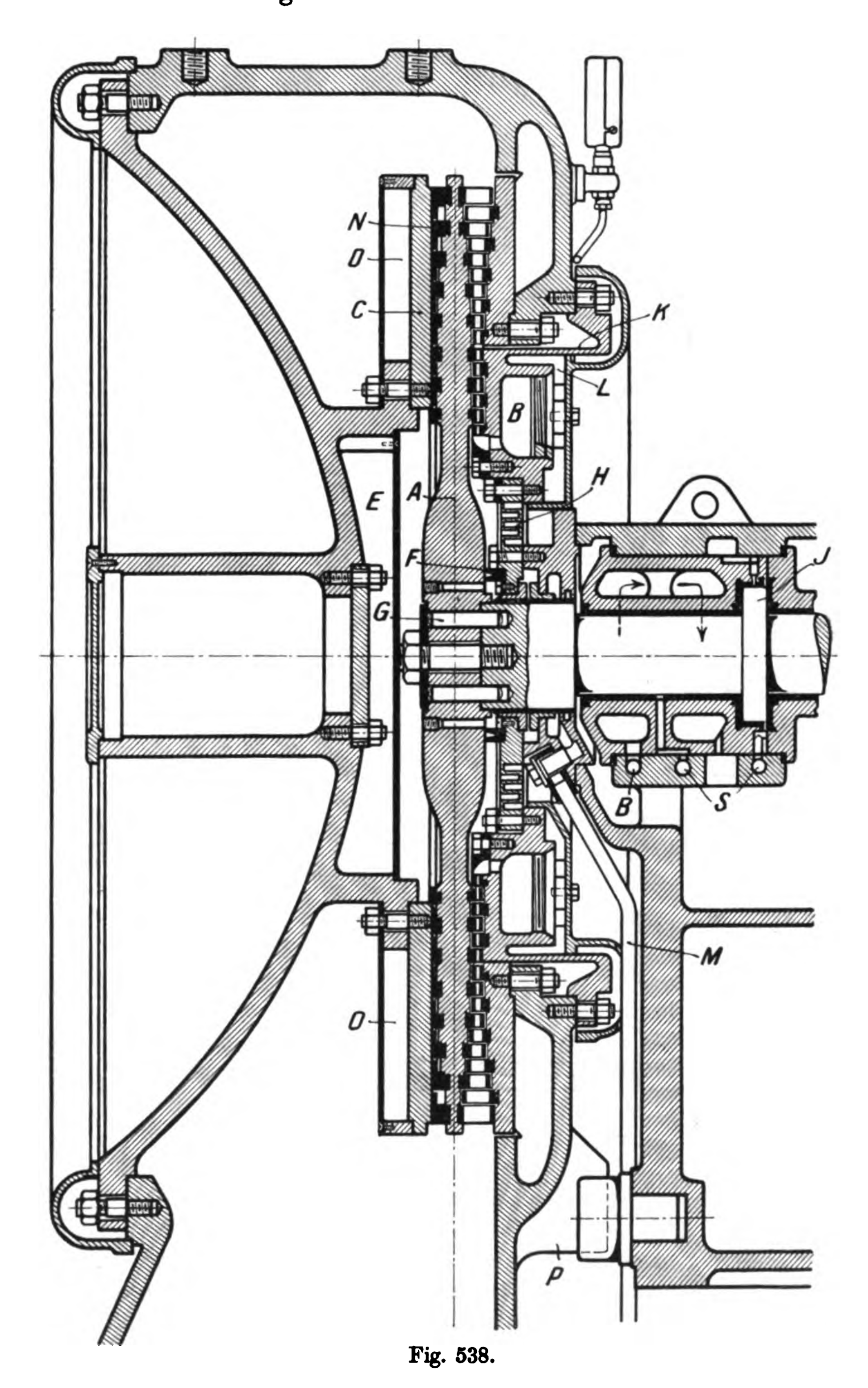


Fig. 538.

Eine neuere Ausführung von 500 PS Leistung bei 3000 Umdr./min benutzt, wie man in Fig. 538 erkennt, eine einzige Scheibe A, die am Innenumfang vom Leitring B voll beaufschlagt wird. Die drei ersten Stufen arbeiten mit kleinem

Digitized by Google

Druckgefälle gewissermaßen als Geschwindigkeitsstufen. Darauf folgen 5 Überdruckstufen mit etwa 160 m/sek größter Umfangsgeschwindigkeit. *C* bildet die Labyrinthliderung mit den als Gegengewichte der Schaufeln ausgeführten Ringen *N*. Der Dampf gelangt von der ersten Stufe am Drosselring *F* vorbei durch benachbarte Bohrungen zum Labyrinth. Die Wandstärke des Einsatzes *K* ist tunlichst schwach gehalten, damit die durchfließende Wärmemenge, — also auch die Temperatur und die Wärmedehnung tunlichst klein bleiben. Die Zwischenräume bei *L* wie auch

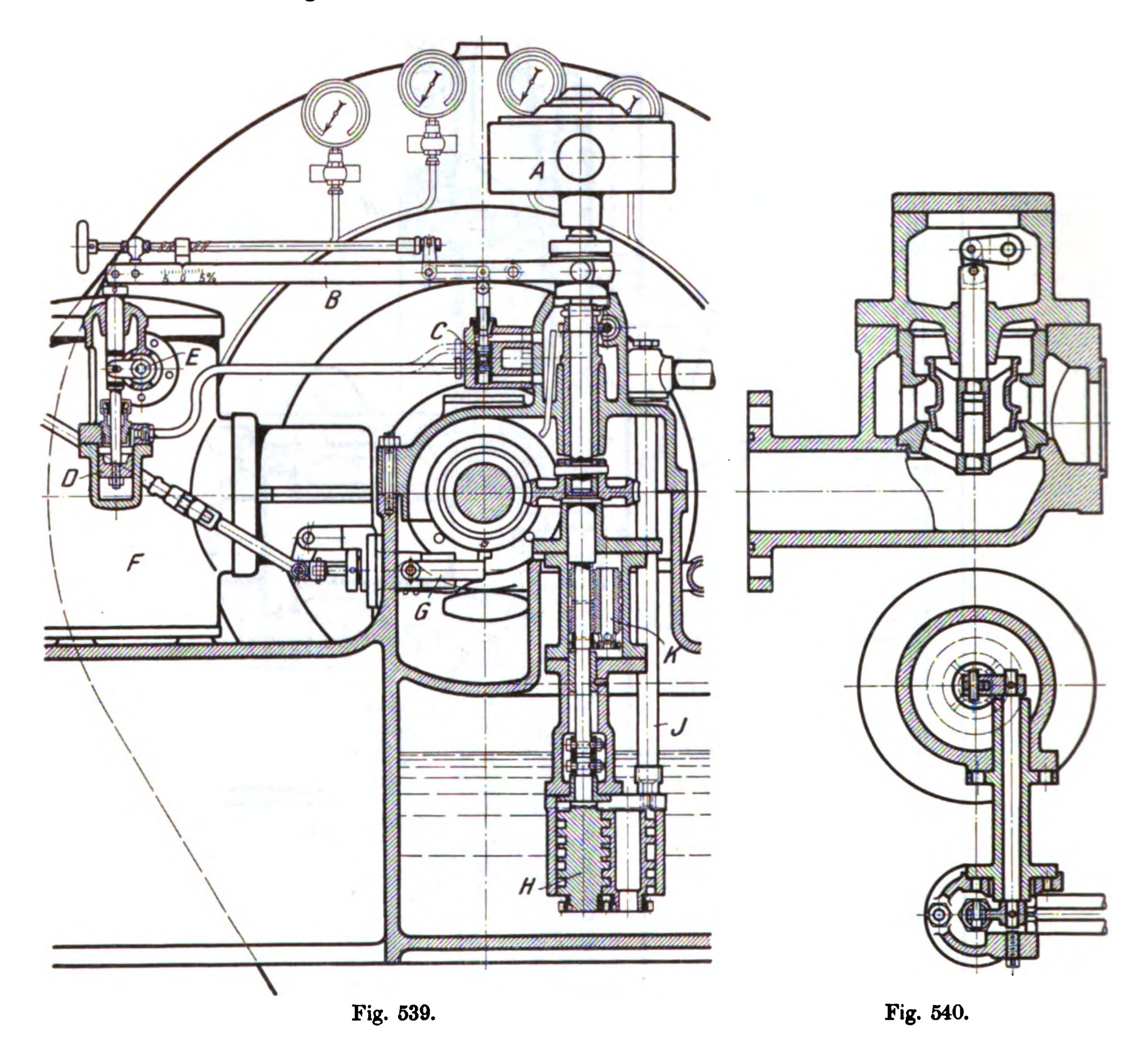


Fig. 539. Fig. 540.

bei *D* und *E* werden mit Wärmeschutzmasse ausgefüllt. Die Verbindungswand *H* ist mittels tiefer Eindrehungen elastisch nachgiebig gemacht. *P* bildet eine Stütze zur Sicherung der senkrechten Lage. *J* ist der axiale Führungskamm, dem von *S* her Drucköl zufließt. Es ist besondere Zufuhr von Kühlöl in die Lagerschalen vorgesehen.

Fig. 539 stellt einen Schnitt durch die Regelung dar, wobei *A* den Regler, *B* den Rückführungshebel, *C* das Steuerventil, *D* den Kraftkolben, *E* die Achse des Verstellhebels am Drosselventil darstellen. *G* ist der Sicherheitsregler, *H*, *K* sind Schrauben-Ölpumpen für die Lager bzw. den Kraftzylinder. Fig. 540 stellt Einzelheiten des doppelsitzigen Drosselventiles dar.

Digitized by Google

Bei größeren Einheiten gedenkt Eyermann die radiale Turbine mit einem axialen Kranz zu verbinden, wie in Fig. 541 an einer 5000 PS-Einheit mit 1500 Uml./min dargestellt ist.

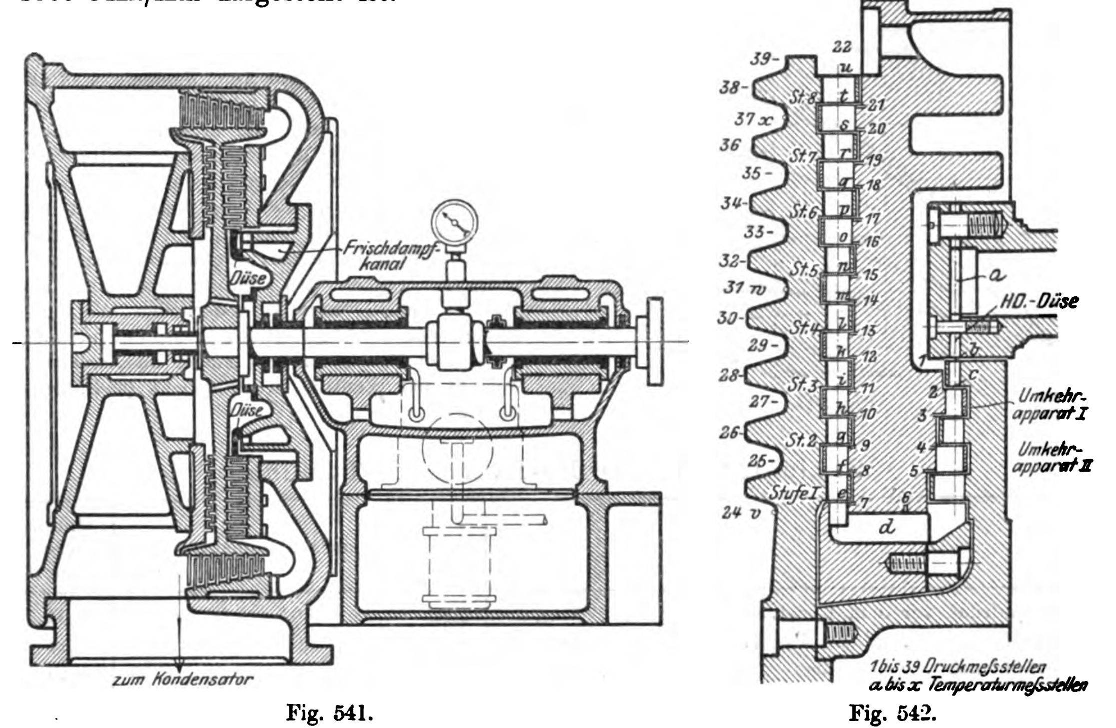


Fig. 541. Fig. 542.

Versuchsergebnisse.

Über die von Josse untersuchte 250 PS-Turbine liegt ein ausführlicher wertvolle Beobachtungen enthaltender Bericht a. a. O. vor.[1]) Der Querschnitt durch die Laufräder ist in Fig. 542

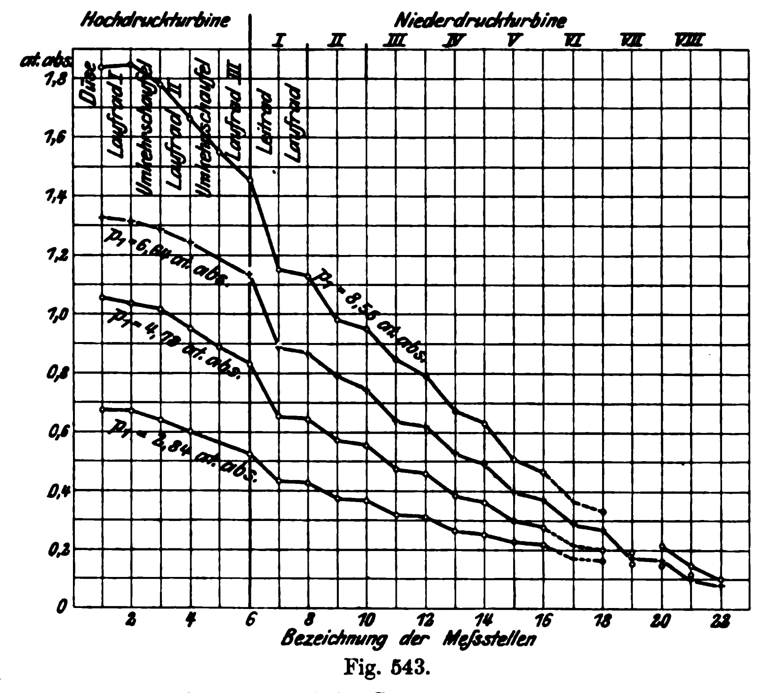


Fig. 543.

---

[1]) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1908, S. 69.

Digitized by Google

abgebildet, und es beträgt der äußerste Schaufeldurchmesser etwa 880 mm, der innerste etwa 430 mm. In Fig. 543 sind die Pressungen in entsprechend bezeichneten Punkten aufgetragen, die das Gesetz von der proportionalen Änderung aller Drücke bestätigen. Die beifolgende Zahlentafel 1 enthält die Hauptergebnisse. Der Verlust durch das Labyrinth beträgt bei Vollbelastung 82 kg/st, d. h. 4,8 v. H. der gesamten Dampfmenge, was als mäßig bezeichnet werden muß. Bei verminderter Umlaufzahl zeigt sich die stündliche Dampfmenge, wie infolge der Düseneigenschaften erwartet werden muß, bei gleichem Anfangsdruck unveränderlich. Die Leistung änderte sich gemäß der graphischen Darstellung (Fig. 544) mit der Umlaufzahl nahezu parabolisch. Auslaufversuche ergaben das Reibungsmoment als Summe eines wenig veränderlichen Anfangsgliedes (von der Lagerreibung herstammend) und eines dem Drucke proportionalen Zusatzgliedes, welches der Ventilation entspricht (s. Zahlentafel 2).

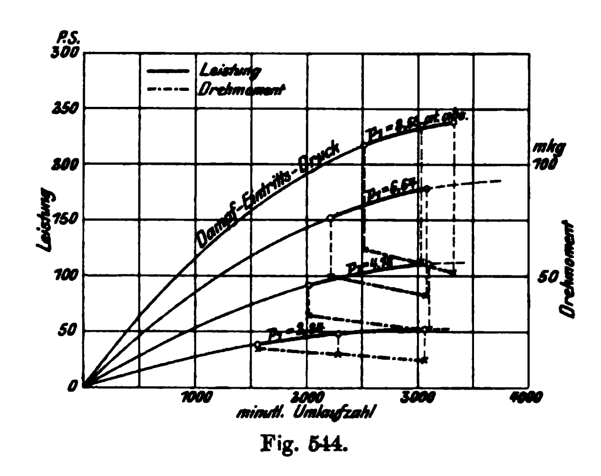


Fig. 544.

Zahlentafel 1. 200 PS-Eyermann-Turbine.

		Umlaufzahl konstant					Vakuum vermindert
Dampfdruck vor dem Regelventil	Atm. abs.	0,86	3,04	5,04	7,04	9,04	9,04
Dampfdruck hinter dem Regelventil	Atm. abs.	0,84	2,96	4,90	6,80	8,76	8,76
Dampfdruck vor der Düse	Atm. abs.	0,82	2,84	4,78	6,64	8,55	8,55
Dampfdruck im Abdampfrohr	Atm. abs.	0,105	0,097	0,096	0,084	0,094	0,187
Dampftemperatur vor dem Regelventil	°C	191	240	254	259	261,5	261
Überhitzung des Dampfes vor dem Regelventil	°C	96	107	103	95	87	86,5
Dampftemperatur vor der Düse	°C	179	233	245	252	258	(257)
Minutliche Umlaufzahl		3060	3070	3100	3080	3030	2900
Effektivleistung der Turbine	PS_e	0	53,2	111,2	178,5	235	203
Verfügbare Wärmegefälle insgesamt pro kg	WE	83,0	136,0	156,5	171,5	177,4	156,5
Verfügbare Wärmegefälle im H.D.-Teil pro kg	WE	59,3	78,0	81,5	82,5	85,0	83,0
Verfügbare Wärmegefälle im N.D.-Teil pro kg	WE	27,8	66,0	86,0	101,5	106,0	83,0
Gütegrad der indizierten Arbeit insgesamt		0,435	0,512	0,521	0,533	(0,534)	0,517
Gütegrad des H.D.-Teiles		0,388	0,419	0,342	0,324	0,302	0,314
Gütegrad des N.D.-Teiles		0,467	0,561	0,624	0,638	(0,652)	0,662
Stündl. Dampfmenge für Axialdruckausgleich	kg/st	19	45	61	73	82	82
An die Welle abgegebene indiz. Leistung insges.	PS_i	8,7	59,2	114,7	182,2	(241)	(209)
Effektive Leistung (mit Bremse bestimmt)	PS_e	0	53,2	111,2	178,5	235	203
Differenz	PS_e	8,7	6,0	3,5	3,7	(6,0)	(6,0)
Stündliche Dampfmenge insgesamt	kg/st	172	585	955	1339	1697	(1697)
Dampfverbrauch für 1 PS_e und Stunde	kg/st	—	11,0	8,59	7,50	7,23	(8,36)
Gütegrad bezogen auf effektive Leistung, gesamte Dampfmenge und Zustand vor der Düse (ohne Abzug der Luftpumpenarbeit)		—	0,425	0,473	0,493	0,494	0,483
Wärmeverbrauch pro PS_e und Stunde	WE	—	7715	6068	5315	5138	(5940)

Zahlentafel 2. Reibungsmomente in mkg.

Uml./min	1500	2000	3000
$p = 0$; $M =$	2,16	2,26	2,46 mkg
$p = 1$ Atm.; $M =$	2,60	2,96	4,20

Digitized by Google

Die mit diesen Zahlenwerten für den Druck gleich Null, d. h. mit Ausschluß der Ventilationsarbeit berechneten Reibungsarbeiten stimmen mit dem Unterschied zwischen indizierter und effektiver Arbeit der Größenordnung nach überein.

Die Gütegrade sind durch das etwas ungünstige Ergebnis der Hochdruckstufe beeinflußt. Josse nimmt an, daß die dritte Geschwindigkeitsstufe der Gleichdruckräder eher Arbeit aufgezehrt als geliefert hat.

Turbinen in Einheiten bis 1700 PS-Leistung befinden sich in Betrieb oder in Ausführung.

127. Die Turbine von Zvoniček.

Die von der Böhmisch-Mährischen Maschinenfabrik, Prag, gebaute Zvoniček-Turbine arbeitet ebenfalls mit bloß radialer Beaufschlagung, und besteht aus einem zweikränzigen Gleichdruckrad als Hochdruckstufe und einem mehrstufigen Überdruckrad als Niederdruckstufe. In bezug auf diese Arbeitsweise der Eyermannschen Turbine gleich, unterscheidet sie sich von derselben durch die konstruktive

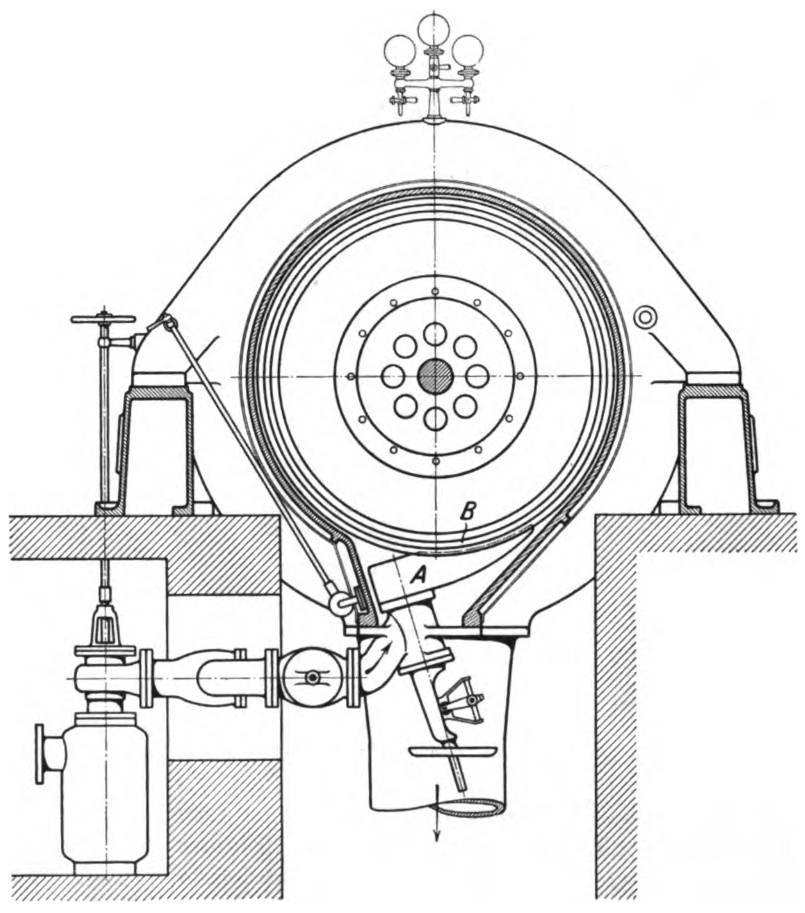


Fig. 545.

Durchbildung, mit besonderem Augenmerk auf die Folgen der Wärmedehnung. Der Dampfeintritt erfolgt von unten in das aus Blechen bestehende Düsensystem A (Fig. 545a), innerhalb dessen ein entlasteter, in steter Schwingung um seine Achse erhaltener Kolbenschieber die Zuflußmenge regelt. Das fliegende Gleichdruckrad B ist mit der Niederdruckscheibe B_1 verschraubt (Fig. 545 bis 547). Letztere dichtet gegen die feststehende Scheidewand C mittels Labyrinthnuten

Digitized by Google

an einem so gewählten Zwischendurchmesser ab, daß sich die axialen Dampfdrücke nahezu aufheben.

Ein allfälliger Druckrest wird durch das reichliche Kammlager aufgenommen, welches auch die Größe des axialen Spieles einzustellen erlaubt. Die Zwischenwand wird auf der einen Seite durch den Arbeitsdampf, auf der anderen durch den Undichtheitsdampf, der eine nur wenig verschiedene Temperatur hat, geheizt, daher rechnet man auf geringes Verziehen und auf gute Einstellbarkeit des Labyrinthspieles im Betrieb. Die Leitschaufelträger *D* werden desgleichen in eigens vorgesehenen Aussparungen auf der Rückseite von Dampf bespült und so befestigt, daß der eventuellen Krümmung des Deckels entgegengearbeitet wird.

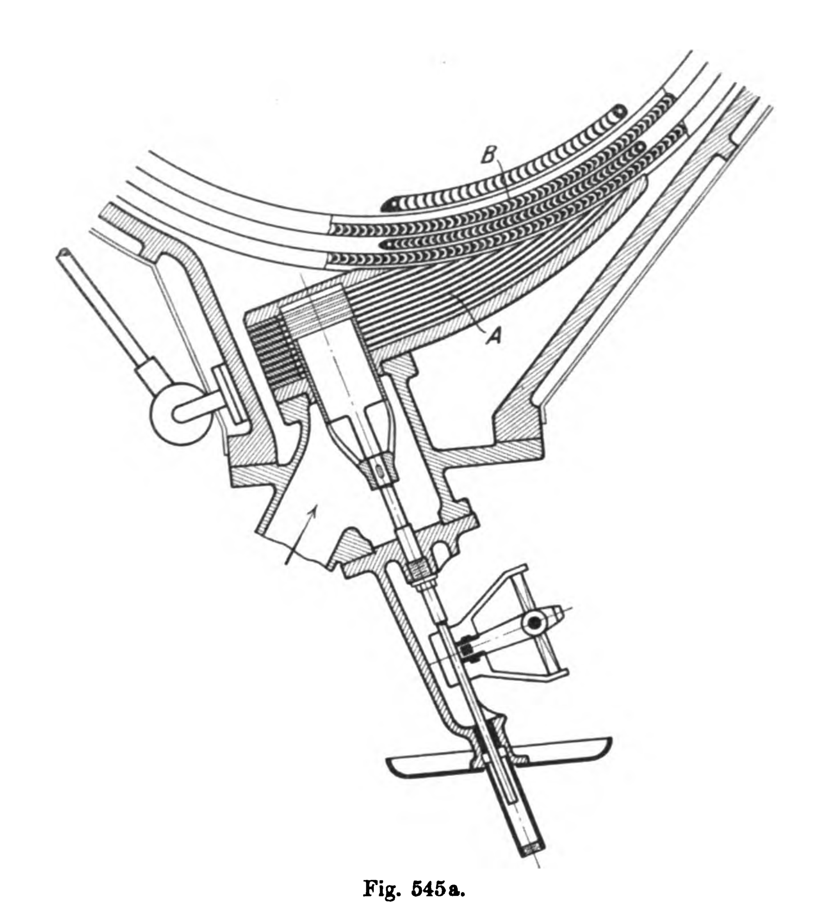


Fig. 545a.

Endlich wird das ganze Turbinengehäuse mit dem festen Lagerständer durch **hohle, heizbare Bolzen** gleitbar verbunden. Die Höhlung der letzteren ist mit dem Dampfraume hinter der ersten Stufe verbunden, der Befestigungspunkt, d. h. die Länge der Bolzen einstellbar gemacht, so daß bei richtiger Wahl das Gehäuse der Wärmeausdehnung der Welle genau zu folgen vermag.

Die Schaufeln sind beidseitig in Ringen gehalten, die die ganze Fliehkraft aufzunehmen bestimmt sind. Die Zeichnungen beziehen sich auf eine Turbine von 750 KW bei 1500 Uml./min, an welcher die äußerste Umfangsgeschwindigkeit etwa 110 m/sek betragen würde.

Eine 5000pferdige Einheit befindet sich in Ausführung.

Digitized by Google

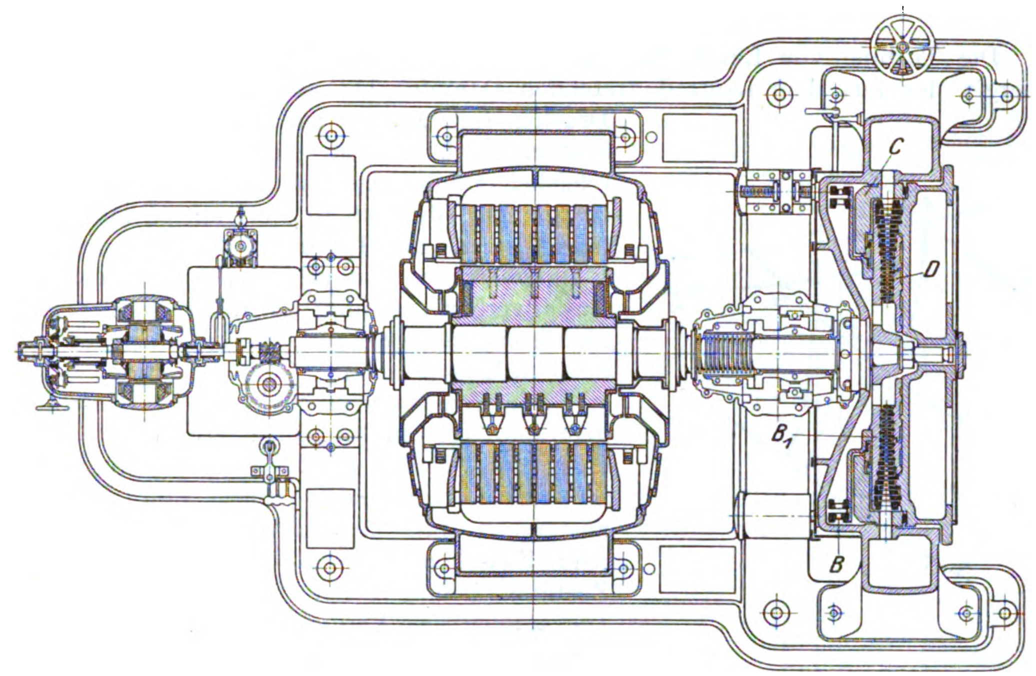


Fig. 546.

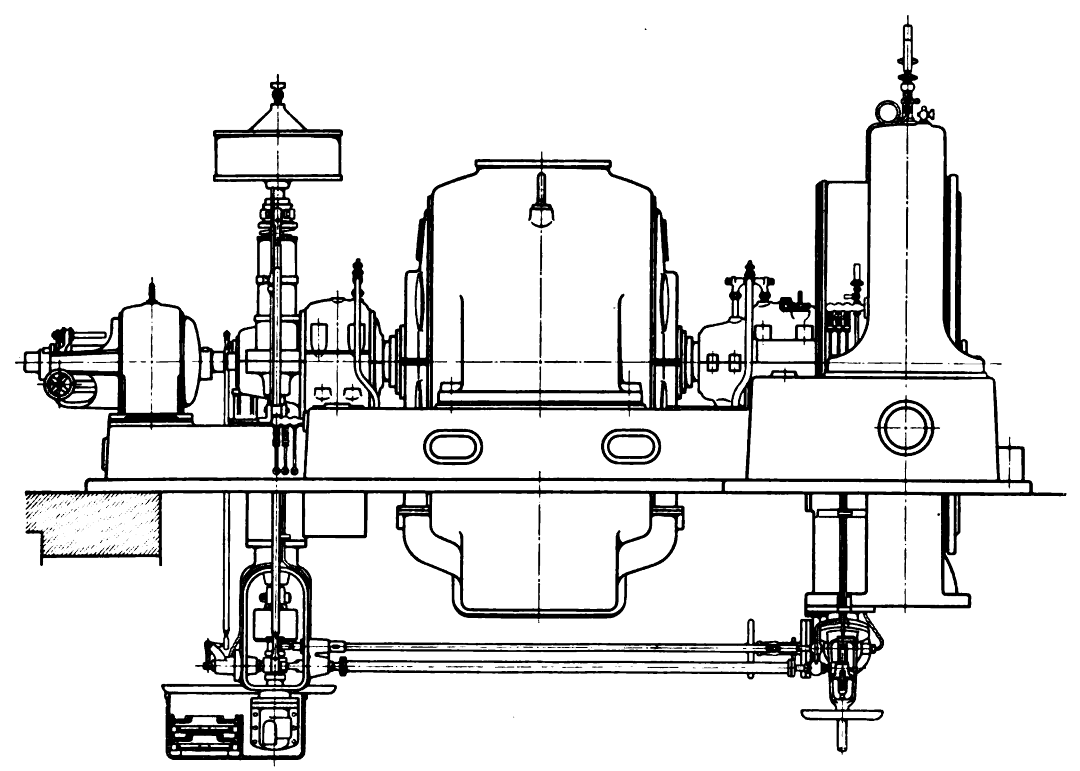


Fig. 547.

Digitized by Google

128. Turbine von Lindmark.

Die Turbine von Lindmark[1]) war ein eigenartiger Versuch, die kinetische Energie des aus dem Laufrad tretenden Dampfes bei vielstufigen Turbinen in Druckenergie zurück zu verwandeln, um die Stufenzahl bei sonst gleichen Verhältnissen (gleicher Umfangsgeschwindigkeit) verkleinern zu können. Je größer c_1 ist, um so mehr Gefälle wird in der Tat mit einem bestimmten u umgesetzt, um so größer ist aber auch der Auslaßverlust. Gelingt es diesen durch einen „Diffusor“ zu beseitigen, so hat man an der Stufenzahl gewonnen.

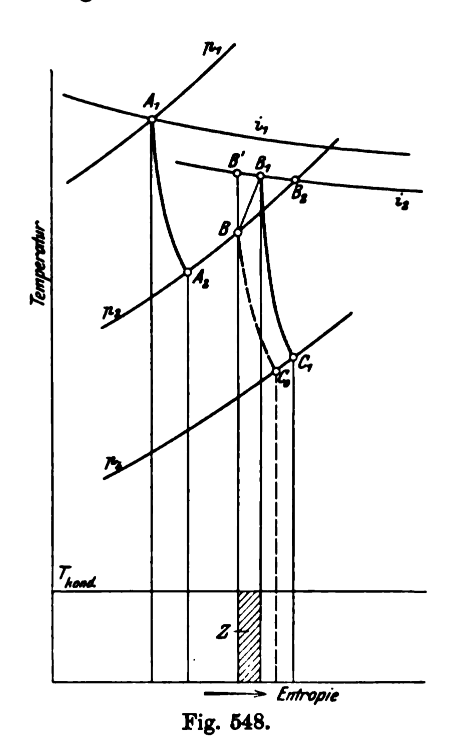


Fig. 548.

Der Arbeitsvorgang kann im Entropiediagramm für eine Gleichdruckturbine wie folgt dargestellt werden (Fig. 548). Die Expansion im ersten Leitapparat führt vom Anfangszustand A_1 mit kleinen Verlusten zu A_2 auf dem Zwischendrucke $p_2 =$ konst. B sei der Zustand beim Austritt aus dem Laufrad. Die adiabatische Verdichtung mittels der kinetischen Energie des Auslasses würde beispielsweise nach B' führen, die wirkliche, mit Verlusten verbundene nach B_1. Die Fläche Z zwischen den Adiabaten durch B und B_1, der Temperatur des Kondensators und der Null-Linie bildet den eigentlichen Verlust des

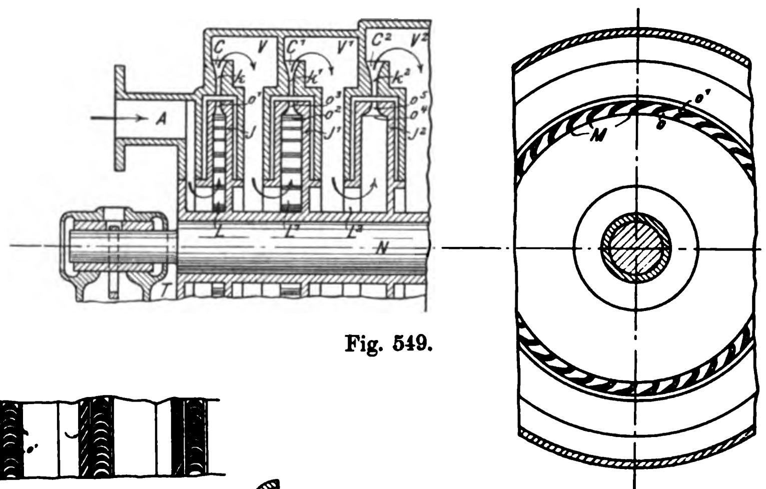


Fig. 549.

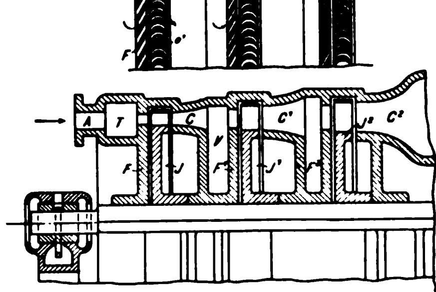


Fig. 549a.

Lindmark-Prozesses. B_1 bildet den Ausgangspunkt für die Expansion in der nächsten Stufe, wo C_1 den Zustand am Düsenende bedeutet. Hätten wir in B den Dampf unmittelbar gefaßt und auf den Druck p_2 unter Verwertung

[1]) Früherer leitender Konstrukteur bei de Laval.


Digitized by Google

seiner Geschwindigkeit expandieren lassen, so würde wahrscheinlich der neue Zustandspunkt C_0 nicht ungünstiger gelegen sein als bei Lindmark, so daß sein Verfahren die gewöhnliche Methode nicht zu überflügeln vermag.

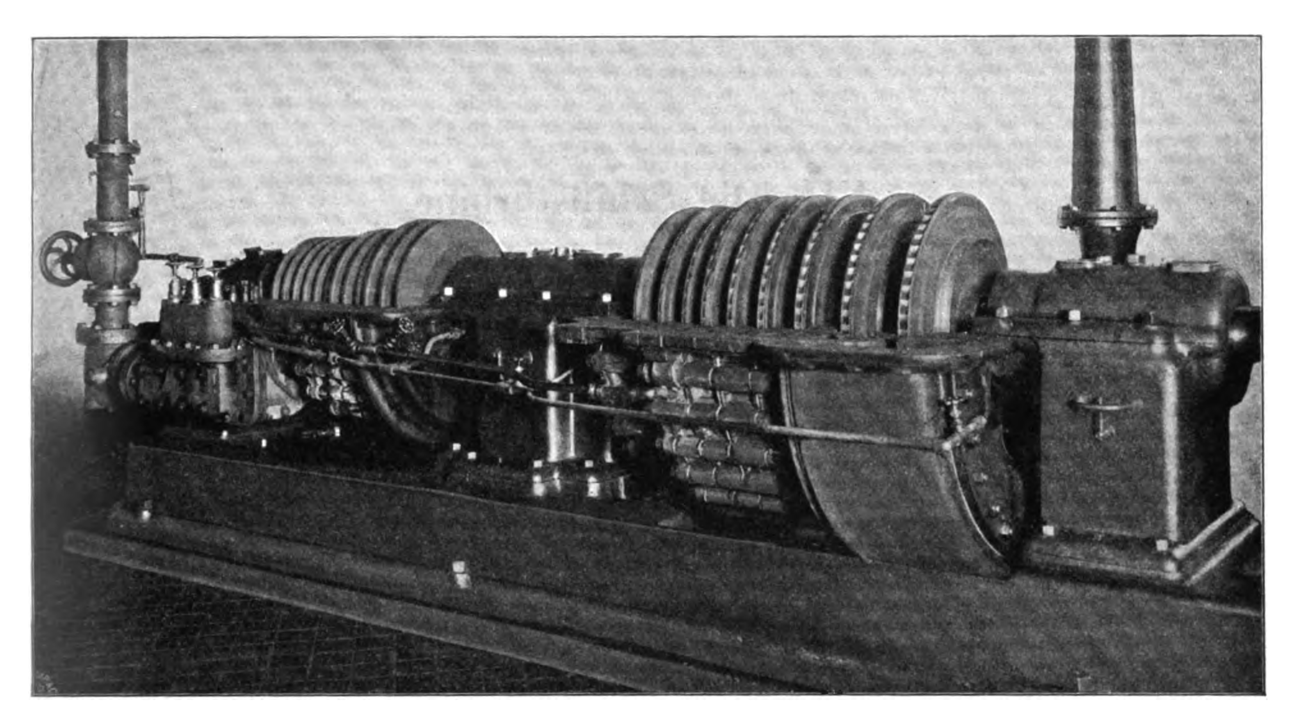


Fig. 549 b.

Fig. 549, 549a stellen nach der deutschen Patentzeichnung Nr. 142964 vom Jahre 1902 dar, wie sich Lindmark die Verwirklichung des Verfahrens bei Überdruck- und Gleichdruckturbinen gedacht hat. Beachtenswert sind die in der Patentschrift enthaltenen Untersuchungen über die Verdichtung in Düsen.

Eine Versuchsausführung Fig. 549b bestand aus 21 Rädern mit 500 bis 800 mm Durchmesser, 3000 Uml./min, und sollte nach dem Schema der Fig. 549 arbeiten.

Digitized by Google

VII. Die Schiffsturbine.

A. Einleitung.

Die Einführung der Dampfturbine als Antriebsmaschine für Seefahrzeuge verdanken wir Parsons, der schon im Jahre 1897 ein kleines Dampfboot mit einer Turbine ausstattete und seither unablässig tätig war, die Schwierigkeiten, die sich der Verwendung der Turbine als Propulsionsmaschine in den Weg stellen, zu überwinden.

Die Vorteile des Turbinenantriebes: gleichmäßiges Drehmoment, Abwesenheit von hin und her gehenden Massen und der davon herrührenden Erschütterungen, einfache Wartung, Raum- und in gewissem Maße Gewichtsersparnis, geringere Reparaturbedürftigkeit u. a. sind so einleuchtend, daß die Kolbenmaschine vollkommen verdrängt worden wäre, wenn es gelänge, über einen Hauptmangel der Turbine hinwegzukommen, nämlich über die Notwendigkeit hohe Umlaufzahlen anzuwenden, welchen die Schiffsschraube nur mit Einbuße an Wirkungsgrad folgen konnte. Steigert man die Umlaufzahl einer Schiffsschraube über eine gewisse Grenze hinaus, so werden hinter den Schraubenflügeln Hohlräume gebildet, und diese sogenannte „Kavitation" kann so weit gehen, daß das Wasser gewissermaßen zu Schaum geschlagen und die Wirkung der Schraube bis auf Null herabgesetzt wird.

Wählen wir aber die Umlaufzahl der Schraube sehr tief, so fehlt uns bei unmittelbarer Kupplung die Möglichkeit, die Turbine mit hohem Wirkungsgrade zu konstruieren, wenn ihr Gewicht im Rahmen des Zulässigen bleiben soll. Die Raddurchmesser sind nämlich durch den Schiffsraum bedingt, daher ist die Umfangsgeschwindigkeit beschränkt und es bliebe nur das Auskunftsmittel übrig, die Dampfausnützung durch Anwendung sehr vieler Stufen zu heben. Dann erhielte man aber eine überaus schwere, viel Raum beanspruchende Turbine, und die errungenen Vorteile wären aufgehoben.

Man könnte zwar scheinbar zu beliebig hohen Umlaufzahlen gelangen, indem man den Schrauben sehr geringe Steigung erteilte. Allein dann nimmt wieder die schädliche Flügelreibung zu, und der Wirkungsgrad sinkt auf unbefriedigend kleine Werte.

Die höchsten noch zulässigen Umlaufzahlen, wie sie in den praktischen Ausführungen zur Verwendung gelangt sind, werden durch das Diagramm Fig. 550[1]) veranschaulicht.

Der Propellerwirkungsgrad pflegt praktisch Werte von 60 v. H., manchmal auch darüber, im allgemeinen indes noch niedrigere Beträge zu erreichen. Nach den häufigen Mißerfolgen zu schließen, ist eine sichere Vorausberechnung desselben heute noch schwierig und Sache der persönlichen Erfahrung des Konstrukteurs, da die Literatur nur sehr dürftige Angaben über wirkliche Ausführungen

[1]) Nach Föttinger, Eine neue Lösung des Schiffsturbinenproblems. Jahrb. d. schiffbautechn. Gesellsch. 1910.


Digitized by Google

enthält, und weil die Anordnung des Propellers, die Schiffsform u. a. eine wichtige Rolle spielen. Der große Abstand der Schraubendrehzahlen von den günstigsten Drehzahlen der ortsfesten Turbine wird beispielsweise klar, wenn wir erwägen, daß die letztere bei 5000 PS mit 1500 Uml./min gut ausführbar ist, während für die Schraube nach dem Diagramm bei 25 Seemeilen/st nur etwa 500 zulässig sind. Daß trotz so wesentlicher Herabsetzung die Umfangsgeschwindigkeit der Schiffsschraube an der Grenze des Zulässigen angelangt ist, folgt auch aus der mancherorts beobachteten starken Anfressung durch Wirbelbildung. So sollen nach Silberstein[1]) die ursprünglichen Schrauben der Mauretania nach dreimonatlichem Betrieb auf einer Ausdehnung von 3 bis 4 Quadratfuß und eine Tiefe von $1/4$ bis $2\,1/2$ (!) engl. Zoll angegriffen worden sein, und zwar etwa 2' von der Flügelwurzel entfernt gegen die hintere Kante zu. Eine von Parsons eingeführte neue Legierung soll freilich eine um soviel höhere Zähigkeit besitzen, daß die neuen Schrauben nach sechsmonatigem Betrieb noch keine Abnützung aufgewiesen haben.

Eine weitere Schwierigkeit der Schiffsturbine ist ihre Unfähigkeit umgesteuert zu werden. Unzählige Anläufe sind bis jetzt gemacht worden, durch geeignete Hilfskränze und Schaltungen, wohl auch durch Verdrehen der Schraubenflügel, eine Bewegungsumkehr zu erzielen, allein ohne leiseste Aussicht auf Erfolg, wo nur einigermaßen größere Kräfte zu überwinden sind. Die Praxis des Schiffsturbinenbaues hat denn die Konsequenzen gezogen und eigene Umsteuerungsturbinen aufgestellt, die beim Vorwärtsgang leer mitlaufen, aber unter Vakuum gestellt verhältnismäßig wenig Kraft aufzehren. Die Rücksicht auf das Gewicht verbietet es, diese Turbinen gleichgroß zu machen wie die Hauptturbinen; die Verringerung der Stufenzahl setzt aber den Wirkungsgrad herab, und man muß sich mit einer geringeren Höchstleistung zufrieden geben.

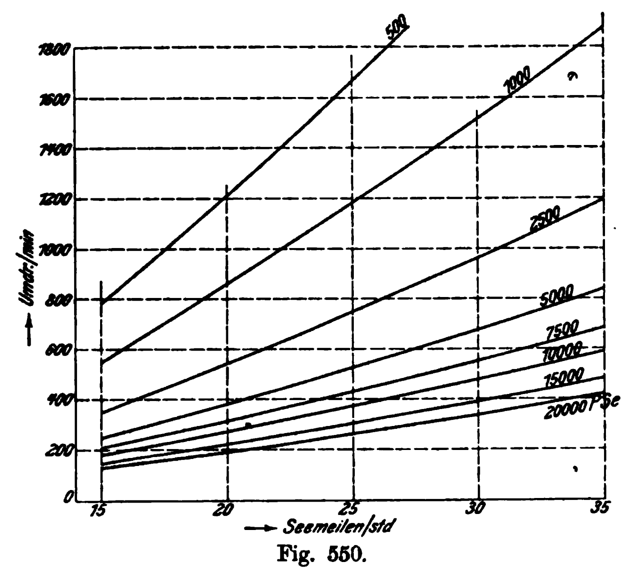


Fig. 550.

Der Entwurf einer Schiffsturbine ist hiernach eine sehr feine, durch zahlreiche Faktoren bedingte Aufgabe, zwischen welchen der Konstrukteur den Mittelweg des bestmöglichen Ergebnisses aufzufinden hat.

Die langsam fahrenden Frachtendampfer, die eine entsprechend kleine Umlaufzahl der Schraube fordern, sind für die Turbine das bis heute unzugänglichste Gebiet.

Wesentlich günstiger steht es mit den Personendampfern für Schnellfahrt, die heute durchweg Geschwindigkeiten von über 20 Seemeilen in der Stunde aufzuweisen pflegen, und zu zweckmäßigen Turbinenabmessungen führen. Die Riesendampfer Lusitania und Mauretania sind der bekannte letzte Erfolg auf diesem Felde. Freilich hat sich die Hoffnung, daß ein Turbinenschiff infolge Abwesenheit hin und her schwingender Massen vollkommen erschütterungsfrei sein müsse, nicht erfüllt. Die Schraubenflügel befinden sich, wenn in der Nähe des Schiffsrumpfes, unter anderen Strömungsverhältnissen, als wenn von ihm abgewendet, und dies wie auch andere noch nicht aufgeklärte Gründe bringen eine Erschütterung insbesondere des Hinterschiffes hervor, die sich in verschiedenen Fällen als störend erwies.

[1]) Engineering, 14. Jan. 1910.

Digitized by Google

In einer Untersuchung von Henderson (Engineering 1909, I, S. 452) wird neben den Flügelschlägen der einzelnen Schraube auch das zeitweilige Zusammentreffen der von verschiedenen Schrauben ausgeübten Schläge als Erschütterungsgrund angeführt, indem „Schwebungen" entstehen. Die durch Turbinen veranlaßten Schwingungen besitzen meist eine hohe und daher physiologisch unangenehm empfundene Frequenz. So wurde nach der gleichen Quelle bei der Mauretania eine Hauptschwingung mit 582 Perioden in der Minute festgestellt, die mit der Zahl der Flügelschläge übereinstimmt. Außerdem zeitweilig eine Schwingung von 84 Perioden in der Minute und zwar in der Horizontalebene, die einer natürlichen Schwingungszahl des Schiffes entspricht. Da die Schwebungen der Flügelschläge bloß 4,5mal in der Minute vorkommen, vermutet Henderson als Grund das Zusammenfallen einer höheren „Harmonischen" der natürlichen Schwingungszahl (und zwar der siebenten) mit der Zahl der Flügelschläge.

Vollen Erfolg hat die Dampfturbine hingegen in der Kriegsmarine errungen. Die Umlaufzahl und die Beanspruchung der Antriebsmaschinen, insbesondere bei den Torpedobooten, werden von Jahr zu Jahr so gesteigert, daß der sichere Betrieb der Kolbenmaschinen, die bei forcierten Fahrten nach Bauer[1]) „in eine Wolke von Öl, Wasser und Dampf gehüllt" sind, in Frage gestellt war. Hier mußte die unvergleichliche Einfachheit der Turbine durchdringen, obwohl noch eine letzte bedeutende Schwierigkeit zu überwinden war, die Wirtschaftlichkeit bei kleiner Fahrgeschwindigkeit.

Das „Kreuzen" der Kriegsfahrzeuge muß mit verringerter Geschwindigkeit, d. h. tunlichster Sparsamkeit im Kohlenverbrauch vor sich gehen, damit ein weiter Umkreis beherrscht werden kann, ein großer „Aktionsradius" gesichert ist. Die Antriebsleistung ist ungefähr der dritten Potenz der Geschwindigkeit proportional, sinkt also bei halber Geschwindigkeit auf etwa $^1/_8$ des normalen Wertes, bei gleichzeitiger erheblicher Abnahme der Umlaufzahl, und der Dampfverbrauch wird in zwiefacher Beziehung geschädigt.

Man hat diesem Übelstande durch Vorschaltung einer sogenannten Marschturbine abgeholfen, die für gewöhnlich im Vakuum leer mitläuft oder auch ganz abgekuppelt wird. In neuester Zeit kommen sinnreiche Schaltungen von partiell beaufschlagten Gleichdruckstufen in Gebrauch, die die Aufgabe noch vollkommener lösen.

Die im Kriegsschiffbau gewonnenen Erfahrungen müssen auf die Handelsmarine zurückwirken, und der Schiffsturbine weitere Verbreitung sichern. Ist doch die Dampfüberhitzung an Bord von Schiffen noch in ihren Kinderschuhen. Sollte aber vollends eine Übersetzung gefunden werden, die es ermöglichte, daß die Schraube mit einer ihr zukommenden niedrigen, die Turbine mit der am Festland üblichen hohen Drehzahl arbeiten könnten, dann wäre der Sieg der Turbine allgemein.

Die bis jetzt unternommenen Versuche zur Lösung dieser Frage besprechen wir weiter unten.

B. Zur Theorie der Schiffsturbine.

Die Theorie der eigentlichen Dampfwirkung in der Schiffsturbine unterscheidet sich in nichts von derjenigen der ortsfesten Anlagen. Es handelt sich hier daher nicht um die Methoden, wie aus dem Wärmegefälle die Stufenzahlen, Geschwindigkeiten, Querschnitte usw. berechnet werden sollen, sondern um die speziellen Aufgaben der Schiffsturbine, unter welchen als Hauptfrage diejenige bezeichnet werden muß, auf welche Weise man bei dem unausweichlichen Kompromiß mit der Schiffsschraube geringstes Eigengewicht und besten Dampfverbrauch erzielt.

Ganz allgemein gilt der Grundsatz, daß die Leistung auf mehr Schrauben verteilt werden muß, als bei Kolbenmaschinenantrieb. Denn je kleiner die auf

[1]) Jahrb. d. Schiffbautechn. Ges. 1909, S. 301.


Digitized by Google

eine Schraube entfallende Leistung ist, desto höher darf bei gleichem Propellerwirkungsgrade die Umlaufzahl werden, desto günstiger arbeitet die Turbine. So stellt sich denn heraus, daß eine Vermehrung bis auf vier Wellen wirtschaftlich sehr günstig ist, und daher häufig verwendet wird.[1]) Im einzelnen wechseln aber die Gesichtspunkte, die für den weiteren Ausbau maßgebend sind, mit dem System der Turbine und sollen in der Reihenfolge der historischen Entwicklung erörtert werden. Den Vorrang darf daher beanspruchen:

129. Die Überdruckturbine mit Reihenschaltung.

Der beste Weg, den die Überdruckturbine einzuschlagen hat, wurde von Parsons selbst vorgezeichnet, und beispielsweise in den D. R. P. Nr. 99108 vom Jahre 1896 und 103559 vom Jahre 1898 geschützt. Das erste betrifft die **Serienschaltung** der die einzelnen Schraubenwellen des Fahrzeuges antreibenden Turbinen, welche als „Hochdruck“-, „Mitteldruck“-, „Niederdruck“- usw. Turbinen **der Reihe** nach vom Dampf durchströmt werden. Das zweite erweitert die Schaltungsmöglichkeiten, indem bei höchster Leistung zur Verminderung der Zahl der Expansionsstufen durch zusätzliche Verbindungsleitungen ein Teil der Turbinen parallel geschaltet wird.

Die Vorteile dieser Anordnungen sind in die Augen springend, und bestehen vor allem in einer außerordentlichen Ersparnis der erforderlichen Stufenzahl, also der Turbinenbaulänge und des Gewichtes, was um so mehr Wichtigkeit hat, als die ohnehin beschränkte Umfangsgeschwindigkeit mit Rücksicht auf die Schaufellänge der Hochdruckseite häufig noch mehr herabgesetzt werden muß und ein günstiges Verhältnis von Dampf zur Schaufelgeschwindigkeit nur durch hohe Stufenzahlen erreicht werden kann. Lassen wir den Dampf der Reihe nach in den einzelnen Turbinen expandieren, so benötigen unter sonst gleichen Umständen alle Turbinen zusammengenommen nur eben so viele Stufen, als beim Einzelantrieb jede einzelne Turbine für sich. Durch die Reihenschaltung wird aber der bedeutende zusätzliche Vorteil erreicht, daß die Dampfmenge nicht gespalten wird, daher für jede Turbine ein Vielfaches derjenigen ist, die sie beim Einzelantrieb zu verarbeiten hätte, es werden also die Schaufeln in gleichem Verhältnisse länger; oder man kann größere Durchmesser und größere Umfangsgeschwindigkeiten annehmen, was den Dampfverbrauch verbessert, und reichliche Spiele gewähren, wodurch die Betriebssicherheit gehoben wird.

Endlich ermöglichte die Reihenschaltung die Verwendung der „Marsch“-turbinen, ohne die bei kleiner Fahrgeschwindigkeit mit den großen Hauptturbinen ein ökonomischer Betrieb nicht zu erreichen gewesen wäre. Die Marschturbine ist eine normale Parsonsturbine, die bestimmt ist, die wesentlich kleinere Dampfmenge der reduzierten Fahrt mit vollem Kesseldruck zu verarbeiten. Die erforderliche weitgehende Verkleinerung der Strömungsquerschnitte wird durch Herabsetzen der Schaufellänge und des Durchmessers zugleich erreicht. Das Vorschalten der Marschturbine vergrößert zugleich die gesamte Stufenzahl, was bei der verkleinerten Umlaufzahl in wesentlichem Maße zur besseren Dampfausnutzung beiträgt.

Selbstverständlich sind beim Parsonsschen System neben Vorteilen auch Schattenseiten vorhanden, in die wir den besten Einblick bei der Behandlung des gegnerischen Systems, der Gleichdruckturbine, erhalten.

[1]) S. Engineering 1909, II, S. 403.

Digitized by Google

130. Die Gleichdruckturbine mit Einzelwellenantrieb.

Die Vorkämpfer des Gleichdrucksystems mit Einzelwellenantrieb sind in Amerika die General Electric Co., Schenectady, in Europa die Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft in Berlin und das Zoelly-Syndikat. Die Gleichdruckturbine ist durch die Möglichkeit partieller Beaufschlagung in die günstige Lage versetzt, von Anfang an mit der höchsten, durch die Schraube und die Raumverhältnisse gestatteten Umfangsgeschwindigkeit zu arbeiten. Sie kann nach dem Vorgange von Curtis im Hochdruckteil vielfache Geschwindigkeitsabstufung verwenden und ist hierdurch zur Verarbeitung hoch überhitzten Dampfes besser geeignet als die Parsonsturbine bei ungenügendem Schaufelspiel. Wie bei der ortsfesten Turbine gezeigt wurde, kann die Einbuße an Wirkungsgrad in den ersten Stufen durch entsprechend bessere Ausnützung im Niederdruckteil wieder zum großen Teile wett gemacht werden. Auf diese Weise ist es möglich, die Zahl der Stufen und die Baulänge der Turbine so zu beschränken, daß bei ansehnlichen Leistungen noch eingehäusige Bauart möglich war, und dies leitet von selbst auf den „Einzelwellenantrieb", bei dem, wie die Benennung ausdrückt, jede Welle ihre unabhängige eigene Turbine besitzt. Die Niederdruckteile erhalten auch bei Gleichdruckschaufelung Trommelbauart, um durch den Dampfdruck auf die Trommelstirnseite den Propellerschub auszugleichen, und weil bei genügenden Schaufellängen, also großem zulässigen radialen Spiel und voller Beaufschlagung, diese Bauart billiger und raumsparender ist.

Ein weiterer bedeutender Vorteil des Gleichdrucksystems besteht im Fortfall der Marschturbinen, die die Anlage verwickelter gestalten und andere Übelstände mitführen. Daß die Marschturbine unter Dampf im Vakuum mitlaufen muß und die durch Undichtheit eindringende Luft eine erhöhte Leistung der Luftpumpe bedingt, ist einer der kleineren Nachteile; wichtiger ist die Mitteilung von Bauer und Lasche auf S. 173 ihres Werkes über Schiffsturbinen, daß die meisten Havarien, die bei Parsonsturbinenanlagen bisher eingetreten sind, Schaufelbrüche der Marschturbinen gewesen seien, da die Schaufelspiele bei diesen Turbinen klein sein müssen. Die „Turbinia", Deutsche Parsons-Marine-Akt.-Ges., Berlin, bemerkte in einer Entgegnung auf den Vortrag von Dr. Bauer in der Schiffbautechn. Gesellschaft v. 19. Nov. 1908, daß allerdings an den Marschturbinen der „Lübeck" und „S 125" Schaufelhavarien aus diesem Grunde vorgekommen sind, daß aber seither die Gehäuse der Turbinen kräftiger gemacht und das Verziehen derselben vermieden worden sind, und daß man außerdem die Spielräume so vergrößert, daß Havarien als ausgeschlossen bezeichnet werden müssen. Doch beginnen auch die Lizenznehmer Parsons' die Marschturbine wegzulassen, wie weiter unten beispielsweise an den Ausführungen der A.-G. Brown, Boveri & Cie. beschrieben werden wird.

Beim Gleichdrucksystem hat es keine Schwierigkeit, am ersten Rad für verlangsamte Fahrt kleinere Düsenquerschnitte vorzusehen, damit auch bei kleiner Leistung das volle Wärmegefälle ausgenutzt wird. Bei geeigneter konstruktiver Durchbildung wird der Ausdehnung dieser Quantitätsregelung nach dem Vorgang von Schulz auf mehrere aufeinanderfolgende Stufen nichts im Wege stehen. Vorläufig werden von der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft bei voller Fahrt nach der Umstellung auf großen Düsenquerschnitt einige der vorderen Zwischenstufen überbrückt und verursachen freilich durch das Mitdrehen im Dampf von hoher Spannung Ventilationsverluste.

Ein weiterer Vorteil des Gleichdrucksystems ist die Vereinfachung des Betriebes und die Unabhängigkeit der einzelnen Schrauben voneinander. Die

Digitized by Google

hierdurch bewirkte Erhöhung der „Schlagfertigkeit" der Anlage wird von marinetechnischer Seite hoch eingeschätzt.[1])

Es verschwindet die ungleichmäßige Kraftabgabe an die einzelnen Schrauben, die sich bei der Parsonsschen Reihenschaltung insbesondere bei kleineren Belastungen in hohem Maße einstellt. Es kann vorkommen, daß beim Betrieb mit Marschturbinen die Niederdruckhauptturbinen nur noch als „erweitertes Auspuffrohr" wirken und wenig Arbeit übertragen. Aber auch bei forcierter Fahrt kann eine Ungleichheit auftreten, was beim Einzelwellenantrieb ausgeschlossen ist.

Die **Berechnung der Gleichdruckturbine** erfolgt nach den für die ortsfeste Turbine aufgestellten Grundsätzen. Ist die Zahl der auf der Trommel untergebrachten Stufen groß, so kann man die bei der vielstufigen Überdruckturbine entwickelten abgekürzten Verfahren sinngemäß anwenden. Man würde also einen Wirkungsgrad dieses Turbinenteiles auf Grund von vorhergehenden Erfahrungen annehmen, daraus die Zustandskurve und die Kurve der Volumina als Funktion des Gefälles aufstellen. Die Annahme der Winkel und der Geschwindigkeiten liefert dann $h' = A\,(c_1{}^2 - c_2{}^2)/2g$ als Gefälle im Leitrad, wobei c_2 die Auslaßgeschwindigkeit des vorhergehenden Rades bedeutet, und $h'' = A\,(w_1{}^2 - w_2{}^2)/2g$ die in Wärme verwandelte Reibungsarbeit im Laufrad, daher $h = h' - h''$ das Gefälle einer Stufe, von welchem man bloß den Mittelwert $\overline{h}$ für eine Gruppe gleicher Schaufellänge berechnen wird. Ist H_I das für diese Gruppe angenommene Gesamtgefälle, so ist $z_1 = H_I : \overline{h}$ die zugehörige Stufenzahl usw.

Im allgemeinen sind die Stufenzahlen nicht hoch und man wird Stufe für Stufe durchzurechnen haben.

131. Gemischte Systeme und Schaltungen.

Die Vorteile des Gleichdrucksystems für die Hochdruckstufen haben dazu geführt, daß neuerdings auch Parsonsturbinen mit Curtishochdruckrädern versehen werden, vorzugsweise zu dem Zwecke, um die Marschturbine zu beseitigen. Dabei kann selbstverständlich auch die Parsonssche Reihenschaltung angewendet werden, und es ergibt sich eine Mannigfaltigkeit der möglichen Verbindungen und Schaltungen, die wesentlich reicher ist, als die bei ortsfesten Anlagen. Von bestimmendem Einfluß wird dabei die Zahl der Schraubenwellen sein; eine Frage, über die sich die Ansichten noch nicht abgeklärt haben. Ein englischer Fachmann[2]) gelangt auf Grund einläßlicher Würdigung aller Faktoren zu dem Schluß, daß die tunlichste Vermehrung der Schraubenwellen das wirtschaftlich günstigste sei, daß insbesondere vier Wellen einen besseren Wirkungsgrad ergeben als zwei Wellen. Seit die Einführung von zwei Steuerrudern überhand nimmt, sei das Zweiwellensystem auch deshalb im Nachteil gegen die Drei- oder Vierwellenanlage, weil das Steuer durch die Strömung von der Schraube her nicht so günstig beeinflußt werde. Man weist auf die Mauretania hin, die infolge Flügelbruches mehrere Fahrten mit drei Wellen allein ausführen mußte und dabei vortreffliche Leistungen zustande gebracht hat. Ein gleiches wäre unmöglich gewesen mit zwei oder auch drei Wellen, und das Schiff hätte während der besten Verkehrszeit in Reparatur brach liegen müssen.

Von dem Entscheid über die Wellenzahl wird abhängen, ob man beim Einzelwellenantrieb bleibt oder Reihenschaltung nehmen wird. Es scheint, daß erstere bei drei Wellen die Grenze ihrer Anwendungsfähigkeit findet und bei vier Wellen einerseits zu große Gewichte ergibt, anderseits bei kleinen Leistungen in Nachteil gerät, indem die Dampfmenge für jede Turbine gar klein ausfällt. Um diese Zersplitterung einzuschränken, wurde schon bei drei Wellen für die kleine Fahrt das gänzliche Ausschalten des mittleren Propellers als das relativ Bessere vor-

[1]) Vgl. die Äußerungen des Admirals a. D. v. Eickstedt, die sich an den früher zitierten Vortrag von Dr. Bauer, Jahrbuch der Schiffbautechn. Ges. 1909, S. 313, anschlossen.

[2]) Engineering 1909, II, S. 403.

Digitized by Google

geschlagen. Die Reihenschaltung darf also keinesfalls als überflüssig oder überwunden hingestellt werden. Über die neueren Bestrebungen auf diesem Gebiet wird noch weiter unten berichtet; hier sei folgendes Beispiel einer zweckmäßigen Schaltung besprochen.

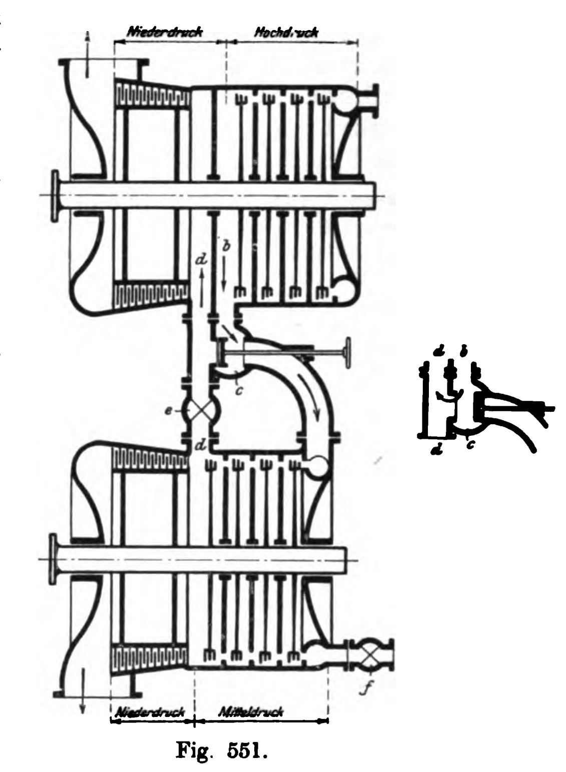
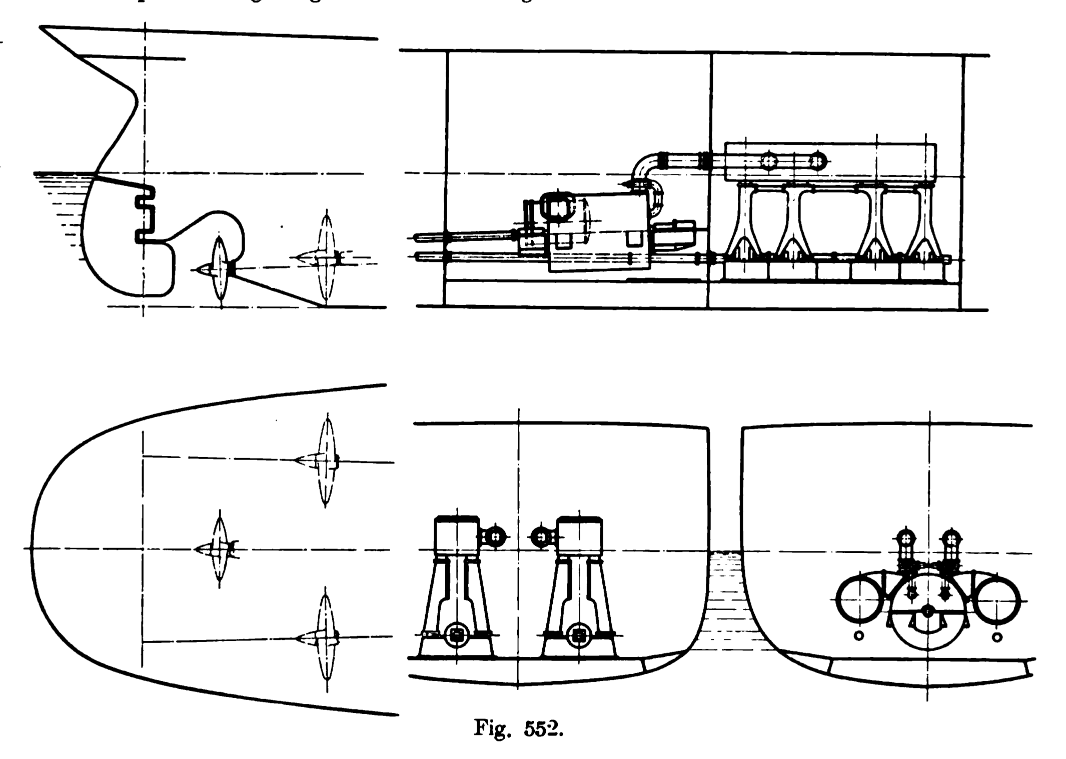


Fig. 551.

Schaltung von Föttinger. D.R.P. 219642.

Die Schaltung von Föttinger (Fig. 551) strebt eine Vereinigung der Vorteile an, die dem Reihensystem der reinen Parsonsturbine und dem Einzelwellenantrieb der Gleichdruckturbine je für sich zukommen. Die erstere leidet vor allem an der ungleichen Verteilung der Leistungen bei wechselnder Beanspruchung. An der letzteren arbeiten die Hochdruckstufen mit sehr kleiner Beaufschlagung, daher großen Ventilationsverlusten, und könnten bei gleichem Gewicht wesentlich größere Leistungen abgeben. Diesen doppelten Übelstand vermeidet Föttinger, indem er bei Zweiwellenanlagen den Hochdruckteil auf der einen, den Mitteldruckteil auf der anderen Welle in Reihe geschaltet arbeiten läßt, während die mit jeder Welle verbundenen Niederdruckteile parallel durchströmt werden. Durch bloße Vermehrung der Beaufschlagung hat also der Hochdruckteil der einen Welle die Arbeit für beide übernommen, ähnlich für den Mitteldruckteil die andere Welle, und die Zahl der Räder ist auf die Hälfte reduziert worden. Dies bedeutet Gewichtsersparnis und Verbesserung der Dampfwirkung; ferner ist bis zu viel größeren Einheiten als sonst eingehäusige Bauart möglich. Gleichzeitig ist aber die Ungleichheit der Leistung beseitigt, oder auf kleine Beanspruchungen beschränkt worden, indem der Hoch- und der Mitteldruckteil bei Dampfdrosselung in gleichem Maße weniger Arbeit leisten. Beim Manövrieren wird das


Fig. 552.

Wechselorgan C umgestellt, so daß zwei unabhängige Einheiten mit dem Vorzug entstehen, für Aufnahme höher gespannten Dampfes geeignet zu sein. Auch sind die Schwungmomente, die man bei der Bewegungsumkehr zu überwinden hat, geringer als beim Einzelantrieb. Die leicht herzustellende Unabhängigkeit der Wellen leistet gute Dienste bei Havarien und erlaubt bessere Dampfausnützung. Endlich ist man im Entwurf freier, man ist nicht gezwungen, dem Niederdruckteil die Hälfte der Leistung zuzuweisen, wie bei gewöhnlicher Reihenschaltung, sondern kann dessen Anfangsspannung so wählen, daß die konstruktiven Verhältnisse, wie Schaufellänge u. a., befriedigen.

Verbindung von Turbine mit Kolbenmaschine.

Die Nachteile der kleinen Schraubendurchmesser hofft man bei Frachtdampfern durch Anwendung zweier Hochdruck-Kolbenmaschinen auszugleichen, deren Abdampf in einer gemeinsamen Niederdruckturbine ausgenützt wird. Die Hochdruckmaschinen werden so stark gebaut, daß sie genügende Kraft zum Rücklauf entwickeln und die Rückwärtsturbinen entbehrlich werden. Die Niederdruckturbine aber kann, da sie die Gesamtdampfmenge aufnimmt, einen großen Durchmesser, also hinlänglich kleine Umlaufzahl erhalten, damit der Wirkungsgrad der Schraube hoch liegt. Die Meinungen über die Aussichten dieser Anordnung sind geteilt.

Von der A.-G. Brown, Boveri & Cie. stammt das hierher gehörende Projekt (Fig. 552) für einen Dampfer von 22000 PS Leistung. Die Turbine erhält einen Außendurchmesser von rund 5 m. Um raschen Rücklauf zu erzielen, ist die Turbinenwelle mit einer Dampfbremse versehen, die im Moment der Umsteuerung ausgelöst wird, wodurch die mittlere Schraube, die vermöge ihres Schwunges weiter nach vorwärts treiben würde, rasch zum Stillstand kommt.

132. Der axiale Propellerschub.

Ist w die Schiffsgeschwindigkeit in m/sek,
N_e die effektive Turbinenleistung (an der Welle) in PS,
η_s der Wirkungsgrad der Schraube (etwa $\overline{\overline{<}}\,0{,}6$),
P der Schraubenschub,

so gilt die Beziehung, daß das Produkt aus der effektiven Turbinenleistung und dem Wirkungsgrad der Schraube der Treibarbeit Pw gleich sein muß. Wir erhalten also $Pw = 75\, N_e\, \eta$, woraus

$$P = \frac{75\, N_e\, \eta}{w}.$$

Die Schiffsgeschwindigkeit wird in Seemeilen oder Knoten zu 1852 m in der Stunde gerechnet ($= w_k$), daher ist in der Sekunde $w = w_k\ 0{,}5144$.

Die Aufstellung der Turbine wird selbstverständlich so zu erfolgen haben, daß der nicht ausgeglichene Dampfdruck dem Propellerschub entgegenwirkt. Bei Parsonsturbinen kann man durch den vorderen Ausgleichskolben den Propellerschub in beliebigem Betrage ausgleichen. Bei Gleichdruckturbinen, die im Niederdruck eine Trommel anwenden, ist der Dampfdruck im allgemeinen wesentlich größer, so daß noch eine ansehnliche Belastung des Drucklagers in negativer Richtung übrig bleibt.

133. Die Rückwärtsturbine.

Sollen die Turbinenschiffe in bezug auf ihre Manöverierfähigkeit gegenüber den Kolbenmaschinenschiffen nicht zurückstehen, so muß man fordern, daß sie von der vollen Fahrt vorwärts auf der gleichen Weglänge zum Stillstand gebracht werden können, wie die Schwesterfahrzeuge. Es wird wohl auch verlangt, daß das Stillsetzen in der gleichen Zeit zu erfolgen habe.

Digitized by Google

Es hat sich nun herausgestellt, daß zu diesem Behufe die Leistung der Rückwärtsturbine nicht den gleichen Betrag zu erreichen braucht, wie die der Kolbenmaschine, da man bei dieser im Durchschnitte mit der Umschaltung etwas mehr Zeit verliert und nicht sofort die volle Kraft ansetzt. Und dies ist für die Turbine ein besonderer Glücksfall, denn wenn für den Rückwärtstrieb die volle Leistung der Vorwärtsfahrt erforderlich wäre, müßte einfach der Turbinensatz verdoppelt werden. Nach Bauer und Lasche pflegt es praktisch zu genügen, wenn die Leistung für den Rückwärtsgang unter Voraussetzung des gleichen Gesamtdampfverbrauches wie für den Vorwärtsgang den nachfolgend bezeichneten Teil der Vorwärtsleistung ausmacht:

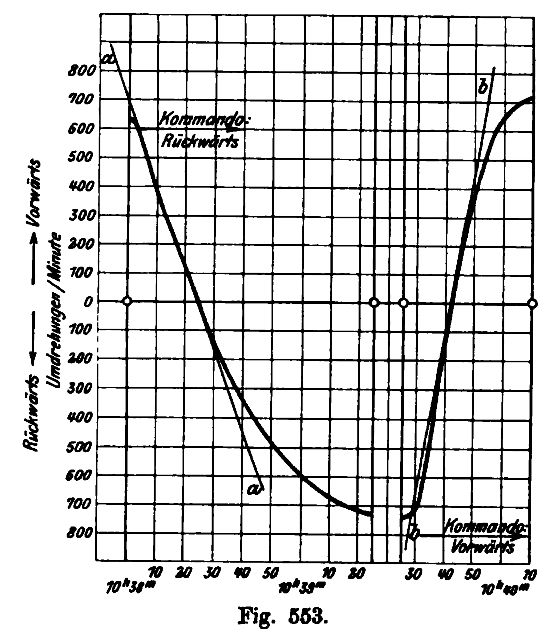


Fig. 553.

für Linienschiffe	40—45	v. H.,
„ kleine Kreuzer	35—40	„
„ Torpedoboote	25—30	„

Rechnet man für die volle Vorwärtsfahrt 50 v. H. Wirkungsgrad, so bedeuten diese Zahlen, daß die Rückwärtsturbinen in der obigen Reihenfolge mit 20—22,5; 17,5—20; 12,5—15 v. H. Wirkungsgrad entworfen werden dürfen. Man wird für dieselben selbstredend die gleiche Umfangsgeschwindigkeit wählen, wie für die Vorwärtsturbinen, darf aber die Stufenzahlen so weit herabsetzen und den Auslaßverlust so steigern, bis der Wirkungsgrad auf die angegebenen Werte gesunken ist.

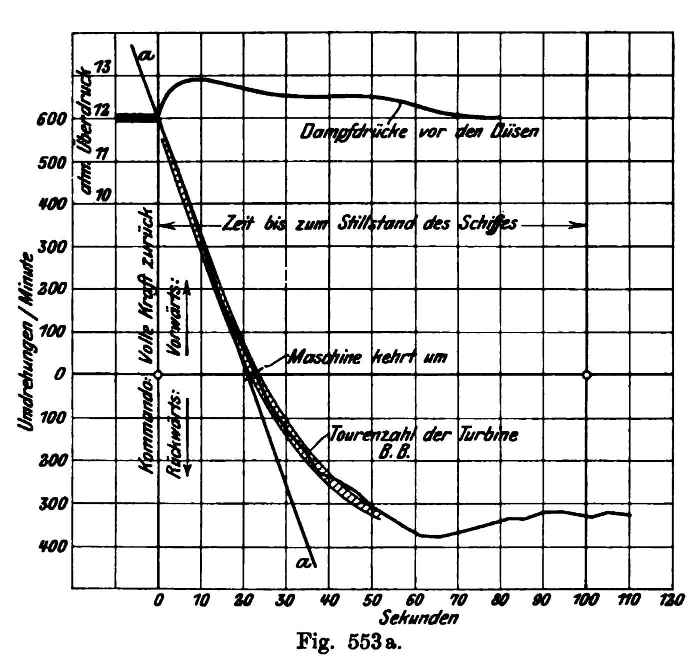


Fig. 553 a.

Einen guten Vergleich bieten die nachfolgend beschriebenen Versuche der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft in Berlin über die Umsteuerungsfähigkeit der für den Dampfer „Kaiser" gelieferten Schiffsturbinen. Es wurde zunächst im Prüffelde die Zeit, die zur vollen Umkehr benötigt ist (mit angehängter unbelasteter Wasserbremse), beobachtet. Fig. 553 stellt die augenblickliche Umlaufzahl als Funktion der Zeit dar. Die Tangenten *a* bzw. *b* liefern ein Maß der Beschleunigung, d. h. des ausgeübten Drehmomentes, welches bei der vielstufigen Vorwärtsturbine (beim „Vorwärtskommando") fast doppelt so groß ist als bei der Rückwärtsturbine.

Später wurde im praktischen Schiffsbetriebe die Zeit zum Stillstand bei voller Fahrt festgestellt und ergab sich beim „Kaiser" zu 1 Min. 28—30 Sek., beim Schwesterschiff „Silvana", welches mit Kolbenmaschinen ausgerüstet ist, zu 1 Min. 19 Sek., woraus hervorgeht, daß das Drehmoment der Rückwärtsturbine richtig bemessen war. Den zeitlichen Verlauf der Umlaufzahlen bei diesen Versuchen stellt Fig. 553a dar.

Digitized by Google

C. Zahlenbeispiele.

134. Die Lusitania und Mauretania.

Wir wählen als Zahlenbeispiel für die Berechnung einer Schiffsturbine die Dampfer Lusitania und Mauretania und verbinden dasselbe mit einer kurzen Beschreibung dieser technischen Glanzleistungen auf dem Gebiete des Schiffsbaues.[1])

Beschreibung der Turbinenanlage.

Der Bau der Lusitania wurde an John Brown & Co., Clydebank, die Mauretania an Swan Hunter & Co., Wallsend on Tyne (die Turbinen an die Wallsend Slipway and Eng. Co.) vergeben. Die Schiffe erhielten folgende Hauptabmessungen

Länge über alles	(790′)	241 m
„ zwischen d. Perpendikeln	(760′)	232 m
Größte Breite	(88′)	26,8 m
Tiefgang	(33′6″)	10,2 m
Wasserverdrängung		38000 t
Verhältnis Länge zur Breite . .		1 : 8,65
Indizierte Pferdekraft		68000 PS
Geschwindigkeit pro Stunde . .		25 Seemeilen.

Über die ungemein ausführlichen und gewissenhaften Modellschleppversuche zur Feststellung bester Schiffs- und Schraubenform, wie des Kraftbedarfes, muß auf die angegebene Quelle verwiesen werden. Man entschied sich für vier Schrauben, wovon die außenliegenden durch je eine Hochdruck-, die innenliegenden durch je eine Niederdruckturbine Parsonsscher Art angetrieben werden sollten. Die Rückwärtsturbinen sind auf den inneren Wellen angeordnet. Die Hochdruckturbinen werden durch Längs-Schotwände abgeschlossen.

Die Umlaufzahl ist nach mannigfachen Erwägungen auf 180 bis 190 Umdr. i. d. Min. festgesetzt worden.

Die Dampfkessel sind nach der Zylinderbauart für 13,7 Atm. Überdruck konstruiert und haben im ganzen 14800 qm Heiz-, 377 qm Rostfläche und 192 Feuerungen.

Über die Abmessungen der Dampfturbinen enthält unsere Quelle folgende Angaben:

Hochdrucktrommel,	Durchmesser 96″	2440 mm
„	Länge rd.	7500 „
„	Schaufellänge am Anfang $2^1/_2$″	63,5 „
„	„ „ Ende 12″ .	305 „

[1]) Schon die Entstehungsgeschichte der beiden Dampfer ist ein interessantes, Einblicke in Weltströmungen gewährendes Zeitbild. So wird in der Beschreibung der Mauretania (Sonderabdruck aus dem „Engineering" 1907, dem wir die nachfolgenden Angaben entlehnen), von den Erbauern unumwunden eingestanden, daß der Ansporn zum Baue dieser Fahrzeuge auf die Rivalität zwischen Deutschland und England zurückzuführen ist, denn die englische Nation habe angesichts ihrer früheren Leistungen im Schiffbau die Erfolge Deutschlands mit „etwas wie Enttäuschung" wahrnehmen müssen. Daher ließ sich die englische Regierung zu einer namhaften jährlichen Subvention und gewissen Erleichterungen bei der Kapitalsbeschaffung bereit finden gegen die einzige Bedingung, die Schiffe im Kriegsfall als Postdampfer zu verwenden. Es sind Einwände gemacht worden, ob man volkswirtschaftlich den außergewöhnlichen Kohlenaufwand verantworten könne, den die Steigerung der Geschwindigkeit von 23 auf 25 Knoten bedingt, nur um im Interesse von einigen hundert Reisenden die Überfahrtsdauer um einen kleinen Bruchteil zu kürzen. Wie das Urteil hierüber auch lauten mag, man muß der Cunard-Gesellschaft für das unternommene turbinentechnische Experiment Dank wissen, und sicher werden die gewonnenen Erfahrungen auf mittelbarem Wege die finanzielle Einbuße früher oder später wettmachen.


Digitized by Google

Niederdrucktrommel, Durchmesser 140"	3560 mm
" Länge rd.	5600 "
" Schaufellänge am Anfang 8"	203 "
" " " Ende 22" .	560 "
Wandstärke der Trommeln	47 bis 52 "
" des Gußgehäuses	66 "
" " Gehäusebodens	45 bis 66 "
Hochdruckwelle in der Nabe (36")	915 "
Niederdruckwelle in der Nabe (52")	1320 "
Welle im Tunnel außen (20")	508 "
" " " Bohrung (10")	254 "

Die Trommeln sind aus gepreßtem Siemens-Whitworthstahl in je drei Längen geschmiedet. Der Hochdruck-Läufer (samt Welle) wiegt 72 t, der Niederdruck-Läufer 126 t. Zu einem Trommelschuß des letzteren wurde ein Ingot von 40 t Gewicht und 1,8 m Durchmesser verwendet, der zur Ver-

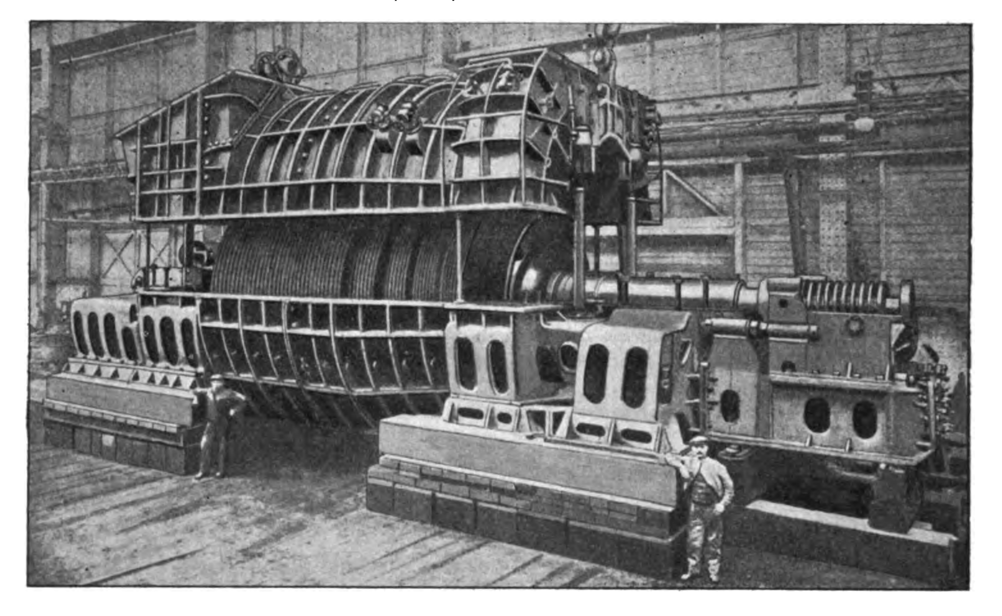


Fig. 554.

dichtung in flüssigem Zustand einem hydraulischen Druck von 250 Atm. (?) unterworfen wurde. Nach dem Ausbohren wurde er auf etwa den doppelten Durchmesser erweitert, wobei auch die Flanschen und Versteifungsrippen mit ausgeschmiedet wurden. Das Ausglühen erfolgte erst, nachdem die Trommeln vorgeschroppt waren.

Die Wellenzapfen sind in geschmiedete Bodenstücke eingezogen und diese mit den Trommeln mittels kräftigen Flanschen verschraubt.

Die Fertigbearbeitung erwies sich als so genau, daß der Lauf im Betrieb ohne jede Auswuchtung vollkommen befriedigte.

Das größte Gehäusestück wiegt 35 t. Die Gehäuse wurden 24 Stunden bei 400—500° C geglüht und im Ofen gelassen, bis dieser kalt war.

Die Schaufeln sind an der Wurzel nach der Methode von Willans und Robinson befestigt, oben werden sie mittels durchgezogener, mit Silber gelöteter Drähte zusammengehalten. Probeausführungen wurden künstlichen Erschütterungen ausgesetzt, um sich von der Haltbarkeit der Verbindung zu überzeugen.

Die Lager besitzen Sicherheits-Tragringe aus Bronze, deren Oberfläche indessen um 0,75 mm unter der Weißmetalloberfläche liegt, damit sie nur im Falle des Anschmelzens des Weißmetalles in Wirksamkeit treten und die Welle so stützen, daß die Schaufeln nicht streifen können.

Fig. 554 stellt eine der Niederdruckturbinen dar.

Digitized by Google

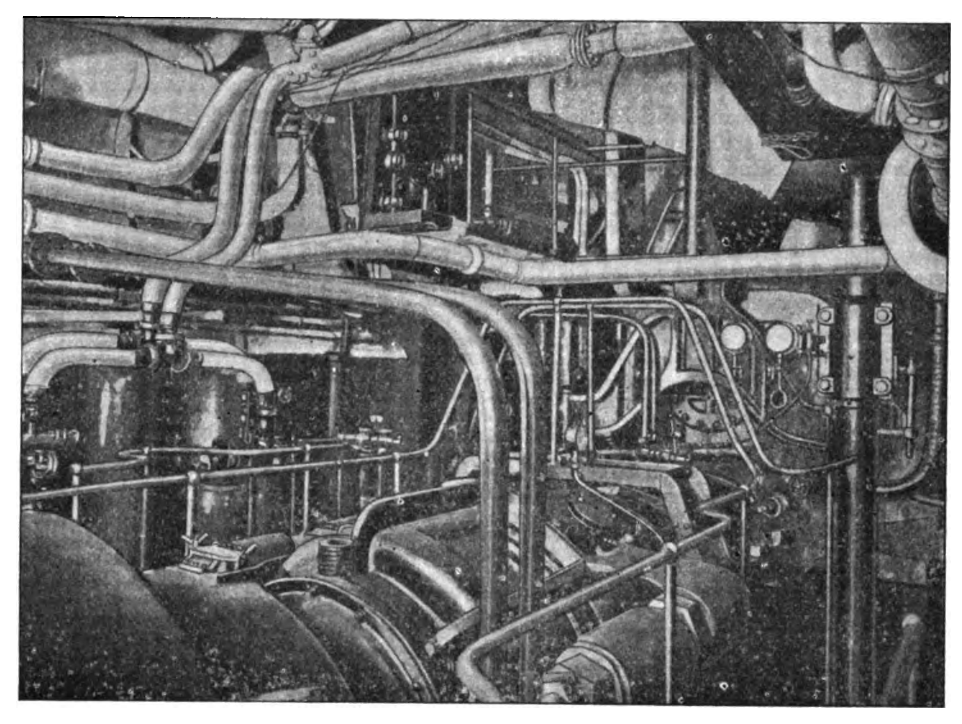


Fig. 555.

Fig. 555 ist die Ansicht des Maschinenraumes mit seinem Rohrgewirre. Von der Turbine ist das hintere Lager sichtbar; sonst wird sie von der Vorrichtung zum Abheben des Gehäuseoberteiles verdeckt.

Fig. 556 zeigt den zum Stapellauf bereitgehaltenen Schiffskörper mit den charakteristisch breitblättrigen vier Schrauben. Seither sind Versuche mit vierflügeligen Schrauben gemacht worden.

Bei den Probefahrten im November 1907 wurden folgende Ergebnisse festgestellt:

Pressungen in der Hochdruckturbine:
(Kesseldruck 13,7 at. abs.).

Vor der	1.	„Expansion"	abs.	Druck	11,6	kg/qcm
„	2.	„	„	„	9,0	„
„	3.	„	„	„	7,2	„
„	4.	„	„	„	5,5	„
„	5.	„	„	„	4,0	„
„	6.	„	„	„	3,2	„
„	7.	„	„	„	2,5	„
„	8.	„	„	„	1,92	„

Pressungen in der Niederdruckturbine:

Vor der	1.	„Expansion"	abs.	Druck	1,35	kg/qcm
„	2.	„	„	„	1,04	„
„	3.	„	„	„	0,901	„
„	4.	„	„	„	0,703	„
„	5.	„	„	„	0,471	„
„	6.	„	„	„	0,298	„
„	7.	„	„	„	0,211	„
„	8.	„	„	„	0,143	„

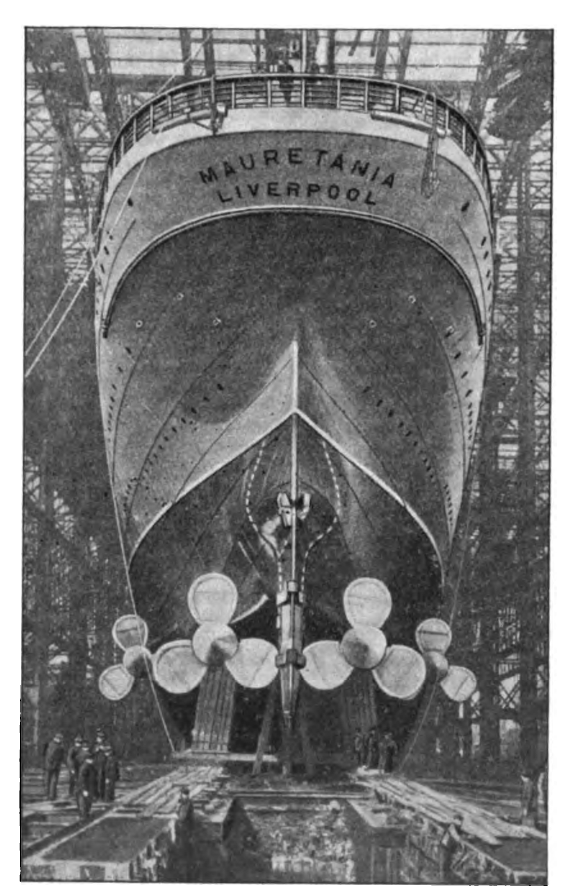


Fig. 556.

Digitized by Google

Der Kondensatordruck war 0,0735 Atm. abs., Barometerstand 1,04 Atm. Unter Expansion ist eine Gruppe von Schaufeln gleicher Länge verstanden. Die mittlere Umdrehungszahl betrug 190 i. d. Min. und es wurde eine Schiffsgeschwindigkeit von 26,04 Seemeilen in der Stunde erreicht.

Seither hat sich in anderthalbjährigem Betrieb die Zuverlässigkeit aller Teile aufs beste bewährt. Über die leider noch vorhandene Erschütterung haben wir oben berichtet. Eigentümlich war eine Überfahrt mit 3 Schrauben (da die vierte gebrochen war), wobei eine Niederdruckturbine mit gedrosseltem Frischdampf arbeitete, und die Schiffsgeschwindigkeit dieselbe blieb wie mit 4 Schrauben, immerhin mit größerer Anstrengung der Kessel.

Die letzten Überfahrten haben als Mittel 25 Seemeilen in der Stunde übertroffen; das „blaue Band des Ozeans" befindet sich wieder in Englands Besitz — die Technik ist aber um eine sehr wertvolle Erfahrung reicher.

Thermodynamische Berechnung der Mauretaniaturbinen.

Die Grundlage für die thermodynamische Berechnung bildet die Angabe von Stoney[1]), daß die Mauretania bei 10,53 Atm. Kesselüberdruck 0,059 Atm. Kondensatordruck 5,8 kg Dampf für die eff. PS-st verbraucht habe. Dies entspricht einem thermodynamischen indizierten Wirkungsgrad von 0,64 bei 2 v. H. Dampfnässe vor der Turbine. Wir behalten diese Werte bei, runden die effektive Leistung eines aus der Hoch- und Niederdruckturbine bestehenden Satzes auf 35000 PS ab und erhalten bei 0,96 angenommenem mechanischen Wirkungsgrad 36500 PS als indizierte Leistung. Im übrigen gehen wir aus von 11,6 kg/qcm abs. Druck vor dem ersten Leitrad und nehmen 0,0735 kg/qcm als Kondensatordruck an. Das adiabatische Gefälle ergibt sich zu 177,3 WE, das indizierte Gefälle $= 177{,}3 \cdot 0{,}64 = 113{,}4$ WE. Der Dampfverbrauch für die ind. PS-st $= 5{,}55$ kg, also der gesamte Dampfverbrauch in der Sekunde $36\,500 \cdot 5{,}55/3600 = 56{,}3$ kg.

Fig. 557.

Von der Zustandskurve sind hiernach der Anfangspunkt A_0 (Fig. 557) und der Endpunkt E_k festgelegt, so daß $H_0 = 661{,}3 - 484 = 177{,}3$ WE und der Unterschied zwischen E_k und E_k' den Verlust $(1 - 0{,}64)\,177{,}3 = 63{,}9$ WE ausmacht, also der Wärmeinhalt in

$$E_k = 484 + 63{,}9 \simeq 548 \text{ WE}$$

beträgt. Da indessen im Auspuffrohr die arbeitende und die durch Undichtheit der Labyrinthe abströmende Dampfmenge zusammenkommen, ist der Zustand am Ende des Niederdruckes von E_k verschieden und wird später als Punkt E_{kn} ermittelt werden.

Was die Verteilung der Arbeit auf die Hoch- und Niederdruckturbine anbelangt, so halten wir uns an das Versuchsergebnis, aus dem unzweifelhaft eine größere Belastung der Niederdruckwelle bei forcierter Fahrt folgt. Wir nehmen daher als Eintrittsdruck Spannung in der NT. den Wert $p = 1{,}39$ Atm. abs. an und bestimmen den Eintrittspunkt D so, daß der Wirkungsgrad der NT. etwas günstiger wird, als derjenige der HT. Für die erstere ist das indizierte Gefälle $= 661{,}3 - 609 = 52{,}3$ WE; das adiabatische Gefälle $= 661{,}3 - 573{,}8 = 87{,}5$, also der indizierte Wirkungsgrad $\eta_H \simeq 0{,}60$. Für die NT. haben wir das indizierte Gefälle $= 609 - 547{,}1 = 61{,}9$ WE, das adiabatische, zwischen den Punkten D und D_k' gerechnet, $609 - 512{,}4 = 96{,}6$ WE, der indizierte Wirkungsgrad $\eta_N = 0{,}64$. Der Endzustand in der HT. ist aber von D verschieden, indem zunächst etwa 0,13 kg/qcm Drosselungsverlust im Überleitungsrohr anzunehmen ist, was auf der Linie $i =$ konst. $= 609$ WE zum Punkt C führt, und weiterhin die Mischung mit dem durch das Hochdruck-Labyrinth entweichenden Dampf berücksichtigt werden muß. Wir wollen daher zunächst eintreten auf die

[1]) Engineering 1908, II, S. 325.

Digitized by Google

Festlegung der Hauptabmessungen und Ermittelung der Undichtheitsverluste.

Die Umlaufzahl sei 194 i. d. Min. Die Durchmesser sind durch die Größe des Schiffsraumes und die Rücksicht auf die Schaufellängen und radialen Spiele beeinflußt. Wir wählen in tunlichster Übereinstimmung mit der wirklichen Ausführung als

Durchmesser der Hochdruckturbine (auf die Schaufelmitten gerechnet) $D_H = 2600$ mm
Zugehörige Umfangsgeschwindigkeit . . . . $U_H = 26{,}6$ m/sek
Durchmesser der Niederdruckturbine (auf die Schaufelmitten gerechnet) $D_n = 3940$ mm
Zugehörige Umfangsgeschwindigkeit . . . . $U_n = 40$ m/sek
Durchmesser des Hochdruck-Labyrinthes . . . . $D_1 = 2400$ mm
Zahl der Nuten des „ „ . . . . $z_1 = 30$
Spaltweite „ „ „ . . . . $\delta_1 = 0{,}6$ mm
Durchmesser der Hochdruck-Stopfbüchsen . . . . $D_1' = 600$ mm
Nutenzahl „ „ „ . . . . $z_1' = 30$
Spaltweite „ „ „ . . . . $\delta_1' = 0{,}5$ mm

Abmessungen der ND.-Stopfbüchsen wie die am HD.

Durchmesser des Niederdruck-Labyrinthes . . . . $D_2 = 3500$ mm
Nutenzahl „ „ „ . . . . $z_2 = 30$
Spaltweite „ „ „ . . . . $\delta_2 = 1$ mm

Nun benutzen wir die hier hinlänglich genaue einfache Labyrinthformel

$$G_{sek} = f\sqrt{\frac{g}{z}\,\frac{p}{v}}$$

und erhalten als Dampfverluste:

Im Hochdruck-Labyrinth mit 11,6 kg/qcm Anfangsdruck . . . . . . $G_1' = 2{,}05$ kg/sek
In den Hochdruck-Stopfbüchsen mit 1,53 kg/qcm Anfangsdruck . . $G_1'' = 0{,}13$ „
Im Niederdruck-Labyrinth mit 1,35 kg/qcm Anfangsdruck . . . . . $G_2' = 0{,}68$ „
In den Niederdruck-Stopfbüchen (frischen Kesseldampf auf atm. Druck und feuchten Zustand abgedrosselt, gegen Vakuum dichtend vorausgesetzt) . . . . $G_2'' = 0{,}09$ „
Wird die gesamte sekundliche Menge = 56,3 kg mit G_0 bezeichnet, so strömt durch die Hochdruckturbine $G_H = G_0 - G_1' - G_2''$ . . . . $= 54{,}16$ „
Durch die NT. die Menge $G_N = G_0 - G_2' - G_2'' - G_1''$ . . . . $= 55{,}40$ „

Nun kann der Zustand nach der Mischung am Hochdruckaustritt berechnet werden, indem hier das Gewicht G_H mit dem Wärmeinhalt i_B und das Gewicht G_1', dessen Wärmeinhalt durch die Drosselung unverändert bleibt, also von Strahlung abgesehen $= 661{,}3 = i_0$ zu setzen ist, zusammentreten. Der Wärmeinhalt nach der Mischung i_C ist aber vorhin schon zu 609 WE festgesetzt worden. Man findet also den Zustand vor der Mischung mittels Gleichung

$$G_H\, i_B + G_1'\, i_0 = (G_H + G_1')\, i_C\,,$$

wodurch der Wert $i_B = 605{,}3$ WE und Punkt B bestimmt erscheint. Für die in der HT. tatsächlich erscheinende Dampfmenge G_H ist hiernach das indizierte Gefälle $i_0 - i_B = 56{,}0$ WE, das adiabatische Gefälle zwischen A_0 und B': 84,1 WE, der indizierte Wirkungsgrad $\eta_H = 0{,}665$ also wohl etwas zu günstig, doch soll der Wert mit Rücksicht auf die kleineren Winkel und kleineren Dampfgeschwindigkeiten der HT. beibehalten werden. Am Ende der NT. strömen im Auspuffrohr die Dampfmengen G_N, G_2', G_2'' zusammen und man erhält, wie leicht nachzurechnen, den Mischungspunkt E_{kn}.

Zustandskurve; Stufenzahlen.

Die Verbindung der Anfangs- und Endpunkte im Entropiediagramm durch sanft gekrümmte Linien ergibt die Zustandskurven für die Hoch- und Niederdruckturbine, und ermöglicht, Druck und Volumen als Abhängige des Wärmeinhaltes in Fig. 558 aufzutragen. Nun wählen wir als Schaufelwinkel für den Hochdruck und den Anfang des Niederdruckes $\alpha_1 = 26^0 = \beta_2$. Wir teilen das Hochdruckgefälle in 8 Gruppen von gleichem Teilgefälle (7 WE) und nehmen das gleiche Teilgefälle für die 5 ersten Gruppen des Niederdruckes an. Für die Hochdruckstufen rechnen wir der Einfachheit halber mit der konstanten Umfangsgeschwindigkeit $u = 26{,}6$ m/sek; für die 5 ersten Stufen der NT. ebenso mit $u = 40$ m/sek. Das Verhältnis u/c_1 wird dann für die ersten 4 Gruppen der HT. $= 0{,}5$ im Mittel, für die 4 letzten $= 0{,}478$, für die 5 ersten Gruppen der NT. $= 0{,}5$ angenommen, daher die mittleren Geschwindigkeiten c_1 der Reihe nach zu 53,3; 55,7; 80 m/sek (je als geometrische Mittel einer Gruppe) bestimmt erscheinen. Die hohen Werte des Verhältnisses u/c_1 sind durch die beabsichtigte Dampfökonomie bedingt und entsprechen sehr nahe der

Digitized by Google

wirklichen Ausführung. Bilden wir nun den Ausdruck des mittleren Gefälles der Einzelstufe

$$\overline{h} = A(2\overline{c}_1 \cos \alpha_1 - u)u/g,$$

so erhalten wir für die erste Hälfte der HT.: $\overline{h} = 0{,}437$; für die 2. Hälfte $\overline{h} = 0{,}467$; für den Anfang der NT. $\overline{h} = 1$ WE und daraus die Stufenzahlen

für die 1.—4. Gruppe der HT. je $z = 16$
„ „ 5.—8. „ „ „ $= 15$
„ „ 1.—5. „ „ NT. „ $= 7$

Schaufellängen; Berechnung der letzten Gruppen der Niederdruckturbine.

Die Stetigkeitsgleichung ergibt mit den aus der Figur zu entnehmenden spezifischen Rauminhalten den jeweiligen axialen Reinquerschnitt und die theoretische Schaufellänge. Die tatsächliche Länge muß der Verengung durch die Schaufeldicke und der Wirkung des Dampfverlustes im

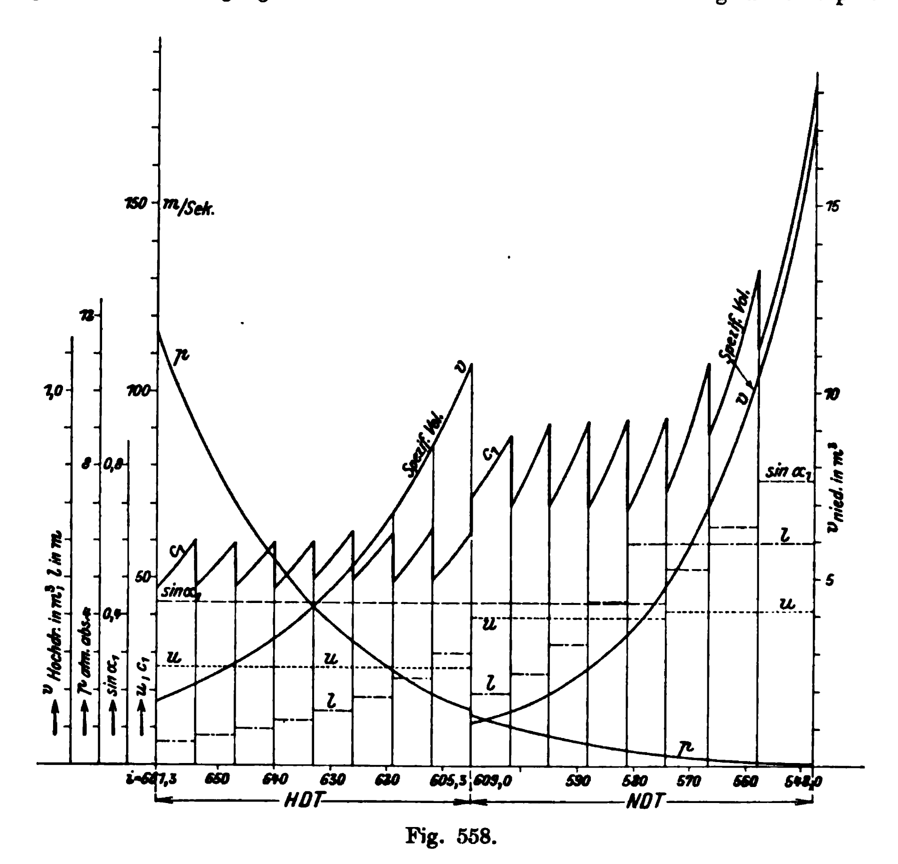


Fig. 558.

Spiel zwischen Schaufel und Gehäuse Rechnung tragen. Wir nehmen an, daß beiden Forderungen durch den „Verengungskoeffizienten" $\tau = 0{,}87$ Genüge getan wird, durch den wir die theoretische Schaufellänge dividieren müssen. So erhalten wir im Hochdruck für Gruppe

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
die Schaufellänge	$l = 63$	79,5	99,3	124,5	149	187	238	305 mm

im Niederdruck für Gruppe	1	2	3	4	5
die Schaufellänge	$l = 195$	248	329	441	599 mm

Die letztangeführte Schaufellänge beträgt bereits rd. 15 v. H. des Durchmessers, und wenn wir in gleichem Verhältnisse fortfahren wollten, würden die nächsten Gruppen unzulässig lange Schaufeln erhalten. Wir machen daher die Annahme, daß für den Rest der NT. die Länge $l \cong 600$ mm bleiben soll, und wissen dann im voraus, daß die Winkel und die Dampfgeschwindigkeiten vergrößert werden müssen, um den Durchfluß der vergrößerten Dampfvolumina zu ermöglichen. Wir teilen das verbleibende Gefälle in drei wachsend große Teile, und wählen für die Gruppe

Digitized by Google

	VI	VII	VIII
den Schaufelwinkel . . . . $\alpha_1 =$	32^0	40^0	50^0
Um den vergrößerten mittleren Schaufeldurchmesser zu berücksichtigen, setzen wir $D = 4130$ mm; $u = 42{,}0$ m/sek und erhalten mit $l = 600$ und $\tau = 0{,}87$ mm den axialen Reinquerschnitt . . . . $f_a =$		6,78 qm	
Die Stetigkeitsbedingung liefert mit dem geometrischen Mittel des Volumens für jede Gruppe die mittlere axiale Dampfgeschwindigkeit . . . . . $\overline{c_{1a}} =$	47,3	70,2	110,9 m/sek
woraus die mittlere Geschwindigkeit $\overline{c_1} = \overline{c_{1a}}/\sin\alpha_1$	89,2	109	144,6 „
und das mittlere Einzelgefälle $\overline{h} = A(2c_1 \cos\alpha_1 - u)u/g$	1,09	1,24	1,44 WE
Nun ist nach angenommener Einteilung in Fig. 558 das ganze Gefälle der Gruppe . . . . $H_1 =$	7,63	8,60	10,12 „
also ist die Stufenzahl . . . . $z = H_1/\overline{h} =$	7	7	7

Die Geschwindigkeiten c_1 für die einzelnen Stufen werden erhalten, indem man den Mittelwert $\overline{c_1}$ im Verhältnis der spezifischen Volumina vergrößert bzw. verkleinert. Dies führte auf die mit c_1 bezeichnete Zackenlinie, die mit den übrigen maßgebenden Größen in die Figur eingetragen ist. Die Zustandspunkte am Ende jeder einzelnen Gruppe wurden hierauf in das Entropiediagramm zurück übergetragen.

An den Lichtbildern der angezogenen Veröffentlichung über die Mauretania kann die Stufenzahl der einzelnen Gruppen recht gut abgelesen werden. Vergleichen wir dieselben, wie auch die Angaben über die Schaufellängen mit den Ergebnissen unserer Rechnung, so zeigt sich fast vollkommene Übereinstimmung.

134a. Berechnung der Marschturbinen.

Um an Rechnungsarbeit zu sparen, wollen wir annehmen, daß die vorhin beschriebenen Turbinen der Mauretania als Hauptturbinen eines Kreuzers aufzufassen sind. Da die letzten großen Kreuzer der englischen Marine mit Turbinen von 50000 PS ausgestattet werden, so liegt in dieser Annahme keine zu große Übertreibung.

Die Anlage soll demgemäß zwei parallelgeschaltete Hochdruckhauptturbinen (HHT.), zwei ebensolche Niederdruckhauptturbinen (NHT.), eine Hochdruckmarschturbine (HMT.) und eine Niederdruckmarschturbine (NMT.) umfassen, die den Hauptturbinen vorgeschaltet sind. Wir nehmen an, daß bei (etwas beschleunigter) Marschfahrt und vollem Kesseldruck die Marschturbinen rd. $^1/_4$ der gesamten Dampfmenge, d. h. $2 \cdot 56{,}3/4 \simeq 28{,}2$ kg/sek zu verarbeiten haben werden. Die Umlaufzahl wird der verringerten Schiffsgeschwindigkeit folgend auf etwa 110 i. d. Min. sinken.

Fig. 559.

Die Marschturbinen können hierauf nach der oben erläuterten Methode berechnet werden, vorausgesetzt, daß wir wissen, auf welchen Druck wir bis zum Eintritt in die HHT. expandieren. Dieser Druck, auf den wir weiter unten kommen, ergibt sich zu 2,36 kg/qcm, und wir erhalten daher im Entropiediagramm (Fig. 559) mit dem Anfangspunkt A_0 bei $p_1 = 11{,}64$ kg/qcm, $x = 0{,}984$ den Endpunkt der adiabatischen Expansion C' und das adiabatische Gefälle $661{,}3 - 592{,}9 = 68{,}4$ WE. Wir nehmen 0,45 als Gesamtwirkungsgrad, demnach $68{,}4 \cdot 0{,}45 = 37{,}6$ WE als Verlust an, und erhalten $592{,}9 + 37{,}6 = 603{,}5$ WE als Wärmeinhalt des Endzustandes, der durch den Punkt C dargestellt wird. Die Berechnung ist im einzelnen mit $D = 2000$ mm, $u = 12$ m/sek, $u/c_1 = 0{,}25$, $\alpha_1 = 22^0$ und entsprechenden Labyrinthverlusten durchgeführt worden. Fig. 560 enthält die gewonnenen Ergebnisse graphisch aufgetragen. Infolge der durch Absätze der Zustandskurve an-

Digitized by Google

gedeuteten Drosselungsverluste zwischen den Turbinen und der Mischung mit den Undichtheitsdampfmengen, ist der eigentliche indizierte Wirkungsgrad (auf die arbeitende Dampfmenge allein und den Zustand unmittelbar vor dem Eintritt und nach dem Austritt bezogen) etwas günstiger als der gesamte und erreicht rd. 48 v. H.

134b. Das Verhalten der Hauptturbinen während der Marschfahrt.

Wir haben für die ortsfeste Turbine festgestellt, daß bei tiefer Luftleere und konstanter Umlaufzahl die sekundliche Dampfmenge und alle Pressungen in der Turbine mit dem Anfangsdrucke angenähert proportional abnehmen. Bei abnehmender Umlaufzahl nahm das sekundliche Dampfgewicht um 10 bis 15 v. H. zu. Das bezog sich auf die Drosselung des Dampfes von immer gleichem Anfangszustand aus. Hier tritt indes der Dampf mit einer durch Arbeitsabgabe in den Marschturbinen veränderten Beschaffenheit insbesondere mit erheblicher Dampfnässe in die Hauptturbine ein und die Umlaufzahl ist herabgesetzt. Die Wirkung dieser beiden Einflüsse äußert sich bei der Verfolgung der Zustandsänderung des Dampfes im einzelnen darin, daß einerseits die einfache Proportionalität für die Pressungen nicht besteht, und daß anderseits der verminderte Umlaufzahl ein im Verhältnis viel höheres Steigen der Dampfmenge, nämlich ein Zuwachs von rd. 20 v. H., entspricht.

Wir haben im vorliegenden Beispiel die Dampfmenge gleich $^1/_4$ der maximalen angenommen. Bei rein proportionaler Änderung sollte der Anfangsdruck $11{,}64 : 4 = 2{,}92$ kg/qcm betragen, es zeigt sich aber, daß derselbe nur dem rd. 0,8fachen hiervon $= 2.36$ kg/qcm, angenommen werden darf, wenn die HHT. auf einen der veränderten Umlaufzahl entsprechenden indizierten Wirkungsgrad kommen soll; oder umgekehrt, wenn der Anfangsdruck 2,36 als gegeben angesehen wird, ist das sekundliche Gewicht nicht $56{,}3 \cdot 2{,}36/11{,}64 = 11{,}4$ kg/sek, sondern es muß das um rd. 20 v. H. größere Gewicht von 13,5 kg/sek gewählt werden. Der Unterschied gegen die auf eine HT.-Gruppe entfallende Menge von $14{,}1$ kg/sek $= 0{,}6$ kg sind die Labyrinth- und Stopfbüchsenverluste, die in gleicher Art berechnet wurden wie oben.

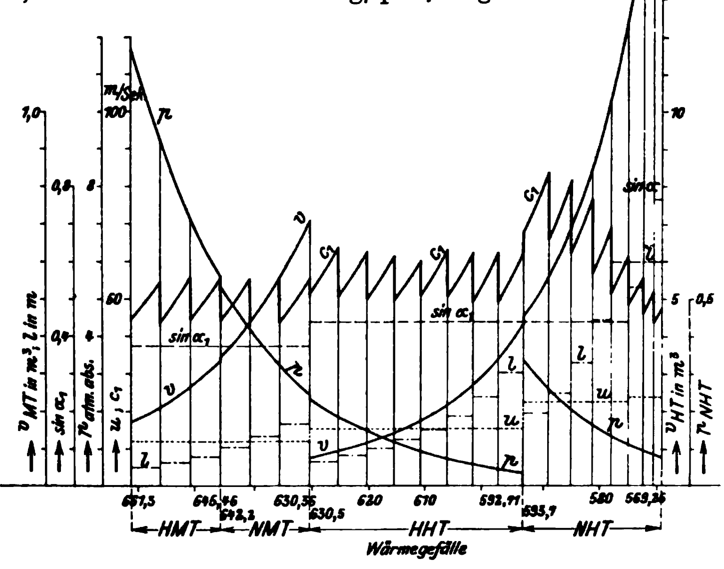


Fig. 560.

Aus dem spezifischen Gewicht im Anfangspunkt C Fig. 559 und dem sekundlichen Gewicht können wir die Geschwindigkeit c_1 in Fig. 560 für die allererste Stufe der HHT. berechnen, und den Mittelwert $\overline{c_1}$ für die erste Gruppe zu etwa $1{,}1\, c_1 = 57$ m/sek einschätzen, sonach müssen wir auf einen Wert $u : \overline{c_1} = 15{,}1 : 57 \simeq 0{,}26$ gefaßt sein. Für die Vollbelastung hatten wir $\eta = 0{,}64$ bei $u/c_1 = 0{,}5$ und dies entspricht laut unseren früher erläuterten Kurven der scheinbaren

Digitized by Google

Wirkungsgrade (Fig. 164) einem $\zeta \simeq 0,37$. Mit diesem Werte ergibt sich jetzt für $u/c_1 = 0,26$ ein Wirkungsgrad von rd. 0,54, mit Hilfe dessen wir einige Punkte C_1, C_2 der Zustandskurve (Fig. 559) festlegen können; der Endpunkt aber ist noch unbekannt.

Hierauf tragen wir das spezifische Volumen v als Abhängige des Wärmegefälles in Fig. 560 auf und müssen nun durch Proberechnungen ermitteln, wie sich das Gefälle auf die einzelnen Gruppen verteilt und ob unsere Annahmen stichhaltig sind. Die v^2-Methode wäre bei der großen Zahl der Stufen zu zeitraubend, es genügt, wenn man für die zunächst zu untersuchende Gruppe das Gefälle H_1 probeweise annimmt, mit Hilfe der vorgeschriebenen Querschnitte die Geschwindigkeitskurve c_1 aufzeichnet, aus dem Anfangs- und Endwert das geometrische Mittel $\overline{c_1}$, das mittlere Gefälle $\overline{h_1} = (2\overline{c_1} \cos \alpha_1 - u)u/g$ berechnet und mit der vorgeschriebenen Stufenzahl z_1 vermehrt, um nachzusehen, ob in der Tat $z_1 \overline{h_1} = H_1$ ist. Da die Gruppengefälle sich als nahezu gleich erweisen, geht diese Proberechnung ohne viel Wiederholung vonstatten. Auch das mittlere Verhältnis u/c_1 zeigt sich ziemlich unveränderlich, und die Kurve führt auf den Endpunkt D (Fig. 559), wo die Mischung mit dem Undichtheitsdampf vor sich geht und die angenommene kleine Drosselung den Anfangspunkt der Niederdruckhauptturbine E ergibt. Als Verlust im ND.-Labyrinth berechnet sich 0,17 kg/sek und mit Einrechnung des Stopfbüchsenverlustes bleibt als eigentlich arbeitendes Dampfgewicht 13,8 kg/sek. Der erhaltene Anfangsdruck ist, verglichen mit dem Werte bei Vollbelastung, ziemlich im Verhältnisse der Dampfmengen kleiner, was den praktischen Beobachtungen an Schiffsturbinen entspricht.

Die Strömungsverhältnisse in der NHT. sind weit verwickelter als in der HHT., da die Luftleere auch nicht angenähert proportional verkleinert zu sein pflegt, daher die letzten Stufen mit sehr kleinen Gefällen arbeiten und der Dampf dieselben sozusagen passiv durchfließt. Der Wirkungsgrad ist also sicher schlechter als in der HHT. und darf auf etwa 50 v. H. veranschlagt werden, so daß man wieder den Verlauf der Zustandskurve (Fig. 559) und die v-Kurve in Fig. 560 angeben kann. Nun beginnt die gleiche gruppenweise Proberechnung wie bei der HHT., die indessen infolge steten Wechsels der Verhältnisse auch auf stetig veränderliche (abnehmende) Geschwindigkeiten und Gefälle führt, wie in Fig. 560 graphisch verzeichnet ist. Der Endwert des Druckes $p_k = 0,0747$ ist hoch gegenüber der Vollbelastung, und die Annahmen müßten eigentlich etwas abgeändert werden, was aber unterlassen wird, da sich an den Verhältnissen nichts Wesentliches mehr ändern kann. F_k bedeutet den Zustand im Abdampfrohr nach vollzogener Mischung mit dem Dampf aus den Labyrinthen.

Die erzielte indizierte Leistung berechnet sich endlich aus den reinen arbeitenden Dampfmengen und dem indizierten Gefälle:

für die HMT.: $G_{sek} = 26,9$ kg; $H_i = 15,84$ WE; $N_i = GH_i\, 3600/632 =$ 2430 PS
„ „ NMT.: $G_{sek} = 27,4$ kg; $H_i = 15,84$ WE; $N_i = GH_i\, 3600/632 =$ 2470 PS
„ „ 2HHT.: $G_{sek} = 26,5$ kg; $H_i = 37,80$ WE; $N_i = GH_i\, 3600/632 =$ 5700 PS
„ „ 2NHT.: $G_{sek} = 27,6$ kg; $H_i = 24,50$ WE; $N_i = GH_i\, 3600/632 =$ 3850 PS

Insgesamt $N_i = 14\,450$ PS

Dieser Wert stimmt mit dem aus Anfangs- und Endwärmeinhalt berechneten angenähert überein.

Im Zusammenhang mit obigen Zahlenbeispielen fügen wir einige besonderen konstruktiven Angaben über die Parsons-Schiffsturbine bei, die einem Vortrage von Reed, Proc. of the Instit. of Civil Eng. Vol. CLXXVII 1909 entnommen sind und in manchen Einzelheiten von den sonst üblichen Regeln abweichen.

Digitized by Google

Als bester Austrittswinkel für die Leit- und Laufschaufeln wird der verhältnismäßig kleine Wert $\alpha_1 = 20^0$, bei Überhitzung 18^0 empfohlen; als Eintrittswinkel 65^0, so daß bei einem Mittelwerte $u : c_1 = 0{,}35$ ein leichter Stoß entsteht. Die Verluste werden wie folgt angesetzt:

Schaufelreibung einschließlich Verlust im Umfangsspalt, Stoß und Wirbelung beim Eintritt, kinetischer Verlust zwischen Hoch- und Niederdruckturbine, für die Hochdruckturbine 35—45 v. H. Dasselbe für die Niederdruckturbine, aber ausschließlich des Auslaßverlustes 25—35 v. H.

Die Dampfundichtheit durch das Hochdrucklabyrinth wird gleich eingeschätzt wie die durch das Niederdrucklabyrinth = 5 v. H.

Der kinetische Auslaßverlust im Niederdruck, Leitung und Strahlung, Lagerreibung = 3—7 v. H.

Als maximale Schaufellänge werden 15 v. H. der Trommeldurchmesser zugelassen, wobei noch Rücksicht zu nehmen sei, daß die absolute Auslaßgeschwindigkeit etwa 300 m/sek nicht überschreite (daher in der Grenze ein Auslußverlust von $(300 : 91{,}5)^2 =$ rd. 11 WE zugelassen wird).

Die Leistung der mittleren Welle bei der Vierwellenanordnung dürfe um 15 v. H. größer sein als die der Außenwellen wegen des größeren Rückstromes, in dem diese Schrauben arbeiten.

Die Verengung durch die Schaufeldicke sei im Mittel 10—15%, da aber die Dampffäden sich im Zwischenraum vor der nächsten Schaufel wieder schließen können, wird etwa bloß mit der Hälfte, etwa 7 v. H., gerechnet, d. h. der Strömungsquerschnitt ist gleich der Ringfläche zwischen Trommel und Gehäuse, multipliziert mit dem Sinus des Austrittswinkels und dem Verengungsfaktor 0,93.

Die Schaufellänge nimmt in geometrischem Verhältnis zu; die drei letzten Niederdruckgruppen erhalten gleiche Schaufellänge, und die Winkel werden in den zwei letzten Gruppen auf 30 bzw. 40° vergrößert.

Der unausgeglichene Dampfdruck in axialer Richtung übertreffe den Propellerschub um etwa 10 v. H.

Für die Traglager sei der Flächendruck $p = 5{,}0$ bis 5,6 kg/qcm; das Produkt aus Druck in kg/qcm und Gleitgeschwindigkeit in m/sek sei $pw = 32$ bis 34. Für das Drucklager sei $p = 1{,}1$ bis 1,4 kg/qcm und $pw = 8{,}5$ bis 12.

Mit der Methode der Stufenzahlberechnung, die Reed anwendet, können wir uns allerdings nicht ganz einverstanden erklären, indem er, um vom adiabatischen Gefälle zum effektiven Gefälle zu gelangen, einen „Konstruktionsfaktor" benutzt, der mit seinen Annahmen über die Schaufelreibung ungenügend übereinstimmt.

D. Ausführungsbeispiele.

135. Die Schiffsturbine der A.-G. Brown, Boveri & Cie. in Baden und Mannheim.

Die A.-G. Brown, Boveri & Cie. führt unter hauptsächlicher Vermittelung der „Turbinia, Deutsche Parsons-Marine-Aktien-Gesellschaft" in Berlin die Schiffsturbine Parsonsschen Systems aus, deren im nachfolgenden beschriebene Ausführungsbeispiele von der selbständigen und konstruktiv gediegenen Durcharbeitung zeugen. Um die Betriebssicherheit zu erhöhen, sind vor allem die Schaufelspiele reichlich bemessen, und zwar nach den Angaben der „Turbinia" wie folgt:

	für Torpedoboote	für Kreuzer
Bei Marschturbinen	1,0—1,2 mm	1,9—2,2 mm
„ Hochdruck-Hauptturbinen . .	1,3—1,7 „	1,9—2,3 „
„ Niederdruck-Hauptturbinen .	1,8—2,6 „	2,0—3,4 „
„ Rückwärtsturbinen	1,9—2,7 „	2,2—3,6 „

Eine Torpedobootturbine wird im Hochdruckteil einen Trommeldurchmesser von etwa 800 mm und im Anfang etwa 40 mm Schaufellänge erhalten, woraus folgt, daß bei diesen Abmessungen das angegebene Spiel von 1,3 bis 1,7 mm in der Tat ohne Schädigung der Dampfökonomie ausführbar ist.

Als Beispiel der reinen Parsonsturbine besprechen wir zunächst eine


Digitized by Google

Torpedoboot-Schiffsturbine.

In den Fig. 561 bis 563 ist die Gesamtanordnung eines Torpedobootes mit Dreiwellenantrieb dargestellt. Die Hochdruck-Hauptturbine wirkt auf die Mittelwelle und gibt bei voller Fahrt den Dampf parallel an die beiden Niederdruck-

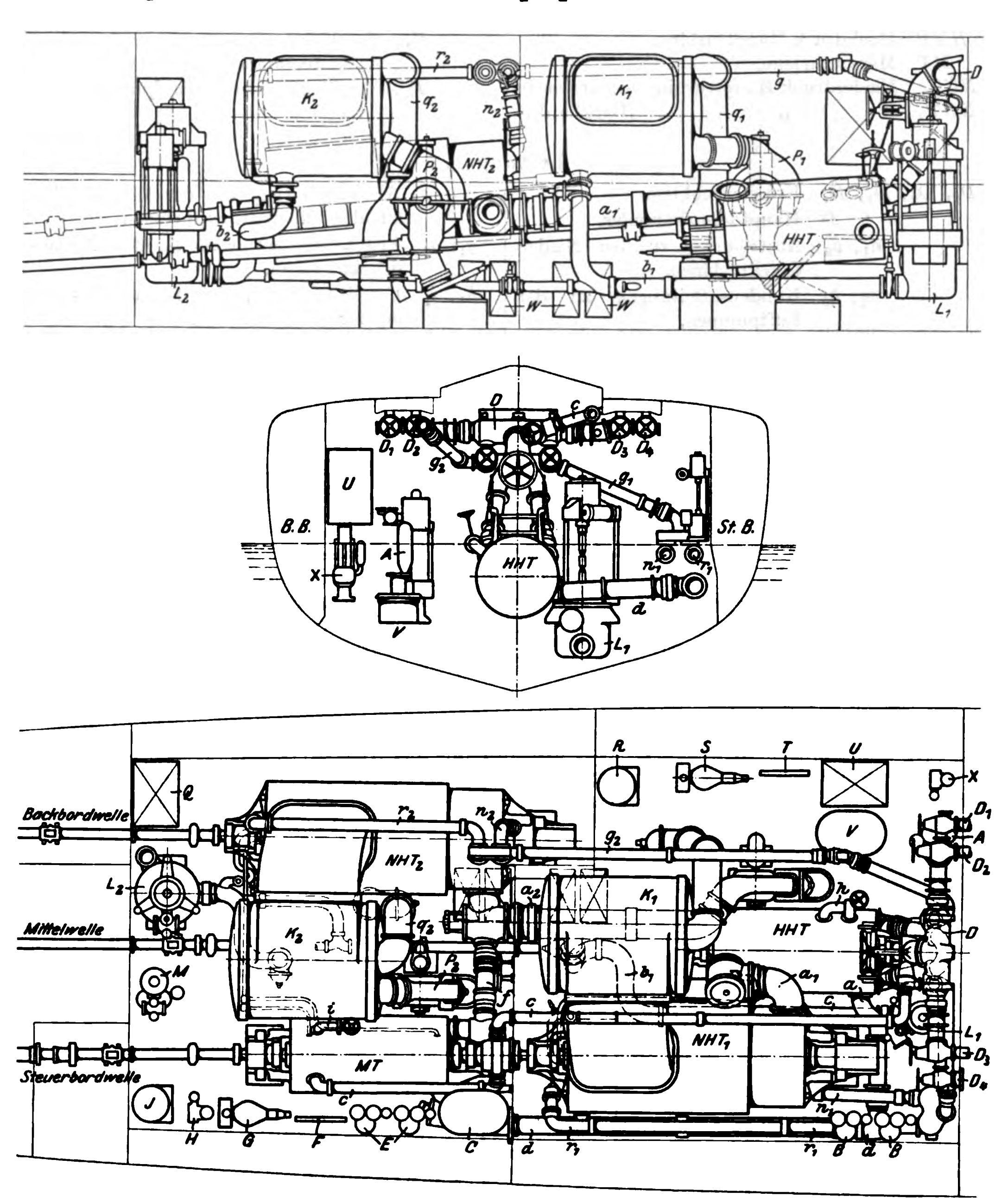


Fig. 561 bis 563.

turbinen ab. Jede der letzteren schließt im gleichen Gehäuse eine Rückwärtsturbine ein und besitzt ihren eigenen Kondensator. Die „Marschturbine" ist an die Steuerbord-Niederdruckturbine angeschlossen, und der Dampf durchströmt bei langsamer Fahrt zuerst die Marschturbine.

Digitized by Google

Im übrigen ist noch die Möglichkeit vorgesehen, in Notfällen die Hochdruck- und die St.-B.-Niederdruckturbine außer Betrieb zu setzen und dennoch mit zwei Wellen zu fahren, indem die Marschturbine als Hochdruckseite mit der B.-B.-Niederdruckturbine zusammenarbeitet.

Zum Verständnis der Rohrverbindungen diene folgende Zeichenerklärung:

HHT Hochdruck-Hauptturbine,
MT Marschturbine,
NHT_1 Niederdruck-Hauptturbine (Steuerbord),
NHT_2 „ (Backbord),
K_1, K_2 Kondensatoren,
L_1, L_2 Luftpumpen,
P_1, P_2 Zirkulations-Kreiselpumpen.

Leitungen.

D_1, D_2, D_3, D_4 Kesselanschlüsse,
D Hauptdampfsammler,
a_1, a_2 Abströmung zu den Niederdruckturbinen,
b_1, b_2 Kondensatleitungen zu den Luftpumpen,
c Frischdampfleitung zur Marschturbine,
d Abdampfleitung von der Marschturbine zur Hochdruck-Hauptturbine,
f Abdampfleitung von der Marschturbine zu den Niederdruckturbinen,
g_1, g_2 Frischdampfleitungen zu den Niederdruckturbinen,
h_1, i_1 Umleitungen an der Hochdruck- und an der Marschturbine,
n_1, n_2 Frischdampf zum Manövrieren der Niederdruckturbine,
r_1, r_2 Frischdampf zu den Rückwärtsturbinen,
q_1, q_2 Ablaufleitungen des Kondensatorkühlwassers.

Sonstige Ausstattung des Maschinenhauses.

A Speisepumpe,
B Ölpumpen zur *HHT* und NHT_1,
C Ölkühler,
E Ölpumpen zur *MT* und NHT_2,
F Schalttafel,
G Lichtmaschine (Steuerbord),
H Dampflenzpumpe,
J Wasserverdampfer,
M zweite Speisepumpe,
Q Warmwasserbehälter,
R Wasserverdampfer,
S Lichtmaschine (Backbord),
T Schalttafel,
U Warmwasserbehälter,
V Ölkühler,
X Dampflenzpumpe.

Die sehr einfache und durchsichtige Konstruktion der Hochdruck-Haupt-, der Niederdruck-Hauptturbine wie auch der Marschturbine wird in derselben Reihenfolge durch Fig. 564, 565, 566 veranschaulicht. Aus den maßstäblichen Zeichnungen können folgende Abmessungen der Turbinen entnommen werden, die ein anschauliches Bild der Verhältnisse darbieten, für die aber natürlich keine Gewähr übernommen wird:

	Trommel-durchmesser mm	Schaufel-länge mm	Stufenzahl einzeln	Stufenzahl insgesamt
HHT . .	800	40 bis 115	1 Gruppe zu 10 4 „ „ 9	46
NHT . .	1150	45 „ 230	5 „ „ 4 1 „ „ 12	32
MT . . .	750	12 „ 50	6 „ „ 11	66
RT . . .	850	18 „ 85	3 „ „ 7 1 „ „ 13	34

Bei normaler Fahrt arbeitet die Turbine mit der *HHT* und *NHT*, d. h. mit $46 + 32 = 78$ Stufen, bei langsamer Fahrt mit der *MT*, *HHT*, *NHT* in Reihe geschaltet, also mit $78 + 66 = 144$ Stufen. Die ungewöhnliche Verkleinerung der Dampfmenge in letzterem Falle kommt in der kleinen Schaufellänge der Marschturbine zum Ausdruck.

Jede Turbine ist mit eignem Kammlager versehen, welches indes nur den Unterschied des Dampfdruckes und des Propellerschubes aufzunehmen hat. Die Marschturbine ist auf einer hohlen

Digitized by Google

Welle montiert, die mittels Klauenkupplung *B* mit der durchgehenden Hauptwelle verbunden oder abgeschaltet werden kann. Bemerkenswert ist die Bronzehülse *C*, die ein Gleiten der Trommel auf der Welle infolge der Wärmedehnung ermöglicht.

Die Rückwärtsturbine liegt mit ihrem Gehäuse ganz im Gehäuse der Niederdruckturbine eingeschlossen. Über die Konstruktion dieser Teile, die auf äußerste Ersparnis an Gewicht ausgehen

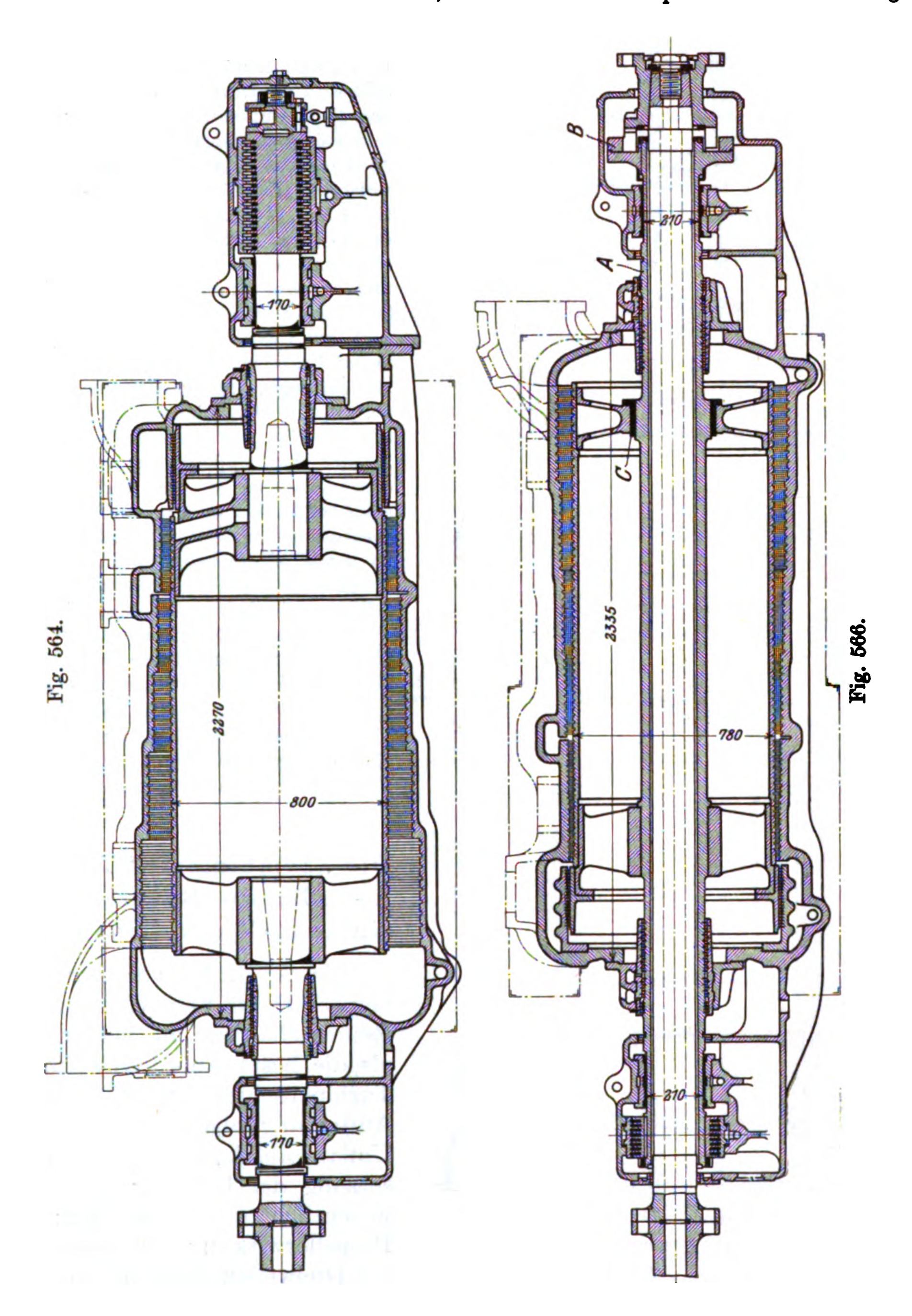


Fig. 564.

Fig. 566.

müssen, geben die Fig. 567 bis 570 Aufschluß. Das gleiche ist der Fall mit der Spindel, die für die Niederdruckturbine in Fig. 571, 572 dargestellt ist. Der Trommelmantel aus nahtlos gewalztem Siemens-Martinstahl bildet ein prächtiges Werkstück. Man beachte die neuerdings hohlen Arme *A* der vorderen Wellensterne, die mittels kleiner Bohrungen die hohle Welle *B* heizen, so daß Lockerungen infolge Temperaturunterschiedes vermieden werden. Der Mantel wird mit der Nabe nach dem

Digitized by Google

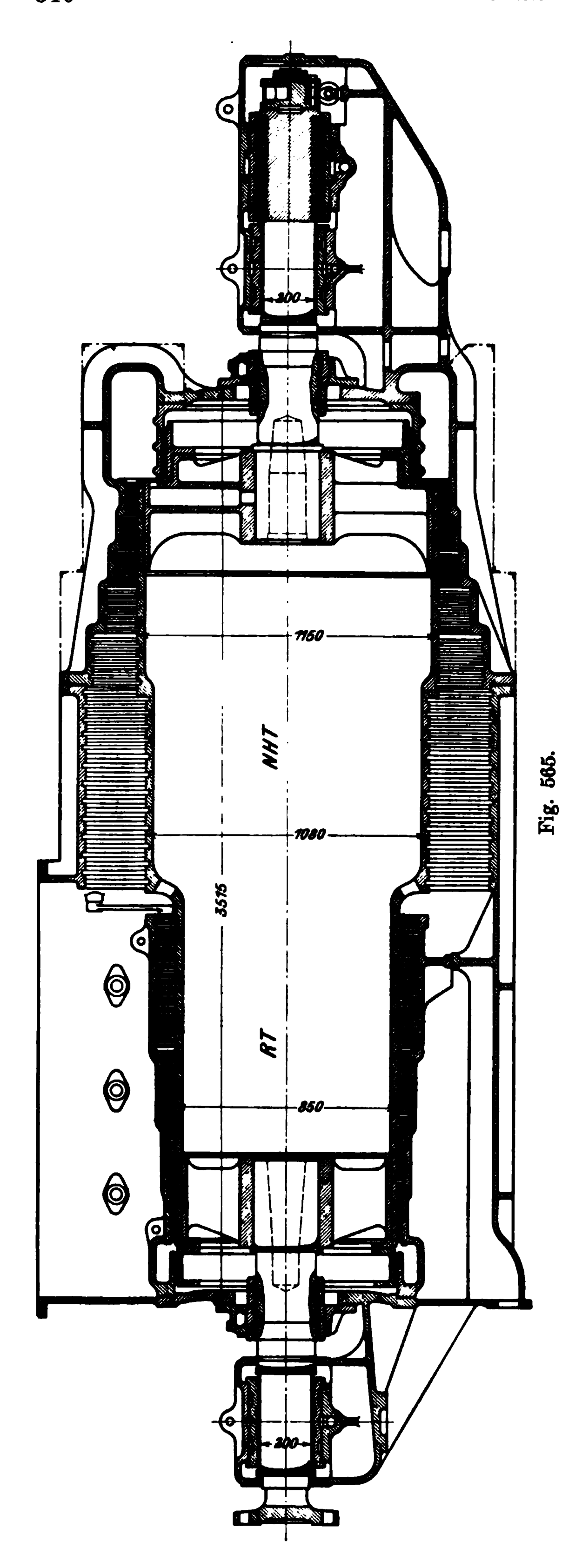


Fig. 565.

Schrumpfen durch die bei *C* sichtbaren Nieten verbunden. In der Mitte bei *D* ist eine Nute eingedreht, die zur Aufnahme der (mittels Schrauben zu befestigenden) Auswuchtungsgewichte bestimmt ist.

Die Bedienung und Handhabung der Turbine ist eine ungemein einfache. Sobald (beim Landen usw.) manövriert werden soll, wird die Hochdruckturbine durch Schließen des Hauptventiles abgestellt und die Vor- und Rückwärtsfahrt mit Hilfe des zu jeder Niederdruckturbine gehörenden Wechselventiles (Fig. 573, 574) eingeleitet. Die Ventile *A* bzw. *B* führen Frischdampf zur Niederdruck- bzw. Rückwärtsturbine mittels der oben mit *n* und *r* bezeichneten Leitungen und werden durch Welle *C* und unrunde Scheiben *E* wechselweise geöffnet und geschlossen. Es genügt also wie bei gewöhnlichen Umsteuerungen einen Hebel vor oder zurückzulegen, um die entsprechende Gangart einzuleiten. Damit hierbei zur passiven Hochdruckturbine kein Dampf dringen kann, ist in ihre Abdampfleitungen vor den Niederdruckgehäusen je ein durch Federdruck schließendes Rückschlagventil (Fig. 575) eingeschaltet. Für das vorliegende Ventilgehäuse ist Betriebsdruck von 17 Atm. und ein Probedruck von 34 Atm. vorgeschrieben, daher es selbstverständlich aus Stahlguß besteht. Die Hochdruckturbine wird übrigens während der Manövrierung durch ihre Ablaßhähne mit dem Kondensator in Verbindung gebracht.

Jede der Turbinenwellen ist mit einem Sicherheitsregler versehen, der bei Überschreitung der zulässigen Umlaufzahl eine Drosselklappe in der Hauptleitung auslöst.

Die „kombinierte“ Turbine der A.-G. Brown, Boveri & Cie. Vereinfachte Vierwellenanordnung.

Die A.-G. Brown, Boveri & Cie. betrachtet die Vierwellen-Anlage mit Reihenschaltung in beiden Hälften als die beste Anordnung für große Turbinenschiffe und führt für diese Auffassung folgende Gründe an: 1. die Umlaufzahl kann infolge der Herabsetzung der Leistung pro Schraube wesentlich erhöht werden; 2. die Propellerwirkung ist günstiger als bei Dreiwellen-Anlagen, wo die mittlere Schraube im allgemeinen merklich benachteiligt sei; 3. die Steuerfähigkeit ist bei den immer häufiger angewendeten Doppelrudern eine bessere; 4. die Anlage jeder Schiffsseite

Digitized by Google

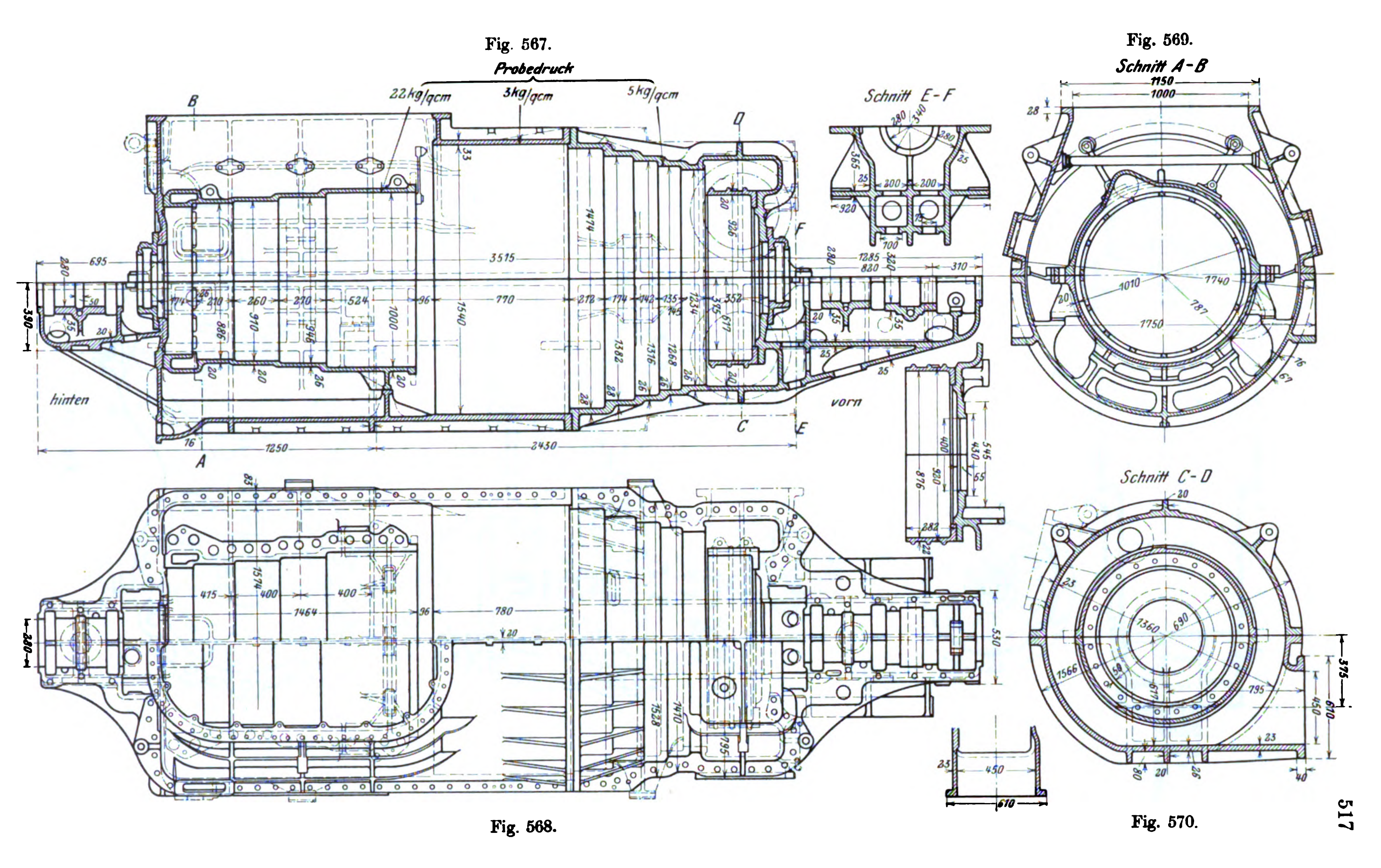


Fig. 567.

Fig. 568.

Fig. 569.

Fig. 570.

Fig. 571.

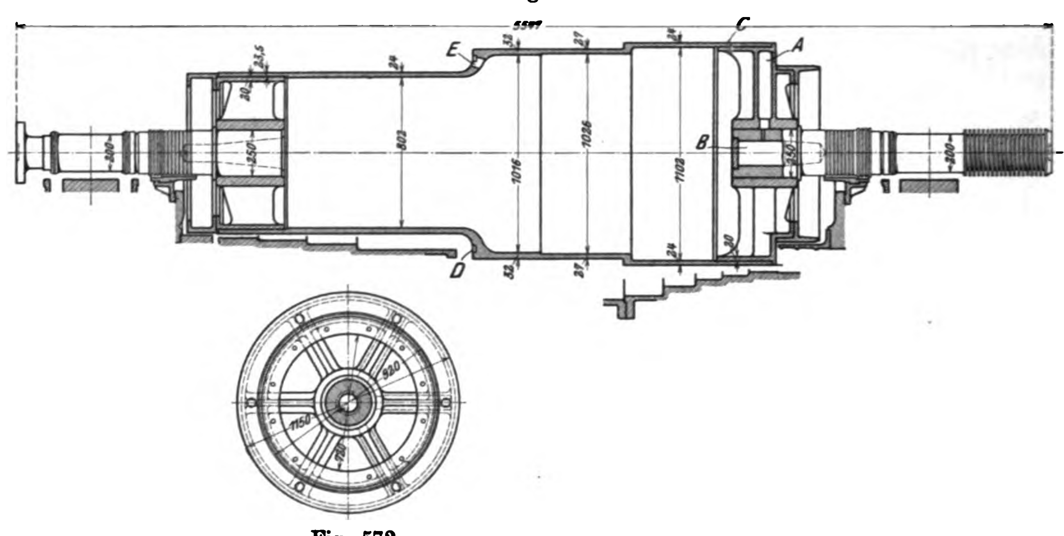


Fig. 572.

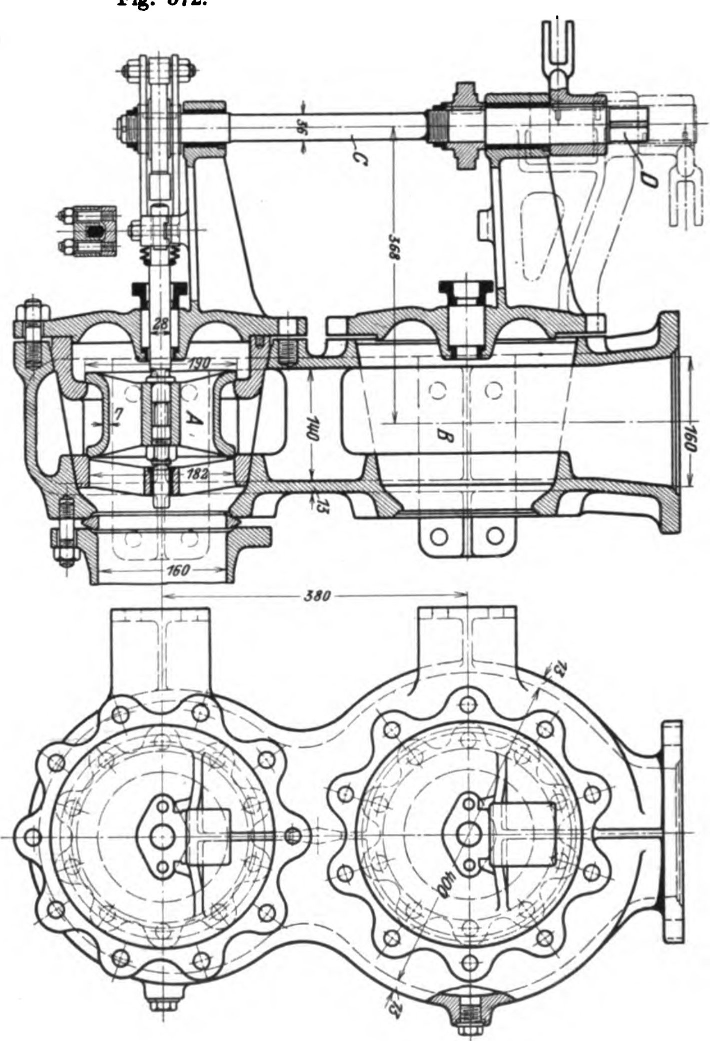


Fig. 573.

kann für sich abgetrennt werden und man benötigt nur zwei Bedienungsmannschaften, bei drei Wellen aber drei.

Um dieses vorteilhafte System auf die geringste Anzahl der Einheiten zu vereinfachen, wird die Marschturbine der Parsonsschen Anordnung durch Anwendung von Gleichdruckrädern in der Hochdruck-Hauptturbine ersetzt, oder aber mit dieser Turbine zu einer konstruktiven Einheit verbunden.

Die erste Ausführungsart wird durch Fig. 576 veranschaulicht. Es sind hier ein Curtisrad mit 4, und vier andere mit je 3 Geschwindigkeitsstufen vorhanden, und mit Umlaufventilen so ausgestaltet, so bei großer und bei kleiner Fahrt vor dem benützten Eintritts-Leitapparat mit vollem Dampfdrucke gearbeitet wird. Jede Welle ist im gleichen Gehäuse mit eigener Rückwärtsturbine versehen, die unmittelbar in den Kondensator auspufft und im vorliegendem Fall aus 3 Curtisrädern besteht. Labyrinth C bildet die Abdichtung zwischen Vorwärts- und Rückwärtsturbine; Labyrinth

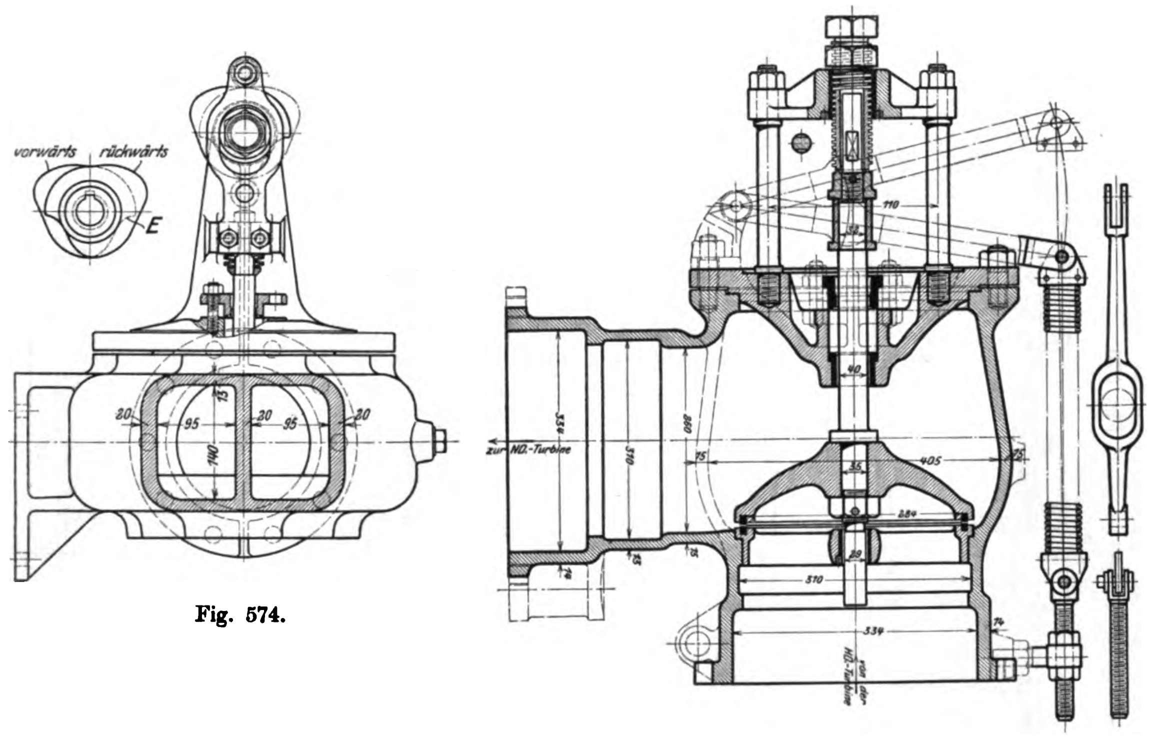


Fig. 574.

Fig. 575.

D bildet die Entlastung der Überdrucktrommel, in deren Innerem der Druck der letzten Gleichdruckstufe E herrscht. Die Außenstopfbüchsen G und H bestehen aus einer Verbindung von gewöhnlichen Labyrinthen und einigen selbstspannenden Liderungsringen.

Fig. 577 stellt eine Ausführung der Hochdruck-Hauptturbine mit reiner Gleichdruckwirkung dar. Es ist nur eine Zwischenstopfbüchse C als Trennung zwischen Vorwärts- und Rückwärtsturbine erforderlich. Bemerkenswert ist die Verschraubung der Welle in der Mitte.

In Fig. 578 kommt eine Hochdruckturbine mit nur einem Curtisrad A zur Darstellung. Die hierauf folgenden Parsonsstufen B und C werden nur bei reduzierter Fahrt eingeschaltet und bilden den Hauptteil der „Marschturbine". Bei voller Fahrt gelangt der Dampf vom Curtisrad unmittelbar zu den Hauptstufen D. Die Rückwärtsturbinen bestehen wieder aus Curtisrädern. Das innere ist mit Bajonettausschnitten versehen, um montierbar zu sein, wie man am Wegfall der Schnitte bei F und F_1 erkennt.

Die ausführende Firma legt dieser dritten Variante besondere Bedeutung bei.

Die Niederdruck-Hauptturbine ist als reine Parsonsturbine konstruiert. Die Niederdruckrückwärtsturbine, im gleichen Gehäuse, erhält ein Curtisrad vorgeschaltet, wodurch die Stufenzahl stark herabgesetzt wird.

Digitized by Google

Fig. 579 läßt das Übersichtliche dieser nur 4 Turbinenkörper enthaltenden Anordnung erkennen, die mit einer entsprechenden Erhöhung der Manövrierfähigkeit verbunden ist.

In neuerer Zeit schließt die Gesellschaft auch den Einzelwellenantrieb mit verringerter Wellenzahl nicht aus, indem sie auf Grund der mit Parsonsschiffen gewonnenen Erfahrungen höhere Propellerbeanspruchungen und Geschwindigkeiten für zulässig erachtet. als man bisher annahm. Hierbei

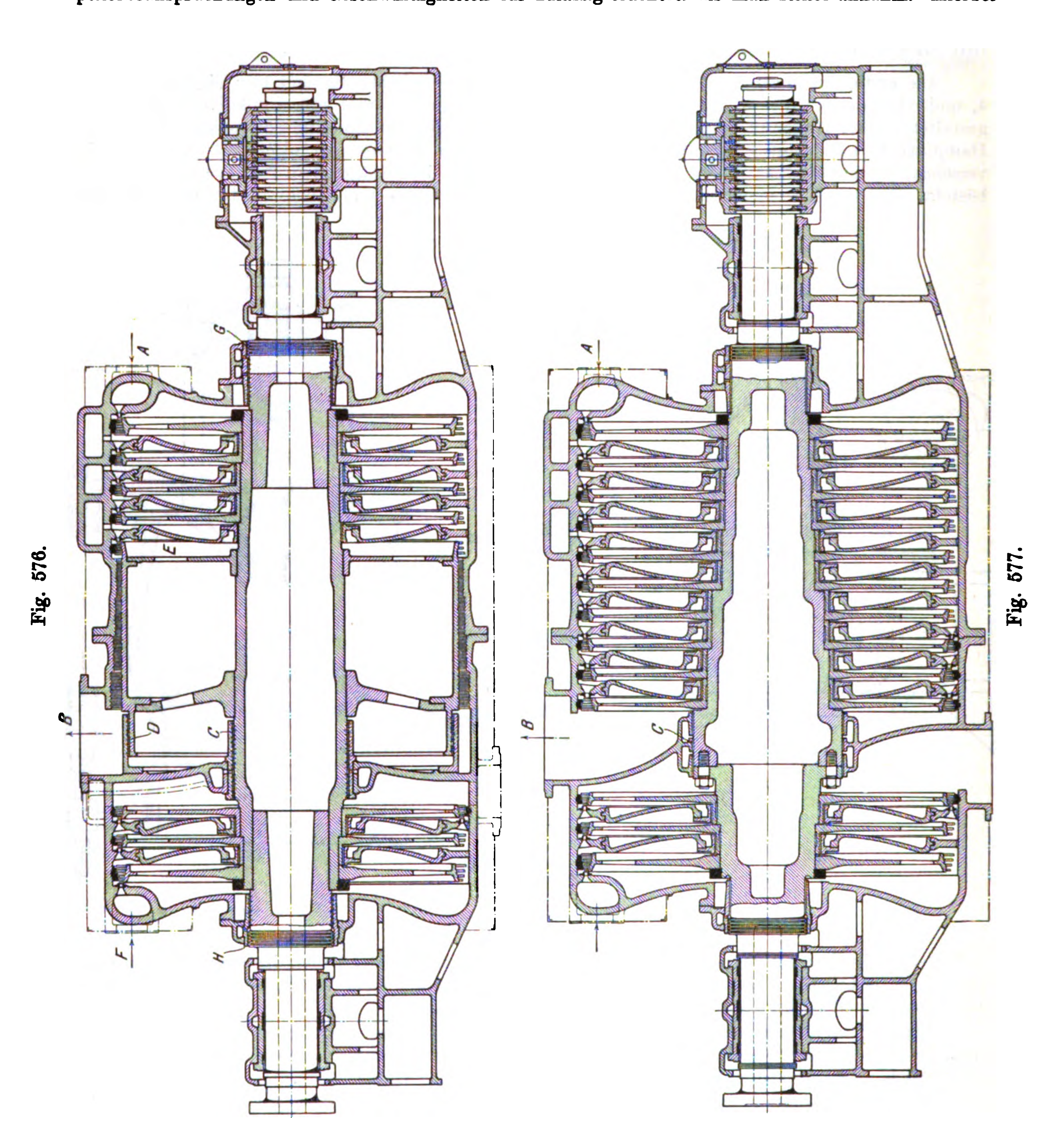


Fig. 576. Fig. 577.

soll die in Fig. 580 dargestellte Turbinenkonstruktion Verwendung finden, die für einen Torpedobootjäger von 700 t Wasserverdrängung bei 33 Knoten Geschwindigkeit bestimmt ist. Es sind zwei einzeln angetriebene Wellen mit je 700 Uml./min vorhanden. Die Umschaltung von kleiner auf forcierte Fahrt erfolgt ähnlich, wie im vorigen Abschnitt bei der Gleichdruckturbine erläutert wurde, d. h. der Dampf durchströmt zunächst der Reihe nach alle Stufen, dann wird, mit fortgesetzt größerer Beaufschlagung der ersten Stufe, das 2. und weiterhin das 3. Rad übersprungen, um den nötigen Durchflußquerschnitt zu schaffen.

Digitized by Google

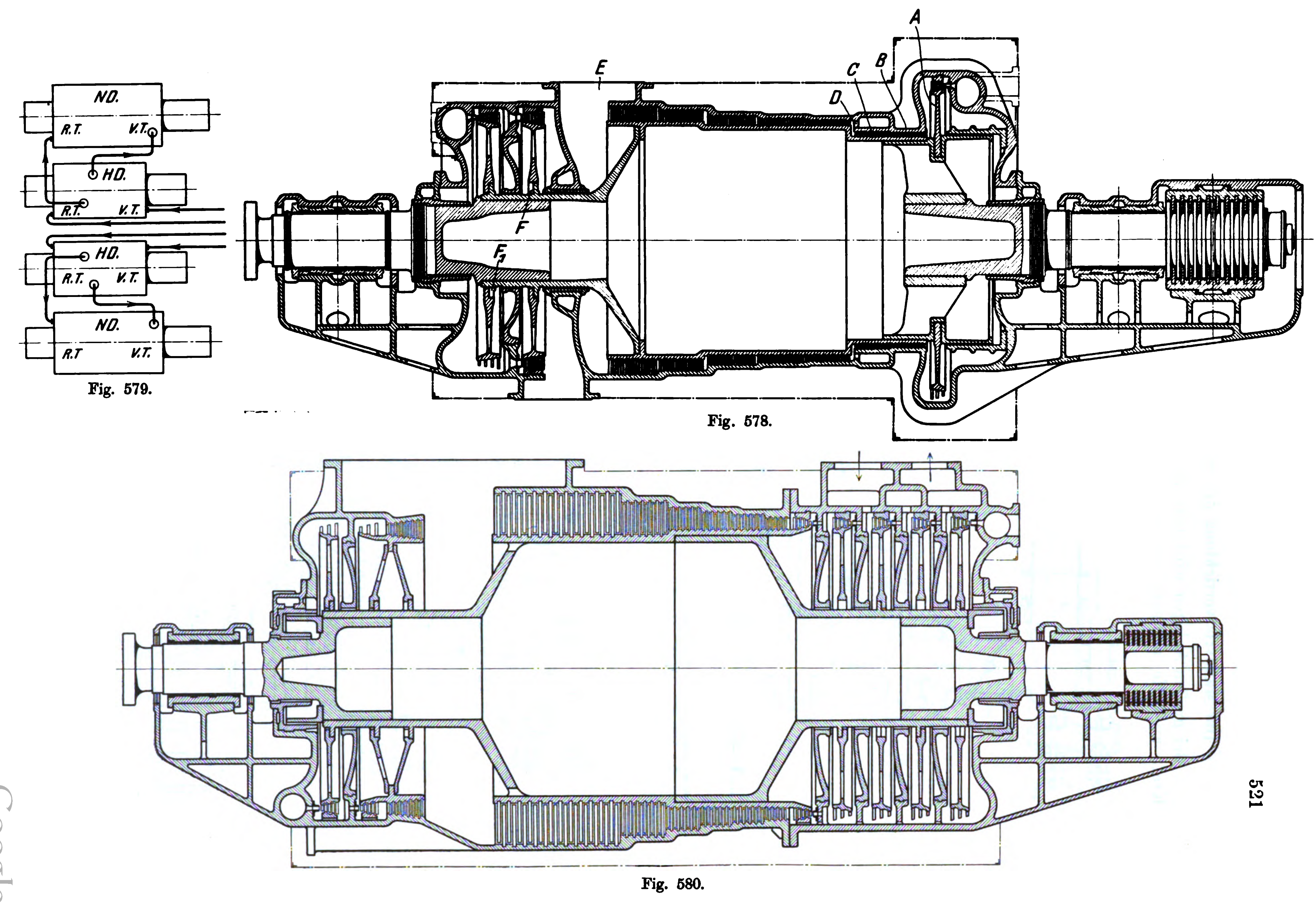


Fig. 579.

Fig. 578.

Fig. 580.

Die Manövriervorrichtung der Soc. Anᵉ. John Cockerill in Seraing.[1])

Bei großen Anlagen wird man zur Betätigung der Wechselventile mechanische Kraft zu Hilfe nehmen, wie wir an der sorgfältig durchgebildeten Umsteuer-

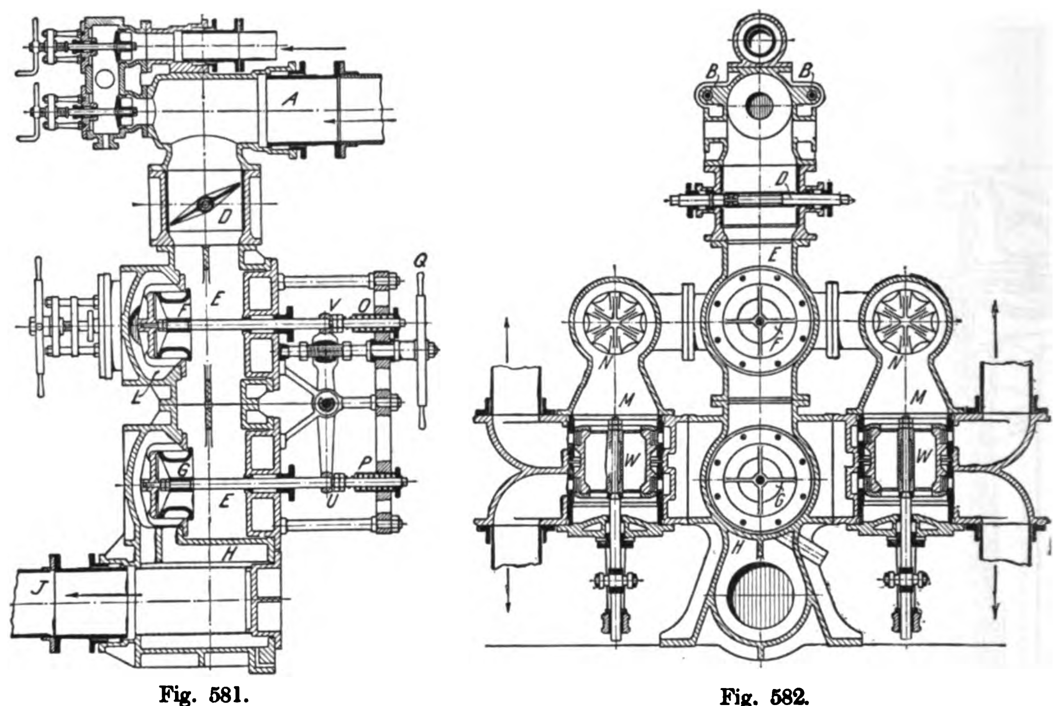


Fig. 581. Fig. 582.

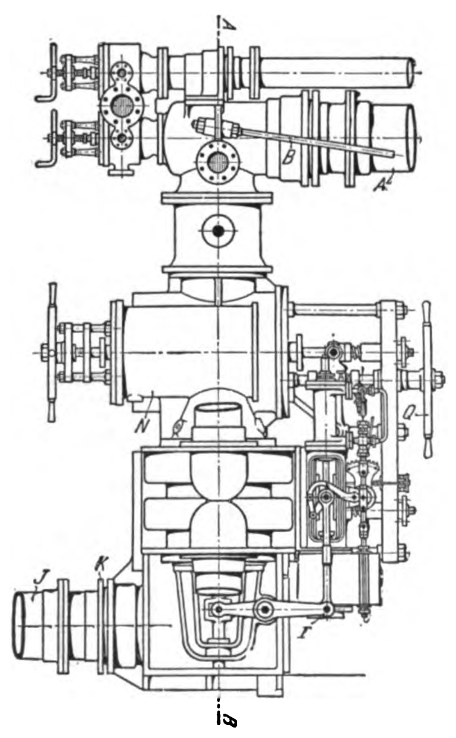


Fig. 583.

vorrichtung (Fig. 581—583) des belgischen Postdampfers „Princesse Elisabeth" der Soc. Anᵉ. J. Cockerill erläutern wollen. Der Dampf tritt bei *A* an der Drosselklappe *D* vorbei zu den Ventilen *F* und *G*, die mittels Spillrades *Q* und Hebels *U V* so betätigt werden, daß in der Mittellage des Hebels beide geschlossen sind, daher im Gange immer nur eines offen sein kann. *G* leitet den Dampf durch *J* zur Hochdruckturbine. Beim Manövrieren ist *G* geschlossen und *F* stellt die Verbindung mit den Wechselschiebern *W*, *W* her, die durch eigene Servomotoren in gewohnter Weise gesteuert werden, so daß nach Belieben eine Niederdruck- oder eine Rückwärtsturbine mit Frischdampf beaufschlagt werden kann.

Versuchsergebnisse Parsonsscher Schiffsturbinen.

Die Überlegenheit der Dampfturbine über die Kolbenmaschine bei rasch fahrenden

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1906, S. 1448

Digitized by Google

Kriegsschiffen wurde zum ersten Male klar erwiesen am englischen Kreuzer „Amethyst“ durch die im Jahre 1904 vorgenommenen denkwürdig gewordenen Versuche[1]), Zahlentafel 1.

Zahlentafel 1.

Leistungsversuch an den Parsonsdampfturbinen des „Amethyst“. 1904.

Datum des Versuches	19. und 20. Oktober	24. und 25. Oktober	31. Okt. und 1. November	4. Nov.	8. Nov.	16. Nov.
Versuchsdauer . . . . Stunden	24	24	30	8	4	4
Tiefgang . . . . Meter	4,45	4,45	4,425	4,475	4.45	4,425
Schiffsgeschwindigkeit . . . . Knoten	10	14,062	18,186	20,6	23,06	23,63
Kesselüberdruck . . . . kg/cm²	18,2	18,5	17,3	17,9	17,1	18,3
Pressungen in den Turbinenkammern (Über- bzw. Unterdrücke) kg/cm² und cm/Hg.: Hochdruck-Marschturb.	6,62	15,2	—	—	—	—
Mitteldruck-Marschturb.	1,34	4,30	9,66	13,4	—	—
Große Hochdruckturb.	0,190	1,27	3,78	5,32	11,1	12,26
Große Steuerbord-Niederdruckturbine	Vak. 55,1 cm „ —0,75 At.	Vak. 27,4 cm „ —0,373 At.	+0,091	0,43	1,65	1,92
Große Backbord-Niederdruckturbine	„ 50,5 cm „ —0,688 At.	„ 30,0 cm „ —0,408 At.	Vak. 3,30 cm „ 0,045 At.	+ 0,34	+ 1,73	+ 1,92
Kondensatordruck (Unterdruck): Steuerbord . . cm/Hg.	66,0	68.5	67,5	70,5	68,3	67,3
kg/cm²	0,898	0,932	0,918	0,959	0,930	0,915
Backbord . . cm/Hg.	67,8	66,0	70,0	70,5	68,5	69,6
kg/cm²	0,923	0,898	0,953	0,959	0,933	0,947
Umlaufzahlen p. Min.: Mittlere Welle .	167,2	237,4	319,8	361,1	436	449,4
Steuerbordwelle	198,2	289,7	391,6	450,8	488,8	484
Backbordwelle .	204,2	290,5	348,1	402,1	492,2	499
Wasserverbrauch pro Stunde . . . kg	11,900	19,980	34.680	45,600	80,200	86,300
Kohlenverbrauch pro Stunde . . . kg	1,310	2,140	3,795	4,955	10,800	11,060

Dieser Kreuzertypus von 3000 Tonnen Wasserverdrängung ist mit drei Schrauben versehen, wobei die mittlere durch die Hochdruck-Hauptturbine, die beiden seitlichen durch die zwei parallel geschalteten Niederdruck-Hauptturbinen angetrieben werden; außerdem befindet sich auf der einen Außenwelle die Hochdruck-Marschturbine, auf der zweiten Außenwelle die Mitteldruck-Marschturbine. Bis zu etwa 14 Seemeilen Geschwindigkeit ist die Schaltung die folgende:

Hochdruck-Marschturbine — Mitteldruck-Marschturbine — Hochdruck-Hauptturbine — parallel die beiden Niederdruck-Hauptturbinen.

Von 14 bis 20 Seemeilen wird die Hochdruck-Marschturbine ausgeschieden, Frischdampf tritt in die Mitteldruck-Marschturbine ein, um denselben Weg fortzusetzen wie vorhin.

Von 20 Seemeilen ab arbeiten nur die großen Hoch- und Niederdruckturbinen, während alle übrigen ausgeschaltet sind.

Gleichzeitig wurde auch das mit Kolbenmaschinen ausgestattete Schwesterschiff vollkommen gleicher Größe und Form „Topaze“ geprüft und ergab die in der Zahlentafel 2 verglichenen Ergebnisse.

Zahlentafel 2.

Zusammenstellung der Dampfverbrauchszahlen.

Versuchsdauer . . Std.	24		24		30		8		4	
Schiffsart	Ameth. (Turbine)	Topaze (Kolben-Masch.)	Ameth. (Turbine)	Topaze (Kolben-Masch.)	Ameth. (Turbine)	Topaze (Kolben-Masch.)	Ameth. (Turbine)	Topaze (Kolben-Masch.)	Ameth. (Turbine)	Topaze (Kolben-Masch.)
Indizierte Leistung . PS	897	897	2250	2251	4770	4776	7280	6689	14000	9868
Geschwindigkeit Knoten	10	10,058	14,062	14,08	18,186	18,069	20,6	20,063	23,63	22,103
Wasserverbr. i. d. St. kg	11900	9660	19980	19150	34680	41050	45600	60850	86300	90300
„ f. d. PS_i-st. kg	13,3	10,77	8,88	8,51	7,27	8,58	6,27	9,10	6,17	9,15

Auf jeder Turbinenwelle saß je eine dreiflügelige Schraube von folgenden Abmessungen:

Durchmesser	2032	mm
Steigung der Seitenschrauben	1753	„
„ „ Mittelschraube	2000	„

[1]) Nach Engineering 18. Nov. 1904, S. 691.

Digitized by Google

Areal der Seitenschrauben	1,808 qm
„ „ Mittelschraube	1,823 „
Mittlerer Slip der drei Propeller bei 10 Knoten	11,3 v. H.
„ 14 und 18 Knoten . .	13,6 „
„ 20 Knoten	14,4 „
„ 23,6 „	17,1 „

Im Gewicht war absolut gemessen der Unterschied Null, da die Maschinen des Topaze 537 t, diejenigen des Amethyst 530 t wogen, allein da eine um rd. 40 v. H. größere Leistung erreicht worden ist, stellt sich auch das Gewicht pro PS sehr günstig.

Aus diesen Ergebnissen folgt, daß bis zu etwa 14 Knoten die Kolbenmaschine, indessen nur unwesentlich, im Vorteil ist. Von da ab zeigt sich die Turbine in bedeutendem Maße überlegen, wobei als besonderer Umstand zu erwähnen ist, daß bei der Kolbenmaschine der Dampf der Hilfsmaschinen in den Niederdruckbehälter geleitet wurde, bei der Turbine aber in den Kondensator. Am Topaze wurde diese Dampfmenge bei 10 Knoten Geschwindigkeit zu 21 v. H. des in den Tabellen angegebenen Gesamtverbrauches, bei 14 Knoten zu 13 v. H. bestimmt.

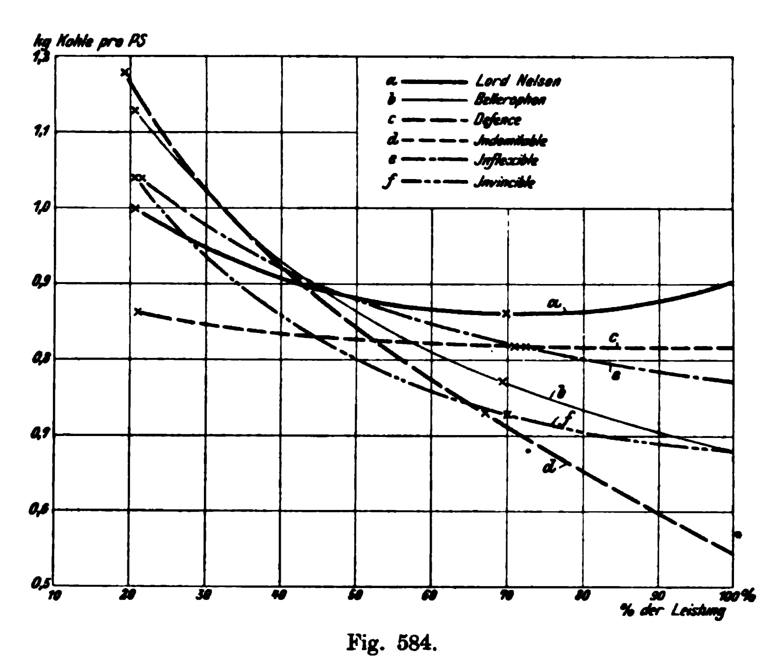


Fig. 584.

Die bei der Dampfturbine angegebenen „indizierten“ Pferdestärken sind nicht gemessen, sondern nur gerechnete durch Vergleich mit den Topaze-Versuchen gewonnene Werte. Ein Verbrauch von 6,17 kg pro indiz. PS-st, wobei der Dampf der Hilfsmaschinen nicht in der Turbine arbeitete, aber in ihrem Dampfverbrauch eingeschlossen ist, darf als vorzügliches Ergebnis gelten.

Aus neuerer Zeit liegen vergleichende Berichte über den Kohlenverbrauch der nachfolgend aufgezählten englischen Kriegsschiffe vor.[1])

Name	Art des Antriebes	Wasserverdrängung t	Höchstleistung PS_i
Lord Nelson	Kolbenmaschine	16500	17400
Defence	„	14600	27500
Bellerophon	Turbine	18600	24000
Indomitable	„	17250	43700
Inflexible	„	17250	43300
Invincible	„	17250	44800

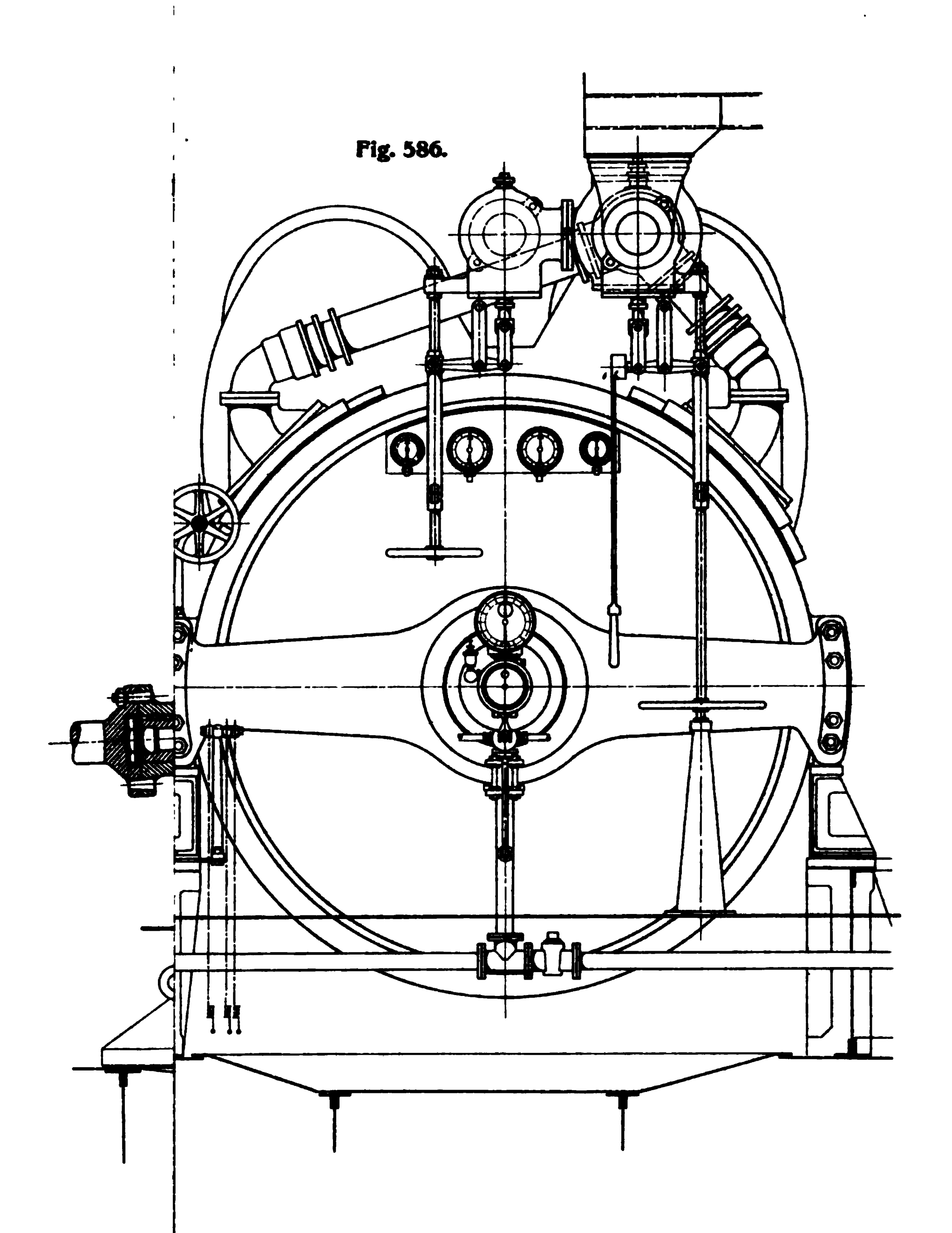
Die erreichten Kohlenverbrauche für die indiz. PS-st, allerdings einschließlich alle Hilfsmaschinen, sind in Fig. 584 zusammengestellt. Lord Nelson und Bellerophon sind Linienschiffe, die übrigen Kreuzer. Als Marschleistung werden etwa 70 v. H. der Höchstleistung angesehen, und oberhalb dieser Grenze zeigen sich die Turbinenschiffe der Kolbenmaschine weitaus überlegen.

[1]) Engineering 1. Jan. 1909, S. 19.

Digitized by Google

lin.

Fig. 586.



Digitized by Google

Digitized by Google

136. Schiffsturbine der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft in Berlin.

Die Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft in Berlin ist, wie oben erwähnt, der Hauptvertreter der Gleichdruckturbine, deren Bau sie, wie die nachfolgend mitgeteilten Versuchsergebnisse dartun, auf eine hohe Stufe der Vollkommenheit gebracht hat. Die Gesellschaft vertritt das Einzelwellensystem, d. h. den Antrieb jeder Schraubenwelle durch ihre eigene unabhängige Turbine, die mit eigenem Kondensator und Rückwärtsturbine ausgestattet ist.

Man beabsichtigt, die Zahl der Schrauben auf 3 herabzusetzen, in Fällen, wo Parsons 4 nimmt, wodurch eine bessere konstruktive Durchführung des Hinterschiffes ermöglicht wird. Naturgemäß muß bei gleicher Gesamtleistung die Umlaufzahl der Propeller herabgesetzt werden, und dies ist nach Angaben der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft ohne Schädigung des Dampfverbrauches und ohne Gewichtsvermehrung erreichbar dank der Eignung der Curtisräder für teilweise Beaufschlagung. So erreicht man gegenüber der Kolbenmaschine eine Gewichtsersparnis, z. B. bei Torpedobooten mit 30 Knoten Geschwindigkeit von etwa 13 v. H. und mit 34 Knoten etwa 16 v. H. (nach Bauer ungefähr ebensoviel wie bei Parsonsturbinen). Bei der Marschfahrt werden einige Räder zur Vermehrung der Stufenzahl hinzugeschaltet, die bei Vollast durch Umgehungsventile überbrückt waren. Bei neuesten Ausführungen unterbleibt auch dies. Im übrigen soll bei der Marschfahrt die mittlere Schraube mitgeschleppt werden, wie das bei Kolbenmaschinenkreuzern allgemein üblich ist.

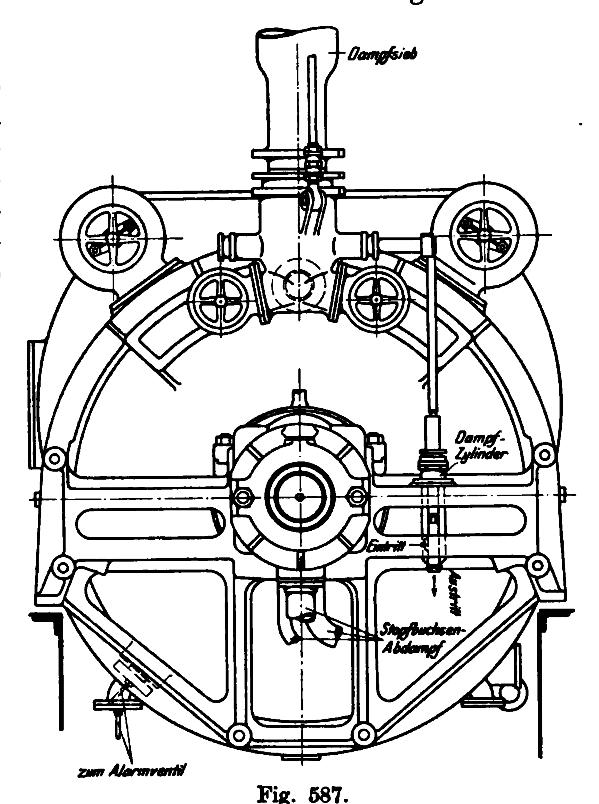


Fig. 587.

Die radialen Spiele der Niederdruckstufen betragen für Torpedoboote 2,0 bis 3,0 mm, für Kreuzer 2,5 bis 3,5 mm. Bei den Hochdruckstufen kommen die Wellenspielräume in den Scheidewänden in Betracht, die nach Bauer und Lasche[1]) 0,2 bis 1 mm im Halbmesser betragen. Das kleine Spiel wird in der Nähe der Lager zugelassen, wo die Durchbiegung der Welle noch verschwindend klein ist. Die Wellen selbst sind „starr" konstruiert, d. h. so, daß die kritische Drehzahl um ein Erhebliches über der normalen liegt.

Die sehr durchgebildete konstruktive Ausführung der Turbine wird durch Fig. 585, 586 (Tafel VII) veranschaulicht. Die 2800 PS-Turbine mit 600 Uml./min besteht aus 5 Curtisrädern, wovon das erste mit 3, die übrigen mit je 2 Geschwindigkeitsstufen versehen sind, und aus 21 Gleichdruckstufen der Trommelbauart. Die Rückwärtsturbine besitzt nur 2 Curtisräder mit je 3 Geschwindigkeitsstufen. Die Hochdruckkränze haben etwa 2300 mittleren Durchmesser, daher rd. 72 m/sek Umfangsgeschwindigkeit, woraus sich im Vergleich zu Parsons die kleine Stufenzahl erklärt. Sehr zweckmäßig ist der Bau der

[1]) Die Schiffsturbine, S. 97.


Digitized by Google

Zwischenwände als gewölbte Kesselböden mit angenieteten Stahlgußrändern. Infolge der hohen Betriebsdrücke (bis zu 17 Atm. Kesseldruck) stellen diese Scheidewände dem Konstrukteur äußerst schwierige Aufgaben, die hier überwunden sind, indem man die Scheidewände in einem Stück bestehen

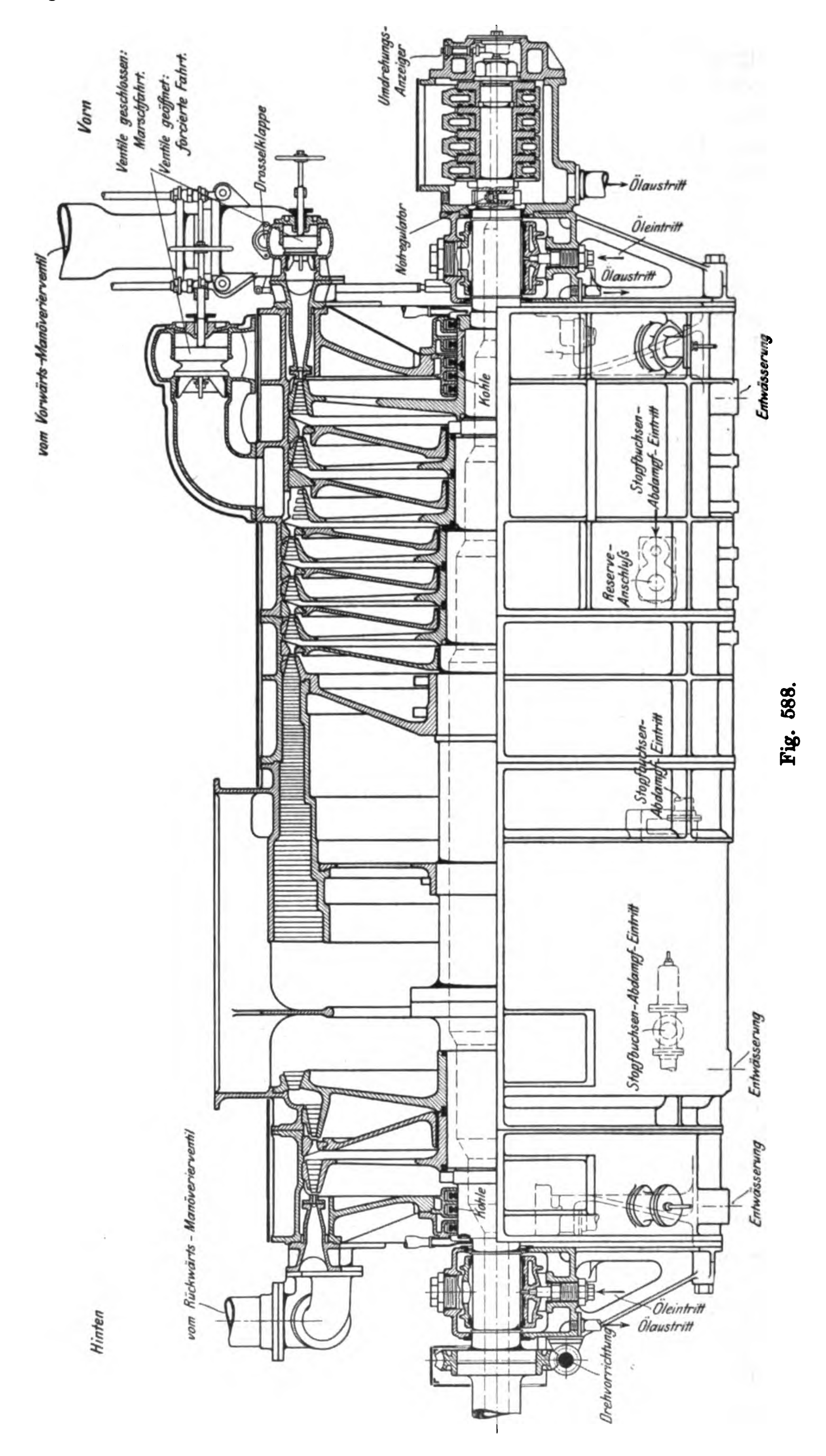
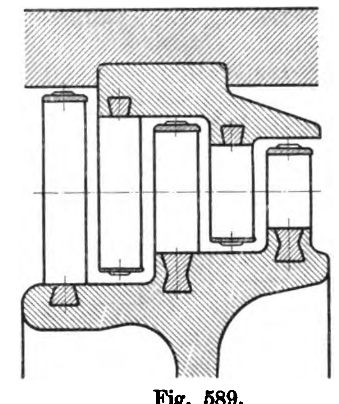


Fig. 588.

Digitized by Google

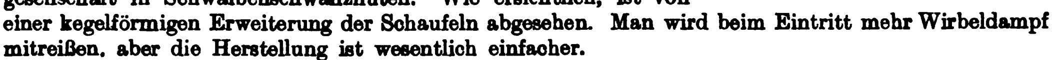
läßt. Um dieselben untersuchen zu können, sind die Räder auf konischen Büchsen aufgepreßt, mithin leicht abstreifbar, während die Leiträder von den Scheidewänden unabhängige zweiteilige Ringe bilden, und nach Abheben des Oberteiles zugänglich werden. Ebenfalls zweckmäßig ist das Unterbringen der Lager in einem Balken, der in der wagerechten Mittelebene des Gehäuses gestützt ist, so daß Wärmedehnungen des letzteren die Höhenlage der Welle nicht verändern.

Ähnliche Bauart zeigt die in Fig. 587—588 veranschaulichte größere Torpedobootturbine.

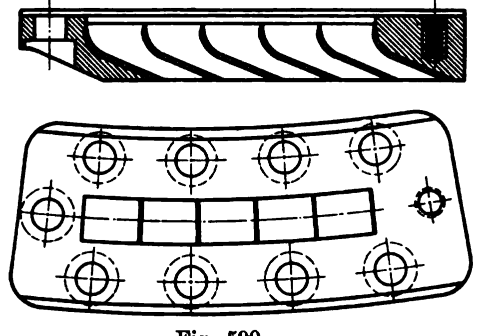

Fig. 589.

Konstruktive Einzelteile.

Fig. 589 veranschaulicht den Kranz eines dreistufigen Rades mit der normalen Schaufelbefestigung der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft in Schwalbenschwanznuten. Wie ersichtlich, ist von einer kegelförmigen Erweiterung der Schaufeln abgesehen. Man wird beim Eintritt mehr Wirbeldampf mitreißen, aber die Herstellung ist wesentlich einfacher.



Die Leitvorrichtung (Fig. 590) besteht, soweit sie ohne Düsenerweiterung ausgeführt werden kann, aus einem Bronzerahmen mit eingegossenen Schaufeln.


Fig. 590.

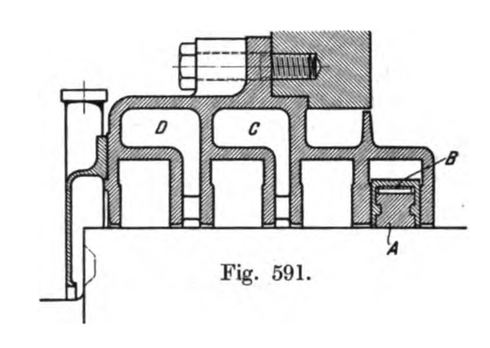


Fig. 591.

Die äußere Stopfbüchse (Fig. 591) wird durch vier geteilte Liderungsringe aus Kohle *A* gebildet, die durch leichte Federn *B* angepreßt werden. Eine von unten wirkende Feder gleicht das Eigengewicht der Fassung aus. Der Leckdampf wird wie üblich zur Niederdruckturbine geleitet, und die Stopfbüchse für den Fall, daß am Hochdruck Vakuum auftritt, mit Sperrdampf vom Kessel her versehen. Ist die Büchse etwas ausgelaufen, so wird der Leckdampf nach dem zweiten Kohlenring gefaßt und zu einer mittleren Expansionsstufe geleitet.

Die innere Abdichtung der Druckstufen (Fig. 592) besteht aus vollen Ringen aus besonderer Legierung mit Riefelung von etwa 2 mm Tiefe.

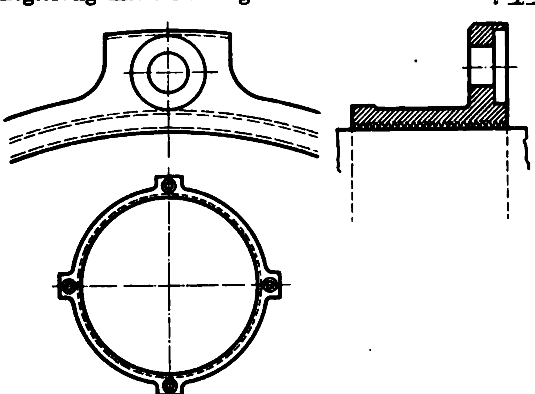

Fig. 592.

Fig. 593.


Digitized by Google

Die Scheidewände (Fig. 593) sind einteilig, besitzen starke Wölbung und bestehen aus Stahlguß.

Die Wellen (Fig. 594) bestehen bei Hochdruckturbinen aus einem Stück; bei Niederdruckturbinen sind die Zapfen getrennt angeschraubt. Im Lager sind die Wellen abgesetzt und mit 450—550 kg/qcm auf Torsion beansprucht.

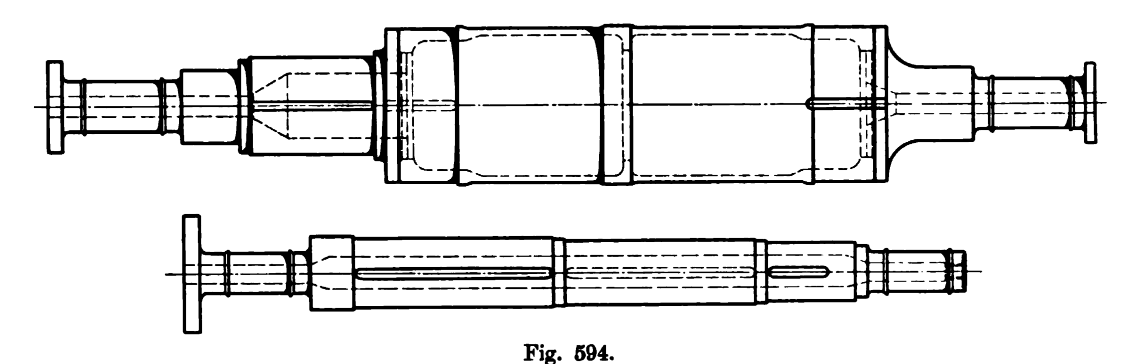


Fig. 594.

Die Lager (Fig. 595) erhalten Kugelschalen; nur die untere ist mit Weißmetalleinguß und Wasserkühlung versehen. Die obere bildet einen durch Weißgußstreifen begrenzten Hohlraum, um die Ölreibung auf ein Minimum herabzusetzen. Schraube *A* dient zur Einstellung der Höhenlage. Das Verhältnis von Lauflänge zum Durchmesser pflegt 1,5—2 zu betragen. Der Flächendruck schwankt zwischen 4 und 8 kg/qcm.

Die Lagerbrücken (Fig. 596) werden mit dem Gehäuseboden in der wagerechten Mittelebene verschraubt, damit das Wellenmittel stets mit der Gehäuseachse übereinstimmt, und der untere Arm kann sich in senkrechter Richtung frei verschieben.

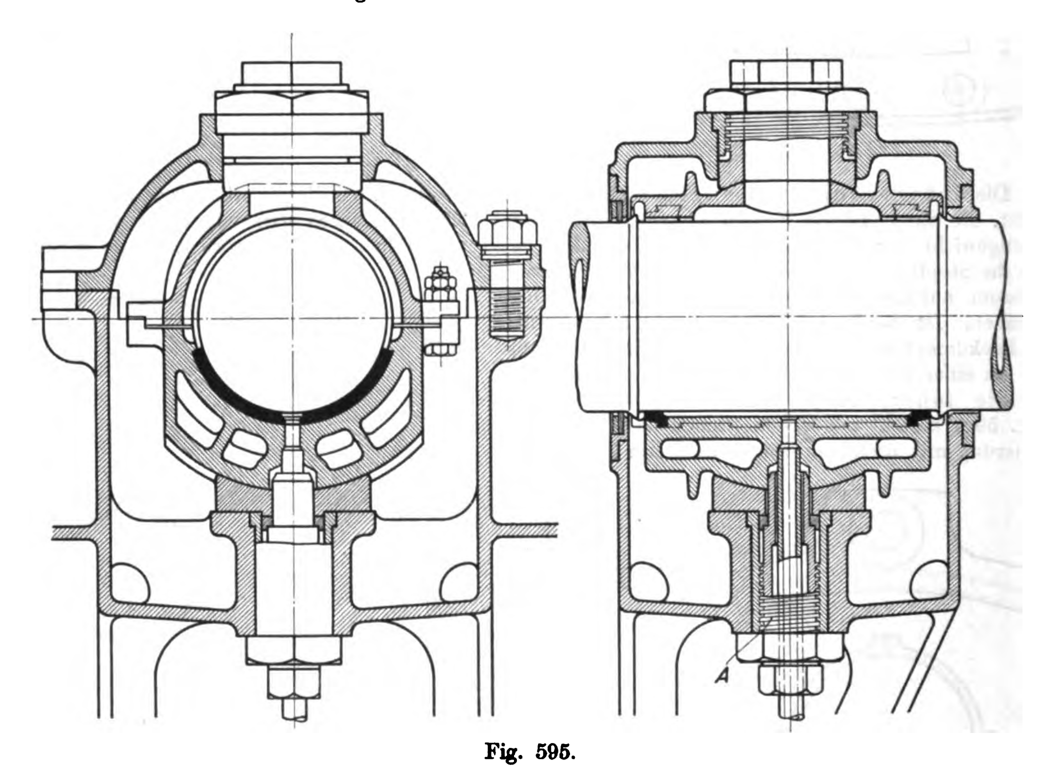


Fig. 595.

Das Spurlager (Fig. 597) besitzt die in Abschn. 96 erläuterte Konstruktion.

Beachtenswert ist die Konstruktion der von der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft zur Prüfung großer Schiffsturbinen verwendeten Wasserbremse (Fig. 598—599), die aus acht gelochten Blechscheiben von je 3500 mm Durchmesser besteht und gemäß Fig. 600 bei 300 Uml./min bis zu

Digitized by Google

15000 PS aufzunehmen vermag. Das Moment, welches die Wasserreibung auf das Gehäuse ausübt, wird durch Wägung bestimmt. Seitliche Verschiebung wird durch Rollen *C* verhindert; das Gewicht des Gehäuses nehmen die Schneiden *B* unter Vermittelung des Rollfußes *A* auf.

Die Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft ist bestrebt, auch die Hilfsmaschinen der Turbinenanlagen tunlichst mit kleinen Turbinen anzutreiben, wodurch die ganze Speisewassermenge ölfrei erhalten wird. Die gelungene Konstruktion der Kreisel-Luftpumpe mit Turbinenantrieb und

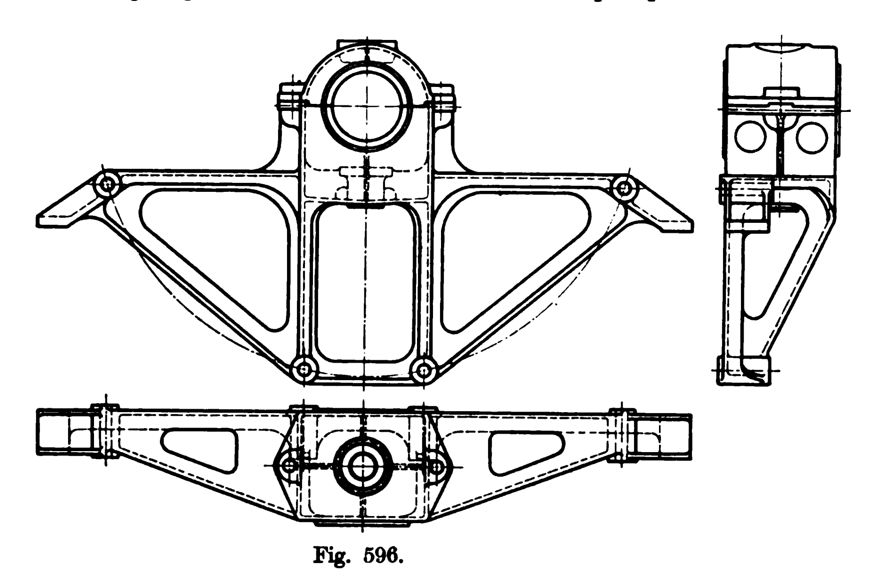


Fig. 596.

vertikaler Aufstellung zeigt Fig. 601. *A* ist die Verbindung vom Oberflächenkondensator, *B* das Schleuderrad, *C* der Verdichter (Diffuser) für das Wasser-Luftgemisch, *D* die Kühlwasserpumpe (axial), *F* ein Zwischenlager, *G* die Turbine, *H* der Spurzapfen. In Fig. 602 ist angedeutet, wie die Innenteile nach Lösung leicht zugänglicher Flaschenverbindungen überholt werden können.

Die allgemeine Anordnung der A. E.-G.-Schiffsturbine wird durch die Abbildungen 603 und 604 veranschaulicht. Die erste bezieht sich auf eine Torpedobootsturbine von 7500 PS_e Leistung,

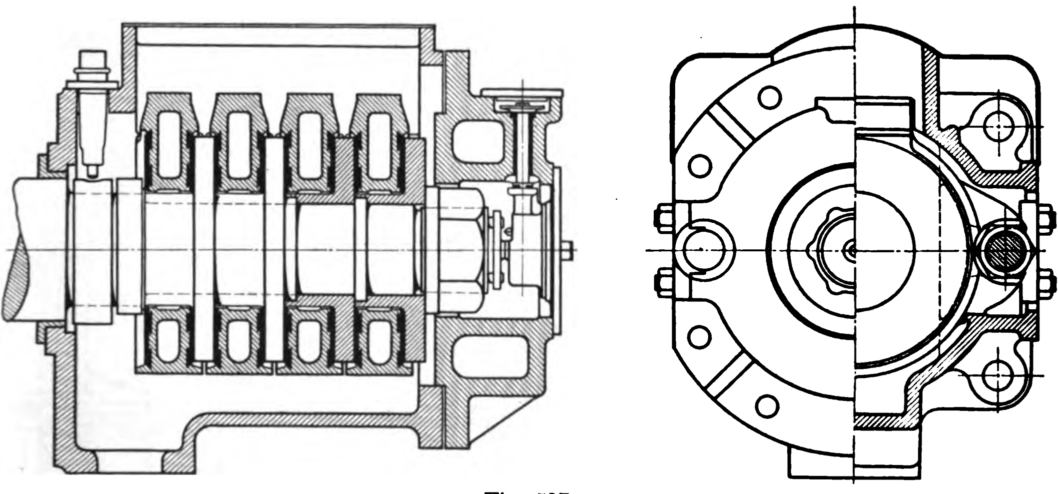


Fig. 597.

die zweite auf die Turbine eines Kreuzers mit 10500 PS_e Leistung, wobei die Gleichdruckräder in einem Hochdruckgehäuse, die Gleichdrucktrommel und die Rückwärtsturbine in einem Niederdruckgehäuse untergebracht sind. Zwischen den beiden befindet sich das Drucklager. Beim Turbinendampfer „Kaiser“ (die erste Ausführung der A. E.-G.) wurde, wie in Fig. 605 ersichtlich, der obere Gehäusedeckel in der Scheitelkante nochmals geteilt und in Gelenken aufklappbar gemacht, so daß die Räder samt Welle in kürzester Frist herausgehoben werden können.

Digitized by Google

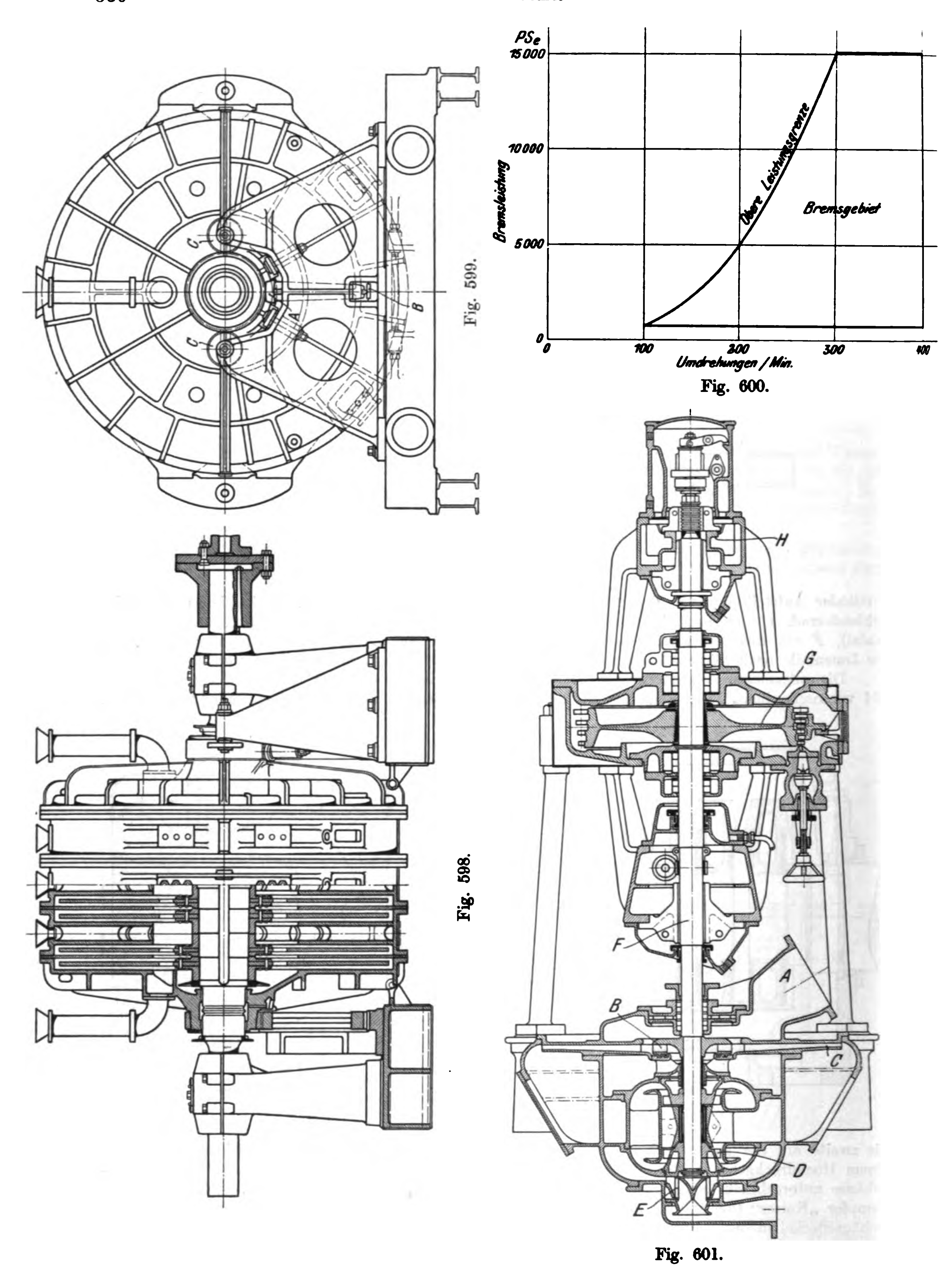


Fig. 599.

Fig. 600.

Fig. 598.

Fig. 601.

Versuchsergebnisse.

I. Turbine für ein Torpedoboot.

Die Turbine enthält sieben mehrkränzige Räder als Hochdruckstufen und eine Aktionstrommel als Niederdruckteil. Bei Marschfahrt sind sämtliche Stufen der Turbine in Betrieb. Sie ist für eine Garantieleistung von 6000 PS_e bei 570 Umdrehungen pro Min. entworfen. Bei Vollastfahrt wird die zweite und dritte Stufe umführt, so daß der Dampf in der ersten und dann erst von der vierten Stufe ab weitere Arbeit leistet. Das Boot enthält zwei solcher Turbinen, die in zwei hintereinanderliegenden, durch ein Querschott getrennten Maschinenräumen untergebracht sind.

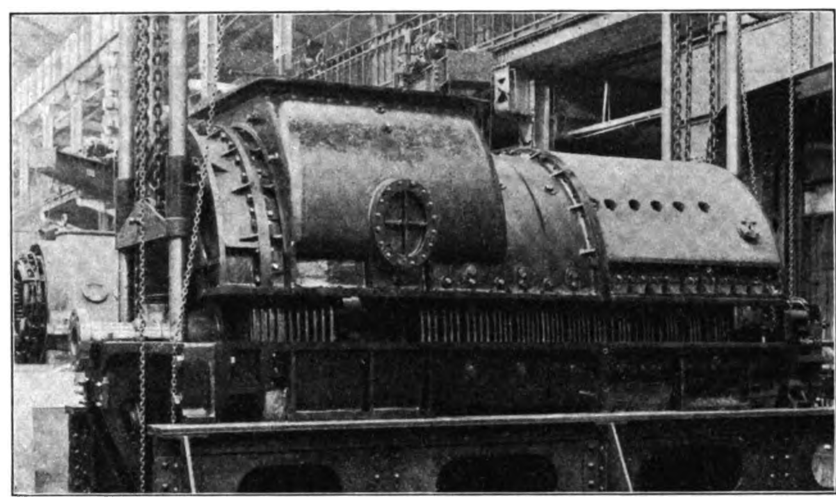


Fig. 602.

Fig. 603.

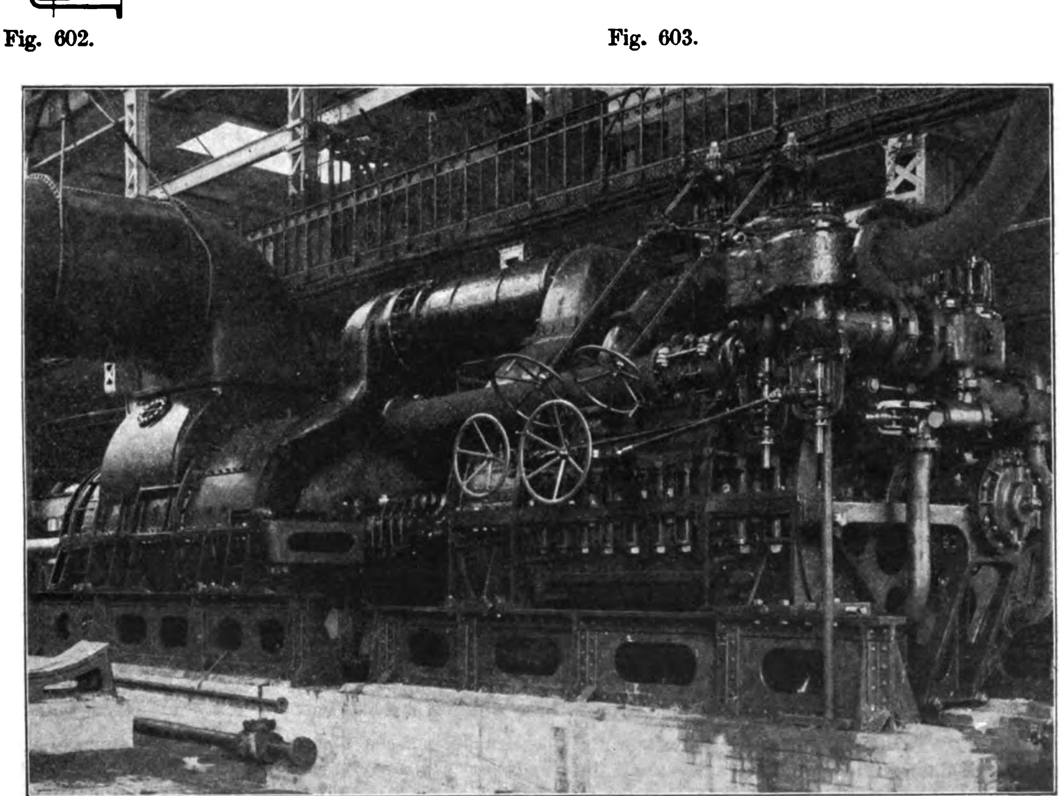


Fig. 604.

Digitized by Google

Meßergebnisse im Prüffeld.

Die Leistungsmessung erfolgte bei den Versuchen gleichzeitig durch Wasserbremse und Föttingerschen Torsions-Indikator.

Im Prüffeld konnten nur Versuche bis zu einer Dampfmenge von 27000 kg pro Stunde gemacht werden. Für größere Dampfmengen mußte der Dampfverbrauch durch Extrapolation ermittelt werden.

Es ergaben sich folgende Zahlen:

Druck vor den Düsen: 15,6 Atm. abs. Spezifische Dampfmenge: 1,0.
Gegendruck im Abdampfstutzen: 0,08 Atm. abs.
Stündliche Dampfmenge: 35820 kg. Effektive Leistung $= 6000$ PS_e.
Minutliche Umdrehungszahl $= 750$ Umdr. pro Min.
Spezifischer Dampfverbrauch $= 5,97$ kg/PS_e-st.
Thermodyn. Wirkungsgrad: 56,8 v. H.

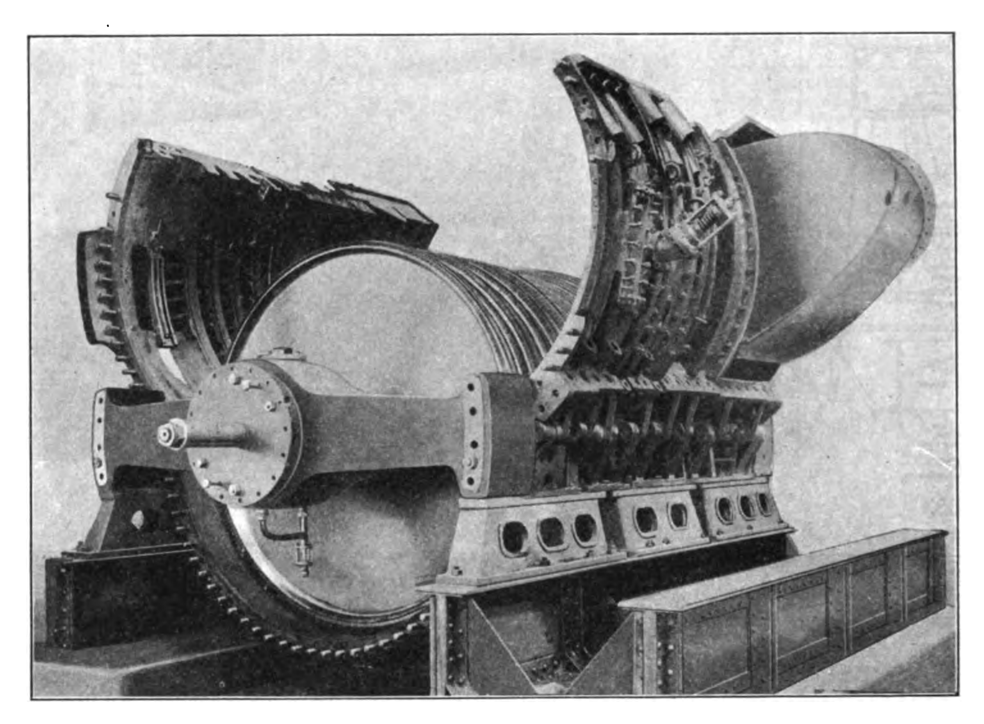


Fig. 605.

Probefahrtsergebnisse.

Die größte erreichte Geschwindigkeit war 33,7 Knoten auf tiefem Wasser. Die Garantiegeschwindigkeit beträgt 30 Knoten,

An Bord wurden ebenfalls Dampfverbrauch und Leistung gemessen; die Kondensatmessung erfolgte durch geeichte Düsen, die Leistungsmessung mittels des Föttingerschen Torsions-Indikators.

Bei der Geschwindigkeit von 33 Knoten ergab sich der Dampfverbrauch zu $\frac{42700}{6830} = 6,25$ kg pro PS_e-st bei einer Dampffeuchtigkeit vor den Düsen von 3% und einem mittleren Vakuum von 90% im Kondensator.

Bei Geschwindigkeiten von unter 19 Seemeilen pro Std. werden die beiden Marschstufen eingeschaltet.

Der gegenüber reiner Drosselung durch die Marschschaltung erzielte Gewinn betrug auf Grund der Probefahrtsmessungen bei 19 Knoten ca. 15%, bei 12 Knoten ca. 28%.

II. Torpedobootsturbine ohne Marschstufen.

Diese Turbinen (Fig. 603) enthalten als Hochdruckteil sechs mehrkränzige Räder, der Niederdruckteil eine Aktionstrommel. Sowohl bei Vollast als bei der Marschfahrt sind sämtliche Stufen in Betrieb. Zur Erzielung einer besseren Wärmeökonomie bei Marschfahrt ist vor die erste Stufe ein kleineres Düsensegment mit Expansionsdüsen eingebaut.


Digitized by Google

Die aus den Prüffeldmessungen ermittelten Dampfverbrauchszahlen sind folgende:

Druck vor den Düsen: 17,5 Atm. abs. Spezifische Dampfmenge: 0,97.
Gegendruck im Abdampfstutzen: 0,103 Atm. abs. (90 % Vak. bei 760 mm Baromstand.)
Stündliche Dampfmenge: 43700 kg. Effektive Leistung: 7640 PS_e.
Minutliche Umdrehungszahl: 650.
Spezifischer Dampfverbrauch = 5,72 kg/PS^e-st.
Thermodyn. Wirkungsgrad 61,9 v. H.

III. Turbinen für einen kleinen Kreuzer.

Die für einen kleinen Kreuzer bestimmte Turbine besitzt eine Hochdruck- und Niederdruckturbine in je einem Gehäuse, zwischen denen sich das Drucklager befindet. Die Hochdruckturbine enthält eine Anzahl mehrkränziger Räder, die Niederdruckturbine eine Aktionstrommel und im gleichen Gehäuse die eingebaute Rückwärtsturbine. Die Hochdruckturbine ist mit einer Anzahl Marschstufen und besonderer Schaltung für 17 und 20 Knoten versehen. Es kommt überhitzter Dampf für den Betrieb der Hauptturbinen zur Anwendung.

Die im Prüffeld festgestellten Dampfverbrauchsergebnisse sind folgende:

Rechnungsmäßige Schiffsgeschwindigkeit	Knoten	25,5	20,0	20,0	17,0	17,0
Minutliche Umdrehungszahl		325	244	244	206	206
Kesseldruck	Atm. abs.	17,0	17,0	17,0	17,0	17,0
Dampftemperatur am Überhitzer	°C	250	300	250	300	250
Vakuum in der Turbine	%	91,5	92,5	92,5	93,0	93,0
Effektive Turbinenleistung	PS_e	10450	3950	3950	2075	2075
Dampfverbrauch pro PS_e-st	kg	5,50	6,00	6,54	6,82	7,09
Thermodyn. Wirkungsgrad	v. H.	58,8	49,5	48,3	44,8	44,2

137. Schiffsturbine von Zoelly.

Die Turbine von Zoelly kennzeichnet sich durch die Betonung kleiner Dampfgeschwindigkeiten im Interesse geringer Schaufelabnutzung. Bleibt man unter der Schallgeschwindigkeit, so können ferner statt divergenter Düsen gewöhnliche Leiträder verwendet werden, was die Konstruktion der Turbine erheblich vereinfacht. Es erhält beispielsweise die in Fig. 606 dargestellte Torpedobootturbine 8 Hochdruck-Curtisräder mit je 2 Geschwindigkeitsstufen, und hieran anschließend 20 Gleichdruckstufen nach der Trommelbauart. Die im gleichen Gehäuse befindliche Rückwärtsturbine besteht bei ungefähr gleichem Durchmesser aus 3 Curtisrädern und 10 einfachen Druckstufen.

Die Konstruktionselemente sind mit denen der ortsfesten Zoellyturbine identisch, weshalb ein näheres Eingehen hierauf entbehrlich ist.

Die Ergebnisse einer Torpedobootschiffsturbine von Zoelly sind in der nachfolgenden Zahlentafel vereinigt, und zeichnen sich durch besonders hohe Werte des thermodynamischen Wirkungsgrades aus.

Torpedoboot-Schiffsturbine von Zoelly.

Versuch Nr.	1	2	3	4	5	6
Belastung . . . PS_e	4170	4400	6840	7080	7566	707
Umdrehungen pro Minute	449	501	655	768	650	353
Abs. Druck vor der Turbine . kg/qcm	11,0	11,0	14,2	14,2	16,2	15,0
Temperatur vor der Turbine . °C	197	194	210	204	202	206
Abs. Kondensatordruck . . . kg/qcm	0,199	0,199	0,1146	0,133	0,151	0,0573
Gesamter Dampfverbrauch . . kg/st	32160	32040	41430	41120	47150	6460
Dampfverbrauch für 1 PS_e . kg/st	7,7	7,3	6,04	5,82	6,24	9,15
Wärmeinhalt d. Dampfes b. Eintr. i_1	675,4	673,4	674,5	675,7	672,0	675,8
Theoret. Dampfverbr. f. d. PS_e kg/st	4,20	4,25	3,62	3,70	4,03	3,05
Thermodyn. Wirkungsgrad . . v. H.	54,5	58,4	58,8	63,7	64,6	33,45


Digitized by Google

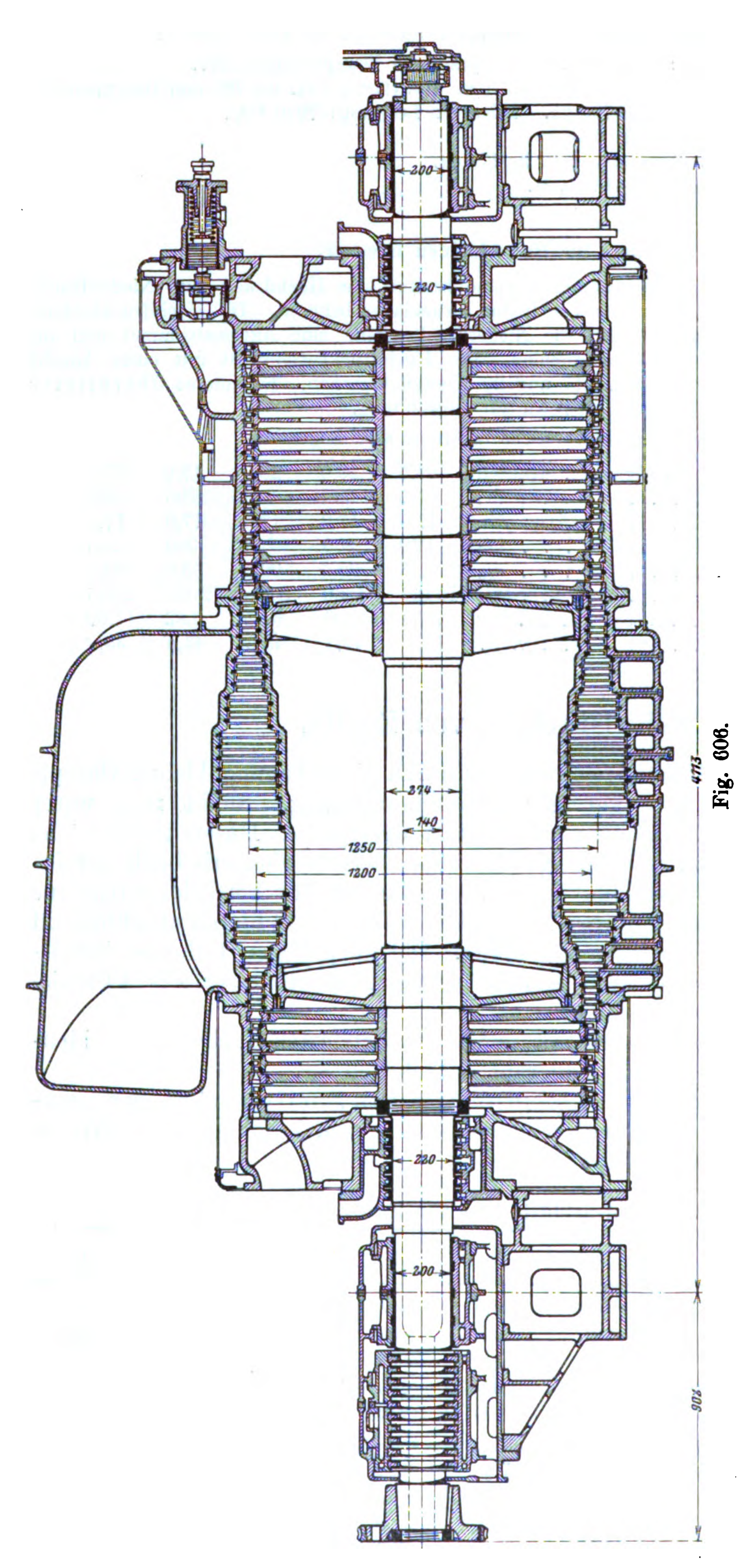


Fig. 606.

138. Schiffsturbine von Curtis.

Die Bauart der Curtis-Schiffsturbine ist nach Fig. 607 durch die geringe Zahl von Druckstufen gekennzeichnet. Die für 3500 PS_e bei 475 Uml./min bestimmte Hauptturbine besteht aus 7 Rädern zu je 1900 mm mittleren Durchmesser, wovon das erste 4, die übrigen je 3 Curtiskränze tragen. Auch hier ist ein starker Druckabfall in der ersten Stufe beabsichtigt, beispielsweise[1]) von 18 kg/qcm auf 5,55 kg/qcm, wobei indes der Enddruck in der Düse 6,75 kg/qcm betragen soll.

Die Anwendung dieses Überdruckes in der Düse ist bei der größeren Zahl der Geschwindigkeitsstufen sehr gerechtfertigt.

Im allgemeinen soll $^1/_4$ des verfügbaren Wärmegefälles in der ersten und je $^1/_8$ in den folgenden 6 Stufen aufgebraucht werden.

Versuche am Festland sollen ergeben haben, daß die Turbine bei 18 kg/qcm Anfangsdruck und 550 bis 580 Uml./min 6,35 kg trokken gesättigten Dampf für die effektive PS-st verbraucht.

[1]) Nach Jansen in Engineering 1907, I, S. 597.

Digitized by Google

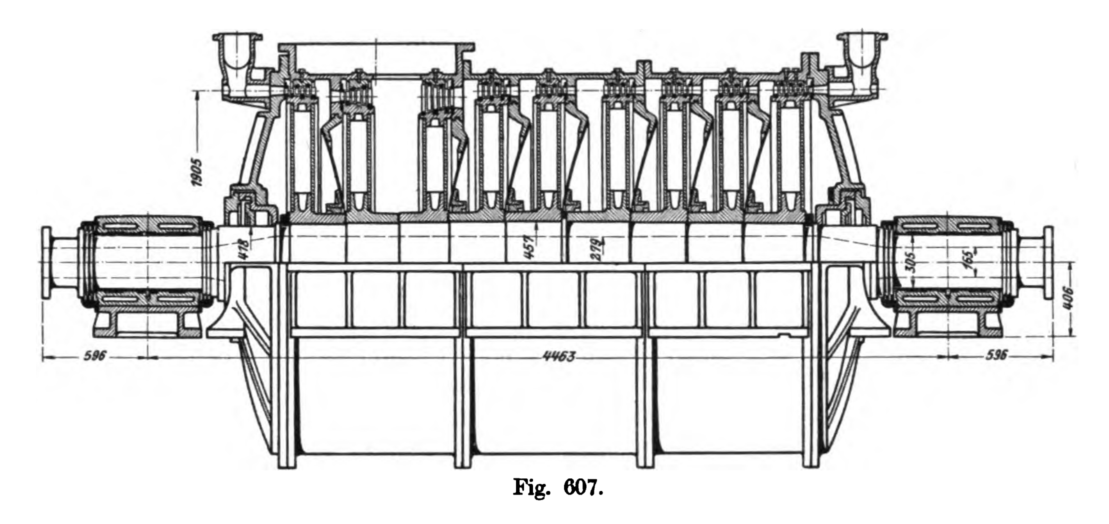


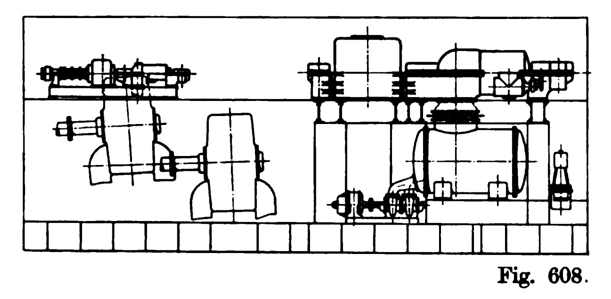
Fig. 607.

E. Mittelbarer Schraubenantrieb mit Herabsetzung der Umlaufzahl.

139. Elektrische Übertragung der Turbinenleistung auf die Schraubenwelle.

Die elektrische Übertragung der Turbinenleistung auf die Schraubenwelle ermöglicht es, die Turbine mit der für ortsfeste Anlagen geeigneten günstigsten Umlaufzahl zu betreiben und dennoch der Schraube die zur Erzielung guten Wirkungsgrades erforderliche kleine Umdrehungszahl zu erteilen. Außerdem wäre die Umsteuerung rein elektrisch leicht zu bewerkstelligen.

Man hat an diese Übertragung eine zeitlang große Hoffnungen geknüpft, die sich nicht erfüllt haben, da dem Gewinn an Turbinenleistung das große Gewicht



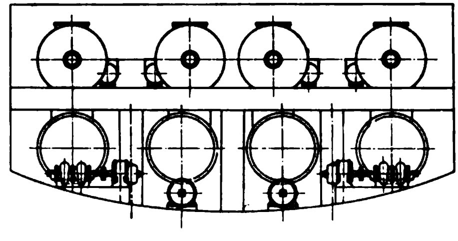


Fig. 608.

und die Kosten des elektrischen Generators und Motors gegenüberstehen. Auch im Raumbedarf ist die Anlage keineswegs besonders günstig. Man erkennt dies aus der von der A.-G. Brown, Boveri & Cie. stammenden, für ein Linienschiff bestimmten Projektskizze (Fig. 608) mit 4 Turbinen zu je 4000 KW Leistung und 1500 Uml./min, während die Propeller 200 Uml./min machen würden.

139a. Der „Transformator“ von Föttinger.

Föttinger beabsichtigt durch eine hydraulische Kraftübertragung die Möglichkeit zu schaffen, daß die Umlaufzahlen der Turbinen- und Schraubenwelle unabhängig voneinander dem günstigsten Wirkungsgrad entsprechend festgesetzt

Digitized by Google

werden können. In seiner bemerkenswerten Beschreibung des „Transformators"[1]) weist er auf mannigfache Nachteile hin, mit welchen, abgesehen von dem Zwange der Drehzahlherabsetzung, die direkte Kupplung von Turbine und Schraube verbunden ist. So soll die Kavitation der auf hohen Flächendruck beanspruchten Schrauben zu Korrosionserscheinungen geführt haben, die oft nach kurzer Fahrtdauer in der Nähe der Flügelwurzel zentimetertiefe Einfressungen ergeben haben. Diese hohe Belastung bewirkt weiterhin, daß sonst gute Turbinenschiffe bei Vermehrung des Widerstandes durch Gegenwind oder hohen Seegang an Geschwindigkeit stark einbüßen. Alle Rückwärtsturbinen laufen im Vakuum mit 30—40° C Temperatur und werden unvermittelt dem Einflusse des heißen Kesseldampfes ausgesetzt. Dies muß nach den Erörterungen über die Wirkung plötzlicher Temperaturerhöhung nicht bloß als unerwünscht, sondern geradezu als bedenklich bezeichnet werden. Föttinger erachtet die Vergrößerung der Rückwärtsleistung als dringend notwendig. Für ein leichtes Torpedoboot von 600 t Gewicht und 12000 PS Vorwärtsleistung bleibt zwar bei 30 v. H. Rückwärtsleistung noch immer ein Betrag von 6 PS pro Tonne für die Verzögerung übrig; bei einem Linienschiff mit 20000 t Verdrängung und 30000 PS Maschinenkraft sind aber bei der üblichen Rückwärtsleistung von 40—45 v. H. nur noch 0,6—0,7 PS verfügbar, was gewiß Gefahren heraufbeschwören kann.

Es liegt daher auf der Hand, daß eine hydraulische Übertragung die leicht eben so große Rückwärtsleistungen gewährt wie die Kolbenmaschine, eine vorzügliche Umgehung der beschriebenen Schwierigkeiten bildet, falls ihr Wirkungsgrad die erforderliche Höhe erreicht. Nun ergeben nach

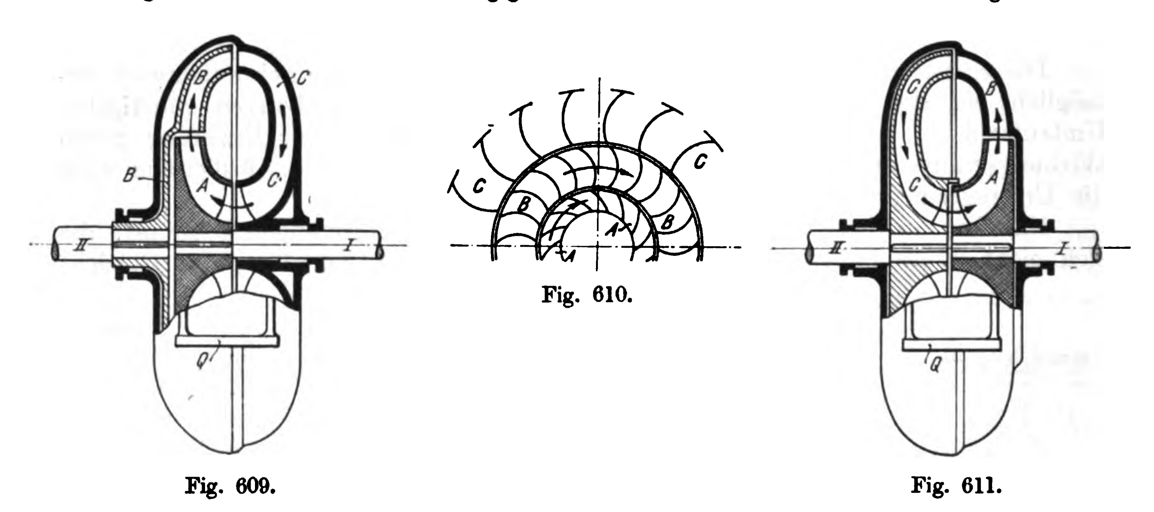


Fig. 609. Fig. 610. Fig. 611.

Föttinger große und richtig gebaute Schrauben der Kolbenmaschinen Wirkungsgrade von 76—80 v. H., während bei den rasch laufenden Turbinenschrauben allerhöchstens 62 und ganz ausnahmsweise 73 v. H. festgestellt worden sind. Im Mittel darf man daher mit Sicherheit annehmen, daß der Wirkungsgrad der Turbinenschraube um 10—15 v. H. hinter dem erreichbaren Maximum zurückbleibt. Zu diesem Verlust gesellt sich eine entsprechende Einbuße an Turbinenwirkungsgrad, im Vergleich mit den Ergebnissen, die bei der ortsfesten Ausführung erreicht worden sind. Wie aus unseren vorherigen Mitteilungen hervorgeht, liegen die thermodynamischen Wirkungsgrade der ausgeführten Schiffsturbinen, bezogen auf die effektive Leistung, etwa zwischen 50 und 58 v. H., höchstens 64 v. H., während für die festländische Turbine 70 v. H. mit Sicherheit nachgewiesen worden sind. Föttinger rechnet mit 12—13 v. H. Verbesserung bei Sattdampf, was mit 10—15 v. H. Gewinn am Propeller 22—28 v. H. Unterschied ausmacht, so daß eine hydraulische Übertragung schon mit 78, ja 72 v. H. Wirkungsgrad in Hinsicht des Dampfverbrauches mit der direktwirkenden Turbine gleichwertig wäre und bereits die Vorteile voller Rückwärtsleistung, größerer Seetüchtigkeit und Betriebssicherheit darböte.

[1]) Eine neue Lösung des Schiffsturbinenproblems. Jahrb. d. Schiffsbautechn. Gesellsch. 1910.

Digitized by Google

Föttinger hat nun in seinem hydraulischen Getriebe, Fig. 609, die Gewähr geschaffen, daß der Wirkungsgrad die angegebenen Beträge nicht bloß erreicht, sondern übertrifft, vermöge der innigen Verbindung von Kreiselpumpe und Turbine. Auf der Turbinenwelle I sitzt die Kreiselpumpe A, die in unmittelbarster Weise die Turbine B auf der Schraubenwelle II beaufschlagt, wobei durch geeignete Wahl der Schaufelungen das gewünschte Übersetzungsverhältnis der Umlaufzahlen erzielt wird. Die feststehende Leitungsbahn C führt das Treibmittel im Kreislauf zur Pumpe zurück und sorgt durch eingebaute Schaufeln für die richtige Geschwindigkeits-Umlenkung, wie die Abwicklung der Schaufelschnitte in eine Ebene (Fig. 610) veranschaulicht.

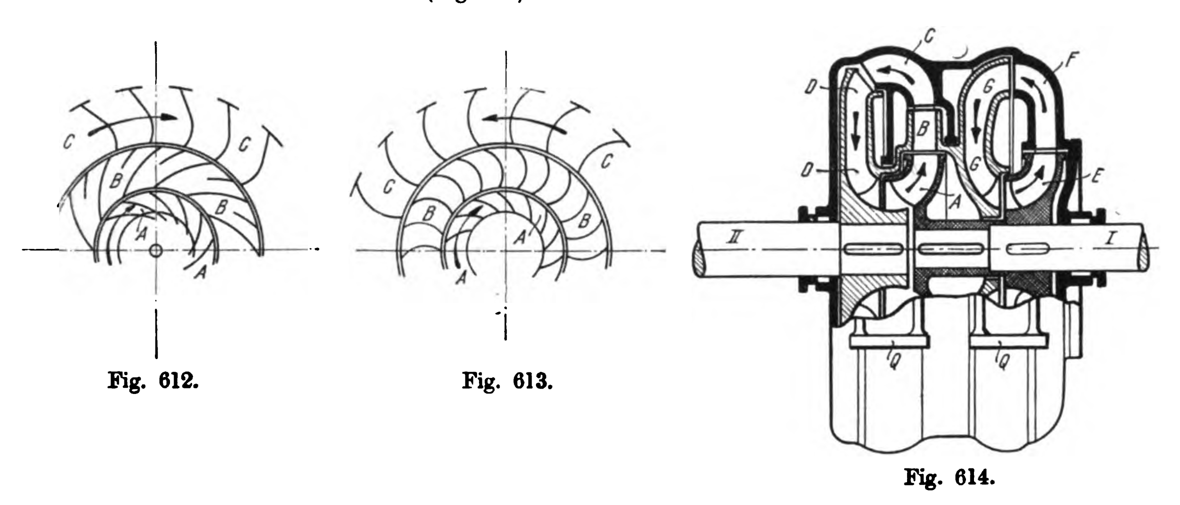


Fig. 612. Fig. 613. Fig. 614.

Die Fig. 611 stellt eine verwandte Anordnung dar, bei welcher die Turbine C von außen beaufschlagt wird, und welche sich zur Ausbildung für gleichen Drehsinn der beiden Wellen (Fig. 612) oder entgegengesetzten Drehsinn (Fig. 613) eignet. Durch Vereinigung zweier solcher Antriebe entsteht in Fig. 614 der umsteuerbare „Umformer“, in welchem indessen die Turbine für den Vorwärtsgang zweistufig ausgeführt ist, und von den miteinander verbundenen Lauf-

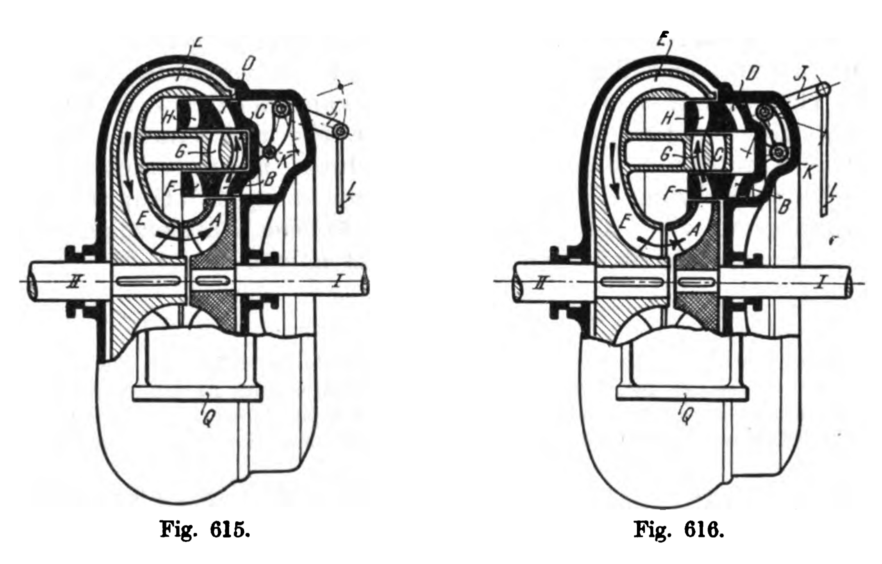


Fig. 615. Fig. 616.

rädern B und D gebildet wird. Die Rückwärtsturbine G ist einstufig. Das Umstellen auf Rückwärtsfahrt erfolgt, indem man das Gehäuse der Vorwärtsturbine entleert, dasjenige der Rückwärtsturbine mit Treibmittel anfüllt, während die Dampfturbine mit unveränderlichem Drehsinn weiterläuft. Man wendet zwei oder mehr Stufen an, wenn ein hohes Übersetzungsverhältnis verlangt wird.

Die gleiche Aufgabe wird mit einem einzigen Kreislauf gelöst, indem nach Fig. 615 ein verschiebbares Leitrad und in der ersten Turbinenstufe zwei Laufschaufelsysteme angeordnet werden. Kreislauf $ABCDE$ dient für den Vorwärtsgang, Kreislauf $AFGHE$ für den Rücklauf gemäß Fig. 616. Die zweite Turbinenstufe E vermindert bei Rücklauf die Leistung ein wenig, unter-

Digitized by Google

stützt aber die Wirkung beim Vorwärtsgang. Es können im übrigen beide Kreisläufe stets im Zusammenhang belassen, aber der eine durch Schieber u. a. untätig gemacht werden.

Die Regelung, d. h. die Anpassung der Leistung an die Schiffsgeschwindigkeit erfolgt in der Hauptsache selbsttätig. Bei konstanter Übersetzung verändert sich die aufgenommene Leistung wie die dritte Potenz der Umlaufzahl, und das gleiche Gesetz gilt angenähert für den Propeller, so daß nach Einstellung des Dampfdruckes oder der Düsenzahl die Umlaufzahl von selbst auf das der Schiffsgeschwindigkeit entsprechende Maß sinkt. Der Wirkungsgrad bleibt in weiten Grenzen unverändert. Mit der Herabsetzung der Turbinenumlaufzahl wird ihr Wirkungsgrad wohl auch abnehmen, indessen dank einer von Föttinger getroffenen vorteilhaften Maßnahme in weit geringerem Grade als beim direkten Antrieb. Bei diesem nimmt der Wirkungsgrad der Turbine gemäß Fig. 617 mit der Leistung ständig ab. Die Umformerturbine hingegen kann mit so hohen Umfangsgeschwindigkeiten (bzw. Stufenzahlen) arbeiten, daß bei forcierter Fahrt der Scheitel der Parabel bereits überschritten wird. So ergibt sich bei halber Umlaufzahl mit Umformer noch ein Wirkungsgrad von 53,5 v. H., ohne Umformer nur 39 v. H., daher der Umformer noch größere Überlegenheit besitzt als bei voller Leistung.

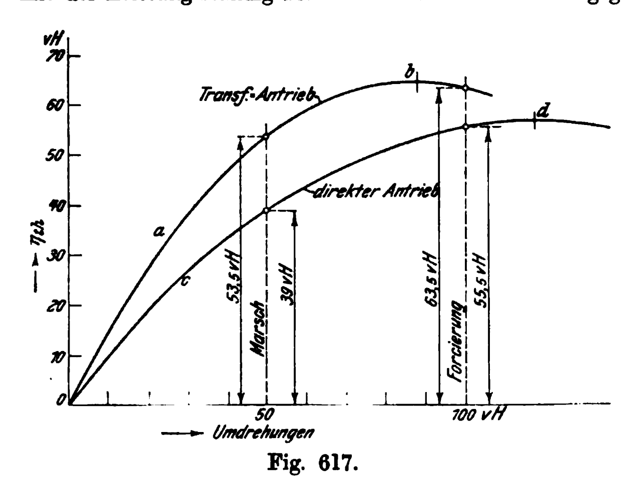


Fig. 617.

Es besteht die Absicht, den Umformer auch für stationäre Zwecke, wie Antrieb von Walzenstraßen u. a., auszuführen. Für diese ist eine Veränderlichkeit des Übersetzungsverhältnisses erwünscht und durch Umstellen des Kreislaufes auf mehr oder weniger Turbinenstufen geplant, womit noch eine Beeinflussung der kreisenden Treibmittelmenge durch Schieber, Drehschaufeln u. a. verbunden sein kann.

Die Föttingersche Anordnung besitzt folgende Vorteile: 1. Die Länge des Reibungsweges wird auf ein Minimum herabgesetzt. 2. Der sonst unvermeidliche Auslaßverlust der Turbine und Pumpe wird erspart. 3. Die doppelte Energieumsetzung von Geschwindigkeit in Druck und umgekehrt, der sonst im Effusor der Pumpe und dem Leitrad stattfindet, ist vermieden. 4. Durch Zuhilfenahme eines Standrohres oder einer Pumpe kann der Druck im Gehäuse willkürlich gesteigert werden, so daß negative Drücke und daraus folgende Übelstände, wie Korrosionen durch die Wirbelbildung, nicht vorkommen können. Die auf diesen Erwägungen fußende Vorausberechnung Föttingers führte auf einen Wirkungsgrad von 80—82 v. H. bei 4—5facher Übersetzung, welche Erwartung die Versuchsergebnisse vollauf bestätigt haben.

Die Versuchsausführung.

Die Maschinenbau-A.-G. „Vulkan" in Stettin führte im Jahre 1907 die in Fig. 618 (Tafel VIII) dargestellte Umformeranlage aus, mit der zunächst im Prüffeld der Anstalt eingehende Versuche unternommen und die in Fig. 619 und 620 veranschaulichten Ergebnisse festgestellt wurden. Später wurde der Umformer in ein kleines Boot eingebaut, wo sich sämtliche Einrichtungen aufs beste bewährt haben.

Der Vorwärtskreislauf *ABCD* ist zweistufig, der Rückwärtskreislauf *EFG* einstufig. Die Umsteuerung erfolgt durch den unten sichtbaren entlasteten Steuerschieber, der von der „Rückförderpumpe" für den Vorwärtsgang das Wasser durch die Kanäle *P*, *N*, für den Rücklauf durch *Q*, *O* in den Umformer leitet. Die Entleerung erfolgt durch die Ringräume *R*, *S*.

Die Versuche ergaben, daß die primäre Leistung in Übereinstimmung mit der Theorie der dritten Potenz der primären Umlaufzahl proportional und nahezu unabhängig von der sekundären Umlaufzahl ist. Das sekundäre Moment nimmt bei konstanter Primärdrehzahl nahezu geradlinig ab und besitzt beim Anlassen einen für rasches Anspringen günstigen hohen Wert. **Der Höchstwert des Wirkungsgrades war 88 v. H.** und trat sehr nahe beim rechnungsmäßigen Übersetzungsverhältnis auf. Schon bei 5 PS Primärleistung ist der Wirkungsgrad 70 v. H., bei 40 PS sogar 80 v. H. Der einstufige Rückwärtsumformer gab 70 v. H. Wirkungsgrad, so daß 85 v. H. der Vorwärtsleistung für den Rücklauf verfügbar sind.

Digitized by Google



Tafel VIII.

mpfzugangsrohr
70 L.W.
Auspuff nach Kondensator
340
450
1320
1100
Z
C.W.L.
vorn
160
140
110
Regulator
Tank
Rückförderpumpe
21
22
23

Zu Seite 538.

Digitized by Google

Digitized by Google

Bei der Beurteilung dieser Wirkungsgrade darf nicht außer acht gelassen werden, daß die Verlustwärme des Transformators fast vollständig zurückgewonnen werden kann. In der Tat wird die gesamte Reibungsarbeit unmittelbar als Wärme an das Treibmittel übertragen, und wenn wir das Kesselspeisewasser selbst als Triebmittel verwenden, wird eine Vorwärmung von 20—25° C

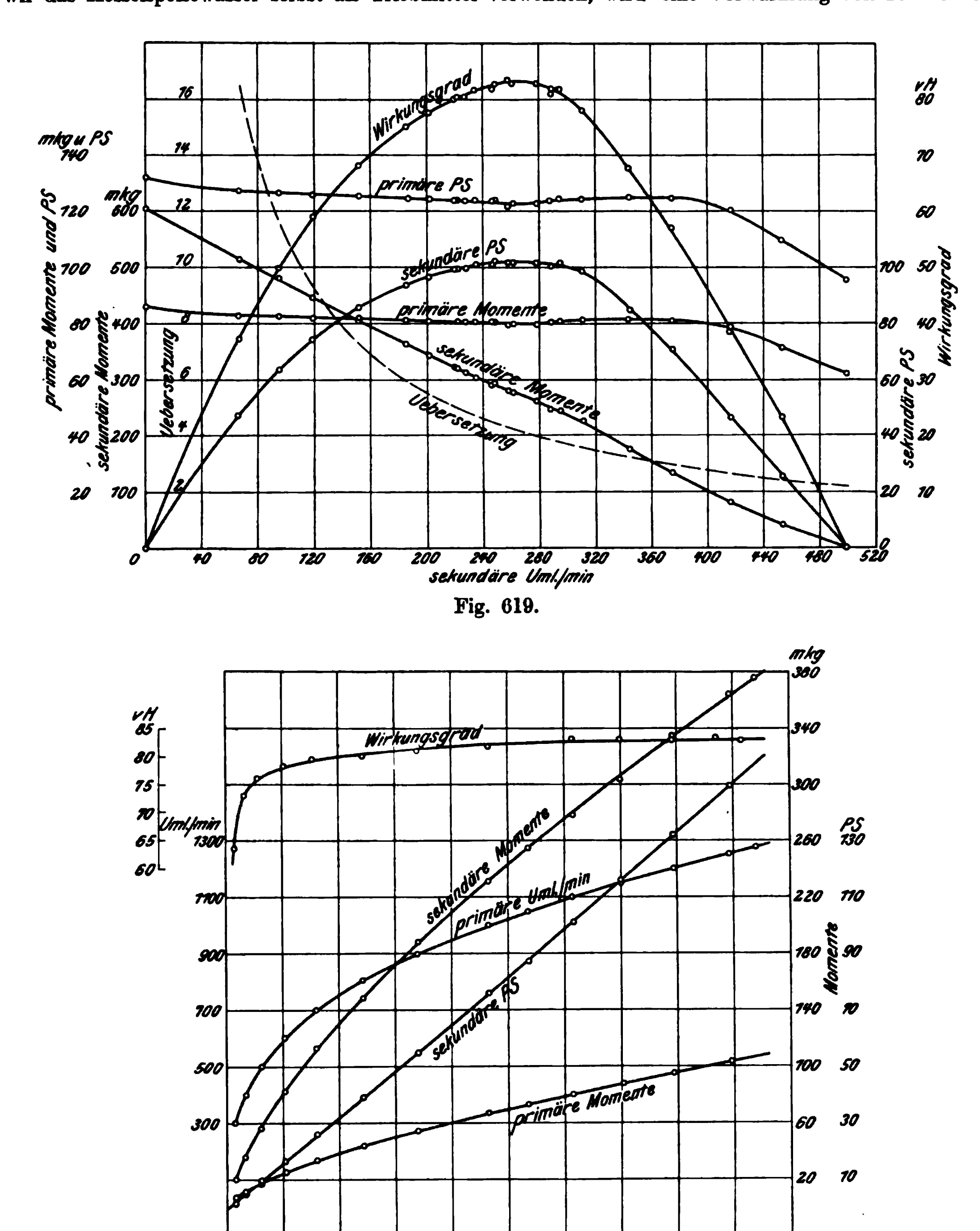


Fig. 619.

Fig. 620.

erreicht. Dies bedeutet einen Wärmegewinn von 3—4 v. H., und daher besitzt der geprüfte Umformer eigentlich einen Gesamtwirkungsgrad von rd. 86 v. H.

Beim Einbau in das Versuchsschiff wurde die primäre Umlaufzahl von 1000 auf 1750, die sekundäre auf 318 gesteigert, was einer Vergrößerung der Leistung auf 500 PS entspricht. Die

Digitized by Google

Manövrierfähigkeit war wie zu erwarten vorzüglich. In 4—5 Sekunden nach Umlegen des Steuerhebels steht die Sekundärwelle still und erreicht nach weiteren 10 Sekunden 200—250 Rücklaufumdrehungen i. d. Min. Der Kraftbedarf der Rückförderpumpe ist bloß etwa $^3/_4$ v. H. der Turbinenleistung.

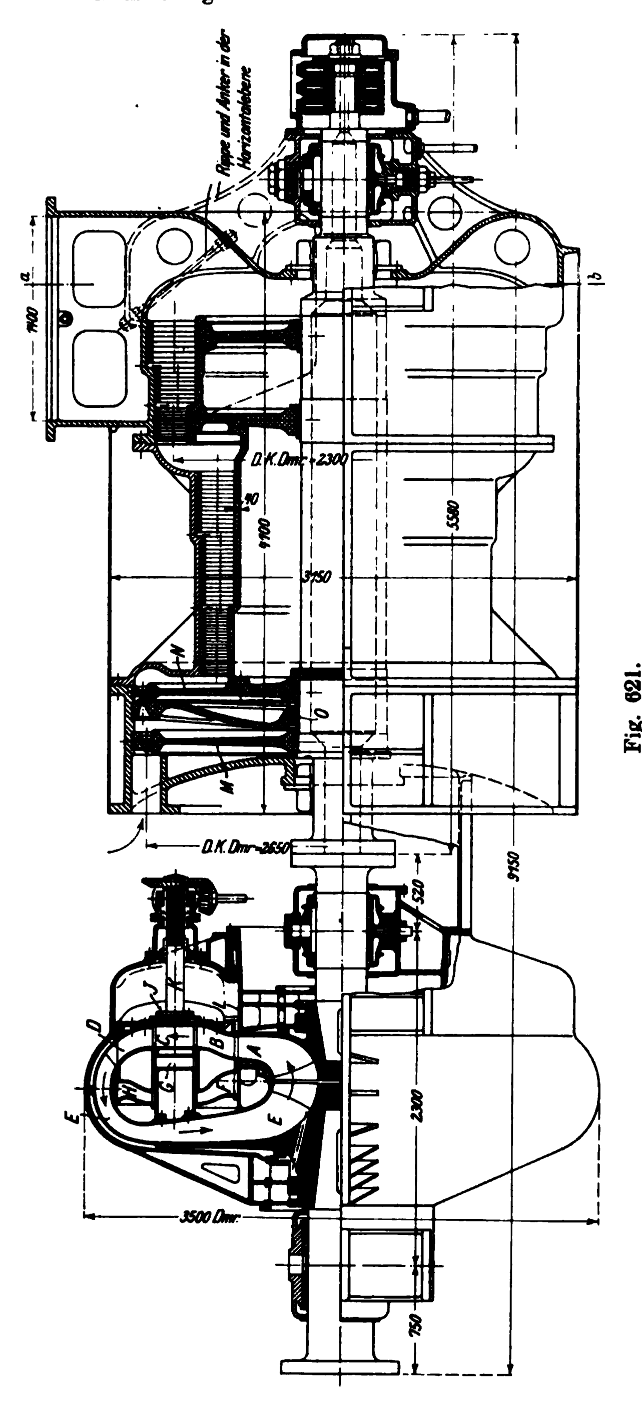


Fig. 621.

Raum- und Gewichtsersparnis.

Die Leistung variert wie die 3. Potenz der Drehzahl und die 5. Potenz der linearen Dimension. Föttinger bringt Vergleiche des Raum- und Gewichtsbedarfes nur für Schiffsgeschwindigkeiten von 20—30 Seemeilen i. d. St., also in dem Gebiet, in welchem die direkte Kupplung mit der Kolbenmaschine überhaupt wettbewerbsfähig ist. Fig. 621 stellt den Umformer samt Turbine für ein Panzerschiff mit Dreiwellenanordnung dar, wobei jede Turbine 10000 PS, bei 720 Umdr. i. d. Min. leistet, während die Schraube 125 Uml./min macht. Wie durch Dispositionspläne bewiesen wird, beträgt die Raumersparnis rd. 30 v. H.

Das Gewicht dieser 10000 PS Turbinen-Anlage bei direktem Antrieb ist 592 t, dasjenige der Turbinen mit Umformern und Wasserfüllung 376 t; einschließlich der Wellenleitung und der Propeller sind die Gesamtgewichte 724 und 601 t. Bei direktem Antrieb muß also um (724 — 601) : 601 ∼ 20 v. H. mehr Gewicht eingebaut werden. Der Unterschied kann vergrößert werden, wenn man den Umformer mehr in die Nähe der Schraube rückt, so daß statt der schweren Schraubenwelle die leichte Turbinenwelle den Hauptteil der Leitung ausmacht. Föttinger rechnet übrigens auf rd. 4 v. H. Mehrleistung der Anlage.

An einer Torpedobootanlage von 3700 PS Leistung pro Turbine und 800 Uml./min bei direkter Kupplung wird nachgewiesen, daß selbst diese raschlaufenden Fahrzeuge Ersparnisse an Raum und Gewicht zu machen gestatten.

Ein Vergleich mit den Kolbenmaschinen des „Kaiser Wilhelm II" führt sodann zu ganz beträchtlichen Unterschieden, indem jede dieser Maschinen einen Raum von 23 m Länge und 13 m Höhe beansprucht, während der gleichwertige Umformer mit 600/100 Uml./min nur 13 m Länge und 6,4 m Höhe besitzt. Da nach Messungen Föttingers an einer ähnlichen Vierfach-Expansionsmaschine des „Georg Washington" der stündliche Dampfverbrauch 6,4—6,5 kg/PS$_i$ und mit dem Torsionsindikator gemessen 6,8 kg/PS$_e$ beträgt, bietet der Umformer die gleiche Ökonomie, falls die Turbine nicht mehr als 5,6 kg/PS$_e$-st Dampf verbraucht und die Umformung mit 82,4 v. H. Wirkungsgrad vor sich geht.

Nach diesen Angaben kann es keinem Zweifel unterliegen, daß der Transformator ein hoher Beachtung wertes Hilfsmittel des Schiffsturbinenantriebes ist, und man darf mit Spannung seiner praktischen Erprobung im Großen entgegensehen.

Digitized by Google

139b. Zahnradübertragung.

Den Gedanken, Tausende von Pferdekräften mittels Zahnradübersetzung an Bord von Schiffen von einer rasch laufenden Turbine auf die langsam laufende Schraube zu übertragen, hätte man noch vor kurzem für undiskutabel erklärt. In neuester Zeit ist indessen auf Anregung des amerikanischen Rear-Admirals W. Melville und J. H. Macalpine von der Westinghouse Machine Co. ein Versuch großen Maßstabes nicht nur unternommen, sondern, wenn auch zunächst am Festland, mit Erfolg durchgeführt worden. Das Getriebe bestand[1]) aus zwei Schraubenrädern mit folgenden Abmessungen:

Zähnezahl des Ritzels	35
Durchmesser des Ritzels	356 mm
Zähnezahl des getriebenen Rades	176
Durchmesser des „ „	1778 mm
Zahnteilung	31,75 mm
Zahnneigung gegen die Achse	30°
Umlaufzahl des Ritzels	1500 Min.
Umfangsgeschwindigkeit des Ritzels	27,9 m/sek
Liniendruck auf 1 cm Zahnlänge	81 kg.

Um den Zahndruck stets vollkommen gleichmäßig zu machen, ist das Ritzel in zwei Hälften von je 500 mm Länge geteilt und mittels dreier Lager in einem Rahmen gelagert, der in der Vertikalebene elastisch um den Mittelpunkt der beiden Ritzel verdrehbar ist. Sollte auf die eine Hälfte ein größerer Zahndruck ausgeübt werden als auf die andere, gibt die erstere nach, bis Gleichgewicht erreicht ist. Die Turbinenwelle ist zu diesem Behufe tunlichst dünn und lang.

Bei der Erprobung wurden in 40stündigem Dauerversuch 6000 PS übertragen und 98,5—99 v. H. Wirkungsgrad erreicht. Die Gesellschaft glaubt mit dem Getriebe selbst 10000 PS übertragen zu können, wobei die Biegungsspannung der Zähne etwa 540 kg/qcm, der Liniendruck auf 1 cm Zahnlänge $81 \cdot \frac{10}{6} = 133$ kg betragen sollte. Der Eingriffsbogen der Evolventenverzahnung soll 2 Teilungen + 6 mm betragen, womit freilich die Berechnung des Zahndruckes nicht ganz übereinstimmt.

Das Gewicht einer Westinghouse-Turbine für 3000 PS Leistung bei 1000 Uml./min wird mit 27 t angegeben, indes ohne Erwähnung, ob die hier unentbehrliche Rückwärtsturbine eingeschlossen ist; das dazu gehörige Getriebe wiegt 25 t. Die Raum- und Gewichtsersparnis bei Kriegsschiffen, wie Dreadnought oder der Mauretania, soll bis an 50 v. H. betragen.

Das Hauptbedenken gegen die Zahnradübersetzung ist die Frage der Abnutzung und der Erschütterung (des Geräusches und der Möglichkeit von Zahnbrüchen) bei eintretendem Verschleiß der Zähne und der Lager. Der 40stündige Versuch ist in dieser Hinsicht nicht beweiskräftig und ein abschließendes Urteil kann erst nach längerem praktischem Betriebe gefällt werden. Schon jetzt verdienen jedoch die Energie und der Unternehmungsgeist der Westinghouse-Gesellschaft, durch die wir um eine wichtige Erfahrung reicher geworden sind, alle Anerkennung.

---

[1]) Nach Engineering 1909, Sept. 17, S. 377 und 1909, Dez. 3, S. 763.

Digitized by Google

VIII. Turbinen für Sonderzwecke.

140. Die Abdampfturbine.

Es gibt insbesondere im Berg- und Hüttenwesen Auspuffmaschinen, die infolge der besonderen Betriebsanfordernisse zeitweilig oder dauernd mit großer Füllung arbeiten müssen. Den naturgemäß großen Dampfverbrauch derselben hat man durch Einführung der Verbundwirkung und der Kondensation herabzusetzen getrachtet. Erstere bedeutet indes eine Komplikation in der Handhabung der Maschine, letztere nützt wegen des hohen Enddruckes der Expansion nur einen kleinen Teil der Arbeitsfähigkeit des Dampfes aus. Es gebührt Rateau das Verdienst, erkannt zu haben, daß die Belassung des Auspuffbetriebes und Aufnahme des Dampfes in einer mit Kondensation arbeitenden Turbine weit mehr Arbeitsausbeute verspricht.

In der Tat gewinnen wir durch die Kondensation bei unverändertem Zylinderinhalt nach Fig. 622 nur die Arbeitsfläche L_1, während die Überleitung in eine Turbine einer Fortsetzung der Expansion bis auf den Gegendruck entspricht, daher als Gewinn die Fläche L_2 ergibt. Für diese darf obendrein das Vakuum, weil leicht erreichbar, weit tiefer angesetzt werden als für die Kolbenmaschine.

Fig. 622.

Die Schwierigkeit, daß die vor allem in Betracht kommenden Fördermaschinen und Walzenzugsmaschinen einen intermittierenden Betrieb haben, und die Abdampfturbine in den Pausen ohne Triebmittel bliebe, wurde von Rateau durch die Aufstellung eines Wärmespeichers überwunden. Dieser besteht aus einem zwischen Fördermaschine und Turbine eingeschalteten Hohlgefäß, dessen Wasserinhalt den eintretenden Abdampfüberschuß kondensieren soll, während in den Pausen umgekehrt die eintretende Druckerniedrigung eine Verdampfung mit Hilfe des aufgespeicherten Wärmevorrats veranlaßt.

Theorie des Wärmespeichers.

Es bedeute:

dG_1 das während des Zeitelementes dz in den Wärmespeicher eintretende Dampfgewicht mit dem Zustand p_1, t_1, x_1, i_1;

dG_2 desgleichen die austretende Menge mit dem Zustande p_2, t_2, x_2, i_2;

G_0 das Wassergewicht des Wärmespeichers;

$dG_0 = dG_1 - dG_2$ die Zunahme des Gewichtes.

Die eintretende Energie beträgt $dG_1 i_1$, die austretende Energie $dG_2 i_2$.

Die Zunahme der Eigenenergie des Wärmespeichers ist $d(G_0 q)$, wo q die Flüssigkeitswärme bedeutet.

Digitized by Google

Indem man die kinetische Energie des strömenden Dampfes vernachlässigt, liefert das Energieprinzip die Beziehung

$$i_1 dG_1 = i_2 dG_2 + d(G_0 q) \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

In dieser Gleichung müßte nun bekannt sein, um wie viel sich die Temperatur des Wasserinhaltes von der Temperatur des eintretenden Dampfes unterscheidet. Je inniger die Durchdringung und Durchmischung der beiden stattfindet, um so kleiner ist der Unterschied.

In Ermangelung genauer Erfahrungswerte begnügen wir uns mit einer Annäherung, indem wir $t_1 = t_2 =$ der Temperatur des Wärmespeichers setzen. Dann kann man Gl. (1) in der Form

$$i(dG_1 - dG_2) = G_0 dq + (dG_1 - dG_2)q$$

oder mit $r = i - q$ als Verdampfungswärme:

$$r(dG_1 - dG_2) = G_0 dq \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

schreiben. Die Änderung dq ist angenähert $= c dt$ oder $= dt$, und so kann aus Gl. (2) die Temperatur-, daher auch die Druckzunahme des Wärmespeichers berechnet werden, falls die übrigen Größen bekannt sind.

Es möge nun der intermittierende Betrieb von der einfachen Beschaffenheit sein, daß während z_1 Sekunden das sekundliche Gewicht G_1 dem Behälter zugeführt wird, während z_2 Sekunden aber keine Lieferung vorhanden ist. Die Entnahme möge unveränderlich G_2 kg/sek betragen. Im Beharrungszustand ist

$$G_1 z_1 = G_2(z_1 + z_2) \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

und dient zur Bestimmung von G_2. Die größte Temperatur- und Druckänderung ermittelt man leicht mit Hilfe von Gl. (2), wenn man sich die weitere Annäherung erlaubt, auf der linken Seite für r einen Mittelwert r_m einzuführen. Dann ist für das Ende der Periode z_1

$$r_m (G_1 - G_2) z_1 = G_0(q_2 - q_1) \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Ist G_0 gegeben, so kann $q_2 - q_1$, also auch die Druckzunahme berechnet werden; umgekehrt wird aus einem vorgeschriebenen Druckunterschied der Wert $q_2 - q_1$ also aus (4) der Wasserinhalt G_0 zu ermitteln sein.

Die Berechnung und Konstruktion einer Abdampfturbine unterscheidet sich in nichts von der einer normalen Anlage. Naturgemäß müssen der Bemessung der niedrigste Druck und die größte Leistung zugrunde gelegt werden. Die zweiseitige Abströmung beispielsweise bei Parsonsturbinen gewinnt hier große Berechtigung, da schon bei etwa 500 KW Leistung die Schaufeln ausreichend lang werden.

Verbindung einer Frischdampf- und einer Abdampfturbine.

Für gewöhnlich wird die Abdampfturbine mit einem selbsttätigen Ventil versehen, welches bei zu starkem Sinken des Druckes Frischdampf zuführt, damit die Turbine nicht stecken bleibt. Ist der Betrieb so beschaffen, daß die Zufuhr frischen Dampfes für längere Zeitperioden erforderlich ist, so lohnt es sich, eine besondere Hochdruckturbine vorzuschalten, die die Arbeitsfähigkeit des Dampfes zwischen Kessel- und Auspuffdruck ausnützt.

Fig. 623 stellt eine solche gemischte Turbine von Rateau dar, die 800 PS. bei 3800—4000 Umdr./min. sei es mit Abdampf von 1 kg/qcm abs. Druck, sei es gemischt oder allein mit Frischdampf von 6,5 kg/qcm abs., leistet.

Leistungsversuche an dieser Turbine lieferten folgende Ergebnisse:

Betriebsart	Mit Kesseldampf	Mit Abdampf
Umlaufzahl pro Min.	4050	4056
Abs. Druck vor dem Leitrad kg/qcm .	6,42	1,10
„ im Abdampfrohr „ .	0,088	0,175
„ im Kondensator „ .	0,041	0,090
Nutzleistung PS	809,3	706,7
Dampfverbrauch für die PS_e-st	6,71	13,27

Infolge zu enger Abdampfrohre hat sich zwischen Turbine und Kondensator ein starker Druckabfall eingestellt, der den Dampfverbrauch ungünstig beeinflußte. Der thermodynamische Wirkungsgrad bei Abdampfbetrieb ist indes gut und erreicht nach Rateaus Angabe 70 v. H. Nach einer


Digitized by Google

Schätzung des Maßstabes der Zeichnung beträgt die Umfangsgeschwindigkeit im Teilkreis etwa 160 m/sek, und dies erklärt die kleine Stufenzahl der Turbine.

Eine konstruktiv gefällige Ausführung der gemischten Turbine von der A.-G. Brown, Boveri & Cie. ist in Fig. 624 abgebildet. *A* ist die Abdampfzufuhr zur Doppelturbine mit Zusammenfluß

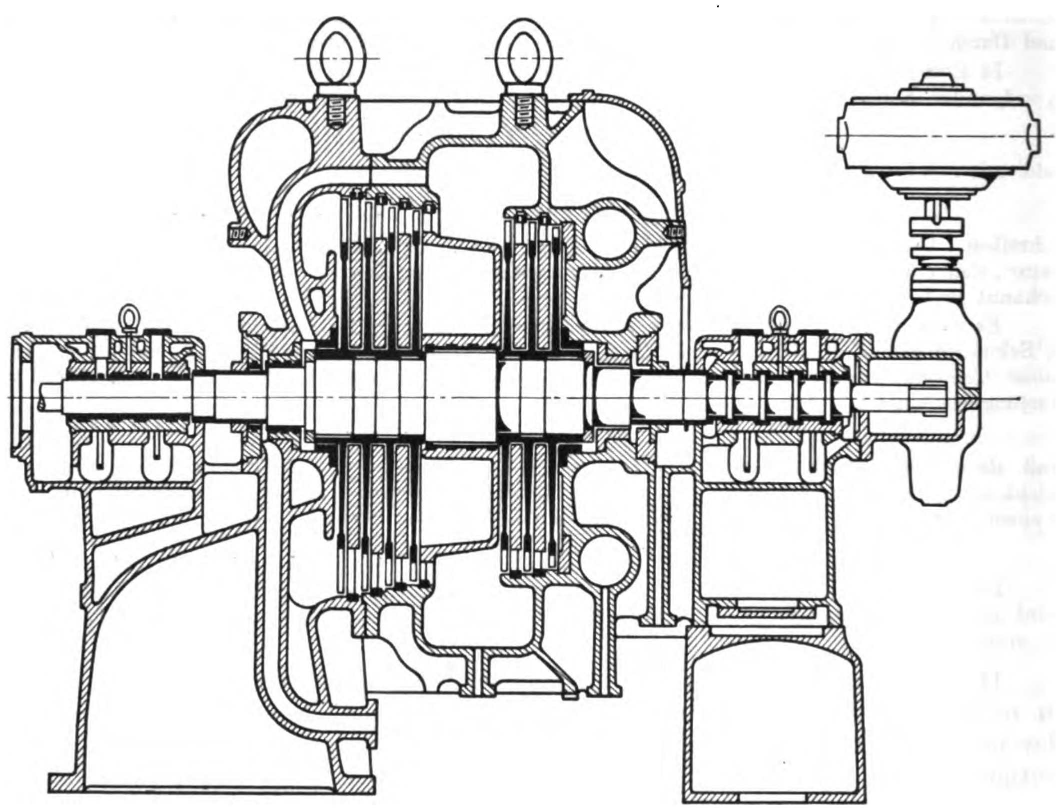


Fig. 623.

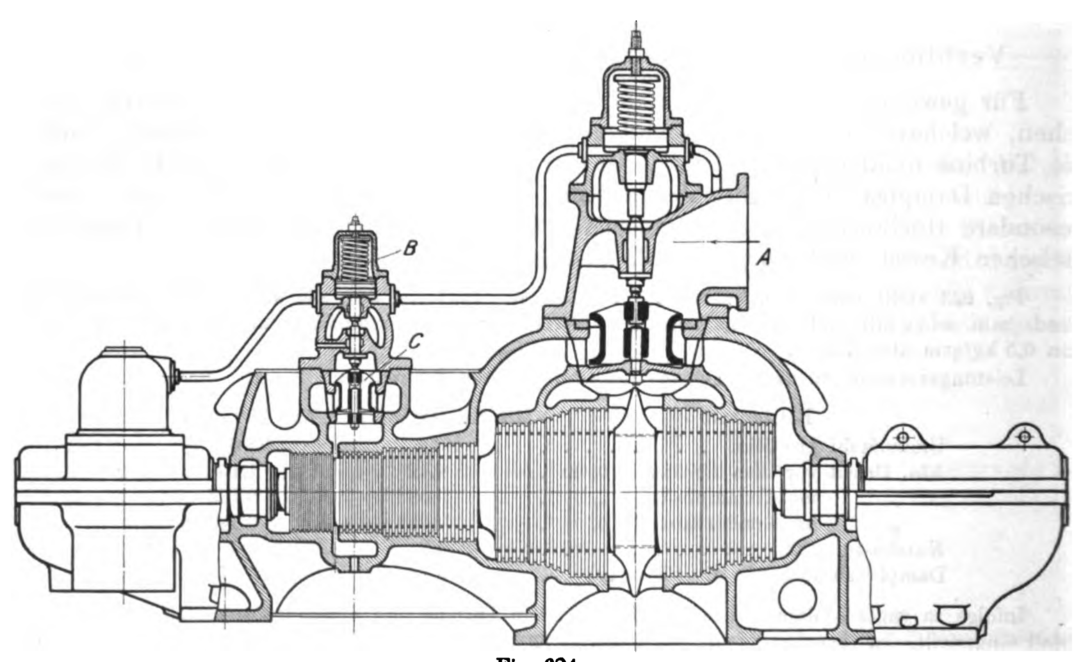


Fig. 624.

Digitized by Google

in der Mitte. Ist die Leistungsfähigkeit derselben erschöpft, indem das Steuerventil nicht mehr steigen kann, während der Regler den Öldurchfluß in der Regulierleitung noch weiter drosselt, so wird die auf größere Kraft eingestellte Feder B und das zugehörige Frischdampfventil C durch den Öldruck angehoben.

141. Turbinen mit Zwischendampfentnahme.

In vielen Industriezweigen wird Dampf zu Heiz-, Koch-, Trockenzwecken u. a. mit Drücken zwischen etwa 1—5 kg/qcm abs. benötigt, den man mit Vorteil der Zwischenstufe einer Dampfturbine entnimmt, indem dann der Wärmeinhalt der der Expansion desselben zwischen Kesseldruck und dem Gegendruck entspricht, von der Strahlung und Lagerreibung abgesehen, theoretisch vollkommen in Arbeit umgewandelt wird, denn die innere Verlustwärme bleibt dem Dampfe einverleibt und wird in der Heizung nützlich verwertet.

Um den Druck in der Heizleitung unveränderlich zu erhalten, wird von der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft, Berlin, die Turbine in einen Hochdruck- und einen Niederdruckteil getrennt und zwischen die beiden ein Drosselventil D (Fig. 625) eingeschaltet, welches durch einen eigenen Kraftkolben A mittels Steuerventiles B durch den auf Kolben C wirkenden Heizdampf so betätigt wird, daß mit sinkender Dampfentnahme, also steigendem Druck vor dem Drosselventil, dieses mehr angehoben wird, bis nahezu der alte Druck hergestellt ist.

Die Zustellung arbeitet mit „Rückführung“ genau wie das Regulatorkraftgetriebe, d. h. als ob ein Regler bei C angreifen würde. Der zulässige Druckunterschied und der absolute Betrag des Gegendruckes wird durch Feder E eingestellt.

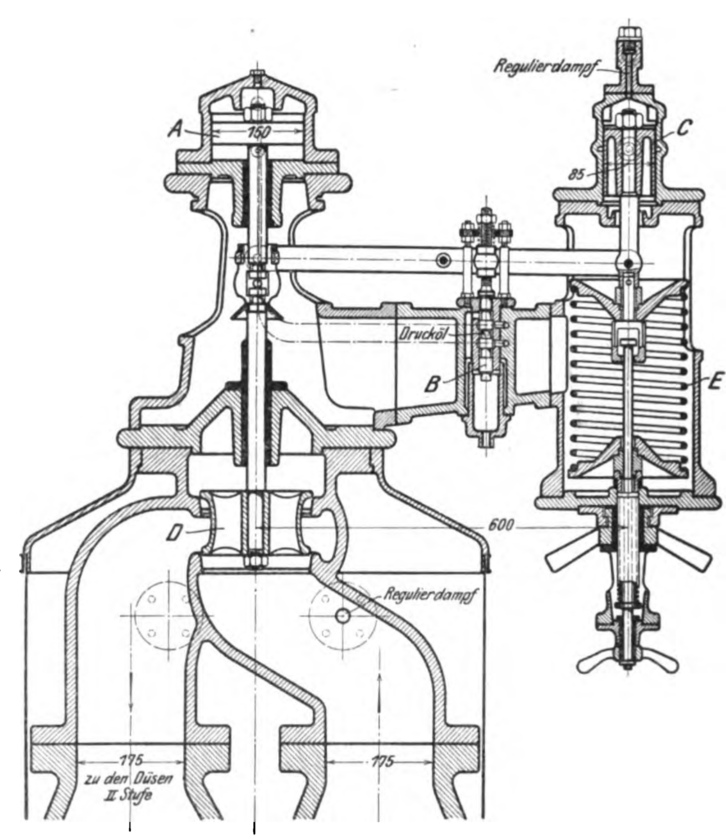


Fig. 625.

Den gleichen Zweck verfolgt die in Fig. 626 dargestellte Schaltung an einer Turbine der A.-G. Brown, Boveri & Cie., wobei A den Dampfeintritt, B den Überlastungskanal, C die Zwischendampfentnahme bedeuten. Bei D ist die Turbine durch einen Labyrinthkolben getrennt. Ventil E ist auf seiner oberen Seite einem Druck von bestimmter Größe ausgesetzt, daher wird es, von der geringen Reibung des eingeschliffenen Kolbens abgesehen, in eine solche Lage geschoben, daß unterhalb desselben, d. h. in der Heizung, stets derselbe Druck herrscht.

Theorie der „Anzapf“turbine.

Die Theorie dieser sogen. „Anzapf“turbine bietet nach unseren früheren Darlegungen zu wenig Bemerkungen Anlaß. Durch die Art des Betriebes werden als gegeben anzusehen sein einerseits der größte Kraftbedarf und die gleichzeitige Dampfentnahme, anderseits die größte Dampfentnahme und die gleichzeitig erforderliche Leistung.

Digitized by Google

Man untersucht nun, welche Leistung die Heizdampfmenge im zweiten Fall (mit dem anzunehmenden Wirkungsgrad des Hochdruckteiles) abzugeben vermag, wenn das Zwischenventil geschlossen wird, d. h. der Niederdruckteil (außer dem Undichtheitsverlust) keinen Dampf erhält. Ist die Leistung kleiner als erforderlich, so muß der Fehlbetrag durch Frischdampf ersetzt werden der vom Kesseldruck bis auf Kondensatorspannung expandiert. Ähnlich rechnet man für den ersten Fall und überzeugt sich, ob die den Hochdruckteil durchströmende Dampfmenge größer oder kleiner ist als vorher.

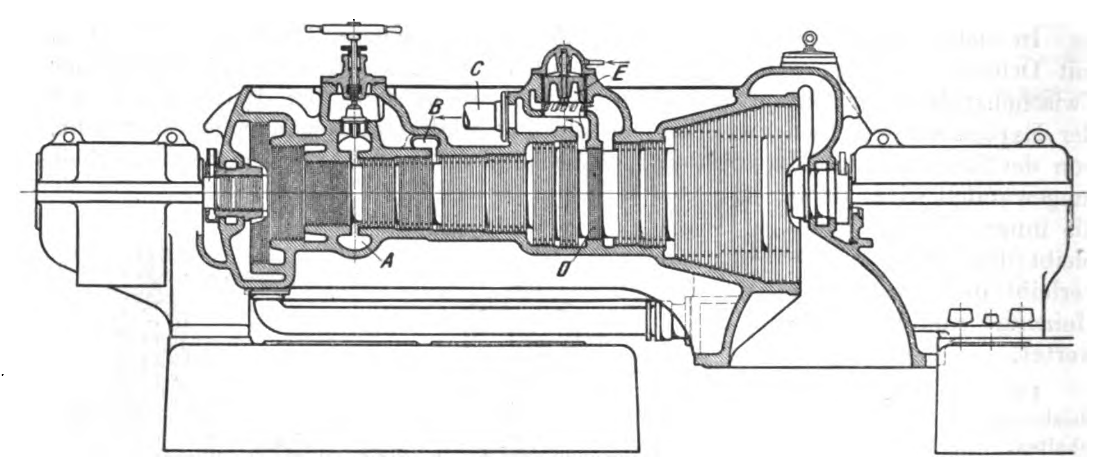


Fig. 626.

Daraufhin wird der Hochdruckteil für die größte vorkommende Dampfmenge entworfen, und ebenso der Niederdruckteil unabhängig für die auf ihn entfallende größte Dampfmenge.

Sehr übersichtlich können die Verhältnisse unter Zuhilfenahme der **Ellipse der sekundlichen Dampfmengen** dargestellt werden. In Fig. 627 soll die Grundlinie $A_0 B_0$ die Stufenzahl, die Schaulinie $a_1 b_1$ den Druckverlauf der voll beanspruchten Turbine ohne Zwischendampfentnahme bedeuten. Die Ellipse des Hochdruckteiles sei $A_1' B_1' E_1'$, diejenige des Niederdruckteiles $B C_1' F_1'$, durch beide Turbinen strömt die gleiche Dampfmenge $B B_1' = C_1 C_1' = G_1$. Wird nur Heizdampf entnommen, so daß für den Niederdruckteil nur die Menge G_2 übrig bleibt, so ist durch Punkt C_2' auf $C_1 C_1'$ die ähnliche Ellipse $F_2' C_2' B_2'$ hindurchzulegen (indem man alle Radienvektoren im Verhältnis $C_0 C_2' : C_0 C^*$ verkleinert), die den neuen Anfangsdruck $C_0 B_2' = p_2'$ herausschneidet. Nimmt die Dampfmenge am Hochdruckteil ab oder zu, so ist ähnlich zu verfahren, wobei aber der Enddruck $B_0 B_1$ durch das Ventil unverändert erhalten wird. Beispielsweise wird bei einer Abnahme auf $G_3 = B B_3'$ die zu $A_1' B_1'$ ähnliche Ellipse $A_3' B_3'$ gelten, durch die der neue Anfangsdruck p_3 bestimmt ist.

Fig. 627.

Die Pressungen in Zwischenstufen können nach dem allgemeinen Verfahren (Abschn. 69) ermittelt werden.

Die **Brennstofferspamis** gegenüber getrennter Dampferzeugung für Kraft und Heizung kann leicht angegeben werden, wenn man annimmt, daß im Niederdruckteil kein Spannungsabfall stattfindet. Es bedeute Q_h den für die Heizung erforderlichen gesamten Wärmeinhalt in der Zeiteinheit; Q_a den Wärmewert der zu leistenden Arbeit, i_0, i_1, i_2 die Wärmeinhalte, $i_0 - i_1 = H_1$ das nutzbare Gefälle im Hochdruck; $i_1 - i_2 = H_2$ desgleichen im Niederdruck; $H_1 + H_2 = H$ das gesamte

Digitized by Google

nutzbare Gefälle für 1 kg Dampf. Bei getrennter Dampferzeugung sei G_a das arbeitende Dampfgewicht, aus Gleichung $Q_a = G_a H$ zu bestimmen. Der Gesamtaufwand an Wärme ist dann

$$Q = Q_h + G_a i_0.$$

Im zweiten Fall ist $Q_h = G_h i_1$; im Hochdruckteil arbeitet das Dampfgewicht $G_h + G_a'$, im Niederdruckteil G_a', und es soll wieder die Arbeit Q_a geleistet werden, d. h. es muß $(G_h + G_a')H_1 + G_a' H_2 = Q_a = G_a H$ sein. Die Auflösung ergibt $(G_a - G_a')H = G_h H_1$, und die aufzuwendende Wärme ist

$$Q' = (G_h + G_a') i_0 = Q_h + G_a' i_0.$$

Die Wärmeersparnis ist also $Q - Q' = (G_a - G_a') i_0$ oder $= G_h i_0 H_1/H$, und da $Q_h = G_h i = G_h(i_0 - H_1)$, so folgt

$$Q - Q' = \frac{1}{1 - H_1/i_0} \frac{H_1}{H} Q_h.$$

Setzen wir also beispielsweise $H = 0{,}2\, i_0$; $H_1 = 0{,}5\, H$, so beträgt die Ersparnis

$$Q - Q' \cong 0{,}55\, Q_h$$

mehr als die Hälfte der für Heizzwecke erforderlichen Wärmemenge. Noch einfacher stehen die Verhältnisse, wenn die Heizdampfmenge hinreicht, die erforderliche Arbeit zu liefern, dann wird nahezu die ganze Wärme (genauer $1 - \eta$ davon), die sonst für Krafterzeugung nötig wäre, erspart.

142. Die Turbinen-Lokomotive.

Die Anwendung der Turbine zum Antriebe von Eisenbahnfahrzeugen ist eine ganz besonders lockende Aufgabe. Die **Turbinen-Lokomotive** stellt indessen eine Vereinigung der größten theoretischen und praktischen Schwierigkeiten dar.

Da man Zahnräder selbstverständlich wird ausschließen wollen, so kann die Umfangsgeschwindigkeit der Turbine höchstens die Größe der Zugsgeschwindigkeit erreichen, wie man auch Raddurchmesser und Umlaufzahl einrichten möge. Diese Geschwindigkeit beträgt aber selbst bei 144 km in der Stunde erst 40 m in der Sekunde, so daß wir unbedingt auf eine außerordentlich stufenreiche Turbine gefaßt sein müssen. Ungünstig sind vor allem die Anlaufperioden, während welcher die Ausnützung der Dampfenergie eine schlechtere sein wird, als bei der Kolbenmaschine. Die notwendige Zugkraft zum Anfahren wird zwar stets erreichbar sein, indes nur durch entsprechende Opfer an Dampf. Für die Rückwärtsfahrt dürfte eine besondere Turbine mit ausschaltbarem Zahnradvorgelege benutzbar sein, da wegen der kleineren Kräfte dieser Punkt leichter zu lösen ist, als bei Schiffsturbinen. Ganz besondere Sorgfalt wird man der Konstruktion der Lagerung bzw. Verbindung mit der Radachse wegen der Nachgiebigkeit des Eisenbahnoberbaues zuwenden müssen, in welcher Beziehung auf die interessanten Erfahrungen mit den elektrischen Schnellbahnwagen hingewiesen werden kann. Bekanntlich ist es von höchster Wichtigkeit, die nicht abgefederten Massen so klein zu machen als irgend möglich. Erfahrene Lokomotivbau-Ingenieure halten eine betriebssichere Lösung der einschlägigen Fragen für nicht unmöglich, und es sind Studien an mehreren Orten im Gange.

Will man radikal vorgehen und im Dampfverbrauch die gewöhnliche Lokomotive unbedingt überholen, so ist die Einführung der Kondensation unvermeidlich. In der Tat soll nach Blättermeldungen eine solche Lokomotive bei der North British Locomotive Co. im Bau begriffen sein. Die Konstrukteure Reid und Ramsay beabsichtigen einen Strahlkondensator zu verwenden, und das Einspritzwasser mittels Luftkühlers wieder abzukühlen, wobei der natürliche Luftzug und ein Ventilator benutzt werden. Im übrigen ist elektrische Kraftübertragung auf die Achsen geplant, so daß die Turbine mit hoher Umlaufzahl ausgeführt werden kann und die Rückwärtsturbine überflüssig wird.



IX. Die Kondensation.

Wir unterscheiden Misch- oder Einspritz- und Oberflächenkondensation, je nachdem Kühlwasser und Dampf unmittelbar zusammentreffen oder durch Kühlflächen getrennt werden, ferner Gleich- und Gegenstromkondensation, je nachdem die Strömungsrichtung von Dampf- und Kühlwasser gleich oder entgegengesetzt sind.

Die Mischkondensation ist billiger, verbraucht weniger Kraft und verträgt auch schlammiges Wasser. Die Oberflächenkondensation liefert demgegenüber ein höheres Vakuum, und man kann das (ölfreie) Kondensat unmittelbar zur Kesselspeisung verwenden, was bei schlechtem Speisewasser von besonderer Wichtigkeit ist.

143. Das theoretische Vakuum; der ideale Kondensator.

Hätten wir eine unendlich große Kühlwassermenge zur Verfügung, so wäre der absolute **Sättigungsdruck**, der **der Kühlwassertemperatur** entspricht, das **„theoretische Vakuum"**.

Bei vorgeschriebener Kühlwassermenge von G_w kg für G_d kg Dampf bestimmt sich die Erwärmung desselben im idealen Kondensator mittels der Gleichung

$$G_w (t_2 - t_1) = G_d (i - t_e) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wobei t_1 die anfängliche Temperatur,
t_2 die Ablauftemperatur des Kühlwassers,
i den Wärmeinhalt des Abdampfes (aus der Zustandskurve der Turbine zu bestimmen),
t_e die Endtemperatur des Kondensates bedeuten.

Von diesen Größen sind G_d, i, t_1 durch die Umstände der Anlage vorgeschrieben. In einem idealen Gegenstromkondensator könnten wir das Kondensat bis auf die Temperatur des eintretenden Kühlwassers abkühlen, d. h. $t_e = t_1$ machen. Anderseits könnte das Kühlwasser bis auf die Temperatur t_d des eintretenden Dampfes erwärmt werden, also $t_2 = t_d$ werden. Unter t_d können wir die Sättigungstemperatur des eintretenden Dampfes verstehen, da Überhitzung selten ist und eine geringe Erhöhung des Wärmeinhaltes bedeutet. Hiernach ist der **zur Ablauftemperatur des Kühlwassers gehörende Sättigungsdruck das Vakuum des idealen Kondensators.**

Der Kühlwasserverbrauch des idealen Kondensators mit vorgeschriebenem Vakuum p_d wäre hiernach mit $t_2 = t_d$ und $t_e = t_1$

$$G_{w_0} = \frac{i - t_d}{t_d - t_1} G_d \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1a)$$

Beim wirklichen Kondensator wird für das gleiche Vakuum im allgemeinen $t_2 < t_d$; $t_e > t_1$ und die nach (1) berechnete Kühlwassermenge ist größer als die theoretische. Das Verhältnis G_{w_0}/G_d können wir als den **Gütegrad des Kondensators** bezeichnen.

Digitized by Google

143a. Die Vorgänge im wirklichen Kondensator.

Die Vorgänge im Kondensator sind in ausschlaggebender Weise von der **mitgeführten Luft** beeinflußt, wie zuerst wohl Weiss[1]) klar erkannt hat.

Das Volumen der im Einspritzwasser enthaltenen Luftmenge auf atm. Druck und 15° C bezogen beträgt nach Bunsen bis zu 2 v. H. des Wasservolumens.

Über die bei Dampfturbinen durch Undichtheit eindringende Luftmenge liegen nur wenige Beobachtungen vor. Im allgemeinen wird man auf je 1000 KW Leistung etwa 3 bis 5 kg Luft in der Stunde rechnen dürfen. Doch habe ich an einer sich sonst in gutem Zustande befindlichen 2000 KW-Anlage bis zu 35 kg Luft in der Stunde feststellen können. Anderseits kann durch sorgfältigste Abdichtung der Betrag außerordentlich herabgesetzt werden; alles kommt auf die Konstruktion und die Handhabung der Stopfbüchsen an. So konnte ich an einer 4000 KW-Turbine, obwohl alle Luftausgänge mit Meßdüsen versehen waren, überhaupt keine Luftlieferung nachweisen. Freilich entströmte dabei den Stopfbüchsen die bekannte Dampfwolke, die der Turbinenkonstrukteur sich so ungern auf das Verbrauchskonto schreiben läßt. Auch Josse fand bei einer 300 KW-Parsonsturbine bloß 0,25 kg Luft pro Stunde bei 3000 kg Dampfverbrauch, was bei Atmosphärenzustand 6 bis 7 v. H. des Rauminhaltes des Speisewassers ausmacht. Der Kondensator war unmittelbar an die Turbine angeschlossen.

a) Der Mischkondensator.

Beim **Gegenstrom-Mischkondensator** (Fig. 628) ist die Strömungsrichtung von Dampf- und Kühlwasser entgegengesetzt. Letzteres verläßt den Kondensator an der Stelle, wo der frische Dampf eintritt, und kann daher (muß aber nicht) bis auf die Sättigungstemperatur des Dampfes erwärmt

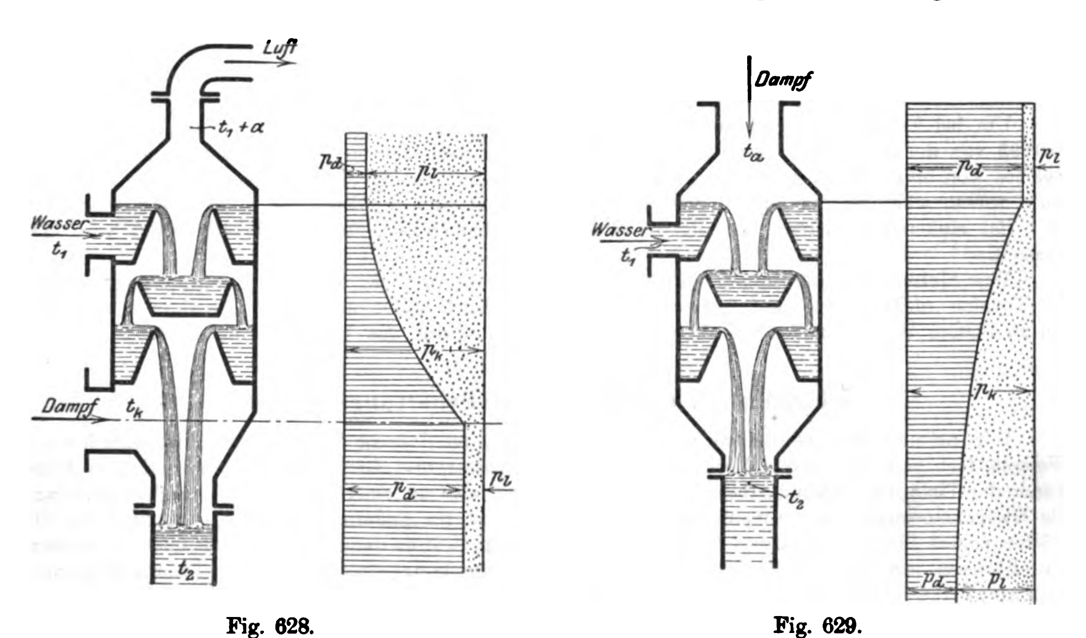


Fig. 628. Fig. 629.

werden. Nach Maßgabe als der Dampf kondensiert, wird der Teildruck der Luft größer, und ist am größten beim Austritt, wo die Temperatur des Gemisches nach Weiß bloß um 4 bis 5° C höher zu sein pflegt als die des eintretenden Kühlwassers. Da an der Eintrittstelle des Dampfes der Teil-

[1]) Die Kondensation, Berlin 1901, und schon früher in der grundlegenden Abhandlung Z. Ver. deutsch. Ing. 1888.


Digitized by Google

druck der Luft im allgemeinen vernachlässigbar klein ist, wird der **Kondensatordruck mit dem zur Temperatur t_2 gehörenden Sättigungsdruck** nahezu identisch sein. Wir nähern uns den Verhältnissen des idealen Kondensators.

Anders beim **Gleichstromkondensator** (Fig. 629), wo das Einspritzwasser und die Dampfluftreste miteinander vermengt abgesaugt werden. Überall im Innern des Kondensators ist nach Daltons Gesetz der angenähert konstante **Gesamtdruck p_k gleich der Summe des Dampfdruckes p_d und des Teildruckes der Luft p_l**

$$p_k = k_d + p_l.$$

Jede Raumeinheit Luft nimmt einen gleich großen Rauminhalt an Dampf mit sich. Je kleiner p_l ist, desto mehr dehnt sich die **dem Gewichte nach gegebene Luft** im Kondensator aus, desto größer muß daher das Ansaugvolumen der Luftpumpe sein. Wäre an der Absaugestelle $p_d = p_k$, so müßte p_l unendlich klein, also das Pumpenvolumen unendlich groß werden. Da also p_d kleiner sein muß als p_k, so muß auch die Ablauftemperatur des Kühlwassers t_2 kleiner sein als die zu p_k gehörende Sättigungstemperatur t_k. Im Mittel darf man

$$t_d = t_k - 5 \text{ bis } 10^0 \text{ C}$$

setzen. Hieraus folgt, daß für gleiche Luftleere, d. h. gleiches t_k, die **Kühlwassermenge bei Gegenstrom erheblich kleiner ist als beim Gleichstrom,** insbesondere bei tiefer Luftleere, wo das Kühlwasser im ganzen nur wenig erwärmt werden darf. Wenn beispielsweise im Gegenstrom die Temperatur von 10° auf 20° steigt, beim Gleichstrom aber von 10° nur auf 15° erhöht werden darf, so haben wir im letzteren Fall doppelt soviel Kühlwasser aufzuwenden.

Aber auch das **Fördervolumen der Luftpumpe** wird bei Gegenstrom wesentlich **kleiner** als bei Parallelstrom, indem die Luft bei ersterem auf eine tiefere Temperatur abgekühlt werden kann, während sie bei Gleichstrom mit der Temperatur des Ablaufes gleich ist. Diese Erniedrigung der Temperatur wäre zwar an sich für das Luftvolumen ohne Bedeutung; allein sie bedingt Herabsetzung des Teildruckes vom Dampf und Erhöhung des Teildruckes der Luft, also Verdichtung derselben, wodurch eine wesentliche Verkleinerung des Pumpenvolumes bewirkt wird.

Beispielsweise sei der Kondensatordruck 0,1 Atm., und die Temperatur des abgesaugten Gemisches bei Gleichstrom 36°, dann ist der Teildruck des Dampfes 0,06 Atm., derjenige der Luft 0,04 Atm. Arbeiten wir im Gegenstrom und erreichen wir z. B. 20°, so sind die Teildrucke für Dampf 0,024 Atm., für Luft 0,076 Atm. Die Rauminhalte verhalten sich, vom kleinen Temperaturunterschied abgesehen, umgekehrt wie die Pressungen, also brauchen wir im zweiten Fall nur $0{,}04 : 0{,}076 \sim 0{,}53$, d. h. fast nur halb soviel Fördervolumen als mit Gleichstrom.

Regelung der Einspritzwassermenge.

Um bei kleiner Belastung am Einspritzwasser zu sparen wird beispielsweise nach dem D. R. P. 210095 von der A.-G. Brown, Boveri & Cie. in die Einspritzleitung ein Abschlußorgan eingebaut, welches von einem Kolben betätigt wird, auf dessen eine Seite der Druck einer Turbinenzwischenstufe wirkt, während die andere dem Kondensatordruck und der Pressung einer Feder ausgesetzt ist. Bei sinkender Belastung erhält die Feder das Übergewicht, und der Wasserzufluß wird gedrosselt.

Eine **Sicherheitsabstellung** des Einspritzwassers ist erforderlich, wenn die Pumpe versagt, damit die Turbine nicht mit Wasser überschwemmt wird. Meist findet man einen Schwimmer vor, der bei zu hohem Wasserstand ein Luftventil öffnet und hierdurch das Vakuum vernichtet.

Übergang zu einem anderen Beharrungszustand.

Wir nehmen an, es dringe nicht viel Luft ein, so daß die Temperatur t_2 des abziehenden Wassers fast ganz durch das Mengenverhältnis von Wasser und Dampf und nur in geringem Maße durch die Tiefe des Vakuums bestimmt ist. Wenn wir also an einer in Betrieb befindlichen Anlage die Kühlwassermenge verdoppeln ohne die Dampfmenge zu ändern, so muß $t_2 - t_1$ rund auf die Hälfte seines Betrages sinken. Nun kann man fragen, wie es dann kommt, daß das Kühlwasser, obwohl nach wie vor dem Stoße des heißen Dampfes ausgesetzt, nicht mehr die Dampftemperatur annimmt? Die Antwort hierauf ist nicht so einfach und nötigt uns auf den **Wärmezustand des ganzen Kondensators** einzugehen. Im ersten Augenblick nach der plötzlich eintretenden Vermehrung des Wasserzuflusses wird sicher die Temperatur des Wassers infolge des ungemein leichten Wärmeaustausches der des Dampfes gleich werden, und so wird im Oberteil zu viel Luft frei, die von der gleichmäßig weiterlaufenden Pumpe nicht aufgenommen werden kann und den Kondensator teilweise anfüllt. Hierdurch wird allmählich die Kondensierungszone nach unten herabgedrückt, bis endlich die Zeitdauer der Berührung zwischen Dampf und Wasser so klein geworden ist, daß eine innigere Durchmengung der Wasserteile nicht stattfinden kann. Dann werden nur die Außenschichten der Wassertropfen auf Dampftemperatur erwärmt, das Mittel aber wird darunter bleiben.


Digitized by Google

Lassen wir aber die Luftpumpe rascher laufen, so wird der angesammelte Luftvorrat abgesaugt und eine größere Dampfmenge vorübergehend zum Kondensieren gebracht. Die Steigerung der Zuflußgeschwindigkeit bewirkt eine Druckabnahme im Kondensator; die Luftleere nimmt zu, bis sich wieder Gleichgewicht einstellt zwischen der größeren Pumpenförderung und dem durch Druckabnahme vergrößerten Luftvolumen.

b) Oberflächenkondensation.

Das Kühlwasser wird meist durch Messingröhren von etwa 20 mm lichter Weite und 1 mm Wandstärke geleitet, die vom Dampf umspült werden.

Die Größe der erforderlichen Kühlfläche hängt von der abzugebenden Wärmemenge, vom Wärmeleitungskoeffizienten k und dem zulässigen Temperaturunterschied ab. Solange keine größere Luftmenge in den Kondensator dringt, kann die Temperatur im Inneren als konstant angesehen werden, während diejenige des Kühlwassers nach Maßgabe der bestrichenen Kühlfläche zunimmt.

Für ein Element dF der Kühlfläche ist die in der Stunde übertragene Wärme

$$dQ = k\,dF\,(t_d - t_w) \quad \ldots \quad (1)$$

worin t_d, t_w die Temperatur des Dampfes bzw. des Wassers bedeuten und der Wärmeübergangskoeffizient k in erster Annäherung als unveränderlich angesehen werden darf. Ist nun G_w die stündliche Kühlwassermenge, so wird

$$dQ = G_w\,dt_w \quad \ldots \quad (2)$$

sein müssen, und aus (1) und (2) folgt

$$F = \frac{G_w}{k} \operatorname{lgn} \frac{t_d - t_1}{t_d - t_2} \quad \ldots \quad (3)$$

woraus die Austrittstemperatur t_2 zu rechnen ist, wenn F bekannt ist, und umgekehrt. Die ganze übergehende Wärmemenge ist durch die Erwärmung des Kühlwassers ausgedrückt

$$Q = G_w (t_2 - t_1) \quad \ldots \quad (4)$$

oder durch den Dampfniederschlag G_d

$$Q = G_d (i - t_d) \quad \ldots \quad (4a)$$

Wir werden weiter unten sehen, daß bei größeren Luftmengen weder t_d noch k konstant ist, und die entwickelten einfachen Formeln nicht mehr gelten. Unter solchen Umständen bleibt bis auf weiteres nichts übrig, als mit dem Mittelwerte der Temperaturen t_1, t_2, d. h. $t_m = (t_1 + t_2)/2$ zu rechnen, und die übertragene Wärme

$$Q = F k (t_d - t_m) \quad \ldots \quad (4b)$$

zu setzen, wobei k eine rein erfahrungsgemäß festzusetzende Zahl ist, und etwa 1200 bis 2000 für WE/qm/st. ^{0}C. beträgt.

Neuerdings kühlt man das Dampfluftgemisch zum Schluß auf eine tiefere Temperatur ab durch eine Art von nachträglicher **teilweiser Mischkondensation.** Zu diesem Behufe wird das flüssige Kondensat stärker unterkühlt, was noch mit relativ guten Werten von k möglich ist, und nachher mit der abziehenden Luft gemischt, wobei sich die Temperaturen sehr rasch und vollständig ausgleichen. Für diese Unterkühlung wird derjenige Teil der Kühlfläche herangezogen, der von dem kältesten Wasser im Gegenstrome bespült wird. Obwohl wegen der naturgemäß kleinen Geschwindigkeit des Kondensates (da kein weiterer Druckabfall zugelassen werden kann) der Wärmeübergangskoeffizient bis auf $^1/_{10}$ desjenigen Wertes, der für die kondensierenden Flächen gilt, sinken kann, ist er noch immer ein Vielfaches desjenigen, der bei luftberührten Kühlflächen auftritt. Die Größe der Unterkühlungsfläche kann mit Hilfe von Formel (3) bestimmt werden, indem man darin die entsprechenden Temperaturen einsetzt und die Temperatur des Kühlwassers infolge der sehr kleinen Änderung mit einem konstanten Mittelwerte einführt.

Balcke & Co. in Bochum ließen die Luft bei ihren früheren Kondensatoren ein oder zwei Rohrabteilungen mehr bestreichen als das Kondensat, um sie besser abzukühlen. Die neuere Ausführung wird durch Fig. 630 veranschaulicht und läßt erkennen, daß der Dampfstrom durch bloß


Digitized by Google

eine wagerechte Scheidewand zum tunlichsten Bestreichen aller Rohrteile gezwungen wird, während das Kühlwasser im unteren Teile den Hin-, im oberen den Rückweg macht. Die Luft wird in der Mitte der unteren Abteilung, das Kondensat im tiefsten Punkte abgesaugt. Weiter unten teilen wir die mit diesem Kondenser erzielten Ergebnisse mit. Berling[1]) hat bei Schiffskondensatoren eine eigene Kühlkammer am Wassereintritt vorgeschlagen. Josse und andere benutzen, um auch größere Luftmengen zu bewältigen, den schon beschriebenen mittelbaren Weg, das flüssige Kondensat im Kondensator selbst stärker abzukühlen und hierauf mit der Luft zu vermengen. Einen anderen Zweck verfolgt die von der A.-G. Brown, Boveri & Cie. geübte Abtrennung eines Rohrbündels in den oberen Rohrreihen des Kondensators nach Fig. 631. Hier soll das durch eine nasse Pumpe geförderte Kon-

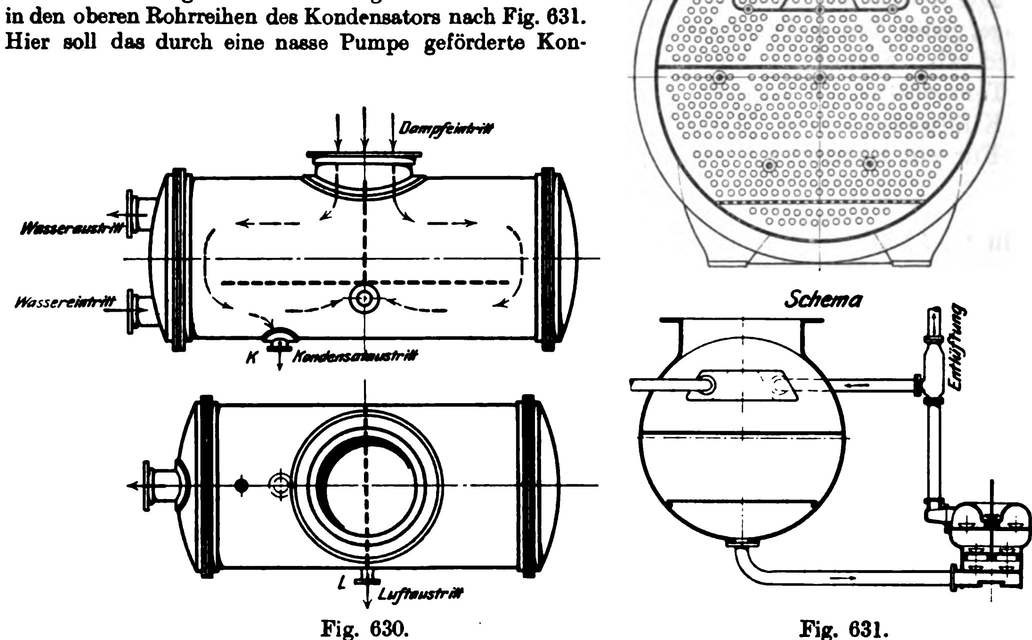


Fig. 630. Fig. 631.

densat bis nahe auf die Abdampftemperatur vorgewärmt werden. In einem besonderen Falle wurde ein Vakuum von 96,5 v. H., die Kühlwassertemperatur beim Eintritt 10°, beim Austritt 22°, die Abdampftemperatur 27°, die Kondensattemperatur beim Austritt aus dem Kondenser 16°, beim Verlassen des Vorwärmers 25° C beobachtet. Der Unterschied gegen die Temperatur des Abdampfes betrug also nur 2° C.

Wärmeübergangszahlen.

Über den Wärmeübergang im Oberflächenkondensator sind wir noch so schlecht unterrichtet, daß eine irgendwie zuverlässige Vorausberechnung seiner Leistung unmöglich ist. Nichtsdestoweniger kann manches aus dem bereits vorliegenden Materiale gelernt werden.

Eine beachtenswerte Untersuchung stammt von Josse[2]) her, der entgegen älteren Annahmen die Ansicht vertritt, daß die Wärmeleitung dem Temperaturunterschied einfach proportional ist, daher die logarithmische Formel (3) gebraucht werden muß. Hierüber vergleiche man indessen die weiter unten folgende Erörterung seiner Versuche.

Der Wärmeleitungskoeffizient k wird bekanntlich durch den Ausdruck

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$$

definiert, und zwar ist

α_1 die Oberflächenübergangszahl zwischen Dampf und Wand, nach Josse nahe $= 20000$ für qm/st,

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1904, S. 253.
[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1909, S. 322f.

Digitized by Google

λ die Leitfähigkeit des Rohrwandmateriales; für Messing = 90 für m/qm/st 1° C,
e die Wandstärke in m,
α_2 die Übergangszahl zwischen Wand und Wasser, nach Ser

$$= 4500 \sqrt{w} + 300,$$

wenn w die Strömungsgeschwindigkeit (m/sek) des Wassers ist. In dieser Formel ist das additive Glied, nach der „Hütte" = 300 hinzugefügt worden, welches den Übergang für $w = 0$ angibt.

Das maßgebende Glied in k ist α_2, und dieses ist vorzugsweise durch die Geschwindigkeit bedingt. Man kann seinen Wert durch den Einbau von Wirbelstreifen nach Pape & Henneberg wesentlich erhöhen, so zwar, daß bei $w = 1$ m/sek der Koeffizient k von 3000 auf 4500 steigt. Natürlich können diese Wirbelstreifen nur bei ganz reinem Kühlwasser verwendet werden.

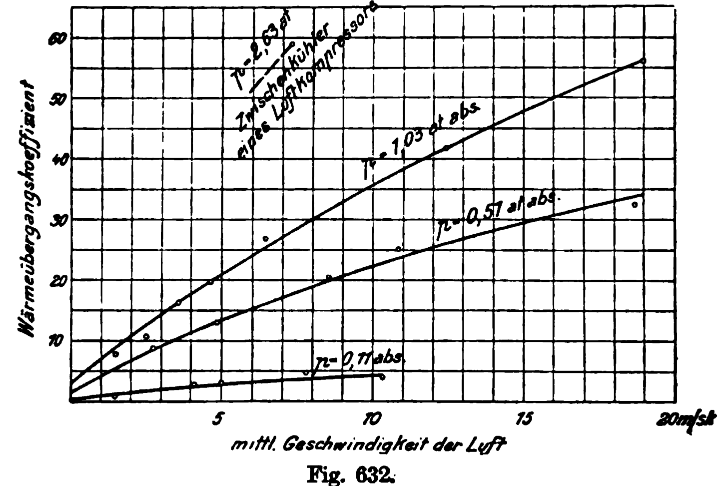


Fig. 632.

Sobald der Dampf im wesentlichen niedergeschlagen ist, muß die Wärme von der verbleibenden Luft an die Rohrwand abgegeben werden, und hierfür ist die Oberflächenübergangszahl wesentlich kleiner, so daß man für Luft $\alpha_2 = k$ setzen darf. Nach älteren Versuchen von Ser ist für reine Luft

$$k = 2 + 10 \sqrt{w}$$

für qm/st (w in m/sek), sofern die Luft atmosphärische Pressung besitzt. Diese Formel wurde von Josse für verdünnte Luft geprüft und eine starke Abnahme von k mit wachsender Luftleere festgestellt. Seine Ergebnisse sind in Fig. 632 graphisch zusammengestellt. Wie sich der Wert von k für Dampfluftgemische stellt, ist nicht bekannt. Wollen wir die Luft noch im Kondenser tiefer abkühlen, so müssen wir sehr große Kühlflächen einbauen. Ist der Kondensator fehlerhaft gebaut, so daß größere Luftmengen darin stagnieren können, so wird der entsprechende Teil der Kühlfläche ausgeschaltet.

Sehr anschaulich kommt der Einfluß eingeführter Luft in der Fig. 633 zum Vorschein, in welcher von Josse die Kühlwassertemperatur des Kondensators als Abhängige der Kühlfläche für eine kleinere und eine größere Luftmenge eingetragen ist. In letzterem Falle sind nahezu 40 v. H. der Kühlfläche lahm gelegt, werden nur zur Luftkühlung verwendet.

Hiernach muß als Hauptanforderung für Oberflächenkondensatoren **tunlichste Verhinderung des Lufteintrittes** aufgestellt werden, was durch zweckmäßigen Bau der Turbinenstopfbüchsen erreichbar ist.

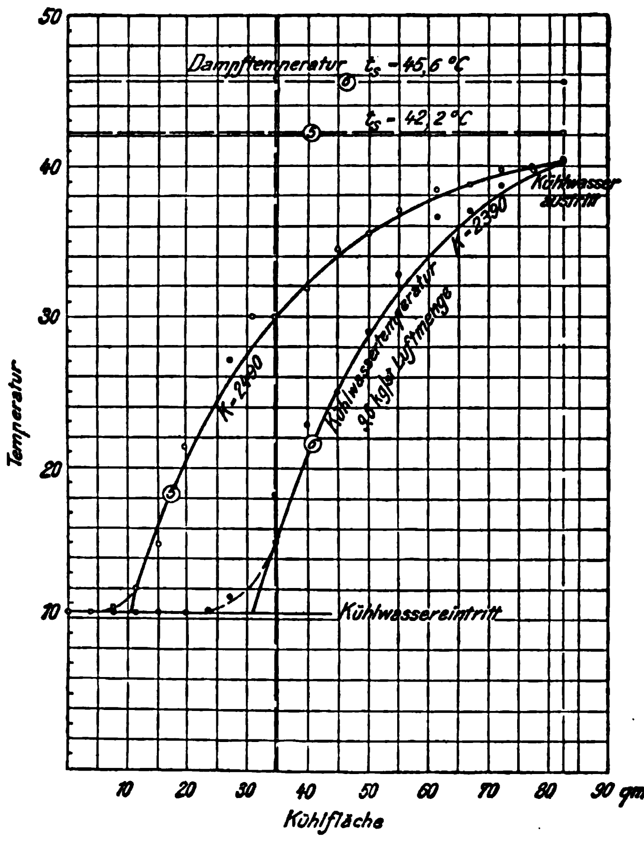


Fig. 633.

Versuche an Oberflächenkondensatoren

verdanken wir vor allem Josse (a. a. O.), dessen Kondensator aus einer oberen Abteilung mit 346 und einer unteren mit 342 Röhren von je 18 mm innerem, 20 mm Außendurchmesser, 2300 mm Länge, daher einer wasserberührten Kühlfläche von 44,9 qm oben, 44,4 qm unten = 89,3 qm insgesamt bestand.

Die eindringende Luftmenge betrug gewöhnlich 0,15 bis 0,2 cbm/st bei atm. Druck, was als sehr gering bezeichnet werden muß.

Die Ergebnisse einer Versuchsreihe mit unveränderlicher Dampfmenge und abnehmender Kühlwassermenge sind in nachstehender Zahlentafel vereinigt.

		Versuch Nr.			
		1	2	3	4
Absolute Kondensatorspannung	kg/qcm	0,0379	0,0525	0,0705	0,100
Dampfmenge	kg/st	3113	3180	3120	3230
Kühlwassermenge	„	122100	90500	69050	56250
Temperaturen:					
Sättigungstemperatur t_s zu p_k	°C	27,9	33,5	39,0	45,6
Dampfeintritt t_{d1}	„	39,8	40,3	44,8	49,0
Dampfluftgemischaustritt t_{d2}	„	23,0	25,4	30,1	36,8
Kondensat t_c	„	18,0	20,6	25,4	30,8
Kühlwassereintritt t_{w1}	„	10,30	10,30	10,40	10,30
Kühlwasser mitte Kondens. t_w	„	16,16	20,37	26,38	34,30
Kühlwasseraustritt t_{w2}	„	25,43	31,25	37,08	43,90
Unterschied zw. Dampf- und Kühlwasseraustritt $t_s - t_{d2}$	„	2,47	2,25	1,92	1,69
Unterkühlung des Kondensates $t_s - t_c$	„	9,9	12,6	13,6	14,8
Übertragene Wärmemenge	Mill. WE-st	1,848	1,895	1,842	1,891
Übertragene Wärmemenge auf 1 qm Kühlfläche	„	20700	21200	20650	21200
Dampfmenge auf 1 qm Kühlfläche	kg	34,9	35,6	35	36,2
Kühlwassermenge auf 1 kg Dampf	„	39,3	28,5	22,15	17,4
Mehrverbrauch gegen idealen Kondensator	v. H.	16,6	10,9	7,1	5,0
Geschwindigkeit des Kühlwassers in den oberen Röhren	m/sek	0,386	0,286	0,218	0,178
Geschwindigkeit des Kühlwassers in den unteren Röhren	„	0,391	0,289	0,220	0,180
Wärmedurchgangszahl k im oberen Teil	WE/qm/st °C	4270	3560	2900	2380
Wärmedurchgangszahl im unteren Teil (einschl. Unterkühlung)	„ „	1120	1170	1290	1400
Wärmedurchgangszahl im Durchschnitt (einschl. Unterkühlung)	„ „	2700	2380	2100	1925

Die große Verschiedenheit der Wärmedurchgangszahl für die obere und untere Kondensatorhälfte veranlaßte mich zu einer Anfrage bei Herrn Prof. Josse, der mir zur Aufklärung des Sachverhaltes folgendes mitteilte: In der unteren Kondensatorhälfte waren von 44,4 qm etwa 7 qm vom Kondensate zwecks Unterkühlung desselben bespült. Die Kühlwassermenge, die durch die entsprechenden Rohrreihen strömt, beträgt für die obigen Versuche etwa 3113, 3180, 3120, 3230 kg/st und wird nur um etwa 1,6, 2,8, 3,9, 5,3° C erwärmt. Der andere Teil muß daher eine höhere Temperatur, und zwar etwa 17,0, 21,8, 28,6, 37,8° C annehmen, damit die in der zweiten Kammer erfolgende Mischung die mit dem Thermometer beobachtete, in der Zahlentafel mit t_w bezeichnete Ausgleichstemperatur ergibt. Die Wärmeübergangszahlen müssen dann für den unteren und den oberen Kondensatorteil getrennt mit diesen genaueren Temperaturen gerechnet werden, und führen auf die in Fig. 634 dargestellten Ergebnisse, die als Ersatz von Fig. 633 zu dienen haben. Die gebrochenen Linien sind die beobachteten Temperaturen, und es zeigt sich, daß für jede Hälfte die Annahme einer Konstanz von k leidlich zutrifft, allein die Werte für den unteren Teil sind wieder wesentlich tiefer als für den oberen Teil. Die mit gleichem k fortgesetzten Linien 1, 2, 3, 4 zeigen unzulässige Abweichungen. Herr Prof. Josse läßt es dahingestellt sein, ob die Verschiedenheit, abgesehen vom Einflusse der Luft, durch Ungleichheit der Strömungswiderstände bedingt sein könnte, da die Temperatur im unteren Teil nur längs eines einzigen Rohres mit verschiebbarem Thermoelement gemessen worden ist. Diese Umstände bedürfen also weiterer Aufklärung.

Der durchschlagende **Einfluß der Wassergeschwindigkeit** und der eingebauten Wirbelstreifen kommt in den Mittelwerten der Wärmedurchgangszahl zum Ausdruck, für die man als Mittel aus weiteren Versuchsreihen folgende Werte ansetzen kann:

Kühlwassergeschwindigkeit	m/sek	0,2	0,3	0,4
Wärmeübergangszahl der oberen Rohrreihe	WE/qm/st °C	k = 2700	3700	4300—4700
Desgl. im Mittel für den ganzen Kondensator	„ „	2000	2400	2700


Digitized by Google

Sobald erhebliche Luftmengen (künstlich) eingeführt wurden, sinkt k herab, und zwar bei 0,2 m/sek Wassergeschwindigkeit wie folgt:

Stündliches Luftvolumen auf atm. Druck bezogen	cbm/st	0,20	7,95	13,50
k für die obere Rohrreihe	WE/qm/st °C	2720	2440	2120
k für die untere Rohrreihe	„ „	1340	300	80

Die ganzen kleinen Werte der unteren Reihe sind verursacht durch die Unwirksamkeit eines Teiles der Kühlfläche, sind aber mit der ganzen Kühlfläche berechnet.

Aus der übergehenden Wärmemenge und dem Wärmeleitkoeffizienten läßt sich mit Hilfe der logarithmischen Beziehung zwischen F, G_w und den Temperaturen der „Gütegrad" des Kondensators, d. h. das Verhältnis der theoretischen Kühlwassermenge (die der Annahme $t_s = t_d$ entspricht) und der effektiven berechnen. Dies Verhältnis hängt ab von der Belastung des Kondensators und von der geforderten Luftleere, d. h. der Dampftemperatur. Bei Josse schwankte es zwischen 85 und 95 v. H. bei 35 bis 16 kg Dampfniederschlag auf 1 qm Kühlfläche. Die Sättigungs-Dampftemperatur war nur 2—3° C höher als die Kühlwassertemperatur am Austritt.

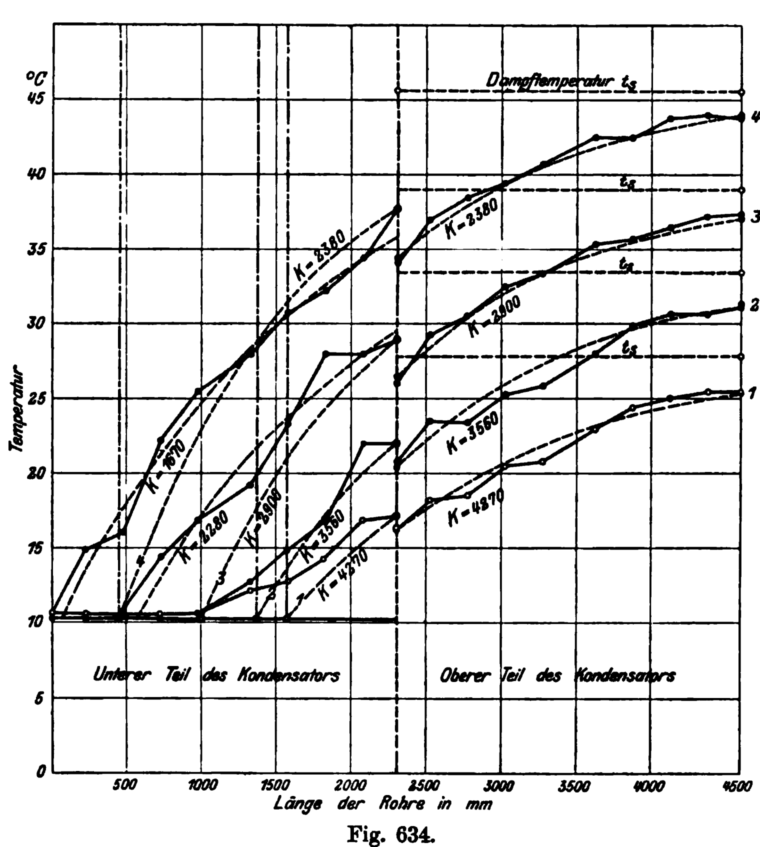


Fig. 634.

Der zweite wichtige Faktor ist die Temperatur der abgesaugten Luft, die beim idealen Gegenstrom der Eintrittstemperatur des Kühlwassers gleich sein müßte. Sofern wir hierfür bei Josse die Temperatur des Kondensats setzen, ergeben sich Unterschiede von 5 bis 20° C, also wie zu erwarten war ungünstigere Verhältnisse als beim Gegenstrom-Mischkondensator.

In einem zweiten Kondensator von 28,5 qm Kühlfläche wurde die Kühlwassergeschwindigkeit im letzten Teil der Rohre bis auf 1,7 m/sek gesteigert, was für diese Rohre $k = 7420$ und für den ganzen Kondensator $k = 3480$ ergab, bei rd. 63 kg Dampf für 1 qm/st. Eigentümlicherweise sinken die Werte von k auf 4840 bzw. 1760 bei 39 kg Dampf pro qm/st und sonst gleichbleibenden Umständen, insbesondere gleicher Kühlwassergeschwindigkeit, eine nicht näher erklärte Abweichung gegen den ersten Kondensator. Im übrigen nimmt der Koeffizient k mit Verringerung der Kühlwassermenge, d. h. ihrer Strömungsgeschwindigkeit, ungefähr im gleichen Maße ab wie im vorigen Beispiel.

Aus diesen Beobachtungen ist die Regel abzuleiten, daß **bei Vollbeanspruchung des Kondensators die Kühlwassergeschwindigkeit tunlichst groß zu machen ist.**

Eine Grenze wird gezogen durch die zu überwindende **Reibungshöhe,** die mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst.

Digitized by Google

Josse fand beim ersten Kondensator eine Widerstandshöhe von 1,45 m. Wassersäule bei 0,4 m/sek Wassergeschwindigkeit. Benützen wir den hydraulischen Ansatz

$$h_z = \zeta \frac{l}{d} \frac{w^2}{2g},$$

so berechnet sich nach den mitgeteilten Rohrabmessungen (mit doppeltem Wasserweg) der Koeffizient

$$\zeta = \text{rd. } 0{,}70.$$

Dieser hohe Wert, der mehr als das 20fache des normalen ausmacht, findet seine Erklärung in den durch die Wirbelstreifen verursachten bedeutenden Widerständen.

Josse konstruiert seine Kondensatoren mit $k = 2700$ und erreicht bei (rückgekühltem) Wasser von 25° Eintrittstemperatur und 60facher Wassermenge eine Luftleere von 93 v. H.

Versuche der Maschinenbau-Aktien-Gesellschaft Balcke, Bochum.

Die untersuchte Oberflächenkondensationsanlage befindet sich im Elektrizitätswerk der Stadt Neuß und nimmt den Dampf einer 1500—2000 KW-Bergmann-Turbine auf. Der Kondensator ist oben beschrieben worden; das Kondensat wird durch eine Kreiselpumpe, die Luft durch die rotierende Westinghouse-Leblancpumpe abgesaugt, über die weiter unten Mitteilungen folgen. Die Ergebnisse sind in nachfolgender Zahlentafel vereinigt.

Oberflächenkondensator von 420 qm Kühlfläche der Maschinenb.-Akt.-Ges. Balcke, Bochum.

	Einheit	I 3/4-Last	II Normallast	III Maximallast
Leistung der Turbine	KW	1125	1500	2000
Stündliche Dampfmenge D	kg	7211	9195	12 800
Barometerstand	mm Hg	764	764	763
Vakuum im Luftsaugerohr p_3	„	742	737,5	728,7
„ am Kondensatorstutzen p_2	„	741,7	736,7	728,5
„ am Turbinenstutzen p_1	„	737	732,7	726,2
„ am Konsatorstutzen, bezogen auf den Barometerstand	%	97	96,55	95,38
Druckdifferenz zwischen Luftsaugrohr und Turbinenstutzen $p_1 - p_3$	mm Hg	5	4,75	2,5
Kühlwassermenge G	cbm/st	515	485	700
Sättigungstemperatur des Dampfes am Kondensatorstutzen t_{d1}	° C	24,1	27,5	32,1
Dampftemperatur am Kondensatorstutzen gemessen	„	27,2	31,2	33,0
Kühlwassertemperatur, Eintritt t_{w1}	„	15,3	15,9	14,2
„ Austritt t_{w2}	„	23,4	26,5	25,0
Temperatur der abgesaugten Luft t_3	„	20,5	26,8	21,4
„ des Kondensates t_{d2}	„	21,0	28,1	27,2
Unterkühlung des „ $t_{d1} - t_{d2}$		3,1	— 0,6	4,9
Kühlwasserverbrauch G/D		71,3	52,7	54,6
Kühlwasserverbrauch des idealen Kondensators G/D		67,2	47,3	33,2
Erwärmung des Kühlwassers um	° C	8,05	10,63	10,75
Temperaturdifferenz zwischen gesättigtem Dampf und warmem Kühlwasser	„	0,65	0,95	7,0
Verhältniszahl des wirklichen Kühlwasserverbrauches zu demjenigen des idealen Kondensators		1,06	1,11	1,65
Stündlich übertragene Wärmemenge	WE	4 145 000	5 153 000	7 525 000
Kühlfläche des Kondensators	qm	420	420	420
Stündliche Dampfmenge auf 1 qm Kühlfläche	kg	17,2	21,9	30,5
Wärmedurchgangszahl k_0	WE/st qm ° C	4165	2800	1838
„ k_1	„	3105	2893	1532
„ k_2	„	2090	1957	1437
Energieverbrauch der Luft- und Kondensatpumpe	KW	18	18,5	19



Die Wärmedurchgangszahlen der Tabelle sind unter drei verschiedenen Annahmen gerechnet worden. k_0 bezieht sich auf den vollkommenen Gegenstrom mit t_{d1}, t_{d2} als Dampf; t_{w1}, t_{w2} als Wassertemperaturen. Berechnet λ den

$$\lg n\,[(t_{d2} - t_{w1})\,(t_{d1} - t_{w2})],$$

so ist bekanntlich

$$k_0 = Q\lambda / F\,[(t_{d2} - t_{w1}) - (t_{d1} - t_{w2})].$$

Der zweite Koeffizient k_1 ist berechnet unter der Annahme, daß die Temperatur im Inneren des Kondensators konstant gleich der Sättigungstemperatur t_{d1} sei, also die Formel $k_1 = Q\lambda' / F(t_{w2} - t_{w1})$ mit $\lambda' = \lg n\,(t_{d1} - t_{w1}) / (t_{d1} - t_{w2})$ gilt. Der dritte Koeffizient k_2 bezieht sich endlich auf die konstante Dampftemperatur t_{d1} und den Mittelwert der Wassertemperatur $t_m = (t_{w1} + t_{w2})/2$, wurde also nach Formel $k_2 = Q / F\,(t_{d1} - t_m)$ berechnet.

Der Vergleich des Leitungskoeffizienten $k_0 k_1 k_2$ lehrt, daß der Wärmeübergang am Balckeschen Kondensator mit steigender Wassergeschwindigkeit fällt, im geraden Gegensatz zu den Ergebnissen Josses. Während die Wassergeschwindigkeit im Verhältnis von $515 : 700 = 1 : 1{,}36$ steigt, nimmt k nahezu im Verhältnis $2 : 1$ ab! Dieser Widerspruch kann erst durch weitere experimentelle Untersuchungen aufgeklärt werden. Auch zeigt die große Verschiedenheit der nach den drei Annahmen gerechneten Werte, daß man mit einem konstanten Brutto-Koeffizienten für den Kondensator nicht auskommt, sondern offenbar einen vom Luftgehalt abhängigen veränderlichen Koeffizienten benützen müßte, über dessen Größe uns heute indes nichts bekannt ist. Mit anderen Worten: die bis jetzt bekannt gewordenen Versuche sind unvollständig und befähigen uns nicht, einen Kondensator auf physikalischer Grundlage vorauszuberechnen.

In praktischer Beziehung wird man der Firma Balcke beipflichten, die kleine Beanspruchungen der Kühlfläche — etwa bis 30 kg/st Dampf auf 1 qm Kühlfläche — empfiehlt, da am Festlande das Kühlwasser selten hinreichend rein ist und die Wirkung des Kondensators mit eintretender Verschmutzung und Inkrustierung der Röhren rasch herabgeht. Die Höhe der erreichbaren Luftleere hängt, wie weiter unten behandelt wird, ebensosehr vom Kondensator wie von der Luftpumpe ab.

Zum Schlusse berühren wir noch die wichtige Frage der

Druckverluste im Kondensator.

Die Geschwindigkeit im Abdampfrohr der Turbine pflegt 80—100 m/sek und darüber hinaus zu betragen. Zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit ist bei 0,05 Atm. Luftleere ein Druckunterschied von rd. 0,002 Atm. erforderlich. Die Rohrreibung macht bei 1 m Rohrdurchmesser etwa 0,0015 Atm. auf den laufenden Meter aus, und so sollte bei dem üblichen gedrängten Zusammenbau von Turbine und Kondensator nur ein verschwindend kleiner Druckverlust auftreten.

Bei unzweckmäßiger Anlage ist dies anders. Beispielsweise wurde an einer 2000pferdigen Anlage folgender Druckverlauf beobachtet:

	Halbe Leistung kg/qcm	Normale Leistung kg/qcm	Maximale Leistung kg/qcm
Abs. Druck im Abdampfrohr am Austritt der Turb. . . .	0,0515	0,0763	0,0937
Desgleichen vor dem Kondensator	0,0466	0,0664	0,0794
Desgleichen am Austritt aus dem Kondensator	0,0415	0,0442	0,0447
Gesamter Druckverlust	0,0100	0,0321	0,0490

Dies bedeutet eine Erhöhung des Dampfverbrauches bei maximaler Leistung um etwa 7—10 v. H., was bei richtiger Anordnung zum großen Teile vermieden werden könnte.

Rechnet man mit dem üblichen Ansatz

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \zeta \frac{U}{4F} \frac{w^2}{2g} l,$$


Digitized by Google

wobei U den Umfang, F den Querschnitt, l die Länge des die Kühlröhren umspülenden Dampfstromes bedeutet, so kommt mit dem Werte $\zeta = 0{,}03$ ein 20 bis 50mal geringerer Druckabfall heraus, als beobachtet wurde. Ob der Fehler im Übergang von einer Abteilung zur anderen lag, oder ob die herabfallenden Wassertropfen ein wesentlich höheres ζ bedingen, konnte nicht festgestellt werden. Wenn freilich, wie in einem bestimmten Falle beobachtet werden konnte, die Einmündung in den Kondensator aus sonst löblicher Rücksicht auf die Festigkeit mit durchlochtem Blech abschlossen wird, braucht man sich über den Druckabfall nicht zu verwundern. Allein im oben angeführten Beispiel war der Durchgang frei.

144. Die Luftpumpe.

Man unterscheidet die nasse und die trockene Luftpumpe. Die erstere saugt die Luft und das Einspritzwasser oder das Kondensat miteinander vermengt ab, die letztere nur die Luft allein.

Die Größe der trockenen Luftpumpe hängt von der Luftmenge und Temperatur und dem gewünschten Vakuum ab, und umgekehrt. Folgendes ist der einfache Zahlenzusammenhang dieser Größen: Ist G_l das stündliche Luftgewicht, t_d die Gemischtemperatur an der Absaugestelle, p_d der zu t_d gehörende Sättigungsdruck, p_k der Kondensatordruck, t_k die zugehörige Sättigungstemperatur, $p_l = p_k - p_d$ der Teildruck der Luft, so ist $v_l = BT_d/p_l$ mit B als Gaskonstante das spezifische und

$$V_l = G_l v_l$$

das auf Kondensatordruck bezogene gesamte stündliche Luftvolumen, woraus sich durch Division mit dem Lieferungsgrad das Fördervolumen der Pumpe ergibt. Bei nassen Pumpen kommt noch das Volumen des Kondensates, bzw. des Einspritzwassers dazu.

Über das Luftgewicht haben wir oben Angaben gemacht; was die Temperaturen anbelangt, so folgt aus den mitgeteilten Versuchen, daß beim Parallelstrom-Mischkondensator t_d um 5—10° unter t_k liegt, beim Gegenstrom-Mischkondensator ist t_d = der Eintrittstemperatur des Kühlwassers + etwa 5°. Bei Oberflächenkondensatoren sind die Verhältnisse noch sehr schwankend, und man findet t_d = Eintrittstemperatur des Kühlwassers + 5 bis 15°, oder es ist eine „Unterkühlung" $t_k - t_d$ von 0—10—15° festzustellen. Über die in der Praxis übliche Bemessung der Luftpumpen vergleiche man die Angaben im „Zahlenbeispiel".

Der Lieferungsgrad (oder „volumetrische Gütegrad") hängt bei trockenen Pumpen vom schädlichen Raum ab und wird in bekannter Weise durch das „Überströmen" im Totpunkt vergrößert, allerdings auf Kosten des Arbeitsverbrauches. Nach den Rechnungen von Schmidt[1]) ist für ausgeführte gute Schieberpumpen der theoretische Lieferungsgrad von der absoluten Saugspannung wie folgt abhängig:

Saugspannung kg/qcm abs.	0,02	0,03	0,05	0,10
Theoret. Lieferungsgrad .	0,87	0,91	0,935	0,955

Mit einer Luftpumpe dieser Art von Pokorny & Wittekind sei bei geschlossenen Saugstutzen ein Vakuum von 1—2 mm Quecksilbersäule erreicht worden.

In neuerer Zeit kommen auch für Oberflächenkondensatoren die **nassen Luftpumpen** wieder mehr in Aufnahme, bei denen der schädliche Raum durch Wasser ganz ausgefüllt wird und ein „Überströmen" nicht erforderlich ist. Freilich würde bei einstufiger Anordnung die „Rückexpansion" der im schädlichen Raum

[1]) Die Berechnung der Luftpumpen für Oberflächenkondensationen, Berlin 1909, S. 51.


Digitized by Google

eingeschlossen gebliebenen Luftbläschen[1]) den Lieferungsgrad stark herabsetzen. Dieser beträgt bei 0,12 Atm. Saugspannung häufig 0,7, und Pumpen dieser Art würden bei rd. 0,04 Atm. Saugdruck überhaupt zu liefern aufhören. Doch hat man diesem Übelstande in vorzüglicher Weise durch die Anwendung der **Verbundwirkung**, d. h. zweistufiger Verdichtung, abgeholfen.

Ein Punkt von hoher Wichtigkeit für die nasse Luftpumpe ist die Herabsetzung der Saugwiderstände. Wäre der zum Öffnen einer Kautschukklappe nötige Überdruck, wie Schmidt (a. a. O.) annimmt, 0,03 Atm., so würde bei 0,06 Atm. Kondensatordruck der Pumpensaugdruck 0,03 Atm. betragen, und der auf die Kondensatorpressung bezogene Lieferungsgrad wäre auf die Hälfte herabgesetzt.[2]) Leblanc nimmt ohne Herkunftsangabe 0,01 Atm. an. Einen großen Fortschritt bedeuten in dieser Hinsicht die Schlitzpumpen, die heute fast allgemein angewendet werden und bei zweistufiger Anordnung wohl Lieferungsgrade von bis zu 90 v. H. auf das nutzbare Volumen und Kondensatordruck bezogen gewährleisten dürften.

Zahlenbeispiele.

Ein Vergleich neuerer Kondensatoranlagen für Dampfturbinen zeigt, daß man als ungefähre Regel für Mitteleuropa **200—250 Liter sekundliches Brutto-Fördervolumen der Luftpumpe auf je 1000 KW Turbinenleistung** annehmen darf, und zwar gleicherweise für trockene wie für nasse Pumpen. Die Berechnung aus den bekannt vorausgesetzten physikalischen Daten wird folgenden Weg einschlagen:

Beispiel 1. Zu einer Dampfturbine von 2500 KW Leistung und Oberflächenkondensation soll die nasse Luftpumpe berechnet werden. Bei 0,95 Dynamo-Wirkungsgrad ist die effektive Leistung $= 3575$ PS und bei 13,5 Atm. abs. Druck 320° C Temperatur von der Turbine der anfängliche Wärmeinhalt 738 WE. Wir fordern an der Luftabsaugestelle einen Druck von 0,05 Atm. abs., was ein adiabatisches Wärmegefälle von rd. 222 WE ergibt. Setzen wir voraus, daß die Turbine mit 0,65 eff. Wirkungsgrad arbeitet, so werden $222 \cdot 0{,}65 \simeq 144$ WE in Arbeit verwandelt und der Dampfverbrauch wird $632/144 \simeq 4{,}4$ kg/PS-st betragen. Der Kondensator hat daher $3575 \cdot 4{,}4 = 15700$ kg Dampf in der Stunde mit dem Wärmeinhalt $i = 738 - 144 = 594$ WE aufzunehmen.

Die Sättigungstemperatur zu 0,05 Atm. Druck ist 32,6° C, und wir nehmen an, daß eine Unterkühlung des Kondensates um 4,6° erreichbar ist, so daß die Temperatur des Gemisches beim Eintritt in die Luftpumpe 28° beträgt, während die Ablauftemperatur des Kühlwassers sich um 2,6° C von der Sättigungstemperatur unterscheidet, also $t_2 = 30°$ wird. Hieraus ergibt sich bei 50facher Kühlwassermenge diejenige Eintrittstemperatur desselben, bei der das geforderte Vakuum noch erreicht werden kann, aus Gleichung $(i - 28) = 50(30 - t_1)$ zu $t_1 = 18{,}7°$ und auf Grund dieser Temperaturen müßte der Oberflächenkondensator berechnet werden.

Nun nehmen wir an, daß die gesamte Luftmenge 10 kg/st auf je 1000 KW, im ganzen also 25 kg/st ausmacht. Der Teildruck des abziehenden Dampfes bei 28° ist 0,0383 kg/qcm und es bleibt für die Luft $p_l = 0{,}0117$ kg/qcm; das stündliche Gesamtvolumen ist mit $T_l = 273 + 28 = 301$; $B = 29{,}3$ kg.m/° C, $V_l = 25 \cdot 29{,}3 \cdot 301/117 = 1885$ cbm/st oder $1885 \cdot 1000/2{,}5 \cdot 3600 = 209$ Liter in der Sekunde auf 1000 KW bezogen. Wird das Volumen des Kondensates $= 15{,}7$ cbm zugeschlagen und 0,8 als Lieferungsgrad angenommen, so erhält man 2375 cbm/st Gesamt-Fördervolumen, welches bei 200 Umdr./min von zwei einfachwirkenden Kolben mit rd. 760 mm Durchmesser 220 mm Hub bewältigt werden kann.

Beispiel 2. Wir wollen untersuchen, welche Luftleere bei obiger Anlage erreichbar ist, wenn die Temperatur des Kühlwassers (bei gleichbleibender Menge) auf $t_1 = 5°$ C sinkt. Wir berechnen die Endtemperatur des Kühlwassers aus Gl. $(i - t_2) = 50(t_2 - t_1)$ mit angenähert gleichem i wie vorhin und erhalten $t_2 = 16{,}55°$. Der Temperaturunterschied des Kondensates gegen die Eintrittstemperatur des Kühlwassers sei gleich groß wie oben, d. h. $28 - 18{,}7 = 9{,}3°$, daher ist die Temperatur des abziehenden Luftgemisches $t_l = 5 + 9{,}3 = 14.3°$, mit $p_d = 0{,}0166$ kg/qcm als Sättigungsdampfdruck. Nun wird unter sonst gleichen Umständen das gleiche Luftgemisch in der Stunde eindringen

---

[1]) Es ist auch die Meinung ausgesprochen worden, daß die Luft vom Wasser während der Druckperiode absorbiert und während des Saugens frei wird, was in der Wirkung auf das gleiche herauskäme, aber zunächst nur eine Vermutung bleibt.

[2]) Schmidt geht (a. a. O., S. 97) von der Ansicht aus, daß beim Drosseln während des Ansaugens der Teildruck des Dampfes unverändert bleibt und die Druckerniedrigung einseitig die Luft betreffe. Dies ergibt aber eine starke Überschätzung des Drosselungseinflusses. Nach unserer Entropietafel stimmen die Linien $i =$ konst. bei niederen Drücken mit den Linien $T =$ konst. sehr nahe überein, es wird also bei der Drosselung die Temperatur wohl unverändert bleiben, hingegen werden Dampf und Luft sich in gleichem Verhältnis ausdehnen, daher der Teildruck der Luft dem Gesamtdruck proportional bleiben.

Digitized by Google

wie vorhin, und da auch das Fördervolumen der Pumpe unverändert bleibt, dehnt sich die Luft, von dem Einfluß der geringen Temperaturdifferenz abgesehen, auf denselben Teildruck aus wie oben. Der Kondensatordruck wird also rd. $p_k = 0{,}0166 + 0{,}0117 = 0{,}0283$ kg/qcm betragen.

Die praktisch übliche und wirtschaftlich erreichbare Luftleere wird von Fr. Tosi gemäß nachfolgender Tabelle gewährleistet:

Absolute Drucke beim Eintritt in den Kondensator in Zentimetern Quecksilbersäule.
Oberflächenkondensatoren und Gegenstrom-Mischkondensatoren.

	Kühlwassertemperatur Grad C								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Verhältnis: Kühlwasser/Dampf 20	4,67	6,10	7,90	9,90	12,65	15,90	—	—	—
30	2,80	3,70	4,75	6,10	7,90	10,15	12,70	—	—
40	**2,14**	2,90	3,74	4,93	6,43	8,10	10,40	—	—
50	2,—	**2,42**	3,15	4,18	5,49	6.90	8,90	11,45	—
60	—	2.32	**2,90**	3,74	4,93	6,30	8,10	10,40	13,30
70	—	—	2,77	**3,48**	4,52	5,90	7,70	9,66	12,40
80	—	—	—	3.35	**4,30**	5,62	7.32	9,19	11,74
90	—	—	—	—	4,15	**5,87**	7,—	8,80	11,30

Parallelstrom-Mischkondensatoren.

	Kühlwassertemperatur in Grad C								
	5	10	15	20	25	30	35		
Verhältnis: Kühlwasser/Dampf 20	5,68	6,99	8,64	10,69	13,24	—	—	—	—
25	4.48	5,46	6,70	8,27	10,24	12,80	15,80	—	—
30	3,85	4,65	5,68	6,99	8,64	10,69	13,24	—	—

Wenn die Wahl der Kühlwassermenge (d. i. das Verhältnis $\frac{\text{Kühlwasser}}{\text{Dampf}}$) freisteht, ist es ratsam, sich an die Verhältnisse zu halten, welche den fettgedruckten absoluten Drucken entsprechen.

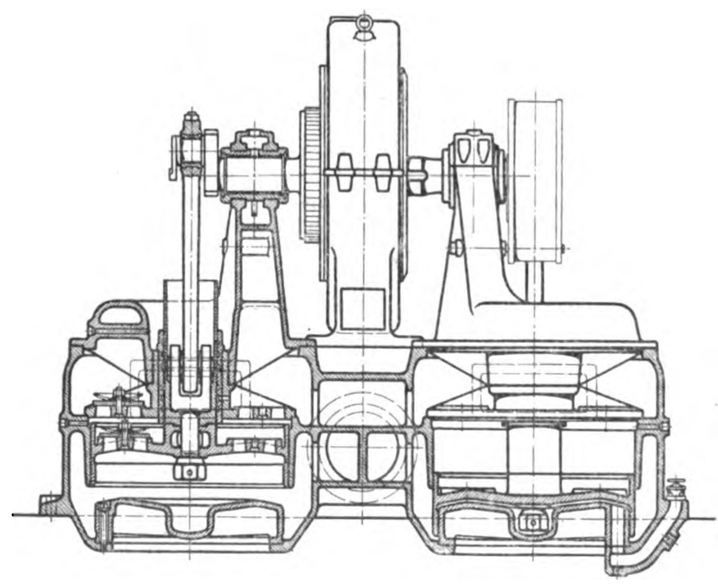


Fig. 635.

Ausführungsbeispiele von Luftpumpen.

Die in Fig. 635 dargestellte Verbundpumpe von Franco Tosi ist eine Verbesserung der „Schlitzpumpe"; der Kolben gibt in der oberen Lage für das Ansaugen der unteren Seite einen durch keine Rippe unterbrochenen Ringquerschnitt frei. Die Wölbung erleichtert das Abfließen der Luft im höchsten Punkt. Tosi zählt unter den Vorteilen der Verbundpumpe auch den auf, daß die zweite Stufe der Pumpe ohne Schädigung des Vakuums Luft aus dem höchsten Punkte der Kühlwasserleitung absaugen kann, welche Leitung man zweckmäßig als Heber konstruiert, um nur die Reibungsarbeit überwinden zu müssen.

Digitized by Google

Die A.-G. Brown, Boveri & Cie. konstruiert Verbundpumpen nach Fig. 636 mit Saugschlitzen in der ersten Stufe und Tauchkolben in der zweiten Stufe, dessen Durchmesser das Druckverhältnis bestimmt.

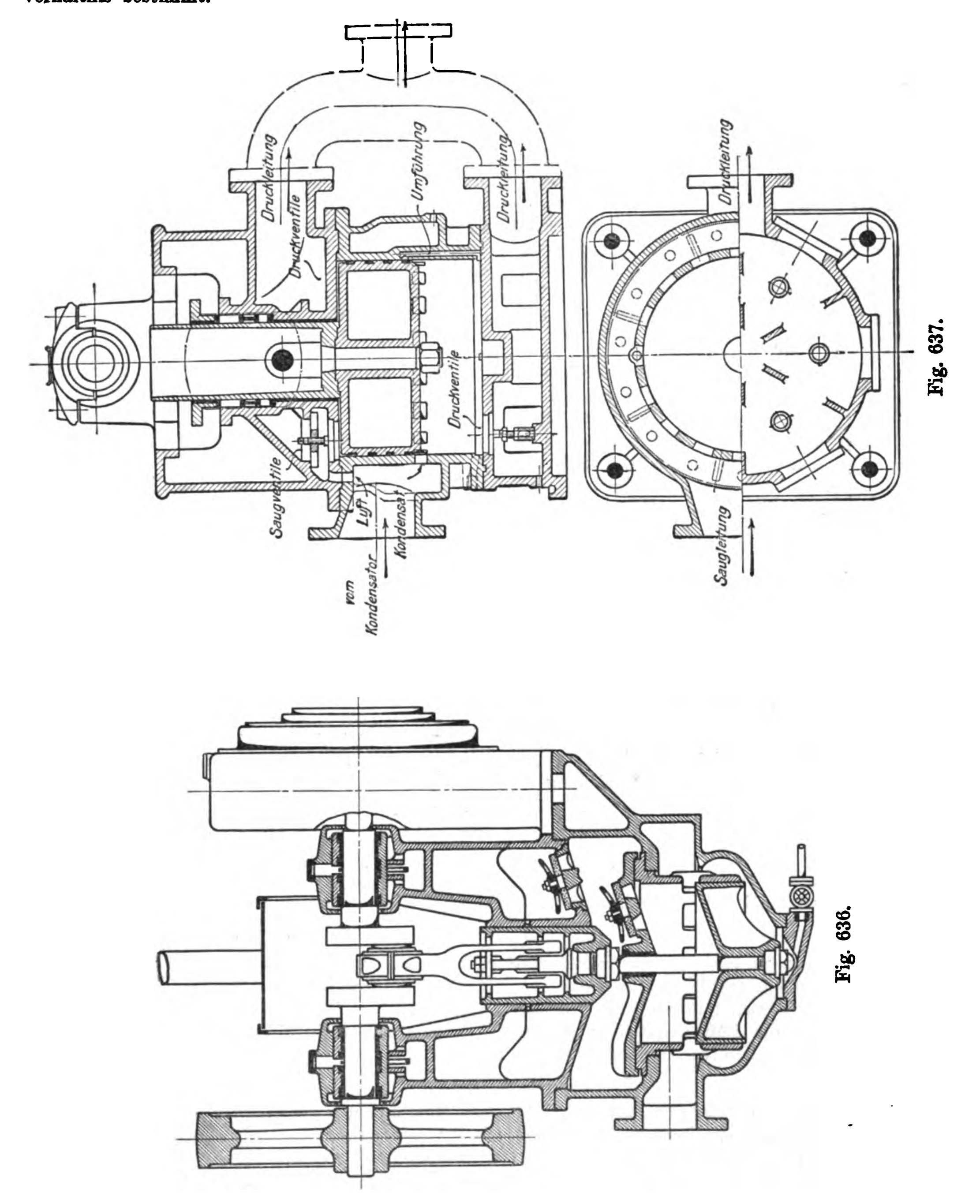


Fig. 637.

Fig. 636.

Josse benutzt bei Oberflächenkondensation eine senkrechte, einstufige, doppeltwirkende Pumpe (Fig. 637), deren Unterseite das Kondensat und einen Teil der Luft fördert, während die Oberseite nur für Luft bestimmt ist. Infolge des sehr kleinen schädlichen Raumes und der Mischung mit dem Kondensat wird auf der Unterseite nicht viel Luft zurückbleiben, trotz ihres Bestrebens den höchsten Punkt einzunehmen. Auf die obere Seite wird durch die mit „Umführung" bezeichneten Kanäle im unteren Hubende etwas Wasser hinaufgedrückt und hierdurch der schädliche Raum im oberen Todpunkt vollständig ausgefüllt.

Digitized by Google

144a. Zusammenhang zwischen Vakuum und Fördervolumen der Luftpumpe. Luftpumpengröße für beste Arbeitsausbeute.

Je größer wir das Fördervolumen der Luftpumpe etwa durch Beschleunigung ihres Ganges machen, um so mehr wird sich die Luft ausdehnen, so daß ihr Teildruck und mit diesem gleichsinnig der Kondensatordruck sinken muß. Indem dann die Temperatur des Eintrittsdampfes kleiner wird, muß auch diejenige des abfließenden Kühlwassers etwas fallen, was eine weitere, doch unbedeutende Verbesserung des Vakuums ergibt. Es frägt sich nun, wie das Luftförderungsvolumen und das Vakuum zahlenmäßig zusammenhängen und bis zu welcher Grenze tiefere Luftleere einen Arbeitsgewinn bringt? Offenbar nur so lange, bis die Mehrleistung der Turbine durch die Vergrößerung des Kraftverbrauches der Kondensation aufgehoben wird. Diese Grenze hängt von der Art der Anlage ab und es zeigt sich, daß es rein technisch vorteilhaft ist, das Vakuum bis in die Nähe seines theoretischen Wertes zu steigern. Da dies aber das Fördervolumen zu groß macht, wird die Grenze der Luftpumpengröße durch wirtschaftliche Gesichtspunkte bedingt.

Als praktisches Beispiel greifen wir hier den **Gleichstrom-Mischkondensator** heraus.

Es bezeichne

G_d das sekundlich zu kondensierende Dampfgewicht in kg;
G_l das sekundlich eindringende Luftgewicht in kg;
G_w das sekundliche Einspritzwassergewicht in kg;
p_a den absoluten Atmosphärendruck;
p_k den absoluten Kondensatordruck;
p_d, p_l die absoluten Teildrücke des Dampfes, bzw. der Luft (kg/qm) im allgemeinen;
p_{d_2}, p_{l_2} desgl. am Austritt aus dem Kondensator, d. h. vor der Luftpumpe;
t_k die Temperatur des Dampfes am Eintritt, angenähert Sättigungstemperatur zu p_k, weil hier Teildruck der Luft vernachlässigbar;
i den Wärmeinhalt pro Kilogramm beim Eintritt;
t_1, t_2 die Temperaturen des Einspritzwassers am Ein- und Austritt; letztere zugleich Temperatur des Dampfes am Austritt, daher p_d Sättigungsdruck zur Temperatur t_2;
v_d, v_l, v_w die spezifischen Rauminhalte (cbm/kg) von Dampf, Luft und Wasser;
V_{sek} das sekundliche Fördervolumen der Luftpumpe in cbm.

Die Gleichung der Gesamtenergie liefert die Beziehung

$$G_d (i - t_2) = G_w (t_2 - t_1) \quad \ldots \quad (1)$$

Aus der Zustandsgleichung der Luft $p_l v_l = BT$ berechnen wir das spezifische Volumen am Austritt, v_{l_2}, welches wegen der Beziehung

$$p_{l_2} = p_k - p_{d_2} \quad \ldots \quad (2)$$

als

$$v_{l_2} = \frac{BT_2}{p_k - p_{d_2}} \quad \ldots \quad (3)$$

ausgedrückt werden kann. Hieraus folgt das sekundliche Fördervolumen

$$V_{sek} = (G_w + G_d)\, v_w + G_l v_{l_2} \quad \ldots \quad (4)$$

Indem man zu verschiedenen Kondensatordrücken aus der Zustandskurve der Dampfturbine i entnimmt, kann aus (1) die Temperatur t_2, aus (4) das Fördervolumen der Pumpe berechnet werden. Der umgekehrte Weg ist nur mittels Probierens gangbar.

Die Arbeit der Luftpumpe kann getrennt werden zunächst in die Arbeit zum Ansaugen und Hinausschaffen der Kühlwassermenge und des Kondensates

$$E_w = (G_w + G_d)\, v_w\, (p_a - p_k) \quad \ldots \quad (5)$$

wobei man von G_d die in der Luft eingeschlossene Dampfmenge wegen ihrer Kleinheit nicht erst abzuziehen braucht. Zweitens ist zu leisten die Verdichtungs- und Verdrängungsarbeit der Luft samt der von ihr eingeschlossenen Dampfmenge. Da die Luft mit dem Kühlwasser in Berührung bleibt, darf man die Zustandsänderung als isothermisch voraussetzen, d. h. es gilt

$$p_l v_l = (p - p_{d_2})\, v_l = BT_2 \quad \ldots \quad (6)$$

mit konstanten Werten von T_2 und p_{d_2}. Die Arbeit selbst ist, wenn $V_l = G_l v_l$ das Gesamtvolumen des Luftdampfgemisches bedeutet,

$$E_l = -\int_{p_k}^{p_a} V_l\, dp \text{ oder mit Gl. (6)} = -G_l \int_{p_k}^{p_a} \frac{BT_2\, dp}{p - p_{d_2}} = G_l B T_2 \operatorname{lgn} \frac{p_a - p_{d_2}}{p_k - p_{d_2}} \quad \ldots \quad (7)$$

Digitized by Google

Diese Arbeit hängt also nur vom Luftgewicht und den Teildrücken ab und im ganzen ist die indizierte Pumpenarbeit in der Sekunde

$$E_{pi} = E_w + E_l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Ist dann $E_{ti} = G_d\,(i_0 - i)\,A$ die pro Sekunde in der Turbine gewonnene indizierte Arbeit, und sind η_t, η_p die mechanischen Wirkungsgrade, so ist die effektiv gewonnene Arbeit pro Sekunde

$$E_e = E_{ti}\,\eta_t - \frac{E_{pi}}{\eta_p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Beispiel. Wir setzen eine Turbine mit 10 Atm. abs. Eintrittsspannung, 300° Anfangstemperatur voraus, die einen indizierten Wirkungsgrad von 65 v. H. und einen mechanischen Wirkungsgrad von 90 v. H. besitzt. Das Einspritzwasser habe die Anfangstemperatur $t_1 = 10°$ C, das Gewicht sei das 50fache des Dampfgewichtes. Die Austrittstemperatur des Kühlwassers ergibt sich mit der Luftleere etwas veränderlich im Mittel zu etwa 21,5° C, das entsprechende theoretische Vakuum wäre rund 0,026 kg/qcm abs. oder 97,4 v. H. Wir setzen nun als Volumen der eindringenden Luft bei atmosphärischem Druck gemessen der Reihe nach 2, 4, 10, 30 und 60 v. H. des Einspritzwasservolumens an, oder rund 10, 20, 50, 150, 300 kg Luft in der Stunde bei einer 1000 KW-Maschine, und erhalten die in Fig. 638 in gleicher Reihenfolge mit *a*, *b*, *c*, *d*, *e* bezeichneten Kurven als Ergebnis der Rechnung. Der Wirkungsgrad der Luftpumpe ist mit 0,5 angenommen worden. Die Abszisse stellt den absoluten Kondensatordruck, die Ordinate die effektive Leistung der Turbine in WE für 1 kg Dampf dar. Die oberste Kurve bedeutet die effektive Leistung der Turbine ohne Abzug der Luftpumpenarbeit.

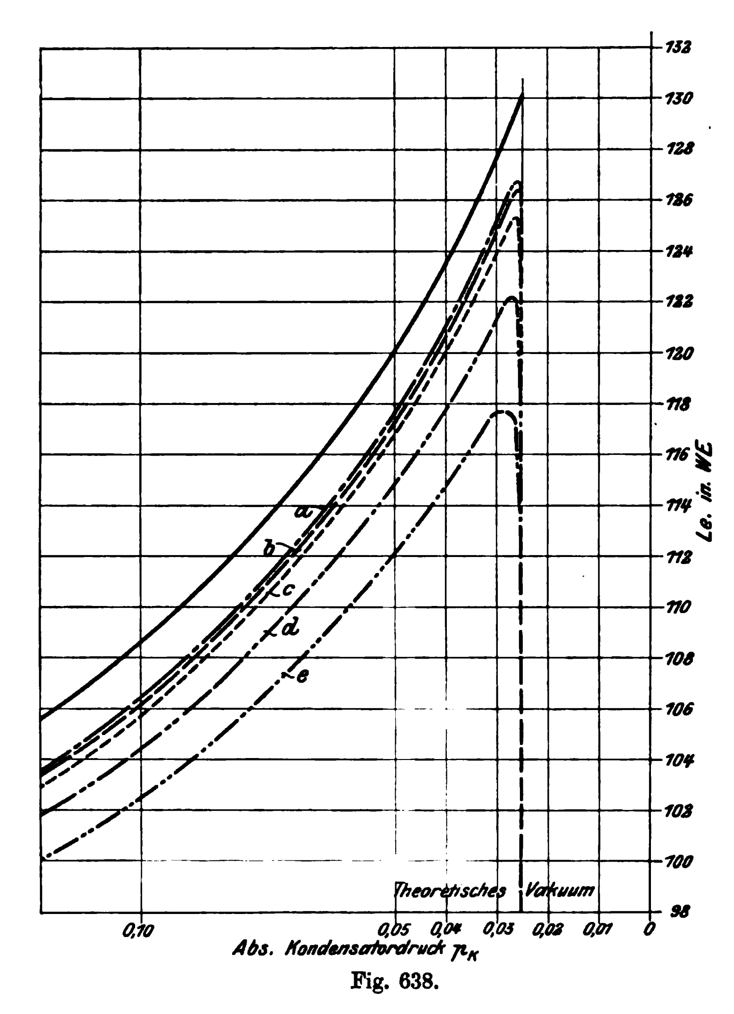


Fig. 638.

Das gemeinsame Merkmal dieser Kurven ist, **daß die Steigerung der Luftleere einen Gewinn an effektiver Arbeit liefert bis knapp an das theoretische Vakuum heran.** Der Hauptteil der Luftpumpenarbeit stammt von der Wasserförderung. Ist der Rauminhalt der Luft kleiner als 2 v. H. der Einspritzwassermenge, so kann die Luftverdichtungsarbeit füglich vernachlässigt werden.

Das Bestreben, hohes Vakuum zu erzielen, kann daher kaum übertrieben werden. Die Figur gestattet im übrigen den Arbeitsverbrauch der Luftpumpe in absolutem Maß (WE) abzulesen, und liefert Werte, die mit den praktischen Ergebnissen gut übereinstimmen.

145. Strahlkondensator.

Das Einspritzwasser fließt als geschlossener Strahl mit rundem (Körting) oder sternförmigem Querschnitt (Rateau) in das Innere des Kondensators, kondensiert den Dampf, nimmt das Kondensat und die Luft auf und überwindet vermöge seiner lebendigen Kraft in einer kegelig erweiterten Düse den Atmo-

Digitized by Google

sphärendruck, so daß die Kondensationsprodukte unmittelbar aus dem Kondensator hinausbefördert werden. Da hierbei die Luft verdichtet wird, also eine Zusatzarbeit zu leisten und Reibungswiderstände zu überwinden sind, muß die Eintrittsgeschwindigkeit in die Düse größer sein, als die Geschwindigkeit, die das Einspritzwasser unter Atmosphärendruck beim Einfluß in den Kondensator annehmen würde, d. h. es muß dem Kondensator im allgemeinen unter Druck zufließen.

Theorie des Strahlkondensators.

Wir machen die Annahme, daß das Einspritzwasser und die Luft beim Eintritt in die Düse so innig durcheinandergemischt sind, daß man sie als physikalisch homogenen Körper behandeln darf. Die Wärmegleichung

$$G_d\,(i - t_2) = G_w\,(t_2 - t_1) \qquad (1)$$

liefert bei angenommener Kühlwassermenge G_w die Ablauftemperatur t_2 des Kühlwassers. Für die Strömung von 1 kg des Gemisches gilt dann die Gleichung der lebendigen Kraft in folgender Form:

Sofern wie im vorigen Abschnitt $G = G_w + G_d + G_l$ das sekundliche Gesamtgewicht von Wasser, Dampf und Luft, und h die Fallhöhe im Kondensator bedeuten, ist die Abnahme der kinetischen Energie zuzüglich der Arbeit der Schwere

$$E = \frac{G}{g}\,\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + Gh \qquad (2)$$

wo w_1 die Geschwindigkeit beim Eintritt, w_2 diejenige beim Austritt aus der Düse bedeuten. Diese Energie wird erstens verwendet, um die Wassermenge $G_w + G_d$ aus dem Kondensator in die Atmosphäre zu schaffen, wobei die Verdrängungsarbeit

$$E_w = (G_w + G_d)\,v_w\,(p_a - p_k) \qquad (2a)$$

geleistet wird. Zweitens muß das Luftvolumen $G_l v_l$ einschließlich des darin mit Sättigungsdichte enthaltenen Wasserdampfes vom Kondensatordruck p_k auf Atmosphärendruck p_a verdichtet und hinausgeschoben werden, was den Arbeitsaufwand

$$E_l = -\int_{p_k}^{p_a} G_l v_l\,dp \qquad (3)$$

erheischt. Setzen wir, wie im vorigen Abschnitt, isothermische Verdichtung, d. h.

$$p_l v_l = (p - p_d)\,v_l = BT_2 = \text{konst.} \qquad (4)$$

voraus, so daß auch p_d konstant bleibt und den Sättigungsdruck zur Wassertemperatur T_2 bedeutet, so wird die Verdichtungsarbeit

$$E_l = G_l B T_2 \lg n\,\frac{p_a - p_d}{p_k - p_d} \qquad (5)$$

Endlich wird durch Reibung und Wirbelung die Arbeit GR aufgezehrt, und wir erhalten die Energiegleichung

$$E = E_w + E_l + GR$$

oder

$$G\left(h + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}\right) = (G_w + G_d)\,v_w\,(p_a - p_k) + G_l B T_2 \lg n\,\frac{p_a - p_d}{p_k - p_d} + GR \qquad (6)$$

Setzen wir die Reibungsarbeit einem bestimmten Bruchteil der auf der linken Seite von Gl. (6) stehenden verfügbaren Arbeit gleich, so kann aus (6) die erforderliche Anfangsgeschwindigkeit w_1 gerechnet werden. Über die Höhe des Reibungsbetrages vergleiche man den Bericht über die Leblanc-Strahlpumpe.

Wollte man den Teildruck des Dampfes p_d bis auf den Kondensatordruck p_k hinauftreiben, so ergäbe sich auch hier eine unendlich große Verdichtungsarbeit.[1])

Die Gleichung der Stetigkeit lautet

$$(G_w + G_d)\,v_w + G_l v_l = fw \qquad (7)$$

und dient zur Bestimmung des Querschnittes f. Liegen Versuchsergebnisse vor so liefert die Beobachtung p, T in irgendeinem Querschnitt, worauf v_l aus Gl. (4), w aus Gl. (7) und die Reibungsarbeit R aus Gl. (6) ermittelt werden.

---

[1]) In der Z. Ver. deutsch. Ing. hat O. H. Müller in seiner sonst ganz korrekten Darstellung den Teildruck des Dampfes vernachlässigt und gelangt daher zu einer Formel, die nur für Verdichtung von reiner Luft durch Wasser von tiefer Temperatur Geltung besitzt.


Digitized by Google

Bei den unten beschriebenen Kondensatoren von Körting strömt der Dampf dem Einspritzwasserstrahle durch einzelne Düsen zu, expandiert und erlangt eine höhere lebendige Kraft, die beim Kondensieren und Anprallen des gebildeten Tropfens an den Wasserstrahl die Geschwindigkeit desselben durch Stoßwirkung steigert. Ist die Dampfgeschwindigkeit w_d und die Wassergeschwindigkeit beim Eintritt w_0, so gilt die bekannte Stoßgleichung

$$G_w w_0 + G_d w_d = (G_w + G_d) w_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

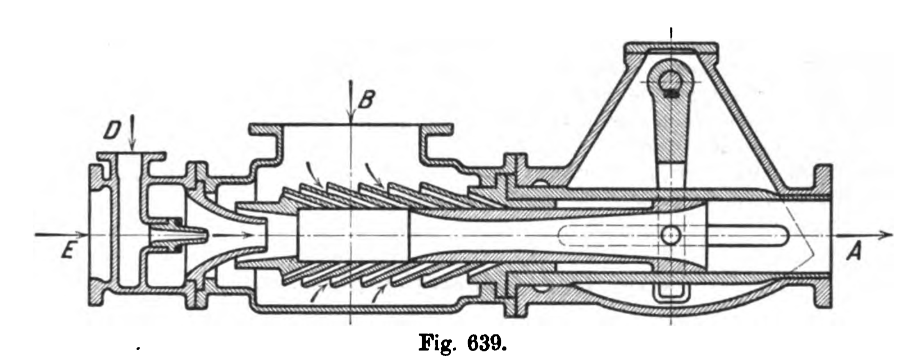


Fig. 639.

Muß der Kondensator sein Wasser selbst ansaugen (unter Umständen aus tieferem Horizont), so ist w_0 durch den atmosphärischen Überdruck bestimmt, und wir können aus Gl. (8) w_d berechnen, wenn wir vorher w_1 aus Gl. (6) ermittelt haben. Zur Erzeugung von w_d gehört ein Druckgefälle des Dampfes, und es wird daher das Vakuum geringer, als wenn wir auf die Stoßwirkung verzichten.

Ausführungsbeispiele.

Gebr. Körting, A.-G., Körtingsdorf bei Hannover, die sich seit Jahren mit bestem Erfolg der Durchbildung der Strahlapparate gewidmet haben, bringen als „Einstrahl-Kondensatoren" die in Fig. 639 und 640 dargestellten Konstruktionen auf den Markt. In der ersten beschleunigt der Abdampf, der durch die mittels Hülse D ab- und zuschaltbaren Düsen strömt, infolge der Stoßwirkung den Wasserstrahl. Man geht bis zu 2—3 m Saughöhe, doch haben wir oben bemerkt, daß diese Leistung nicht umsonst, sondern auf Kosten des Vakuums erhalten wird. Bei der zweiten Konstruktion ist der gesamte Düsenquerschnitt unveränderlich, daher bei geringerer Belastung das Wasser unter Druck zufließen muß. Für Dampfturbinenzwecke ist endlich der Vielstrahlkondensator (Fig. 641) eingeführt, bei welchem das Wasser, in mehrere Strahlen geteilt, eine große Kondensierungsoberfläche darbietet, daher gut ausgenutzt wird.

Nach einer Mitteilung der Firma sind an einem Vielstrahlkondensator die nachfolgend angeführten Versuche angestellt worden, um festzustellen, wie die Luftleere mit wachsender, durch Undichtheit eindringender Luftmenge zusammenhängt. Der Kondensator mit Dampf betrieben, ergab 93 v. H. Vakuum und förderte diejenige Luftmenge, die im Einspritzwasser enthalten war, aber nicht gemessen wurde. Darauf wurde Luft künstlich eingeführt, und man beobachtete folgende Werte:

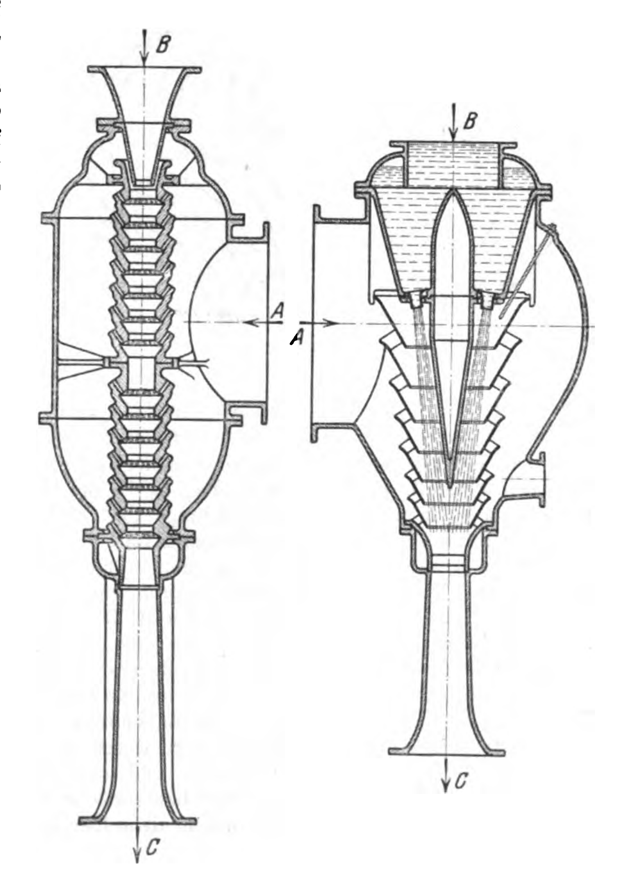


Fig. 640. Fig. 641.

Digitized by Google

Luftvolumen für 1 kg Kühlwasser beim Kondensatordruck gemessen . . . . Liter	0,05	0,098	0,134	0,210
Desgleichen in v. H. des Kühlwasservolumens bei atmosphärischem Druck gemessen v. H.	0,40	0,88	1,34	3,15
Luftleere v. H.	92	91	90	85

Die Firma L. Schwarz A.-G. in Dortmund ist mit dem Vorschlage hervorgetreten, den Dampf in einem Oberflächenkondenser niederzuschlagen, die Luft aber durch eine im unteren Teil des Kondensers wagerecht aufgestellte Strahlpumpe abzusaugen. Das gesamte Kühlwasser soll zuerst in die Strahlpumpe und erst dann durch die Kühlröhren geleitet werden, was eine intensive Abkühlung der Luftreste gewährleisten dürfte. Nach Versuchen von Josse wurde bei $t_1 = 10{,}4$; $t_2 = 19{,}5^0$ C eine Luftleere von 0,049 Atm. abs. erreicht und eine Arbeit von 3 v. H. der Turbinenleistung verbraucht. Die geförderte Luftmenge ist nicht angegeben.

145a. Der Kreiselkondensator.

Der Kreisel- oder „Rotations“kondensator bezweckt den Ersatz der nassen Luftpumpe durch eine Vorrichtung, die eine nur rein drehende Bewegung ausführt, Die meisten bekannten Abarten desselben sind einfache Strahlkondensatoren mit dem einzigen Unterschied, daß die erforderliche Geschwindigkeitserhöhung des Einspritzwassers durch eine in den Kondensator eingebaute Kreiselpumpe bewirkt wird. Verschieden ist nur die Art der Strahlbildung und der Mischung.

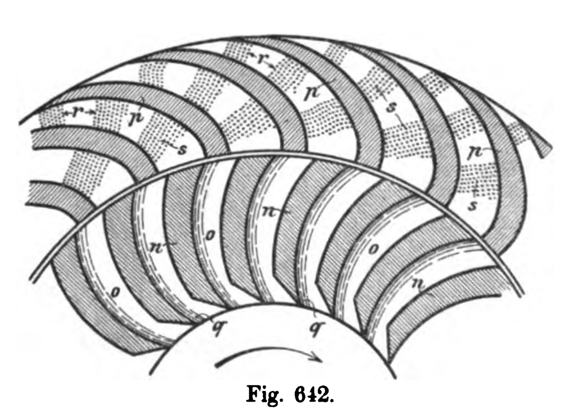


Fig. 642.

Beim Kondensator von Stumpf dient das Kreiselrad (Fig. 642) nach der deutschen Patentzeichnung Nr. 136235 vom Jahre 1901 wie auch Nr. 121039 und Nr. 142053 neben der Beschleunigung des Kühlwassers zugleich zur Unterteilung desselben, indem die Zellen des Rades nicht voll laufen. Der aus Wasser und Luft bestehende Doppelstrahl wird durch die Stege des auffangenden ruhenden Diffusors in einzelne Teile geschnitten, so daß je eine bestimmte Luftmenge durch einen Wasserkolben abgeschlossen und durch die lebendige Kraft des Wassers auf Atmosphärendruck verdichtet wird. Das Wasser soll (bei Oberflächenkondensation) wieder zurückströmen und im Kreislauf arbeiten.

Grun läßt nach dem D.R.P. Nr. 162580 das Kreiselrad voll laufen, und die Luft tritt im Spalte ein, damit bei zirkulierendem Wasser die Druckenergie desselben besser ausgenützt werde.

Der **Leblanc-Kondensator,** der von der französischen und britischen Westinghouse-Gesellschaft hergestellt wird, läßt nach Fig. 643[1]), das Wasser bei *B* durch den Kanal *C* in ein Kreiselrad eintreten, in welchem es beschleunigt wird und in Form des angedeuteten Schleiers *E* austritt, dessen einzelne Strahlen je einen Raumteil Luft abschließen und nach abwärts fördern, indes jedenfalls nicht unter so stumpfem Winkel wie in der Figur auf die gegenüberliegende Wand aufprallen dürfen, da sonst zu viel kinetische Energie verloren ginge. Das bei *F* eintretende Dampfluftgemisch wird in der sich unten anschließenden erweiterten Düse verdichtet und ausgestoßen. Zum Zwecke sicheren Anlassens ist am Eintritt in die Hauptdüse eine Ejektor-Hilfsdüse mit Frischdampfzuleitung angeordnet. Das Förderwasser spielt eine passive Rolle und wird immer von neuem verwendet.

Die Gesamtanordnung eines mit dieser Kreiselluftpumpe versehenen Mischkondensators (Fig. 644) läßt bei *A* den Dampf-, bei *B* den Wassereintritt erkennen. In die Strahldüsen *D* sind gewundene Streuplatten eingesetzt. Das Wasser wird durch die Zentrifugalpumpe *F* herausgeschafft; Trichter *E* bildet eine Trennung zwischen Wasser und dem abgehenden Luftstrom, so daß die Luft in abgekühltem Zustand bei *G* in die eben beschriebene Luftpumpe abgesaugt wird, die ihr Förderwasser dem Einspritzbehälter entnimmt und in denselben zurückfließen läßt. Ein Schwimmer *E* vernichtet

[1]) Engineering 1909, I, S. 622.

Digitized by Google

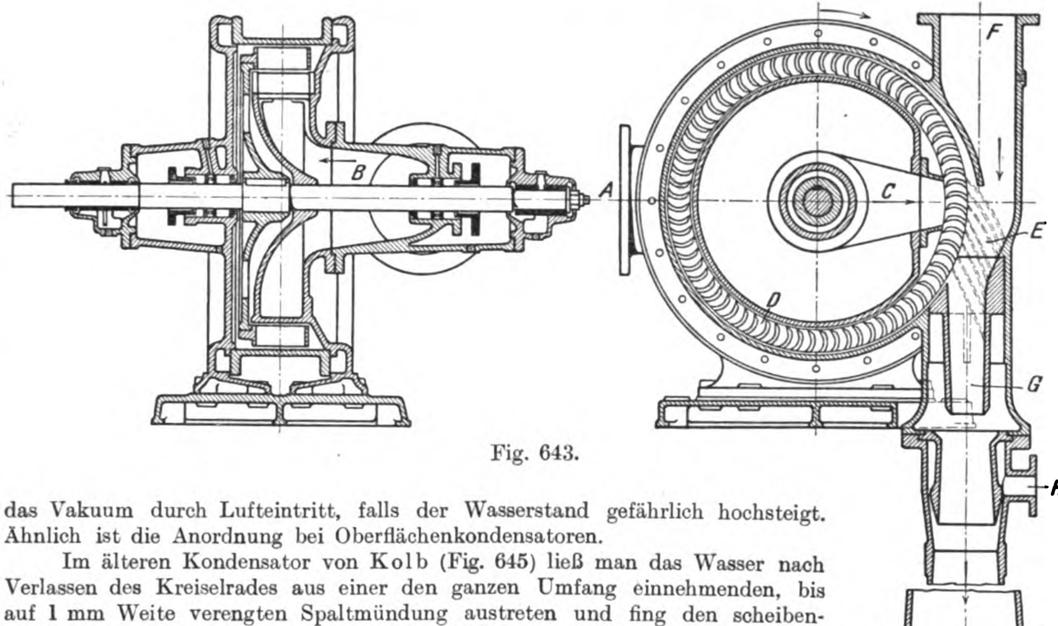


Fig. 643.

das Vakuum durch Lufteintritt, falls der Wasserstand gefährlich hochsteigt. Ähnlich ist die Anordnung bei Oberflächenkondensatoren.

Im älteren Kondensator von Kolb (Fig. 645) ließ man das Wasser nach Verlassen des Kreiselrades aus einer den ganzen Umfang einnehmenden, bis auf 1 mm Weite verengten Spaltmündung austreten und fing den scheibenförmigen Strahl in einem gegenüberstehenden Ringspalt mit gut abgerundeter Mündung auf. Obwohl das Einspritzwasser sorgfältig gesiebt wurde, haben sich, wie zu erwarten war, doch Verstopfungen eingestellt, und auch der Kraftverbrauch war zu hoch. Die Konstruktion ist daher verlassen, und wird hier nur angeführt, um auf die Gefahren zu feiner Verteilung des Wasserstrahles hinzuweisen.

Die Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft Berlin vereinigt die Kühlwasserpumpe C (Fig. 646) mit der Kreiselpumpe D_2 für flüssiges Kondensat und der Kreisel-Luftpumpe D_1 zu einer Einheit mit der Antriebsturbine A. Man wird auf vorteilhafte Weise vom elektrischen Strom unabhängig, muß aber die Pumpen mit hohen Umlaufzahlen konstruieren, damit die Dampfturbine hinlänglich einfach, z. B. als einstufige Curtisturbine, ausgeführt werden kann. Der Schnitt der Luftpumpe (Fig. 647) läßt erkennen, daß das Förderwasser in einem Kreiselrade beschleunigt in isolierten Strahlen einen breiten Spalt durchdringt, der auch der Luft den Zutritt zu dem anschließenden mit geradlinigen Schaufeln versehenen „Verteiler", d. h. Diffusor, gewährt, in welchem die Verdichtung vor sich geht.

Im Gegensatz zu diesen Beispielen, bei welchen die Verdichtung in ruhenden Kanälen erfolgt, benutzt Reuter, D. R. P. Nr. 157275, das Kreiselrad selbst als Kompressor, und zwar mit Vorliebe in mehrstufiger Anordnung. Die Anordnung wurde dem Vernehmen nach erprobt, von weiteren Ausführungen ist nichts in die Öffentlichkeit gedrungen.

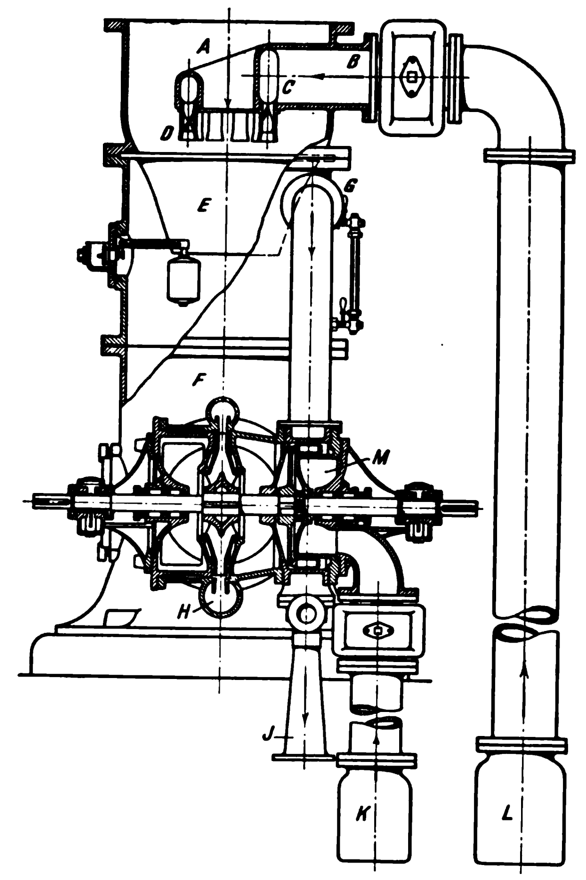


Fig. 644.

Digitized by Google

Theorie des Kreiselkondensators.

Diejenigen Kreiselkondensatoren, bei welchen das Kreiselrad bloß Wasser zu beschleunigen hat, und die wir als solche der **ersten Art** bezeichnen wollen, benötigen ein Kreiselrad, welches wie eine gewöhnliche Schleuderpumpe zu rechnen ist. Bei Stumpf und Leblanc soll obendrein die Pressung im Rade unveränderlich bleiben, so daß auf die Strömung die Gleichung der radialen Gleichdruckturbine

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - R \quad \dots \dots \dots \dots \quad (1)$$

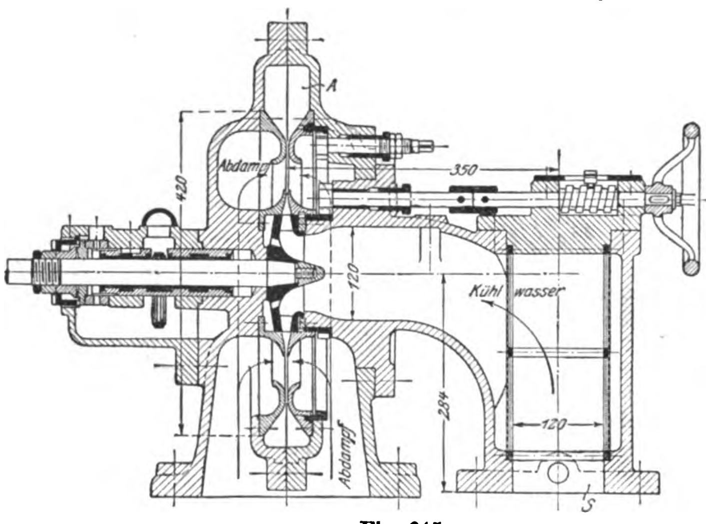


Fig. 645.

anwendbar ist, in welcher

w_2, w_1 die relativen Geschwindigkeiten am Aus- und Eintritt,

u_2, u_1 die Umfangsgeschwindigkeiten,

R die Reibungshöhe

bedeuten. Das Parallelogramm aus w_2 und u_2 ergibt die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 und $c_2^2/2g$ bildet die verfügbare Energie des Strahlrohres, in welches das Gemisch eintritt. Von dieser Energie geht je nach der Art der Gemischbildung ein beträchtlicher Teil schon vor dem Eintritt in den Diffusor verloren.

Bei den Kondensatoren der **zweiten Art** vollzieht sich die Verdichtung im Rade, und man muß die Gleichung der lebendigen Kraft unter Inbetrachtnahme der Fliehkraftarbeit aufstellen. Die letztere vertritt hier gewissermaßen die Schwerkraftarbeit, die der Fallhöhe im ruhenden Strahlkondenser entsprach. Man kann daher mit den gleichen Bezeichnungen wie beim Strahlkondensator unmittelbar das Resultat:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + (G_w + G_d)\, v_w\, (p_2 - p_1) + G_l\, B\, T_2 \lg n \left(\frac{p_2 - p_d}{p_1 - p_d}\right) + R = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad \dots \quad (2)$$

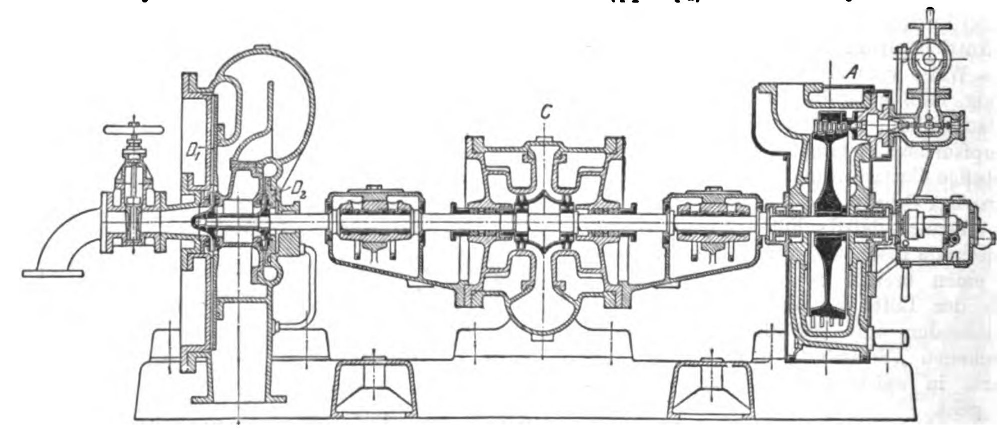


Fig. 646.

anschreiben, worin w_1, p_1, u_1 die relative Gemischgeschwindigkeit, den Druck und die Umfangsgeschwindigkeit beim Eintritt in das Rad, w_2, p_2, u_2 dasselbe am Austritt, B die Gaskonstante, p_d den Sättigungsdruck zur Kühlwassertemperatur T_2 bedeuten.

Die Gleichung der Stetigkeit

$$(G_w + G_d)\, v_w + G_l\, v_l = f w \quad \dots \dots \dots \dots \quad (3)$$

dient zur Berechnung der Querschnitte. Das Prinzip des Antriebes mit den Umfangskomponenten w_{2u}, w_{1u}

$$\mathfrak{M} = \frac{G}{g}\,(w_{2u}\, r_2 - w_{1u}\, r_1) \quad \dots \dots \dots \dots \quad (4)$$

Digitized by Google

liefert das aufzuwendende Drehmoment, woraus sich die aufzuwendende indizierte Leistung

$$GL_i = \mathfrak{M}\omega \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

(mit ω als Winkelgeschwindigkeit) und durch Division mit dem mechanischen Wirkungsgrad die effektive Antriebsarbeit ergibt.

Vorläufig sind die Wirkungsgrade all dieser Strahlapparate ganz minderwertig, und der große Aufschwung, den sie auf dem Gebiete der Dampfturbinenkondensation genommen haben, erklärt sich nur durch ihre geringen Anschaffungskosten. Dies auch der Grund, warum an der Verbesserung derselben eifrig gearbeitet wird.

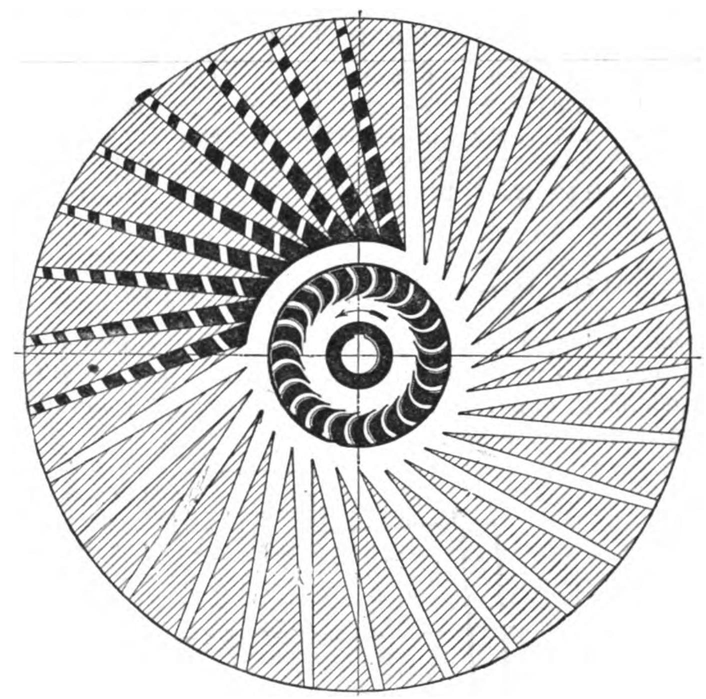


Fig. 647.

Versuche an Leblanc-Westinghouse-Kreisel-Strahlluftpumpen[1]).

Die Ergebnisse einiger von Leblanc selbst an seiner Luftpumpe veranstalteten Versuche sind in der nachfolgenden Zahlentafel vereinigt. Die Luft wurde durch geeichte Düsen zugeführt. Wir haben angenommen, daß das Förderwasser noch 2 Volumenprozente Luft (bei atm. Zustand) abgeschieden hat, und berechneten die Wasserverdrängungs-, die Luftverdrängungsarbeit und den kinetischen Auslaßverlust. Der Unterschied gegen die eingeführte Arbeit ergibt dann in der letzten Rubrik den Reibungsverlust. (Vgl. Tabelle S. 570.)

Der Reibungsverlust macht wie ersichtlich 60 bis 80 v. H. der angeführten Arbeit aus. Setzt man das Einspritzwasser luftfrei voraus, so ist der Verlust noch etwas höher. Wir haben einen kleineren Strahlkondensator für 2000 kg Dampf i. d. St. im Maschinenlaboratorium des Eidgen. Polytechnikums untersucht und festgestellt, daß der Wirkungsgrad der eigentlichen Verdichtungsdüse verhältnismäßig hoch gelegen ist. Weitaus der Hauptteil der Reibungsverluste ist demnach auf dem Wege vom Schleuderrad in den Diffuser zu suchen, worauf wir schon oben hingewiesen haben. Sieht man als Nutzleistung der Luftpumpe bloß das Herausschaffen der Düsenluft an, so ist der „Wirkungsgrad" das Verhältnis der entsprechenden Luftverdichtungsarbeit zur eingeführten Gesamtenergie, und erreicht für obige Versuche höchstens den Betrag von 7 v. H.

[1]) Engineering 1908, Bd. II, S. 287.

Digitized by Google

	Nr.	Durchfließ. Wassermenge l/sek	Luftzufuhr durch Düse gr/sek	Luftmenge aus Düse u. aus dem Wasser gr/sek	Kondensatordruck mm Hg	Kondensatordruck Atm. abs.	Wasserverdrängungsarbeit mkg	Luftverdichtungsarbeit mkg	Auslaßverlust mkg	Eingeführte Leistung PS	Eingeführte Leistung mkg/sek	Reibungsverlust mkg/sek	Reibungsverlust in v. H. d. eingef. Leistg.
40 PS-Pumpe $n = 480$ Umdr. i. d. Min. Wassertemp. $t = 8{,}5^\circ$ C	1	16,0	0	0,39	9	0,0122	154,9	20,1	36,8	22	1650	1438,2	87,2
	2	27,0	0,75	1,408	11	0,01499	261	35,7	185	28	2100	1618,3	77,0
	3	35,5	2,87	3,735	18	0,0245	339	130,5	456	36,5	2740	1814,5	66,2
	4	34,0	6,16	6,988	24	0,0327	327	217,5	466	36,5	2740	1729,5	63,2
20 PS-Pumpe $n = 720$ Umdr. i. d. Min. Wassertemp. $t = 9{,}5^\circ$ C	1	11,5	0	0,28	9	0,0122	113	15,9	13,7	11,3	848	705,4	83,2
	2	12,4	0,72	1,022	15	0,0204	118,9	40,4	18,8	11,3	848	669,9	78,9
	3	16,8	2,87	3,279	32	0,0435	157,5	93,2	54,8	15,7	1177	872,0	74,0
	4	21,0	6,46	6,971	60	0,0816	189,0	152,5	131,0	19,6	1470	997,5	67,8
	5	22,5	11,50	12,048	109	0,1484	187,6	197,0	204	20,5	1538	949,4	61,5

146. Parsons' Vakuumvermehrer.

Um insbesondere bei Schiffsmaschinen trotz tiefen Vakuums die Luftpumpen kleiner zu erhalten, also an Raum und Gewicht zu sparen, faßte **Parsons** den vortrefflichen Gedanken, einen Teil der Luftverdichtungsarbeit durch ein Dampfstrahlgebläse verrichten zu lassen.

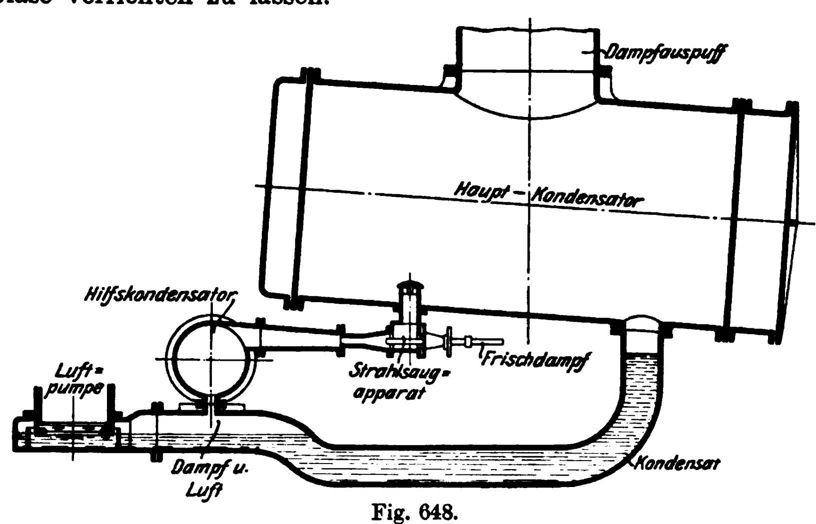


Fig. 648.

Die Luftpumpe wird, wie aus Fig. 648 ersichtlich, vertieft aufgestellt, so daß ihr der Dampfniederschlag aus dem Oberflächenkondenser mit hydrostatischem Überdruck zufließt. Auf den Betrag dieses Überdruckes wird auch die an anderer Stelle abgesaugte Luft durch das Strahlgebläse verdichtet und zur tunlichsten Befreiung von Dampf in einem Hilfskondensator abgekühlt.

Die Düsenvorrichtung (Fig. 648a) besteht[1]) aus dem verschiebbaren Rohr A, welches mit dem feststehenden Konus B eine regelbare Düse bildet. Frischdampf tritt bei C ein, die Luft bei D. Der Dampfstrahl ist also hohl und beschleunigt einen inneren Luftkern und einen äußeren hohlen Luftmantel, was die Mischung inniger macht. Im zylindrisch angedeuteten Rohr E findet die Verdichtung statt. Offenbar sollte hier besser eine Erweiterung als „Diffusor" folgen.

Da die Mischung nach später zu gebenden Darlegungen nahezu wie ein „unelastischer Stoß" anzusehen ist, finden starke Stoßverluste statt, und auch die Verdichtung ist ungemein verlustreich. Beim Vergleich mit einer Luftpumpe ist indessen zu beachten, daß, abgesehen von Rauminhalt und

[1]) Nach dem Schweiz. Patent Nr. 27214.

Digitized by Google

Gewicht, eine mit tiefstem Vakuum arbeitende Luftpumpe große Leerlaufarbeit, also schlechten Wirkungsgrad, hat.

Es sei G_1 das sekundliche Luftgewicht in Kilogramm, welches G_2 kg gesättigten Dampf aus dem Kondensator mitführt. G_0 sei die im Strahlgebläse verbrauchte Frischdampfmenge, w_0 deren Endgeschwindigkeit in der Düse, w_1 die Zuflußgeschwindigkeit des Dampfluftgemenges aus dem Kondensator, w_2 die Geschwindigkeit nach der Mischung. Dann gilt angenähert die Mischungs-Gleichung

$$G_0 w_0 + (G_1 + G_2) w_1 = (G_0 + G_1 + G_2) w_2 \qquad (1)$$

und die kinetische Energie $w_2^2/2g$ dient zur Verdichtung auf den höheren Druck. Diese wird im allgemeinen mit einem Verdichtungsstoß verbunden sein, und es ist ratsam, einen niedrigen Wirkungsgrad von etwa 0,25 einzusetzen. Beispielsweise soll bei einer 1000 KW-Turbine die eindringende

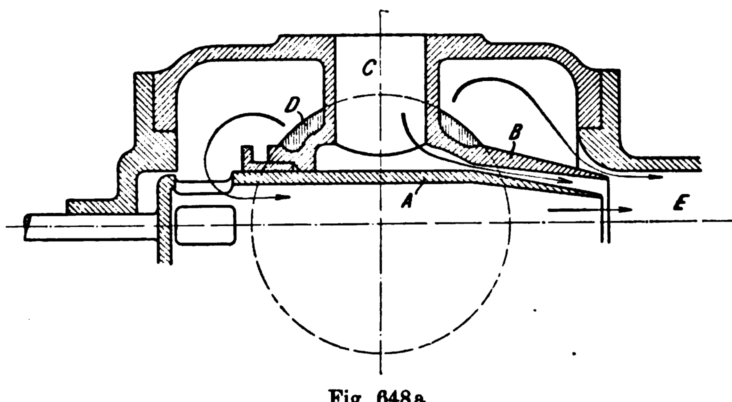


Fig. 648a.

Luft mit 5 kg/st veranschlagt werden; das Gewicht des mitgeführten Dampfes sei 25 kg/st. Die Frischdampfmenge sei 1 v. H. des Gesamtverbrauches, oder rd. 70 kg/st, die Endgeschwindigkeit $w_0 = 1200$ m/sek. Wenn wir w_1 ganz vernachlässigen, so liefert Gl. (1) $w_2 = 840$ m/sek. Von der Luftmenge abgesehen, die nur 5 v. H. des Dampfgewichtes ausmacht, würde für 1 kg die kinetische Energie $A w_2^2/2g =$ rd. 85 WE zur Verfügung stehen; mit $\eta = 0{,}25$ nur noch 21 WE und man könnte vom Kondensatordrucke auf eine so hohe Pressung verdichten, als bei adiabatischer Expansion einem Wärmegefälle von 21 WE. entspricht. Das wäre beispielsweise von 0,07 auf 0,14 kg/qcm abs., und die durch den Vermehrer bewirkte Verbesserung der Luftleere von 0,14 auf 0,07 kg/qcm würde eine Erhöhung der Leistung von 5 bis 7 v. H. zur Folge haben. In einem ähnlichen Fall wurde nach Eng., Okt. 1904, S. 501 allerdings 1,5 v. H. der Gesamtdampfmenge aufgewendet; sofern wir die Pumpe als gegeben ansehen, und annehmen, daß sie nicht weniger als 0,14 Atm. Kondensatordruck schaffen kann, ist die Wirtschaftlichkeit der Vorrichtung trotzdem außer Frage.

Digitized by Google

X. Einige Sonderprobleme der Dampfturbinen-Theorie und -Konstruktion.

147. Allgemeine Gleichungen für die Strömung elastischer Flüssigkeiten.

a) Rechtwinklige Koordinaten.

Es bedeute

u, v, w die Geschwindigkeitskomponenten im Punkte x, y, z nach der X, Y, Z-Richtung,

X, Y, Z die Massenkräfte pro Masseneinheit,

p die Pressung in einem Punkte,

ε die Masse der Raumeinheit $= \gamma/g = 1/g v'$ mit v' als dem spezifischen Volumen.

Um die Gleichung der Bewegung in Richtung der X-Achse zu finden, betrachten wir ein Parallelepiped $ABCD$ (Fig. 649), welches während der Zeit dt mit unendlich kleiner Deformation und Schiefstellung in die Lage $A'B'C'D'$ rückt.

Auf die Endfläche AB wirkt die Kraft $p_x dl_y dl_z$, auf CD die Kraft $p_x' dl_y dl_z$; der ganze Druck in Richtung von X ist

$$(p_x - p_x') dl_y dl_z + \varepsilon dl_x dl_y dl_z X = -(\partial p_x/\partial x)\, dl_x dl_y dl_z + \varepsilon dl_x dl_y dl_z X.$$

Ähnliche Ausdrücke gelten für die Y- und Z-Richtung. Ist nun du der Geschwindigkeitszuwachs von u in der Zeit dt, so ist nach dem Schwerpunktssatze Masse mal Beschleunigung gleich resultierende Kraft oder

$$\varepsilon\, dl_x dl_y dl_z \frac{du}{dt} = \text{resultierende Kraft}$$

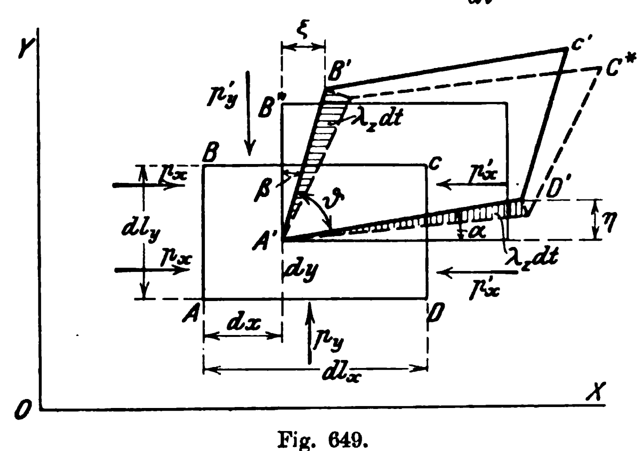


Fig. 649.

und ähnlich für v und w. In der Grenze fallen die Werte von p_x, p_y, p_z mit dem Werte p des Druckes im Punkte x, y, z zusammen, daher entstehen die Grundgleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial x} + X \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial y} + Y \\ \frac{dw}{dt} &= -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial z} + Z \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Digitized by Google

du ist der Unterschied der Werte, die u besitzt im Punkte $x+dx$, $y+dy$, $z+dz$ zur Zeit $t+dt$ und im Punkte x, y, z zur Zeit t, daher muß man schreiben

$$du = \frac{\partial u}{\partial t}dt + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz$$

und dx, dy, dz sind die tatsächlichen Verschiebungen des Schwerpunktes, daher

$$dx = udt; \qquad dy = vdt; \qquad dz = wdt.$$

Es wird also

$$\frac{du}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und ähnliche Ausdrücke gelten für die Ableitungen dv/dt und dw/dt.

Die Gleichung der Stetigkeit.

In unser Element tritt während der Zeit dt durch die Endfläche $dl_y dl_z$ die Masse $dl_y dl_z \varepsilon u dt$ ein und durch die gegenüberstehende Endfläche $dl_y dl_z$ die Masse $dl_y dl_z \varepsilon' u' dt$ aus. Der Unterschied der beiden ist

$$dl_y dl_z \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} dl_x dt$$

mit entsprechenden Ausdrücken für die zwei anderen Endflächenpaare.

Die Summe der Unterschiede stellt den Verlust des Elementes an Masseninhalt, d. h. den Ausdruck

$$dl_x dl_y dl_z \left(-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} dt\right)$$

dar und so erhalten wir die „Kontinuitätsgleichung“

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon v)}{\partial y} + \frac{\partial(\varepsilon w)}{\partial z} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Der Druck und die spezifische Masse hängen durch eine Gleichung

$$p = f(\varepsilon) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

zusammen, in welcher die besondere Art der Zustandsänderung (je nach Wärmemitteilung, Reibung usw.) zum Ausdruck kommt. Aus den fünf Gleichungen (1), (3), (4) können grundsätzlich unter Hinzunahme der Oberflächenbedingungen die Veränderlichen u, v, w, p, ε als Abhängige von x, y, z, t bestimmt werden — praktisch ist die Aufgabe, soweit die Dampfturbine in Betracht kommt, nur in den weiter unten aufgeführten einfachen Sonderfällen gelöst worden.

Die Energiegleichung.

Multiplizieren wir die Gl. (1) bzw. mit dx, dy, dz, d. h. den im Zeitteilchen dt zurückgelegten Wegen des Schwerpunktes, und addieren wir das Ergebnis, so erhalten wir

$$udu + vdv + wdw = -\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) + Xdx + Ydy + Zdz.$$

Links steht die Zunahme der **kinetischen Energie** pro Masseneinheit gleich cdc, wenn

$$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

die resultierende Geschwindigkeit bedeutet. Rechts kann das erste Glied als

$$-\frac{dp}{\varepsilon} = -g\frac{dp}{g\varepsilon} = -gv'dp$$



geschrieben werden (mit v' als spezifischem Volumen), und dies ist nichts anderes als die **elementare Expansionsarbeit pro Masseneinheit** (d. h. für ein Gewicht von g kg).

Das zweite Glied ist die Arbeit der Massenkräfte dA pro Masseneinheit.

Wir haben also die Gleichung der lebendigen Kraft in ihrer allgemeinen Form vor uns und können sie in der Integralform wie folgt anschreiben:

$$\frac{c^2}{2}+\int\frac{dp}{\varepsilon}-A=\text{konst.} \qquad (5)$$

Ist $A=0$, so pflegt man auch wohl zu sagen, daß die Summe aus kinetischer und „Druck"energie für alle Punkte eines Stromfadens konstant ist, wobei aber zu beachten ist, daß der Wert der Konstanten theoretisch für benachbarte Stromfäden verschieden sein kann.

Wirbelfreie Bewegung.

Die Elementarbewegung eines Flüssigkeitselementes von beispielsweise parallelepipedischer Gestalt kann nach Fig. 649 stets zusammengesetzt werden

1. aus einer Parallelverschiebung mit unveränderter Form,
2. einer linearen Änderung der Koordinaten seiner Teilchen mit bezug auf ein ruhendes Koordinatensystem, wobei eine Kugelfläche in ein (im allgemeinen schief liegendes) Ellipsoid und das Rechteck in ein Rhomboid (mit den gegenüberliegenden Ecken $A'C^*$) übergeht,
3. einer Drehung um eine Achse, als ob das Element starr wäre, in die Endlage $A'B'C'D'$.

In Fig. 649 ist der Eckpunkt A bzw. A' als Drehpunkt benützt. Man findet leicht, indem man die Unterschiede der Geschwindigkeiten in einem bestimmten Zeitpunkt an den Ecken A, B, D in Betracht zieht, daß $\xi=(\partial u/\partial y)\,dl_y\,dt$, $\eta=(\partial v/\partial x)\,dl_x\,dt$, daher $\alpha=(\partial v/\partial x)\,dt$; $\beta=(\partial u/\partial y)\,dt$ ist. Also nimmt der ursprünglich rechte Winkel um den Betrag

$$\alpha+\beta=(\partial u/\partial y+\partial v/\partial x)\,dt$$

ab. Durch umständlichere Rechnungen wird nun in der Hydrodynamik nachgewiesen, daß der für die Phase 3. in Betracht kommende Verdrehungswinkel

$$\lambda_z\,dt=\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

ist, demnach die **Winkelgeschwindigkeit der Drehung** durch den Ausdruck

$$\lambda_z=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (6a)$$

wiedergegeben wird, und diesen Ausdruck nennt man die **Wirbelkomponente** der Bewegung nach der Z-Achse, dem zwei ähnliche

$$\lambda_x=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad (6b)$$

$$\lambda_y=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad (6c)$$

für die X- und Y-Achse zur Seite stehen. Es wird in der Hydrodynamik bewiesen, daß wenn die Größen λ_x, λ_y, λ_z für ein Flüssigkeitselement in irgendeinem Zeitpunkt gleich Null waren, sie auch für alle folgenden Lagen desselben während der reibungsfreien Bewegung verschwinden müssen.[1]) Trifft dies für alle

[1]) Während der Korrektur erschien der interessante Beitrag von F. Klein in Heft 3 der Z. f. Math. u. Phys. 1910, der ein neues Licht auf die Bildung von Wirbeln wirft.


Digitized by Google

Teile zu, so sagt man, die Bewegung sei wirbelfrei. Der dynamische „Wirbel" hat aber nichts zu tun mit der Bewegung in Kreisbahnen. Es gibt Strömungen, wo jedes Element einen Kreis beschreibt, und doch kein Wirbel vorhanden ist; und es gibt geradlinige Bewegungen mit Wirbeln (s. Absatz b).

Geschwindigkeitsfunktion.

Das Verschwinden von λ_x, λ_y, λ_z bildet die Bedingung dafür, daß es eine Funktion von x, y, z, t gibt, deren Ableitungen nach den Koordinaten die Geschwindigkeitskomponenten liefern, so daß

$$u = \frac{\partial \varphi (xyzt)}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial \varphi (xyzt)}{\partial y}; \quad w = \frac{\partial \varphi (xyzt)}{\partial z}$$

ist. Man nennt φ nach Helmholtz die Geschwindigkeitsfunktion, ihr Bestehen ist umgekehrt eine Bedingung für die Wirbelfreiheit der Strömung.

b) Zylinderkoordinaten.

Fig. 650 stellte den Grundriß des Koordinatensystems dar, mit senkrecht zur Bildebene nach oben gerichteter Z-Achse.

w_r, w_u, w_z bedeuten die Geschwindigkeitskomponenten nach der Richtung des Radius r, des Umfanges und der Z-Achse im Punkte A, dessen Koordinaten r, φ, z sind,

w_r', w_u', w_z' dasselbe in der Lage A', die das Massenelement nach der Zeit dt einnimmt. Schieben wir w_r', w_u', w_z' nach A parallel zurück, so ergeben sich nach der Figur die Geschwindigkeitszunahmen

$$dw_r - d\varphi w_u \text{ radial}, \qquad dw_u + d\varphi w_r \text{ tangential}, \qquad dw_z \text{ nach } Z.$$

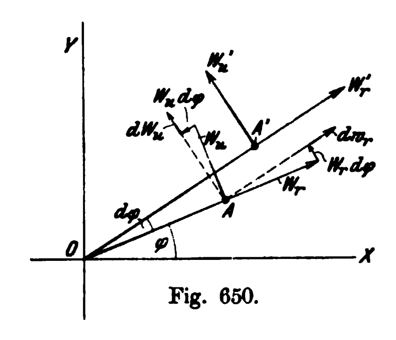


Fig. 650.

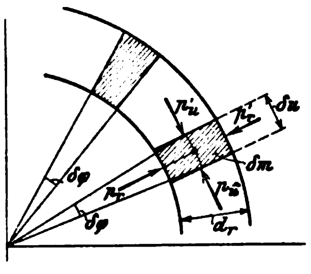


Fig. 650a.

Die Beschleunigungen sind die durch dt dividierten Geschwindigkeitszunahmen.

Wir grenzen das in Fig. 650a angedeutete Element δm um den Punkt A herum ab, auf welches neben den Flüssigkeitsdrücken die Kräfte RUZ pro Masseneinheit in Richtung von w_r, w_u, w_z einwirken mögen. Man erhält demnach, wenn $\delta V = \delta r \cdot \delta u \cdot \delta z$ das Volumen bedeutet, die beschleunigenden Kräfte

$$-\delta u \cdot \delta z \frac{\partial p_r}{\partial r} \delta r + \varepsilon \delta V R \text{ nach der Richtung von } R,$$

$$-\delta r \cdot \delta z \frac{\partial p_r}{\partial \varphi} \delta \varphi + \varepsilon \delta V U \text{ nach der Richtung von } U,$$

$$-\delta r \cdot \delta u \frac{\partial p_z}{\partial z} \delta z + \varepsilon \delta V Z \text{ nach der Richtung von } Z.$$

Digitized by Google

Vermehren wir die Beschleunigungen mit der Masse des Elementes $\varepsilon \delta V$ und setzen wir sie den betreffenden beschleunigenden Kräften gleich, so entstehen, indem wir beachten, daß in der Grenze $p_r = p_u = p_z = p$ wird, und daß $\delta u = r \delta \varphi$, $d\varphi = w_u dt/r$ ist, die Bewegungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dw_r}{dt} - \frac{w_u^2}{r} &= -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial r} + R \\ \frac{dw_u}{dt} + \frac{w_r w_u}{r} &= -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{r\partial \varphi} + U \\ \frac{dw_z}{dt} &= -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial z} + Z \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots (8)$$

Um die Stetigkeitsbedingung aufzustellen, ist es zweckmäßig, das Element durch zwei axiale Ebenen zu begrenzen. Man erhält

$$r\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon r w_r}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon r w_u}{r \partial \varphi} + \frac{\partial \varepsilon r w_z}{\partial z} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots (9)$$

Wie oben, so ist auch hier zu beachten, daß die totalen Differentiale der Geschwindigkeiten sich auf einen und denselben Massenpunkt beziehen, daher beispielsweise

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{\partial w_r}{\partial t} + \frac{\partial w_r}{\partial r}\frac{dr}{dt} + \frac{\partial w_r}{\partial \varphi}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\partial w_r}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

ist, und hier $dr/dt = w_r$; $r d\varphi/dt = w_u$; $dz/dt = w_z$ zu setzen sind. Für die Beharrungsströmung mit $\partial w_r/\partial t = 0$ ergibt sich daher

$$\frac{dw_r}{dt} = w_r \frac{\partial w_r}{\partial r} + w_u \frac{\partial w_r}{r \partial \varphi} + w_z \frac{\partial w_r}{\partial z} \quad \ldots \ldots \ldots (10)$$

und ähnlich für die anderen Ableitungen.

Die **Wirbelkomponenten** der Drehung nach der Richtung des Radius und der Tangente sind ganz wie bei rechtwinkligen Koordinaten zu bilden.

$$\lambda_r = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_z}{r \partial \varphi} - \frac{\partial w_u}{\partial z}\right) \quad (11a)$$

$$\lambda_u = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r}\right) \quad (11b)$$

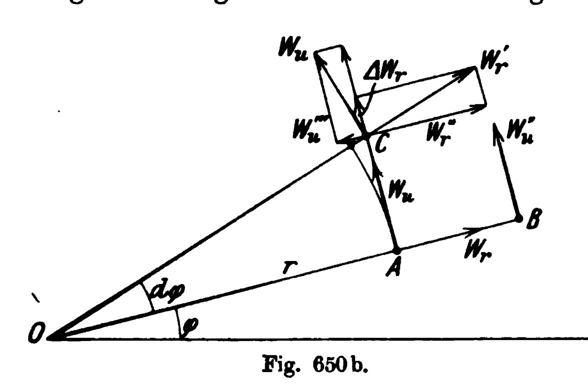


Fig. 650b.

Für diejenige nach der Richtung Z ist die Winkeländerung der Strecken $AB = dr$ und $AC \cong r d\varphi$ in Fig. 650b wie folgt zu berechnen.

Der Weg von B in Richtung der Tangente ist $(w_u + \partial w_u/\partial r\, dr)\, dt$; derjenige von A ist $w_u dt$; daher der Winkel, den dr mit seiner ursprünglichen Richtung bildet

$$\alpha = \partial w_u / \partial r \cdot dt.$$

Der Weg von C parallel zur Richtung von AB ist $(w_r'' - w_u'')\, dt$; derjenige von A nach der gleichen Richtung ist $w_r dt$, daher der Winkel, den $r d\varphi$ bilden wird,

$$\beta = \frac{w_r'' - w_u'' - w_r}{r d\varphi} dt.$$


Digitized by Google

Da indes bis auf kleine Größen zweiter Ordnung $w_r'' = w_r'$; $w_u'' = w_u' d\varphi \cong w_u \cdot d\varphi$ und $(w_r' - w_r) = \partial w_r / r\partial\varphi \cdot r d\varphi$ ist, so folgt

$$\beta = \left(\frac{\partial w_r}{r\partial\varphi} - \frac{w_u}{r}\right) dt$$

und die Winkelgeschwindigkeit der Drehung um die Z-Achse ist $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)/dt$, d. h.

$$\lambda_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_u}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{r\partial\varphi} + \frac{w_u}{r}\right) \quad \text{(11c)}$$

Beispielsweise erhalten wir für die reine Drehung um eine feste Achse, mit $w_r = 0$, $w_u = r\omega$, $w_z = 0$ die Wirbelkomponenten $\lambda_r = 0$, $\lambda_u = 0$, $\lambda_z = \omega$, wie zu erwarten war. Minder anschaulich ist der Fall der geradlinigen Strömung in einem zylindrischen Rohr mit $w_r = 0$, $w_u = 0$ aber $w_z = f(r)$, denn hier erhält man $\lambda_r = 0$, $\lambda_z = 0$ aber $\lambda_u = -\frac{1}{2}\frac{\partial f(r)}{\partial r}$, also einen sog. Ringwirbel. Man hat sich vorzustellen, daß zunächst das Element deformiert wird, daß aber die darauf folgende Drehung eine Seitenfläche des Elementes in die alte Lage zurückführt, so daß man den Eindruck erhält, es habe nur eine Deformation stattgefunden.

147a. Ebene, wirbelfreie „isothermische“ Strömung.

Für die „ebene“ Bewegung ist überall $w = 0$, und u, v hängen von x, y ab. Die Grundgleichungen reduzieren sich daher, wenn wir Massenkräfte ausschließen, auf

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial x}; \qquad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial y} \quad \text{(1)}$$

Die Gleichung der Stetigkeit im Beharrungszustand ist

$$\frac{\partial \varepsilon u}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon v}{\partial y} = 0 \quad \text{(2)}$$

Die Energiegleichung

$$\frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \int \frac{dp}{\varepsilon} = \text{konst.} \quad \text{(3)}$$

Die Wirbelfreiheit erheischt, daß

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{(4)}$$

sei, wo φ eine Funktion von x und y ist.

Der Zusammenhang zwischen Druck und spezifischer Masse sei durch Gleichung

$$p = \alpha^2 \varepsilon \quad \text{(5)}$$

gegeben, oder wenn v' das spezifische Volumen bezeichnet, mit $\varepsilon = \gamma/g = 1/v'g$, auch

$$p v' = \frac{\alpha^2}{g} \quad \text{(5a)}$$

Es wird also bei Gasen die Zustandsänderung isothermisch vorausgesetzt, weil jede andere Annahme auf unüberwindliche Schwierigkeiten führen würde. Bei Dämpfen kommt die Adiabate dem angenommenen Gesetz beträchtlich nahe. Die Auflösung

$$\alpha = \sqrt{g p v'} \quad \text{(5b)}$$

zeigt, daß α die Schallgeschwindigkeit der isothermischen Zustandsänderung ist.



Die Gl. (2) bis (5) gestatten nun u, v, p, ε zu eliminieren und φ zu bestimmen. Zu diesem Behufe setzen wir zunächst p aus Gl. (5) in Gl. (3) und erhalten

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right]+\int\alpha^2\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right]+\alpha^2\log\varepsilon=\text{konst.} \quad . \quad (3a)$$

Gl. (2) lautet aber

$$\varepsilon\frac{\partial u}{\partial x}+\varepsilon\frac{\partial v}{\partial y}+u\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}+v\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}=0,$$

oder wenn wir mit ε dividieren und $\frac{u}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}=u\frac{\partial\log\varepsilon}{\partial x}$ setzen:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\log\varepsilon}{\partial x}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial\log\varepsilon}{\partial y}=0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2a)$$

Nun lösen wir Gl. (3a) nach $\log\varepsilon$ auf, und setzen die partiellen Ableitungen nach x und y in Gl. (2a) ein. Dies ergibt:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}-\frac{1}{\alpha^2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+2\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right]=0 \quad . \; . \quad (6)$$

Die auf die Dimension Bezug habende Größe α^2 kann, wie man sich leicht überzeugt, weggebracht werden, indem man

$$\varphi=\alpha\psi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6a)$$

setzt. Wenn dann die Ableitungen nach x und y durch die Fußzeichen 1 und 2 kenntlich gemacht werden, lautet die Differentialgleichung

$$\psi_{11}+\psi_{22}-(\psi_1^2\psi_{11}+2\psi_1\psi_2\psi_{12}+\psi_2^2\psi_{22})=0 \quad . \; . \; . \; . \quad (6b)$$

Die Lösung von Hirsch.

Professor A. Hirsch in Zürich hat sich in dankenswerter Weise der Mühe unterzogen, Methoden für die Integration dieser recht verwickelten Gleichung ausfindig zu machen, und gelangt u. a. zu folgenden Ergebnissen.

Es sei n eine beliebige positive ganze Zahl >1, p und q seien zwei voneinander unabhängige Parameter, als deren Funktionen x, y, sowie die Lösung ψ gemeinschaftlich dargestellt werden sollen Mit den Bezeichnungen

$$N=\frac{n(n-1)}{2}, \qquad N_k=\frac{N(N-1)(N-2)\ldots(N-k+1)}{1\cdot2\cdot3\ldots k}, \qquad t=p^2+q^2$$

bilde man die Funktion n^{ten} Grades

$$F(t)=\sum_{k=0}^{N}(-1)^k N_k\frac{n!}{(n+k)!}\frac{t^k}{2^k}$$

und ihre Ableitung

$$\frac{dF(t)}{dt}=F'(t).$$

Es seien ferner die Funktionen P_n und Q_n erklärt durch die Gleichung

$$(p+qi)^n=P_n+iQ_n,$$

worin i die imaginäre Einheit bedeutet, so stellt sich die Lösung der Gl. (6b) wie folgt dar:

$$x=n\,[aP_{n-2}+bQ_{n-2}]\,F(t)+2p\,[aP_n+bQ_n]\,F'(t),$$
$$y=n\,[-aQ_{n-1}+bP_{n-1}]\,F(t)+2q\,(aP_n+bQ_n)\,F'(t),$$
$$\psi=[aP_n+bQ_n]\,[(n-1)\,F(t)+2tF'(t)],$$

worin a, b willkürliche Konstanten bedeuten. Auch die Funktion der zu ψ orthogonalen Trajektorien $\Omega=$ konst., d. h. der Stromlinien unseres Problemes kann allgemein dargestellt werden, und ist

$$\Omega=[-aQ_n+bP_n]\,[-n\,(n-1)\,F(t)+2tF'(t)]\,e^{\frac{-t}{2}}.$$

Digitized by Google

Bezeichnet man vorliegende Lösungen wegen ihrer Zusammengehörigkeit zur Zahl n genauer mit x_n, y_n, ψ_n, so lassen sich zwei zu m und n gehörige Lösungen in der Art superponieren, daß

$$x = x_m + x_n, \qquad y = y_m + y_n, \qquad \psi = \psi_m + \psi_n$$

und entsprechend für beliebig viele Lösungen.

Die einfachste Form erhalten wir für $n = 2$ und $b = 0$, und diese läßt sich auf unmittelbarem Wege gewinnen, wie folgt. Wir setzen probeweise

$$\psi = U + V \quad \ldots \quad (7)$$

worin U eine Funktion bloß von x, V eine solche bloß von y bedeutet. Die Ableitungen von U nach x, von V nach y bezeichnen wir durch Akzente, und erhalten

$$\psi_1 = U', \qquad \psi_2 = V', \qquad \psi_{11} = U'', \qquad \psi_{12} = 0, \qquad \psi_{22} = V'',$$

und nach Einsetzen in Gl. (6b)

$$U''(U'^2 - 1) + V''(V'^2 - 1) = 0,$$

welche Beziehung für alle Werte von x und y nur bestehen kann, wenn beide Ausdrücke konstant und entgegengesetzt gleich sind, d. h.

$$U''(U'^2 - 1) = a, \qquad V''(V'^2 - 1) = -a \quad \ldots \quad (8)$$

Die Integration kann bewerkstelligt werden, indem man z. B. die erste Gleichung mit $2U'$ multipliziert, und wie folgt schreibt

$$(U'^2 - 1)\frac{d}{dx}(U'^2) = 2aU' \qquad \text{oder} \qquad (U'^2 - 1)\frac{d}{dx}(U'^2 - 1) = 2a\frac{dU}{dx} \quad \ldots \quad (9)$$

woraus durch sofortige Integration

$$\frac{1}{2}(U'^2 - 1)^2 = 2aU \quad \ldots \quad (10)$$

Die Konstante kann weggelassen werden, da auch ψ nur bis auf eine Konstante genau angegeben zu werden braucht. Bezeichnen wir nun U' mit ξ, so kann Gl. (9) auch in der Form $(\xi^2 - 1)\,d\xi = a\,dx$ geschrieben und integriert werden:

$$\left(\frac{\xi^3}{3} - \xi\right) = ax \quad \ldots \quad (10a)$$

Es geben nun Gl. (10) und (10a) eine Parameterdarstellung von U als Funktion von x, und zwar

$$x = \frac{1}{3a}(\xi^2 - 3)\,\xi, \qquad U = \frac{1}{4a}(\xi^2 - 1)^2 \quad \ldots \quad (11)$$

wobei eine Auflösung der oberen Gleichung nach ξ und Einsetzen in den Ausdruck von U zwar möglich, aber nicht empfehlenswert wäre. In gleicher Weise ergibt sich (durch Vertauschung von $+a$ mit $-a$), wenn $V' = \eta$

$$y = -\frac{1}{3a}(\eta^2 - 3)\,\eta, \qquad V = -\frac{1}{4a}(\eta^2 - 1)^2 \quad \ldots \quad (12)$$

und hiermit auch

$$\varphi = \alpha\psi = \alpha(U + V) \quad \ldots \quad (13)$$

Die nächste Aufgabe bildet das Auffinden der Stromlinien, als der orthogonalen Trajektorien zu den Kurven konstanter Potentiale. Die Tangente des Neigungswinkels an eine Linie konstanten Potentiales $\varphi(xy) = \text{konst.}$, ist bekanntlich

$$\operatorname{tg}\tau = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) : \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right).$$

Die im gleichen Punkte an die Strömungslinie gelegte Tangente habe einen Neigungswinkel τ', für welchen $\operatorname{tg}\tau' = dy_1/dx_1$, wobei x_1, y_1 die Koordinaten der Stromlinie sind. Die Rechtwinkligkeit fordert

$$\operatorname{tg}\tau \cdot \operatorname{tg}\tau' = -1 \quad \ldots \quad (14)$$

Wir haben es nun mit mittelbaren Funktionen zu tun, und es wird der Kürze halber vorübergehend gesetzt

$$\left.\begin{aligned} x &= f(\xi), & y &= g(\eta) \\ U &= F(\xi), & V &= G(\eta) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (11a)$$

Zunächst haben wir

$$\operatorname{tg}\tau = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right) : \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right) \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} = \left(\frac{dU}{dx}\right) : \left(\frac{dx}{d\xi}\right) = \frac{F'}{f'}, \qquad \text{ebenso} \qquad \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{G'}{g'}.$$

Digitized by Google

Da $\operatorname{tg} \tau$ hierdurch in ξ und η ausgedrückt wird, empfiehlt es sich auch für $\operatorname{tg} \tau'$, also auch für die Stromkurve dieselben Variablen zu wählen. Wir nehmen somit an, daß auch für letztere x_1, y_1 vermöge der Formeln (11), (12) durch $\xi\eta$ zu ersetzen sind, und haben dann zu schreiben

$$d x_1 = \frac{\partial f}{d \xi} d \xi = f' d \xi, \quad d y_1 = g' d \eta.$$

Dies alles in Gl. (14) eingesetzt, ergibt

$$\frac{f'^2}{F'} d \xi - \frac{g'^2}{G'} d \eta = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \tag{14b}$$

Die Integration dieser Gleichung ist nach dem Einsetzen der Funktionswerte aus Gl. (11) ohne weiteres möglich und liefert nun die Gleichung der Stromlinienschar in der Form

$$\xi^2 + \eta^2 - 2 \log \xi \eta = \text{konst.} \tag{15}$$

Die Geschwindigkeit in einem durch ξ und η bestimmten Punkte der Stromlinie erhält man durch Differentiation von φ als mittelbarer Funktion von x, y

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\right) : \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right) = \alpha \xi, \text{ ähnlich } v = \alpha \eta \tag{16}$$

Hiermit erhält man die resultierende Geschwindigkeit und den Druck gemäß Gl. (3a).

Die so gewonnene partikuläre Lösung der allgemeinen Differentialgleichung für φ erweist sich jedoch wegen der mittelbaren Darstellung in den Veränderlichen ξ und η als wenig handlich. Man gelangt aber zu höchst einfachen Formeln, wenn man sich auf kleine Werte von ξ, η beschränkt. Wenn z. B. 0,1 als obere Grenze festgesetzt wird, so ist die Summe der beiden ersten Glieder in Gl. (15) stets kleiner als 0,02; das dritte Glied hingegen ist stets größer als 9,20. Wir begehen mithin einen belanglosen Fehler, wenn wir innerhalb der angegebenen Grenzen $\xi^2 + \eta^2$ neben dem Logarithmus vernachlässigen, wodurch Gl. (15) in

$$-2 \log \xi \eta = \text{konst.} \quad \text{oder} \quad \xi \eta = \text{konst.} \tag{15a}$$

übergeht. Mit gleichem Rechte kann auch ξ^2 und η^2 in Gl. (11), (12) neben (3) weggelassen werden, so daß sich vereinfacht

$$x = -\frac{\xi}{a} \qquad y = +\frac{\eta}{a} \tag{17}$$

ergibt, welche Werte, in Gl. (15a) eingesetzt, die Gleichung der Stromlinien in den Koordinaten x, y auszudrücken gestatten. Es wird

$$x y = \text{konst.} \tag{17a}$$

d. h. die Stromlinien sind gleichseitige Hyperbeln. In dieser Vereinfachung ist ferner

$$U = \frac{1}{4a}(1 - a^2 x^2)^2, \qquad V = -\frac{1}{4a}(1 - a^2 y^2)^2 \tag{18}$$

und das Geschwindigkeitspotential

$$\varphi = \frac{\alpha}{4a}[(1 - a^2 x^2)^2 - (1 - a^2 y^2)^2] \tag{19}$$

oder angenähert, da $a x$; $a y$ von derselben Ordnung klein sind wie ξ, η

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha a (y^2 - x^2) \tag{19a}$$

Die Geschwindigkeiten sind nun

$$u = \frac{\delta \varphi}{\delta x} = -\alpha a x, \qquad v = \frac{\delta \varphi}{\delta y} = \alpha a y \tag{20}$$

Die Pressung in irgendeinem Punkte bestimmen wir aus Gl. (3a), welche mit $p = \alpha^2 s$ die Form

$$\frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \alpha^2 \log \frac{p}{\alpha^2} = \text{konst.}$$

annimmt. Vereinigen wir $-\alpha^2 \log \alpha^2$ mit der Konstanten und bezeichnen wir mit p_0 den Druck im Koordinatenanfang, in welchem $u = 0$, $v = 0$ ist, so erhalten wir

$$\log \frac{p}{p_0} = -\frac{1}{2a^2}(u^2 + v^2) = -\frac{1}{2} a^2 (x^2 + y^2) \tag{21}$$

oder wenn $r^2 = x^2 + y^2$

$$p = p_0 e^{-\frac{1}{2} a^2 r^2} \tag{21a}$$


Digitized by Google

d. h. Druck und Geschwindigkeit hängen nur vom Abstande des betreffenden Strompunktes vom Koordinatenanfang ab.

Durch die eingeführte Vernachlässigung ist man freilich zum Schluß zu einem Geschwindigkeitspotential gelangt, welches einer Bewegung ohne Kompression, d. h. der Annahme $\varepsilon =$ konst. entspricht. Indessen gilt die Darstellung als erste Annäherung auch bei nicht stark variablem ε, wie man sich durch ein Zahlenbeispiel an der strengen Gl. (15) überzeugt. Es werde die Konstante dieser Gleichung $= 6{,}52$ gewählt; zusammengehörende, d. h. auf einer Stromlinie liegende Werte von ξ, η, $3ax$, $3ay$ aus den Formeln (15), (11), (12) gerechnet, finden sich in folgender Tabelle vereinigt:

$\xi = 1$	0,7	0,4	0,3	0,2
$\eta = 0{,}0635$	0,0702	0,1046	0,1350	0,2
$3ax = -2$	$-1{,}757$	$-1{,}136$	$-0{,}873$	$-0{,}592$
$3ay = 0{,}1896$	0,2102	0,3125	0,4025	0,592

Sollte hingegen $xy =$ konst. sein, so würden die Werte von $3ay$ beispielsweise in gleicher Reihenfolge wie oben

0,1752 0,1994 0,3083 0,4015 0,592

sein müssen. Die Abweichung ist mithin für eine zeichnerische Darstellung der Strömung vernachlässigbar. Da die Stromlinien in bezug auf eine unter 45° geneigte, durch den Anfangspunkt gehende Gerade symmetrisch sind, ist durch obige Werte auch der zweite Ast der Kurve bestimmt. Über die Grenze $\xi = 1$ bzw. $\eta = 1$ hinaus ergeben unsere Formeln keine Fortsetzung der Stromlinien, und es muß zunächst dahingestellt bleiben, ob die Strömung darüber hinaus wirbelfrei bleiben kann oder nicht.[1])

Einströmung in eine Düse.

Um ein konkretes Beispiel zu behandeln, werde überhitzter Wasserdampf von 440° abs. Temperatur mit der angenähert gültigen Zustandsgleichung

$$pv = 47\,T$$

vorausgesetzt. Wir erhalten $\alpha = \sqrt{gpv} = 450$ m/sek. Die willkürliche Konstante a sei $= 10$, und als Begrenzung des Dampfstromes nehmen wir die Gleichung

$$xy = 4$$

an für Zentimeter als Längeneinheit. Fig. 651 stellt die Strombegrenzung (hier also einen Kanal mit rechteckigem Profil), die Stromlinien, die Linien $\varphi =$ konst., d. h. die Stromquerschnitte, endlich die Linien gleicher Geschwindigkeit bzw. gleichen Druckes dar. Die eingeschriebenen Zahlen geben die Größe der Geschwindigkeit in m/sek an. Unsere Formeln ergeben eine Strömung gegen den Koordinatenanfang hin; da wir indessen das Vorzeichen von φ ohne weiteres ändern können und wieder eine Lösung der Aufgabe erhalten, ist die Stromrichtung hier der Anschaulichkeit halber entgegengesetzt eingetragen, und durch ihr Spiegelbild so ergänzt worden, daß wir die Figur als Bild der Einmündung in eine Düse auffassen können.

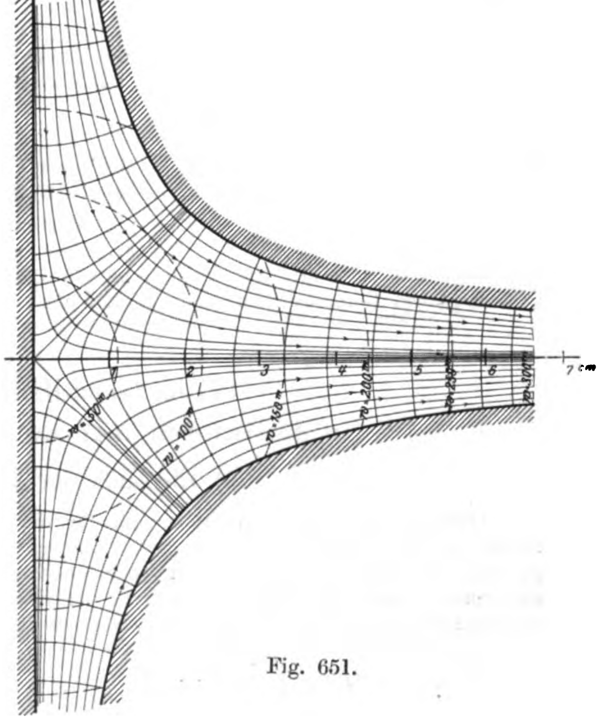


Fig. 651.

Als Hauptergebnis dieser Untersuchung kann der Nachweis angesehen werden, daß sich die Pressungen und Geschwindigkeiten der Dampfstrahlen, sobald man in Gebiete geringerer Krümmung der Strombahnen gelangt, sehr rasch ausgleichen, auch wenn die Geschwindigkeit schon Hunderte von Metern erreicht.

[1]) Für unsere Aufgabe ist dies ohne Belang. da wir uns den Zustand an der Strahlmündung künstlich hergestellt denken können.

Digitized by Google

Es sei nämlich p_r die Pressung am Rande für den Punkt x, y, und p_m die Pressung in der Strahlmitte für die gleiche Abszisse x. Formel (21) gibt nun

$$\log \frac{p_m}{p_0} = -\frac{1}{2} a^2 x^2; \qquad \log \frac{p_r}{p_0} = -\frac{1}{2} a^2 (x^2 + y^2) \qquad \text{oder} \qquad \log \frac{p_m}{p_r} = \frac{1}{2} a^2 y^2.$$

Setzen wir $p_m = p_r + \Delta p$, wo Δp voraussichtlich eine kleine Größe ist, so können wir den Logarithmus entwickeln und erhalten

$$\frac{\Delta p}{p_r} = \frac{1}{2} a^2 y^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

So wird für unser Beispiel bei $x = 6$ cm, $y = {}^4/_6$ cm $= 0{,}0066$ m, die Pressungszunahme $\frac{\Delta p}{p_r} = 0{,}0022$.

War der Druck in der Strahlmitte 5 Atm., so wird der Druck am Strahlrande nur um etwa 0,01 Atm. kleiner. Man wird mithin, wenn nicht außerordentlich verfeinerte Meßapparate angewendet werden, auch in einer kegelförmig erweiterten Düse vergeblich nach Pressungsunterschieden in der Mitte und am Strahlrande suchen. Dies um so weniger, als die Einmündung in eine Düse nicht wie hier durch eine Ebene gehindert wird, mithin die Dampfteilchen in der Mitte nicht gezwungen sind, so scharf gekrümmte Bahnen einzuschlagen.

Druckverteilung in einer Turbinenschaufel.

Schneiden wir durch zwei Stromlinien das in Fig. 651a dargestellte Stück des Dampfstromes heraus, so entsteht ein Kanal, der mit einer Turbinenschaufel viel Ähnlichkeit besitzt. Die entwickelten Formeln können ohne weiteres benutzt werden und geben ein anschauliches Bild der Druckverteilung. Die unter 45° geneigte, durch den Koordinatenanfang gehende Grade schneidet die Strömungsrichtung senkrecht; r_1 sei in dieser Linie gemessen der innere, r_2 der äußere Abstand. Bei geringer Schaufeltiefe dürfen wir im Differential von p nach Gl. (21a)

$$dp = -p_0 e^{-\frac{a^2 r^2}{2}} \frac{a^2}{2} d(r^2) = -\frac{a^2}{2} p\, d(r^2)$$

den Druck p mit einem konstanten Mittelwert p_m einführen und erhalten

$$p_2 - p_1 = -\frac{a^2}{2} p_m (r_2^2 - r_1^2) \quad \ldots \quad (23)$$

als angenäherten Wert des Druckunterschiedes an der inneren und äußeren Schaufelbegrenzung.

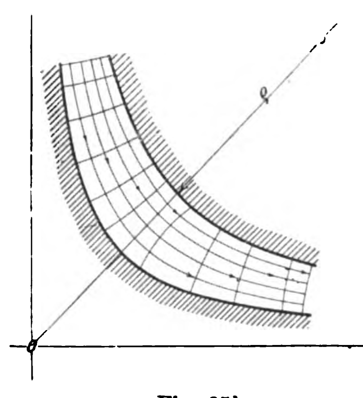


Fig. 651a.

Für eine wirkliche Turbinenschaufel liegen nun die Verhältnisse insofern anders, als in obiger Herleitung weder der Umstand, daß der Strahl der Schaufel geradlinig mit überall gleichem Druck zufließt, noch die ungemein großen Reibungswiderstände berücksichtigt werden konnten.

147b. Geradlinige Strömung in Leitungen mit konstantem Querschnitt.

a) Oberhalb der kritischen Grenze.

Oberhalb der kritischen Grenze gilt für die Reibungsarbeit in einem zylindrischen Rohr vom Radius r der Ansatz $dR = \zeta_r (dz/2r)\, w^2/2g$ oder abgekürzt $\zeta (w^2/2g)\, dz$, und bei Voraussetzung gleichen Zustandes über den ganzen Querschnitt handelt es sich um die Bestimmung von p, v, w als Funktionen der Achsenlänge z mittels der Energiegleichungen und der Stetigkeitsgleichung. Wir beschränken uns auf ideale Gase, für welche die Gleichungen

$$\frac{w\,dw}{g} = -v\,dp - \zeta \frac{w^2}{2g} dz \ \ldots \ (1); \qquad \frac{w\,dw}{g} = -\frac{k}{k-1} d(pv) \ \ldots \ (2); \qquad Gv = fw \ \ldots \ (3)$$

gelten. Das allgemeine Verfahren besteht darin, daß man die vorliegenden Gleichungen weiter differentiert, bis so viele Beziehungen vorhanden sind, daß man zwei der abhängigen Funktionen und ihre Differentiale eliminieren kann, so daß eine einfache Differentialgleichung für die dritte Ab-


Digitized by Google

hängige entsteht, die man zu integrieren hat. Die Reihenfolge ist vollständig gleichgültig; am raschesten kommt man wie folgt zum Ziele.

Die Gleichung der Gesamtenergie kann unmittelbar integriert werden und liefert, wenn $p_0 v_0 w_0$ die Werte des Anfangszustandes bedeuten,

$$\frac{w^2 - w_0^2}{2g} = \frac{k}{k-1}(p_0 v_0 - pv) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2a)$$

Hierauf ist es am einfachsten, wenn wir dp und v aus (3) und (2a) bestimmen und in der Gl. (1) einsetzen. Wir führen die Bezeichnungen $H = w^2/2g$; $H_0 = w_0^2/2g$ ein und schreiben Gl. (1) in der Form

$$dH = -d(pv) + pdv - \zeta H dz \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1a)$$

dann berechnen wir aus Gl. (2a) $pv = p_0 v_0 - (k-1)(H - H_0)/k$ und erheben Gl. (3) ins Quadrat (um w^2 zu erhalten) $G^2 v^2 = f^2 w^2$, nehmen ihren natürlichen Logarithmus und differenzieren sie, was $2dv/v = dw^2/w^2 = dH/H$ ergibt. Hieraus folgt $pdv = pvdH/2H$ und Gl. (1a) lautet

$$dH = \frac{k-1}{k} dH + \left[p_0 v_0 - \frac{k-1}{k}(H - H_0)\right]\frac{dH}{2H} - \zeta H dz \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Nach Division mit H kann man die Variablen trennen und erhält

$$-\frac{k+1}{2k}\frac{dH}{H} + \frac{1}{2}\left(p_0 v_0 + \frac{k-1}{k} H_0\right)\frac{dH}{H^2} = \zeta dz$$

und durch Integration zwischen dem Anfangswert p_0, v_0, w_0, bei $z = 0$ und dem Endwert p, v, w, bei $z = l$

$$(k+1)\lg n\left(\frac{H_0}{H}\right) + [k p_0 v_0 + (k-1) H_0]\left(\frac{1}{H_0} - \frac{1}{H}\right) = 2k\zeta l \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

und dies ist identisch mit der Formel des Abschn. 27, wenn noch $\zeta = \zeta_r : 2r$ eingesetzt wird.

b) Strömung in engen Spalten unterhalb der kritischen Grenze.

In Fig. 652 sei der Längenschnitt des Spaltes dargestellt und durch Querschnitte A, B ein Element abgegrenzt. Der Druck ist in einem Querschnitt überall gleich, da sonst die Stromfäden nicht parallel sein könnten. Die Geschwindigkeit ist am größten in der Mitte und nimmt gegen den Rand nach beiden Seiten gleichmäßig ab. Im Beharrungszustand ist für tropfbar flüssige Mittel die Geschwindigkeit in der Strömungsrichtung unveränderlich und daher besteht Gleichgewicht der Kräfte an dem durch Schraffur hervorgehobenen Flüssigkeitsteil, d. h. $(p - p')2yb = 2R'$, wenn b die Breite des Stromes und R' die Reibungskraft bedeuten. Letztere wird seit Newton dem Grad der Zunahme der relativen Gleitgeschwindigkeit $= dw/dz$ proportional, und zwar

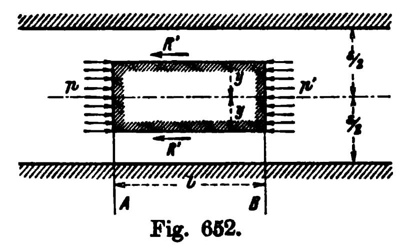


Fig. 652.

$$R' = -\eta b l \frac{dw}{dy} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

gesetzt, wo η die Zähigkeitszahl bedeutet. Das negative Vorzeichen ist vorzusetzen, da dw/dy algebraisch negativ ist. Die Gleichgewichtsbedingung lautet daher

$$\frac{dw}{dy} = -\frac{p - p'}{\eta l} y \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und liefert durch Integration nach y; $w = -\frac{p-p'}{\eta l}\frac{y^2}{2} + w_0$, wenn w_0 die Geschwindigkeit in der Mitte bedeutet. Nun pflegt man die Annahme zu machen, daß bei dieser Strömung die Flüssigkeit an der Wand haftet, also $w = 0$ ist für $y = s/2$. Dies liefert $w_0 = (p - p')\eta l s^2/8$ und es wird

$$w = \frac{p - p'}{2\eta l}\left[\left(\frac{s}{2}\right)^2 - y^2\right] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$


Digitized by Google

Das sekundlich durchfließende Volumen ist $V_{sek} = 2\int_0^{s/2} b\,dy\,w = \frac{2}{3}\frac{p-p'}{\eta l}\left(\frac{s}{2}\right)^3 b$, und dies setzen wir dem Produkt aus Querschnitt und mittlerer Geschwindigkeit $\overline{w}$ gleich, so daß

$$\overline{w} = \frac{1}{12}\frac{p-p'}{\eta l}s^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

und die Auflösung

$$p - p' = \frac{12\eta l}{s^2}\overline{w} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

resultiert, in Übereinstimmung mit der Formel von **Becker**, Abschn. 27.

Betrachten wir nun die Strömung einer elastischen Flüssigkeit, so wird infolge der Volumenzunahme bei der Expansion die Geschwindigkeit ebenfalls zunehmen. Wir werden annehmen dürfen, daß die Reibungsarbeit ebenso groß ist, wie bei unelastischen Flüssigkeiten, bei welchen mit $dw = o$; $0 = -v\,dp - dR$, also $dR = -v\,dp$, oder nach Formel (5) mit $dp = -(p - p')$

$$dR = \frac{12\eta\,dl}{s^2}\overline{w}\,v$$

gilt. Bedeutet $\overline{v}$ den Mittelwert des spezifischen Volumens, so wird die Stetigkeitsbedingung $G\overline{v} = f\overline{w}$ lauten, und wenn man hieraus $\overline{v}$ in dR einsetzt, ergibt sich als der mittlere Betrag der Reibungsarbeit

$$\overline{dR} = \frac{12\eta f 2g}{s^2 G}dl\frac{\overline{w}^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Abgekürzt ist $dR = \zeta\,dl\,\overline{w}^2/2g$ und besitzt daher dieselbe Form wie bei der Strömung über der kritischen Grenze. Man könnte daher in erster Annäherung die oben entwickelte Integrationsmethode auch hier anwenden, doch ist in Wahrheit η von der Temperatur, d. h. der Reibungsarbeit abhängig, und man darf nicht mit Mittelwerten rechnen, sondern müßte die Strömung in den einzelnen Stromfaden betrachten, also die Aufgabe „zweidimensional" behandeln. Bei der Seltenheit der Anwendung ist ein weiteres Eingehen hierauf überflüssig.

148. Strömung mit Überschallgeschwindigkeit.

a) Die Schallgeschwindigkeit.

Betrachten wir eine nur nach der X-Richtung erfolgende Strömung, für welche daher beständig $v = 0$, $w = 0$ ist, u nur von x abhängt und die mit so kleiner Geschwindigkeit vor sich geht, daß man in der Bewegungsgleichung

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial x} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

das Produkt $u \cdot \partial u/\partial x$ vernachlässigen kann. Ferner sei die Änderung des Druckes und der spezifischen Masse so klein, daß man

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \sigma) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

setzen darf, wo ε_0 einen konstanten Mittelwert bedeutet. In der Beziehung

$$p = f(\varepsilon) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

kann dann folgerichtig

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = f'(\varepsilon_0)\,\varepsilon_0\frac{\partial \sigma}{\partial x}$$

gesetzt werden, und man wird in Gl. (1) für ε auch den Mittelwert ε_0 einführen dürfen, so daß sie mit der Bezeichnung

$$a^2 = f'(\varepsilon_0) = \left(\frac{\partial p}{\partial \varepsilon}\right)_{\varepsilon = \varepsilon_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Digitized by Google

die Form

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -a^2 \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

annimmt. Die Bedingung der Stetigkeit aber lautet

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon u}{\partial x} = \varepsilon_0 \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \varepsilon_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

oder

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (6)$$

Indem man (5) nach x und (6) nach t ableitet und voneinander abzieht, erhält man die bekannte Schwingungsgleichung

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

deren allgemeine Auflösung, wie man leicht nachprüfen kann, die Form

$$\sigma = f_1(x - at) + f_2(x + at) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

besitzt, in welcher f_1, f_2 willkürliche Funktionen bedeuten.

Betrachten wir den Sonderfall, daß f_2 beständig $= 0$ und f_1 so beschaffen ist, daß σ zur Zeit $t = 0$ überall $= 0$ ist, mit Ausnahme einer unendlich kleinen Strecke bei $x = x_0$, wo es einen konstanten Wert $\sigma_0 = f_1(x_0)$ haben soll. Zu einer beliebigen späteren Zeit ist dann f_1, also auch σ, ebenfalls überall $= 0$ bis auf den Punkt, dessen Abszisse der Bedingung $x - at = x_0$ entspricht, d. h.

$$x - x_0 = at$$

ist. Die anfängliche „Störung" am Orte x_0 pflanzt sich also in unserem Sonderfall mit der Geschwindigkeit a im Sinne der positiven x fort, d. h.

$a = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \varepsilon}}$ **ist die Schallgeschwindigkeit.**

Wenn wir beispielsweise annehmen, daß während der Fortpflanzung die Zustandsänderung adiabatisch ist, d. h. dem Gesetze

$$p v^k = \text{konst.} = \frac{1}{K}$$

oder, mit $v = 1/\gamma = 1/g\varepsilon$, der Beziehung $p = \frac{(g\varepsilon)^k}{K}$ gehorcht, so erhält man

$$\frac{dp}{d\varepsilon} = \frac{k(g\varepsilon)^{k-1}}{K} g = \frac{kpg}{g\varepsilon} = kgpv, \quad \text{also ist} \quad a = \sqrt{kgpv}. \quad \ldots \ldots (9)$$

Für die isothermische Zustandsänderung oder allgemein das Gesetz $pv = \text{konst.}$, d. h. $k = 1$, wird

$$a = \sqrt{gpv} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (10)$$

b) Die Lösungen von Prandtl.[1])

Die Strömung mit über der Schallgrenze liegenden Geschwindigkeiten bietet, wie Prandtl treffend bemerkt, die Eigentümlichkeit, daß ein Flüssigkeitsteilchen von einem Hindernis, das der Strömung entgegengesetzt wird, gewissermaßen keine Meldung erhalten kann, da sich Druckänderungen nur mit Schallgeschwindigkeit fortpflanzen. Bevor diese das Teilchen erreichen konnten, ist es also schon wie blind gegen das Hindernis angerannt, und so entstehen die Verdichtungsstöße, über die wir früher berichtet haben, und andere Unstetigkeiten.

Prandtl hat den Sonderfall der ebenen Strömung um eine scharfe Ecke (allgemein um einen Punkt) herum untersucht und mathematisch strenge Lösungen gegeben.

Diese Lösung kann aus dem Gedankengang Prandtls heraus am besten wie folgt abgeleitet werden: Für die ebene Bewegung ohne Massenkräfte ist in den Formeln (8) des Abschn. 147 überall $w_z = 0$. Wir untersuchen, welche Bedingung bestehen muß, wenn längs eines Radius Geschwindigkeit und Druck konstant, d. h. nur vom Winkel φ abhängen sollen. Dann müßte

$$\frac{\partial w_r}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial w_u}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

[1]) Physik. Zeitschr. 1906, Jahrg. 8, S. 23 f., wie auch die weitere Ausarbeitung von Th. Meyer in den Mitteil. üb. Forschungsarb. 1908, Heft 62.

Digitized by Google

sein, und die Grundgleichungen lauten für den Beharrungszustand:

$$w_u \frac{\partial w_r}{r \partial \varphi} - \frac{w_u^2}{r} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$w_u \frac{\partial w_u}{r \partial \varphi} + \frac{w_r w_u}{r} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Bedingung der Stetigkeit wird

$$\frac{\partial \varepsilon r w_r}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon w_u r}{r \partial \varphi} = r \frac{\partial \varepsilon w_r}{\partial r} + \varepsilon w_r \frac{\partial r}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial w_u}{\partial \varphi} + w_u \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = \varepsilon \left(w_r + \frac{\partial w_u}{\partial \varphi} \right) + w_u \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = 0 \quad . \; . \quad (3)$$

Die erste dieser Gleichungen drückt aber nichts anderes aus, als daß die hier einzig vorkommende Wirbelkomponente nach der Z-Achse (Formel 11c, Abschn. 147) verschwindet, also **ist die Bewegung wirbelfrei.**

In der Gl. (2), in welcher die Zeichen der partiellen Ableitungen nach φ durch die totalen ersetzt werden dürfen

$$-\frac{1}{\varepsilon} \frac{dp}{d\varphi} = w_u \left(w_r + \frac{d w_u}{d\varphi} \right)$$

setzen wir für den Klammerausdruck seinen Wert aus der Stetigkeitsbedingung, und schreiben außerdem $\frac{dp}{d\varphi} = \frac{dp}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{d\varphi}$, wobei mit $a^2 = \frac{dp}{d\varepsilon}$, d. h. dem Quadrate der Schallgeschwindigkeit die Gleichung auf die Form

$$a^2 \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = w_u^2 \frac{d\varepsilon}{d\varphi} \quad \text{oder} \quad (a^2 - w_u^2) \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = 0$$

gebracht werden kann, aus welcher allgemein

$$w_u = a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

folgt, da $d\varepsilon/d\varphi$ nicht allgemein verschwinden kann, weil sonst keine Druck- also auch keine Geschwindigkeitsänderung vorkäme.

Betrachten wir nun die **isothermische Strömung**

$$p = a^2 \varepsilon \quad \text{oder} \quad pv' = \frac{a^2}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

so ist die Schallgeschwindigkeit konstant, und wir erhalten aus Gl. (1)

$$\frac{dw_r}{d\varphi} = w_u = a, \quad \text{somit} \quad w_r = a\varphi + b \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Durch passende Wahl von φ machen wir $b = 0$.

Die Gl. (2) liefert $-\frac{dp}{d\varphi} = \varepsilon a^2 \varphi = p\varphi$, woraus $\lg n \frac{p}{p_0} = -\frac{\varphi^2}{2}$ . . . . (7)

falls mit p_0 die Pressung bei $\varphi = 0$ bezeichnet wird. Endlich finden wir die Gleichung der Strömungslinien, indem wir das Verhältnis der Elementarwege $dr = w_r dt$, $r d\varphi = w_u dt$ bilden, woraus

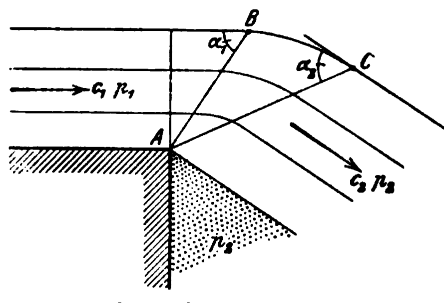


Fig. 653.

$$\frac{dr}{r d\varphi} = \frac{w_r}{w_u} = \varphi \quad \text{und} \quad r = e^{\frac{\varphi^2}{2}} \quad . \; . \quad (8)$$

folgt. Die Bewegung ist daher vollständig beschrieben.

Die etwas verwickelteren Formeln für adiabatische Expansion sind von Th. Meyer a. a. O. entwickelt.

Tritt beispielsweise in Fig. 653 ein Gasstrahl mit Überschallgeschwindigkeit c_1 und dem Drucke p_1 an der Kante A in einen Raum mit dem kleineren Drucke p_2 aus, so pflanzt sich die von A ausgehende Störung unter dem Machschen Winkel α_1 fort, und längs des Strahles AB beginnt die oben beschriebene Expansion, wobei der Zustand in allen Punkten eines Radius der gleiche ist, bis im Strahle AC der Druck p_2 mit der neuen Geschwindigkeit c_2 erreicht ist, worauf der Strahl parallel weiterströmt.

Hiernach werden die Darlegungen des Abschnittes 43 nun auch zahlenmäßig verständlich. In betreff des schiefen Verdichtungsstoßes, der bei $p_2 > p_1$ auftritt, wie auch der Berechnung einer Potentialströmung beim Übergange zur Schallgeschwindigkeit an der engsten Stelle einer Düse, muß auf die zitierte wertvolle Arbeit von Th. Meyer verwiesen werden.


Digitized by Google

149. Allgemeine (dreidimensionale) Gleichungen für die Flüssigkeitsströmung einer Turbine.

Um die Strömung in einer Turbine zu untersuchen, wird man am zweckmäßigsten Zylinderkoordinaten benutzen und die (nach oben gerichtete) Z-Achse mit der Drehachse der Turbine zusammenfallen lassen.

Als **Massenkraft** kommt für die absolute Bewegung nur die Schwere in Betracht, daher man

$$Z = -g \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

zu setzen hat. Wir bezeichnen die absoluten Geschwindigkeiten mit c_r, c_u, c_z und führen noch die Identität

$$\frac{dc_u}{dt} + \frac{c_r c_u}{r} = \frac{d(c_u r)}{r\,dt} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

ein, so daß Gl. (8) in Abschn. 147 die Form

$$\frac{dc_r}{dt} - \frac{c_u^2}{r} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial r}, \quad \frac{dc_u r}{r\,dt} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial \varphi}, \quad \frac{dc_z}{dt} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{r\,\partial z} - g \quad \ldots \quad (3)$$

annehmen. Die Gleichung der Stetigkeit lautet

$$r\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon r c_r}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon c_u}{\partial \varphi} + \frac{\partial \varepsilon r c_z}{\partial z} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Die **Strömung im Laufrad** wird naturgemäß als relative Bewegung in bezug auf einen um die Z-Achse sich drehenden Raum aufzufassen sein, daher die Ergänzungskräfte dieser Bewegung hinzuzufügen sind. Nach Coriolis bestehen diese pro Masseneinheit, wenn mit w_r, w_u, w_z die relativen Geschwindigkeiten, mit ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades bezeichnet wird,

a) aus der radialen Trägheitskraft $r\omega^2$,
b) aus der tangentialen Trägheitskraft $r\,d\omega/dt$ (der Winkelbeschleunigung entgegenwirkend),
c) aus der zusammengesetzten Trägheitskraft $2w_s\omega$, wo w_s die Resultierende aus w_r und w_u bedeutet. Diese Kraft kann in die radiale und tangentiale Komponente $2w_u\omega$ bzw. $2w_r\omega$ mit dem nachfolgend angegebenen Sinn zerlegt werden.

Wir haben mithin, wenn χ den relativen, im gleichen Sinne wie ω und φ positiv gerechneten Zylinderkoordinatenwinkel bezeichnet, die Massenkräfte

$$R = r\omega^2 + 2w_u\omega; \qquad U = -2w_r\omega - \frac{d\omega}{dt}; \qquad Z = -g$$

zu setzen und erhalten die Grundgleichungen

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dw_r}{dt} - \dfrac{w_u^2}{r} = -\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\partial p}{\partial r} + r\omega^2 + 2w_u\omega; \quad \dfrac{drw_u}{r\,dt} = -\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\partial p}{r\,\partial \chi} - 2w_r\omega - \dfrac{d\omega}{dt} \\ \qquad\qquad \dfrac{dw_z}{dt} = -\dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\partial p}{\partial z} - g \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (5)$$

mit ähnlicher Stetigkeitsbedingung wie (4), wobei die totalen Ableitungen nach t wie in Abschn. 147 umzuformen sind. Diese Gleichungen sind von Prášil in seinen bekannten ausgezeichneten Studien über hydraulische Turbinen[1]) zur Herleitung von Schaufelformen, Saugrohrprofilen u. a. benutzt worden.

Die dreidimensionale Behandlung der Aufgabe führt aber auf sehr verwickelte Rechnungen, und da der Dampf als elastische Flüssigkeit behandelt werden muß, kann kaum gehofft werden, brauchbare Integrale erhalten zu können. Wir beschränken uns daher auf die Anführung des nachfolgenden einfachen Strömungsvorganges.

„Achsensymmetrische" kreisende Strömung.

Sind die Geschwindigkeiten und Pressungen vom Winkel φ unabhängig, so nennen wir die Strömung „achsensymmetrisch". Aus der zweiten der Gl. (3) folgt alsdann, da $\partial p/\partial \varphi = 0$ ist,

$$\frac{dc_u r}{dt} = 0, \quad \text{also} \quad c_u r = \text{konst.},$$

---

[1]) Über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen, Schweiz. Bauztg. 1903, Bd. XLI, Nr. 19 f. Die Bestimmung der Kranzprofile und der Schaufelformen für Turbinen und Kreiselpumpen, Schweiz. Bauztg. 1907, Bd. XLVIII, Nr. 23 f. Beide auch als Sonderabdrücke bei E. Rascher, Zürich 1907.


Digitized by Google

d. h. **das Moment der Umfangsgeschwindigkeit, also auch $mc_u r$ das Moment der Bewegungsgröße (= das Impulsmoment) für einen bestimmten Stromfaden sind unveränderlich.**

Sobald aber $mc_u r$ überall konstant ist, kann kein Kraftmoment vorhanden sein, welches auf die Flüssigkeit wirkt, daher auch kein auf die Wandung wirkendes Gegenmoment. Es wird also in diesem Falle keine Arbeit von der Flüssigkeit an eventuell vorhandene Leitflächen (Schaufeln) übertragen oder von ihr aufgenommen.

Bei der Ableitung dieses Satzes sind vielfach Mißverständnisse entstanden, weil man unterließ hervorzuheben, daß sich $dc_u r$ auf die Änderung bezieht, die ein bestimmtes Massenteilchen während seiner wirklichen Bewegung, d. h. längs einer Stromlinie erfährt. Es muß daher $dc_u r$ keineswegs verschwinden, wenn wir von einer Stromlinie zu einer anderen übergehen. Beispielsweise kann bei Reibungsfreiheit eine rein kreisende Bewegung bestehen, bei der c_u in beliebiger Weise mit dem Abstand sich ändert, längs eines Parallelkreises bleibt natürlich $c_u r$ konstant. Auch die rein rotierende Bewegung ist ein Beispiel für die Unkonstanz von $c_u r$.

150. Zweidimensionale Strömung.

Infolge der Schwierigkeit, aus den dreidimensionalen Gleichungen brauchbare Ergebnisse abzuleiten, vereinfacht Lorenz die Aufgabe auf die Behandlung einer Strömung auf gegebener Fläche, indem er eine Turbine aus unendlich dicht stehenden unendlich dünnen Schaufeln gebildet denkt. Der von den Schaufeln ausgeübte Gegendruck wird von ihm auf die Masseneinheit der Flüssigkeitsmenge, die in einem unendlich kleinen Bereich momentan enthalten ist, bezogen und „Zwangsbeschleunigung" genannt.

Diese Bezeichnung und ihre unvermittelte Einführung rief Mißverständnisse hervor, die durch folgende Herleitung vermieden werden.[1])

Wir denken uns aus der den ganzen Raum ausfüllenden Flüssigkeit einen Ring von der Dicke dr und der Höhe dz herausgeschnitten, den wir durch kongruente Umdrehungsflächen (Schaufeln) in unendlich schmale Kanäle zerlegen (Fig. 654 und 654a). Den ganzen vom Schaufelelement $ABCD$

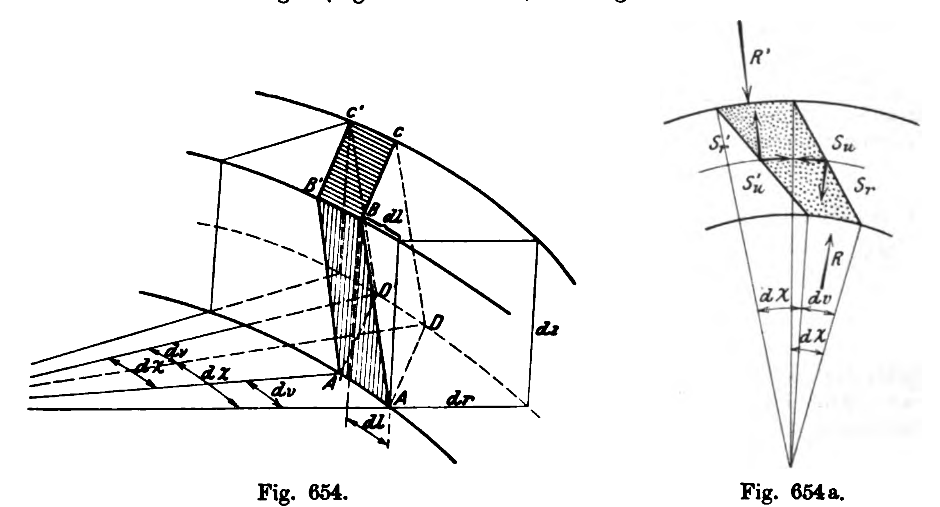


Fig. 654. Fig. 654a.

bzw. $A'B'C'D'$ auf die Flüssigkeitsmasse ausgeübten Druck zerlegen wir in die Komponenten S_r, S_u, S_z bzw. S_r', S_u', S_z'. Ferner bezeichne R, R', Z, Z' den ganzen Druck, der bzw. auf die Flächen $ABB'A'$, $CDD'C'$, $ADD'A'$ und $BCC'B'$ wirkt. Es sei nun p_r, p_z, p_s je der Mittelwert des spezifischen Druckes auf die Flächen $ABB'A'$, $ADD'A'$, $ABCD$, so haben wir

$$R = r\,d\nu\,dz\,p_r \qquad R' = (r + dr)\,d\nu\,dz\left(p_r + \frac{\partial p_r}{\partial r}dr\right),$$

$$Z = r\,d\nu\,dr\,p_z \qquad Z' = r\,d\nu\,dr\left(p_z + \frac{\partial p_z}{\partial_z}dz\right),$$

$$S_r = r\,d\chi\,dz\,p_s \qquad S_u = dr\,dz\,p_s,$$

$$S_r' = r\,d\chi\,dz\left(p_s + \frac{\partial p_s}{\partial \chi}d\nu\right); \qquad S_u = dr\,dz\left(p_s + \frac{\partial p_s}{\partial \chi}d\nu\right);$$

[1]) S. d. Verf. Aufsatz „Zur Theorie der Dampfturbine" in der Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1907, S. 245f.


Digitized by Google

ferner wenn dl die Projektion der Kante AB auf den Umfang AA' bedeutet

$$S_z = dl\,dr\,p_z \qquad S_z' = dl\,dr\left(p_z + \frac{\partial p_z}{\partial \chi}d\nu\right).$$

Die Masse des eingeschlossenen Elementes ist

$$dm = \varepsilon\, r\, d\nu\, dr\, dz.$$

Demnach lauten mit Rücksicht auf Abschn. 147b und darauf, daß R und R' den Winkel $d\chi$, S_r und S_r' ebenso wie S_u und S_u' den Winkel $d\nu$ einschließen, die Bewegungsgleichungen

$$-R' + R + S_r' - S_r + S_u d\nu = dm\left(\frac{dw_r}{dt} - \frac{w_u^2}{r} - 2\omega w_u - r\omega^2\right),$$

$$-R\,d\chi + S_r d\nu - S_u' + S_u = dm\left(\frac{dw_u}{dt} + \frac{w_u w_r}{r} + 2\omega w_r\right),$$

$$-Z' + Z + S_z' - S_z - g\,dm = dm\left(\frac{dw_z}{dt}\right).$$

Auf die rechte Seitenfläche der Schaufel $ABCD$ wirken, bei Gleichheit aller Verhältnisse in den aufeinanderfolgenden Zellen, auch die Kräfte S_r', S_u', S_z'; im ganzen bedeuten also $\frac{S_r' - S_r}{dm}$; $\frac{S_u - S_u'}{dm}$; $\frac{S_z' - S_z}{dm}$; die von den Schaufelwänden auf die Masseneinheit der Flüssigkeit in der Bewegungsrichtung übertragenen Drucke, die wir mit q_r, q_u, q_z bezeichnen wollen. Wenn wir nun diese Ausdrücke in obige Gleichungen einführen und beachten, daß beim Übergang zur Grenze $p_r = p_s = p_z = p$ wird, so ergibt sich nach leichter Umrechnung

$$\left.\begin{aligned} q_r - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{dw_r}{dt} - \frac{w_u^2}{r} - 2\omega w_u - r\omega^2 \\ q_u &= \frac{dw_u}{dt} + \frac{w_u w_r}{r} + 2\omega w_r \\ -g + q_z - \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{dw_z}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

und das sind die auf die Relativbewegung bezogenen Gleichungen von Lorenz, aus welchen diejenigen für die Absolutbewegung hervorgehen, wenn man $\omega = 0$ und die relativen Größen durch die absoluten ersetzt. Die Ableitungen des Druckes beziehen sich eigentlich auf die Veränderung in Richtung der Stromfläche, da indessen alle Größen vom Winkel χ unabhängig gedacht sind, darf man sie im gewöhnlichen Sinne als partielle auffassen. Aus der Bedingung, daß die in den ganzen Ring einströmende Flüssigkeitsmenge der ausströmenden gleich sei, so ergibt sich die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial w_r r \varepsilon}{\partial r} + \frac{\partial w_z r \varepsilon}{\partial z} = 0; \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Bedingungsgleichung von Bauersfeld.[1])

Man könnte glauben, daß irgendeine Lösung für die Geschwindigkeiten und p (bzw. ε), die der Gl. (2) genügen, zulässig sind, wenn man dafür sorgt, daß q_r, q_u, q_z die durch Gl. (1) vorgeschriebenen Werte erhalten.

Dies wäre in der Tat der Fall, wenn die q Massenkräfte wären, für die ein beliebiges Gesetz denkbar ist. Da aber in Wahrheit die q vom Normaldruck der Schaufelflächen herstammen, muß eine besondere, zuerst von Bauersfeld aufgestellte Bedingung erfüllt werden.

Bedeutet dr, $r d\chi$, d_z ein beliebiges Linienelement in den relativen Koordinaten, welches in die Schaufelfläche hereinfällt, so muß die Resultierende der q auf demselben senkrecht stehen, d. h.

$$q_r dr + q_u r d\chi + q_z dz \equiv 0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

sein. In der Auflösung

$$d\chi \equiv -\left(\frac{q_r}{r q_u}dr + \frac{q_z}{r q_u}dz\right)$$

ist die linke Seite ein vollständiges Differential, also muß es auch die rechte sein. Da diese aber nach Voraussetzung nur von r, z und nicht von χ abhängt, so muß

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{q_r}{r q_u}\right) = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{q_z}{r q_u}\right) \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

[1]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1905, S. 2007 und vollständiger in Zeitschr.. f. d. ges. Turbinenwesen 1907, S. 265.


Digitized by Google

erfüllt sein. Indem man Gl. (1) der Reihe nach mit dr, $rd\chi$, dz multipliziert und addiert, erhält man mit Bauersfeld die Energiegleichung in der Form

$$(q_r - 2\lambda_u w_z + 2\lambda_z w_u)\,dr + (q_u - 2\lambda_z w_r + 2\lambda_r w_z)\,r d\chi$$
$$+ (q_z - 2\lambda_r w_u + 2\lambda_u w_r)\,dz = g dz + \frac{dp}{\varepsilon} + \frac{dw^2}{2} - \frac{dr^2\omega^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Hierin sind λ_r, λ_u, λ_z die Wirbelkomponenten nach Gl. (11), Absch. 147, allein bezogen auf die absoluten Geschwindigkeiten $c_r = w_r$; $c_u = w_u + r\omega$; $c_z = w_z$. Die relativen „Wirbel" sind im übrigen identisch mit den absoluten, bis auf denjenigen um die Drehachse, der wie naturgemäß der Summe aus dem relativen Wirbel und der Winkelgeschwindigkeit ω ist.

Erfolgt die Verschiebung in Richtung einer Strömungslinie, d. h. wird $dr = w_r dt$; $rd\chi = w_u dt$; $dz = w_z dt$ vorausgesetzt, so verschwindet mit Rücksicht auf Gl. (3) die linke Seite von Gl. (5), und das Integral der rechten Seite ist eine Konstante. Strömt die Flüssigkeit dem Rade mit überall gleichem Zustande zu, was wir annehmen wollen, so ist der Wert des Integrales für alle Stromfäden derselbe, und sein Differential für irgendwelche Änderungen dr, $rd\chi$, dz ist gleich Null. Dann müssen aber die Faktoren dieser Größen auf der linken Seite einzeln gleich Null sein, und wir erhalten die elegante Darstellung

$$\left.\begin{aligned} q_r &= 2(\lambda_u w_z - \lambda_z w_u) \\ q_u &= 2(\lambda_z w_r - \lambda_r w_z) \\ q_z &= 2(\lambda_r w_u - \lambda_u w_r) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Da eine Arbeitsübertragung nur durch den Schaufeldruck stattfindet, darf q_u unter keinen Umständen verschwinden. Daher können auch die Wirbelkomponenten nicht alle gleich Null werden, und so ist scheinbar in der Turbine eine wirbelfreie Strömung unmöglich. Dies beruht indes darauf, daß wir hier nur mit Mittelwerten der Geschwindigkeit rechnen, und der damit gebildete Ausdruck für den Wirbel eine andere Bedeutung hat, als der echte hydrodynamische Wirbel von Helmholtz.

Die Lösungen von Lorenz und Bauersfeld für unelastische Flüssigkeiten.

Bei konstantem ε und „achsensymmetrischer" Strömung setzt Lorenz

$$r w_r = -\frac{\partial \psi}{\partial z}; \qquad r w_z = + \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wodurch der Stetigkeitsbedingung

$$\frac{\partial r w_r}{\partial r} + \frac{\partial r w_z}{\partial z} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Genüge geleistet wird, und ψ eine noch zu bestimmende Funktion von r und z ist. Betrachten wir den besondern einfachen Sonderfall, daß überall

$$q_z = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ist, d. h. daß die Schaufelflächen aus zur Achse parallelen Erzeugenden bestehen.

Bedingung (9) ist, wie Gl. (6) lehrt, jedenfalls erfüllt, wenn λ_r und λ_z überall verschwinden, und dies hinwieder ist möglich, wenn w_r nur von z; w_z und w_u nur von r abhängen. Versucht man es mit dem Ansatz

$$\psi = k r^2 z; \qquad w_u = f(r) \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

so ist

$$w_r = -k r \qquad w_z = 2k_z \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

und man hat $\lambda_r = 0 \quad \lambda_u = 0 \quad 2\lambda_z = \frac{1}{r}\frac{df}{dr}$, daher in der Tat nach Gl. (6)

$$q_z = 0, \quad \text{während} \quad q_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r}\cdot f; \qquad q_u = -\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} k r \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Nun ist zu untersuchen, ob die Bauersfeldsche Bedingung erfüllt ist, die hier

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{q_r}{r q_u}\right) = 0,$$

d. h. nur so viel fordert, daß $q_r : r q_u$ von z unabhängig sei. Da dies nach Gl. (12) zutrifft, so ist mithin die Annahme (10) eine mögliche Lösung. Es muß indes bemerkt werden, daß hydraulische Turbinen, die diesen Forderungen entsprechend konstruiert worden sind, den auf sie gestellten Erwartungen nicht entsprochen haben, d. h. einen unbefriedigenden Wirkungsgrad aufwiesen.

Bauersfeld behandelt a. a. O. das Leitrad der reinen Axialturbine mit

$$c_r = 0 \qquad c_z = \text{konst.} \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$



und findet unter der weiteren Annahme

$$c_u r = f(rz) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

daß den Strömungsgleichungen allgemein genügt werden kann, wenn man

$$f(rz) = f_1\left[\frac{z}{r^2} + f_2(r)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

setzt, wo f_1, f_2 beliebige Funktionsformen bedeuten.

Der Verfasser hat a. a. O. gezeigt, daß die reine Axialturbine mit Schaufeln, die als Regelflächen mit radialen Erzeugenden geformt sind, auf die reine Schraubenfläche führt, daher zu Kraftübertragung ungeeignet ist.

151. Verdichtung und Änderung des Reaktionsgrades durch die „Fliehkraft“ bei Axialturbinen.

Die Niederdruckschaufeln größerer Axialturbinen erhalten eine so bedeutende Länge, daß die Verdichtung in radialer Richtung infolge der „Fliehkräfte“ des Dampfes praktisch bemerkbar werden kann.

In Fig. 655 mögen AB, $A_1 B_1$ .... die angenommenen Meridianschnitte der Stromflächen darstellen, durch die wir eine Anzahl „Elementarturbinen“ abgrenzen. Die innere Turbine arbeitet mit durchweg kleinerer Umfangsgeschwindigkeit als die äußere, daher werden nach unseren früheren Darlegungen alle Strömungsgeschwindigkeiten zunehmen, was eine entsprechende Vergrößerung des Reibungs- und Auslaßverlustes mit sich bringt. Wären diese Strömungsflächen feste Scheidewände, so würden an ihnen radiale Druckunterschiede auftreten, da in der Innenturbine die Pressung etwas langsamer sinkt, als in der äußeren und der Ausgleich dieser Unterschiede wird eine weitere Störung hervorrufen.

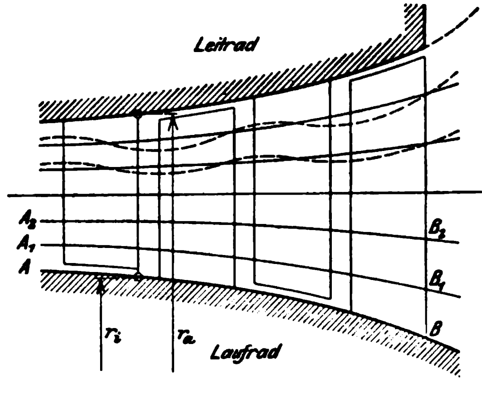


Fig. 655.

Um die Verluste, die aus der Verschiedenheit der Umfangsgeschwindigkeit entspringen, wenigstens angenähert einzuschätzen, wird man etwa eine elementare Turbine, die dem inneren, und eine zweite, die dem äußeren Meridian entspricht, durchrechnen müssen. Der Zustand in den Zwischenturbinen kann nach Schätzung hereininterpoliert werden. Was die Druckverteilung anbelangt, so wird man in erster Annäherung alle Geschwindigkeiten so berechnen, als ob die Teilturbinen voneinander unabhängig und die radialen Pressungen einander gleich wären. Nun zerlegt man die resultierende absolute Geschwindigkeit c an jeder Stelle in ihre Komponenten c_r, c_u, c_z, ebenso die relative w in w_r, w_u, w_z und benützt die Gleichungen von Lorenz, um die radiale Druckänderung zu ermitteln.

Nachdem die bei Axialturbinen übliche Schaufelform in radialer Richtung nur verschwindend kleine Komponenten des Schaufeldruckes ergibt, d. h. $q_r \doteq 0$ ist, können zwei einfache Sonderfälle besonders leicht überblickt werden.

1. In der Umgebung derjenigen Punkte der Schaufelflächen, wo $c_u = 0$ ist, findet die Strömung nur nach den Richtungen von r und z statt, und es gilt für erstere die Gleichung

$$-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dc_r}{dt} \quad \text{daher ist} \quad p_a - p_i = -\int_{r_i}^{r_a} \varepsilon \frac{dc_r}{dt} dr \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Beschleunigung $dc_r : dt$ kann leicht angegeben werden für den Beginn einer Erweiterung, wo $c_r = 0$ ist, indem man den Krümmungsradius ϱ der Stromlinie in der Zeichnung Fig. 655 ausmißt und die Zentripetalbeschleunigung der Kreisbewegung mit c_z als Umfangsgeschwindigkeit berechnet, die mit der Gesuchten identisch ist, man erhält also

$$\frac{dc_r}{dt} = \pm \frac{c_z^2}{\varrho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

2. Für die Bewegung auf mit der Turbine gleichachsigen Zylinderflächen, für welche beständig die Bedingung

$$c_r = 0$$


Digitized by Google

erfüllt sein müßte, ist die radiale Druckzunahme genau so zu beurteilen, als ob nur kreisende Bewegung mit der Umfangsgeschwindigkeit c_u vorhanden wäre, d. h. wir haben

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{c_u^2}{r} \quad \text{oder} \quad p_a-p_i=\int_{r_i}^{r_a}\varepsilon\frac{c_u^2}{r}dr \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

3. Im allgemeinen Fall ist

$$p_a-p_i=-\int_{r_i}^{r_a}\varepsilon\frac{dc_r}{dt}dr+\int_{r_i}^{r_a}\varepsilon\frac{c_u^2}{r}dr \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

Auch für die Laufschaufel rechnet man am besten mit den Absolutgeschwindigkeiten, wodurch die Formeln für beide Fälle gleich werden.

Man darf nicht glauben, daß der zweite Fall für eine Gruppe von Turbinenstufen mit gleich langen Schaufeln, die auf einer zylindrischen Trommel aufgesetzt sind, genau zutrifft. Die durch c_u bewirkte Verdichtung hat eine Abweichung der Dampfbahnen von der Zylinderfläche zur Folge. In jeder Leit- und Laufschaufel gibt es eine radiale Gerade, längs welcher $c_u=0$, daher auch $\partial p=0$ ist. Gegen den Spalt nimmt c_u zu, bleibt im Spalte konstant, und nimmt in der darauf folgenden Schaufel wieder ab. Die Verdichtung erreicht also im Spalt ein Maximum. Stets ist c_u am Austritt aus dem Leitrad erheblich größer als am Austritt aus dem Laufrad, daher wird an ersterem Ort ein größerer Stau eintreten als hinter dem Laufrad. Dies bewirkt eine Vergrößerung des Reaktionsgrades, d. h. eine Verkleinerung der Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitrad und Vergrößerung derjenigen aus dem Laufrad, wodurch wieder der Stau hinter dem Leitrad etwas herabgesetzt, hinter dem Laufrad etwas vergrößert wird und ein gewisser Ausgleich eintritt. Nach Maßgabe als die Geschwindigkeit c_1 abnimmt, muß gemäß der Stetigkeitsgleichung der Stromquerschnitt gegenüber der ursprünglichen Annahme zunehmen; am Laufradaustritt, da w_2 größer wurde, wieder abnehmen. Die Meridianschnitte würden demnach bei konstanter Dichte in der äußersten Turbine etwa die punktiert angedeutete geschlängelte Gestalt besitzen. Der Einfluß der Verdichtung, d. h. die Verkleinerung des spezifischen Volumens bewirkt, daß die Schlängelung etwas zurücktreten und unter Umständen ganz verschwinden wird.

Durch Zahlenbeispiele überzeugt man sich leicht, daß das erste Glied in Gl. (4) im allgemeinen klein ist gegen das zweite. Rechnet man mit einem Mittelwert von c_u und ε, und bezeichnet $l=r_a-r_i$ die Schaufellänge, so ist mit $p_a-p_i=\Delta p$ und $\varepsilon=1:gv$ nach Gl. 3

$$\frac{\Delta p}{p}=\frac{c_u^2}{gpv}\frac{l}{r} \quad \ldots \ldots \ldots (5)$$

Beispielsweise mit $gpv=140000=$ konst. im mkg/sek-Einheiten, $c_u=250$ m/sek erhält man für

$$\frac{l}{r}=0{,}1 \qquad 0{,}2 \qquad 0{,}3 \qquad 0{,}4 \qquad 0{,}5$$

$$\frac{\Delta p}{p}=0{,}045 \qquad 0{,}090 \qquad 0{,}135 \qquad 0{,}180 \qquad 0{,}225.$$

Obwohl hiernach die Verdichtung bei den praktisch in Betracht kommenden Schaufellängen einen kleinen Teilbetrag des ganzen absoluten Dampfdruckes ausmacht, ist sie neben dem Druckgefälle einer Stufe keineswegs vernachlässigbar. Dieses Druckgefälle kann für den ursprünglichen Entwurf, unter Annahme winkelgleicher Schaufeln, im Leitrad angenähert nach Formel

$$v\Delta p'=\frac{c_1^2-w_1^2}{2g}=(2c_1\cos\alpha_1-u)\frac{u}{2g}$$

gerechnet werden. Setzt man $c_1\cos\alpha_1=c_{1u}$ etwa $=2u$, so wird

$$\Delta p'=\frac{3}{8}\frac{c_{1u}^2}{gv} \quad \ldots \ldots \ldots (6)$$

Ungefähr ebenso groß ist das Druckgefälle im Laufrad.

Nach Formel (6) ist nun die Verdichtung vor dem Laufrad

$$\Delta p_1=\frac{c_{1u}^2}{gv}\frac{l}{r}, \text{ hinter dem Laufrad } \Delta p_2=\frac{c_{2u}^2}{gv}\frac{l}{r}.$$

Somit die Vergrößerung des Gefälles im Laufrad, im Verhältnis zum ursprünglichen Gefälle (indem wir von der Änderung des v absehen)

$$\frac{\Delta p_1-\Delta p_2}{\Delta p'}=\frac{c_{1u}^2-c_{2u}^2}{c_{1u}^2}\frac{8}{3}\frac{l}{r}.$$


Digitized by Google

Mit der Annahme (6) ist aber $c_{2u} = c_{1u}/2$, also wird

$$\frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{\Delta p'} = 2\,\frac{l}{r} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Hiernach wäre der Betrag, um den sich das Gefälle, also der Reaktionsgrad ändert, schon bei kleinem Verhältnis l/r ein beträchtlicher. Zum Glück wird der Unterschied, wie erwähnt, durch die Zunahme der Dichte verkleinert. Trotzdem wären diese Verhältnisse weiterer Untersuchung wert. Es sind auch schon Patente auf Schaufelformen genommen, die durch Schiefstellung oder Biegung der Schaufeln eine radial nach einwärts wirkende Komponente des Schaufeldruckes erzeugen und so der Verdichtung entgegenarbeiten wollen. Diese Maßregel kann aber nur im Inneren des Schaufelkanales wirksam sein, im Spalte versagt sie, denn eine Geschwindigkeitskomponente c_u ist im Spalte vor oder hinter dem Laufrad unerläßlich, da die Änderung des Impulsmomentes $m c_u r$ das übertragene Moment darstellt. Demnach ist auch **die Verdichtung grundsätzlich unbeseitigbar.**

Damit der Auslaß des letzten Rades nicht ungünstig beeinflußt werde, soll man das Gehäuse am Austritt zurücktreten lassen, so daß der Dampf als freier Strahl abströmen kann. Es wird dann im äußersten Stromfaden derselbe Druck herrschen, wie in der Umgebung, der sich auch dem angrenzenden Bezirk der Laufschaufel mitteilt. Die immer vorhandene Komponente c_u bedingt einen Druckanstieg nach außen, die Krümmung der Dampfbahnen ruft eine Beschleunigung $dc_r : dt$ hervor, die ihm entgegenwirkt — es kann daher unter günstigen Umständen die Pressung konstant bleiben; im allgemeinen wird in den inneren Schichten sogar ein kleiner Unterdruck herrschen. Daß man mit Rücksicht auf die Schaufellänge die Winkel groß zu machen pflegt, daher c_u kleiner ist als in den normalen Stufen, wirkt ebenfalls druckausgleichend mit.

152. Differentialgleichung für die Druckverteilung in der vielstufigen axialen Überdruckturbine.

Die etwas umständlichen Konstruktionen, welche die Ermittelung des Druckverlaufes einer vielstufigen Turbine bei von vornhinein gegebenen Abmessungen nach der v^2-Methode erfordert, lassen es wünschbar erscheinen, nach einem kürzeren, bzw. rechnerischen Wege zu suchen. Ein Versuch dieser Art wird im nachfolgenden beschrieben.

Im Laufrad einer Überdruckturbine findet ein Gefällsumsatz nach der Formel

$$w_2^2 - w_1^2 = -2g\int v\,dp - \zeta w_2^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

statt. Bei genügend großer Stufenzahl können wir

$$-\int v\,dp = -v\Delta p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

setzen, wo Δp die ganze endliche Druckabnahme in der Schaufel ist. In der angenäherten Berechnung Abschn. 64 nahmen wir für winkelgleiche Schaufeln an, daß $w_2^2 = c_1^2$ ist, hier müssen wir im Interesse der Allgemeinheit einen Unterschied zulassen und ihn als Zunahme von c_1^2 einführen, d. h.

$$w_2^2 = c_1^2 + \Delta c_1^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

schreiben, so daß die linke Seite von (1) die Form $c_1^2 - w_1^2 + \Delta c_1^2$ annimmt. Aus dem Geschwindigkeitsdreieck folgt

$$c_1^2 - w_1^2 = (2c_1 \cos\alpha_1 - u)\,u \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

und dies in Gl. (1) eingesetzt, ergibt

$$-2gv\Delta p = (2c_1\cos\alpha_1 - u)\,u + \Delta c_1^2 + \zeta w_2^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Hieraus leiten wir die gewünschte Differentialgleichung ab, indem wir die auf das Ende einer Leit-, bzw. Laufschaufel bezogenen Werte von p und c_1, bzw. w_2 in gleichen Abständen Δx auf der Abszissenachse x aufgetragen denken und den Differenzenquotient durch den Differentialquotienten ersetzen, z. B.

$$\Delta p = \frac{\Delta p}{\Delta x}\Delta x = \frac{dp}{dx}\Delta x; \qquad \Delta c_1^2 = \frac{\Delta c_1^2}{\Delta x}\Delta x = \frac{dc_1^2}{dx}\Delta x$$

schreiben. Wird ferner

$$z = \frac{x}{\Delta x},$$

d. h. die Zahl der halben Stufen, die durchlaufen sind, eingeführt, so wird

$$\frac{dp}{dx}\Delta x = \frac{dp}{dz}\frac{dz}{dx}\Delta x = \frac{dp}{dz}; \qquad \frac{dc_1^2}{dx}\Delta x = \frac{dc_1^2}{dz},$$

Digitized by Google

und Gl. (5) lautet, wenn wir noch im letzten Gliede w_2 angenähert durch c_1 ersetzen:

$$-2gv\frac{dp}{dz} = (2c_1\cos\alpha_1 - u)\,u + \frac{dc_1^2}{dz} + \zeta c_1^2 \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Hierin kann c_1 und v durch die Stetigkeits- und die Zustandsgleichung weggeschafft werden. Erstere ist

$$Gv = fc_1 \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

wo f den Leit-(bzw. Lauf)radaustrittsquerschnitt bedeutet und als Funktion von z gegeben sein soll. Als Zustandsgleichung müßte man die allereinfachste Form, z. B.

$$(p+\beta)\,v = K \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

voraussetzen. Auch mit diesen Vereinfachungen gestattet indessen Gl. (6) eine allgemeine Lösung nur im Sonderfall $f =$ konst., $u =$ konst., und auch diese ist so umständlich, daß von einer Wiedergabe abgesehen wird.

Eine ganz grobe Annäherung für einen kleinen Bereich des Arbeitsgebietes der Turbine erhalten wir, wenn wir voraussetzen, daß im Normalzustand für alle Stufen $c_1 = w_2$ ist, daher $dc_1^2 : dz = 0$ wird, und wenn wir das Reibungsglied ζc_1^2 durch einen Berichtigungsfaktor („Wirkungsgrad") ε an vdp berücksichtigen, wodurch Gl. (6) in

$$-2g\varepsilon v\frac{dp}{dz} = (2c_1\cos\alpha_1 - u)\,u \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

umgewandelt wird. Setzen wir c_1 und v aus (7) und (8) ein, so entsteht

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{p+\beta}{G}\right) - \frac{u^2}{\varepsilon K g}\left(\frac{p+\beta}{G}\right) + \frac{2\cos\alpha_1}{\varepsilon g}\frac{u}{f} = 0 \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Hierin sind

$$\frac{u^2}{\varepsilon K g} = \varphi_1(z); \qquad \frac{2\cos\alpha_1}{\varepsilon g}\frac{u}{f} = \varphi_2(z) \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

gegebene (etwa durch Zeichnung dargestellte) Funktionen von z, und das allgemeine Integral der linearen Differentialgleichung ist nach bekannten Regeln stets ermittelbar. Setzen wir

$$\Phi(z) = e^{\int_0^z \varphi_1(z)\,dz} \qquad \Psi(z) = \Phi(z)\int_0^z \frac{\varphi_2(z)}{\Phi(z)}\,dz \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

welche Ausdrücke gegebenenfalls graphisch zu ermitteln wären, so ist

$$\frac{p+\beta}{G} = C\,\Phi(z) - \Psi(z)$$

mit C als willkürlicher Konstante. Das im allgemeinen erlaubte Einführen der bestimmten Integration ergibt einfache Werte an den Grenzen.

Für $z = 0$ soll $p = p_1$ sein, d. h. $\frac{p_1+\beta}{G} = C\,\Phi(0) - \Psi(0)$. Da aber $\Phi(0) = 1$, $\Psi(0) = 0$, so erhalten wir

$$C = \frac{p_1+\beta}{G} \quad \text{und} \quad \frac{p+\beta}{G} = \frac{p_1+\beta}{G}\,\Phi(z) - \Psi(z) \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

Für $z = z_0$, wo z_0 die doppelte Gesamtzahl der Turbinenstufen bedeutet, ist $p = p_2$: es ergibt mithin Gl. (13)

$$G = \frac{(p_1+\beta)\,\Phi(z_0) - (p_2+\beta)}{\Psi(z_0)} \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

Diese Ergebnisse stellen mithin etwa die Veränderung von G und $p_1 p_2$ in der Tangentenebene an den früher graphisch ermittelten allgemeinen Kegel der durchströmenden Dampfmenge dar.

153. Beanspruchung langer und dünner Naben.

Wir machen die Annahme, daß die Nabenstärke im Verhältnis zum Radius so klein sei, daß man ihre Beanspruchung nach der Theorie der unendlich dünnen zylindrischen Schale berechnen dürfe.

Die ursprünglich mit der X-Achse (Fig. 656) zusammenfallende mittlere Erzeugende der zylindrischen Schale werde axial gedehnt und gebogen, wobei

z die Vergrößerung des Halbmessers (in der Figur irrtümlich mit x bezeichnet),
η den nach oben positiv gerechneten Abstand eines Elementes von der Mittelfläche,
ε_{0x} die spezifische Dehnung der Mittelfläche nach der X-Richtung bedeutet.



Wir machen weiterhin die übliche Näherungsannahme, daß die Querschnitte eben bleiben und zur deformierten Mittelfläche senkrecht stehen.

Der reziproke Wert des Krümmungsradius des Meridianschnittes wird näherungsweise

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2 z}{d x^2} = z'' \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (1)$$

gesetzt, und man erhält als Dehnung einer Elementarfaser im Abstande η, deren ursprüngliche Länge $A_1 B_2 = A B$ gewesen ist, nach Fig. 656

$$\varepsilon_x = \frac{B_2 B_3}{A B} = \frac{B_2 B_1 - B_1 B_3}{A B}.$$

Hierin ist $B_2 B_1 : A B = \varepsilon_{0x}$, und $B_1 B_3 : \eta = A B' : \varrho = (1 + \varepsilon_{0x})\, dx : \varrho$, daher $B_1 B_3 : A B = (1 + \varepsilon_{0x})\eta/\varrho$, oder mit Vernachlässigung des ε_{0x} gegen 1

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{0x} - \eta z'' \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (2)$$

Die Ausdehnung im Umfang ist $[2\pi(r + z + \eta) - 2\pi(r + \eta)] : 2\pi(r + \eta)$ oder indem man η neben r vernachlässigt

$$\varepsilon_y = \frac{z}{r} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (3)$$

Mit der Abkürzung $E' = E/(1 - \nu^2)$ ist nun nach den Formeln des Abschn. 74, da eine Beanspruchung nach zwei zu einander senkrechten Richtungen vorliegt, die gesamte nach X gerichtete Spannung $= E'(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$, ebenso $E'(\nu\varepsilon_x + \varepsilon_y)$ die Spannung im Umfang. Beide Spannungen setzen sich, wenn man für ε_x, ε_y die Werte (2) und (3) einsetzt, aus einem von η unabhängigen und einem zu η proportionalen Gliede zusammen. Die ersteren bezeichnen wir mit σ_a und σ_t und erhalten

$$\sigma_a = E'\left(\varepsilon_{0x} + \nu\frac{z}{r}\right); \qquad \sigma_t = E'\left(\nu\varepsilon_{0x} + \frac{z}{r}\right) \quad . \quad (4)$$

Die letzteren, die **Biegungsspannungen** darstellen, seien σ_x, σ_y, und zwar ist

$$\sigma_x = -E' z'' \eta; \qquad \sigma_y = -E' \nu z'' \eta \quad . \; . \; . \quad (5)$$

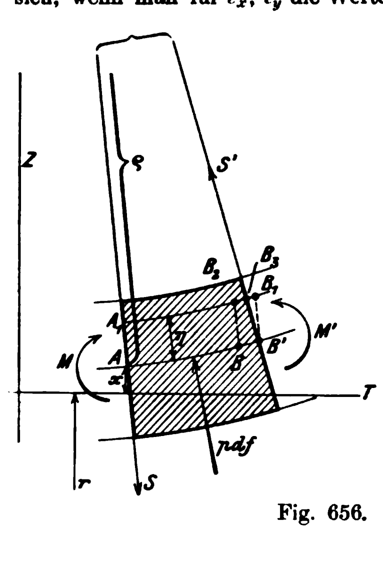


Fig. 656.

Für das Fernere nehmen wir an, daß in der Achsenrichtung auf die zylindrische Schale keine Kraft ausgeübt wird, so daß die Resultierende der Spannungen $\sigma_a + \sigma_x$, über die ganze Stirnfläche summiert, Null haben muß. Dies ist für σ_x von selbst der Fall, daher muß

$$\sigma_a = 0 \quad \text{oder} \quad \varepsilon_{0x} = -\nu\frac{z}{r} \quad (6)$$

werden, und dies liefert

$$\sigma_t = E'\left(-\nu^2\frac{z}{r} + \frac{z}{r}\right) = E\frac{z}{r} \quad (7)$$

Die Aufgabe enthält daher nur eine unbekannte Funktion, nämlich z, zu deren Bestimmung wir die Gleichung des Gleichgewichts der Kräfte an dem in der Figur angedeuteten Körperelement aufstellen. Die Mittelfläche sei radial nach auswärts pro Flächeneinheit mit p belastet, welche Größe einen Flüssigkeits-, einen Montierungs-Druck oder eine Fliehkraft bedeuten kann.

In Richtung von Z ist die Summe der Kraftkomponenten

$$S' - S + p\,df - T\,d\varphi = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dS}{dx} + p\frac{df}{dx} - T\frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad \dots\dots \quad (8)$$

In Richtung von X und des Umfanges verschwindet die Komponentensumme von selbst.

Die Momente für eine zu XZ senkrechte Achse durch eine Ecke des Elementes geben

$$M' - M + S\,dx + p\,df\frac{dx}{2} = 0 \quad \dots\dots\dots\dots \quad (9)$$

Das letzte Glied ist unendlich klein höherer Ordnung, daher vernachlässigbar, und wir erhalten

$$S = -\frac{M' - M}{dx} = -\frac{dM}{dx} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (10)$$

Digitized by Google

Hiernach wird Gl. (8):

$$-\frac{d^2 M}{d x^2} + p\frac{df}{dx} - T\frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

Es sei nun σ_x' die in der obersten Faser, d. h. für $\eta = h/2$ herrschende Biegungsspannung. Das Biegungsmoment für den Querschnitt $r\,d\varphi\,h$ kann dann durch das Widerstandsmoment $r\,d\varphi\,h^2/6$ als

$$M = -\tfrac{1}{6}\, r\,d\varphi\,h^2 \sigma_x'$$

dargestellt werden. (Das negative Vorzeichen ist anzuwenden, weil σ_x' für $\eta = +h/2$ und die angenommene Krümmung der Meridianlinie negativ wird.) Wenn dieser Wert und $df = r\,d\varphi\,dx$; $T = dx\,h\,\sigma_t$ in Gl. (11) eingesetzt werden, entsteht

$$\frac{h^2}{6}\frac{d^2\sigma_x'}{dx^2} - \frac{h}{r}\sigma_t + p = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

Oder endlich, da

$$\sigma_x' = -E' z'' \frac{h}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12\text{a})$$

ist, die Differentialgleichung

$$\frac{d^4 z}{dx^4} + \frac{12(1-\nu^2)}{r^2 h^2} z = \frac{12(1-\nu^2)}{E h^3} p \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

welche mit den Bezeichnungen

$$4\alpha^4 = \frac{12(1-\nu^2)}{r^2 h^2}; \qquad b = \frac{12(1-\nu^2)}{E h^3} \text{ die Form erhält } z^{IV} + 4\alpha^4 z = bp \quad . \; . \quad (13\text{a})$$

Man setzt nun $4\alpha^4 z - bp = 4\alpha^4 \zeta$, d. h. $z = \dfrac{bp}{4\alpha^4} + \zeta$, und erhält $\zeta^{IV} = -4\alpha^4\zeta$. (13b)

Der Ansatz $\zeta = c e^{\lambda x}$ führt auf

$$\lambda^4 = -4\alpha^4$$

und die Wurzeln dieser Gleichung sind

$$\left.\begin{matrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{matrix}\right\} = a(1 \pm i) \qquad \left.\begin{matrix}\lambda_3\\ \lambda_4\end{matrix}\right\} = -a(1 \pm i) \; \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

wie man leicht nachprüfen kann. Daher ist das allgemeine Integral von (13b)

$$\zeta = c_1' e^{\lambda_1 x} + c_2' e^{\lambda_2 x} + c_3' e^{\lambda_3 x} + c_4' e^{\lambda_4 x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

Indem man für die willkürlichen Konstanten c_1', c_2' ... komplexe Größen wählt, wird in bekannter Weise die Lösung in reelle Form übergeführt, so daß schließlich

$$z = \frac{bp}{4\alpha^4} + e^{\alpha x}(c_1 \cos\alpha x + c_2 \sin\alpha x) + e^{-\alpha x}(c_3 \cos\alpha x + c_4 \sin\alpha x) \quad . \; . \; . \quad (16)$$

das Integral bildet. Die Konstanten sind aus den Grenzbedingungen zu bestimmen.

Für die Nabe (Fig. 657) würde man die Wirkung der Radscheibe durch entsprechende Schubspannungen, deren Mittelwert τ bezeichnen möge, in der „Anhaftungsfläche" CD ersetzt denken und vorschreiben, daß dort die Tangente an die elastische Meridianlinie horizontal ist. Die Scheibe kann man als durch die radialen Spannungen in der Anhaftungsfläche CC' beansprucht annehmen, wenn man zum Ausgleich die Länge l_1 durch l ersetzt, d. h. den Anhaftungsquerschnitt CD bis in die Mitte vorschiebt, wo gewissermaßen eine unendlich dünne Platte als Fortsetzung der Radscheibe die Schubspannungen nach rechts und links überträgt. Die Gesamtheit der Kräfte τ und σ_r muß „äquivalent", d. h.

Fig. 657.

$$2\pi r h \tau = 2\pi r_1 h_1 \sigma_r \quad . \; . \; . \quad (17)$$

sein. Nun kann die Dehnung der Radscheibe ξ_r als Funktion der Unbekannten σ_r und der Fliehkräfte ausgedrückt werden. Anderseits sind für die Nabe die Spannungen τ die gegebenen Kräfte (die Fliehkraft kann man vernachlässigen), und man muß die Nabenausdehnung z_0 für $x = l$ als Funktion von τ, d. h. σ_r darstellen, worauf die Bedingung

$$z_0 = \xi_r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

die Unbekannte σ_r zu finden gestattet.


Digitized by Google

Zu diesem Behufe ist nach Gl. (10)

$$S = r\,d\varphi\,h\,\tau = -\frac{dM}{dx} = \frac{1}{6}\,r\,d\varphi\,h^2\,\frac{d\sigma_x'}{dx}$$

oder

$$\tau = \frac{h}{6}\,\frac{d\sigma_x'}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

und hierin σ_x' nach (12a) in z'' auszudrücken, was die erste Bedingung für z ergibt.

Zweitens ist für $x = l$ die Ableitung

$$\frac{dz}{dx} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Endlich muß für $x = 0$, d. h. für die freie Stirnfläche, sowohl das Biegungsmoment, d. h. σ_x', als auch die Schubspannung τ verschwinden, und dies liefert nach (12a) und (19) als dritte Bedingung

$$\text{für } x = 0 \qquad \frac{d^2 z}{dx^2} = 0,$$

als vierte Bedingung

$$\text{für } x = 0 \qquad \frac{d^3 z}{dx^3} = 0,$$

Auf diese Weise ist die früher mitgeteilte „Reduktion der Nabenlänge auf gleichmäßige Inanspruchnahme" ermittelt worden. Rechnungen dieser Art dürfen in Buchstabenausdrücken nicht über eine gewisse Grenze geführt werden. Es ist zweckmäßig, möglichst bald die Zahlenwerte einzusetzen und mit diesen zu rechnen.

Die Beanspruchung eines breiten zylindrischen Scheibenrandes

führt offenbar auf nahezu identische Grenzbedingungen; nur darf man die Fliehkräfte des Randes und der an ihm befestigten Schaufeln selbstverständlich nicht weglassen.

Die Beanspruchung in der Hohlkehle.

Im Punkte C_0 unserer Radnabe haben wir einerseits die axial gerichtet größte Biegungsspannung σ_x' anderseits die Umfangsspannung σ_t, und endlich die radiale Radspannung σ_r. Es liegt der seltene Fall der Beanspruchung nach drei zueinander senkrechten Richtungen vor. Im Sinne der Theorie von Mohr hat man nur die (algebraisch) größte und kleinste dieser Spannungen, die wir mit σ_1 und σ_2 bezeichnen wollen, zu beachten, und der Maßstab für die Beanspruchung wäre die größte Schubspannung, die in unserem Falle, da alle Spannungen positiv sind, durch den Wert

$$\tau_{max} = \tfrac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

gegeben ist.

Von besonderer Tragweite ist das Zusammentreffen dieser Spannungen für die Punkte bei CC', wo bei Ausbildung scharfer Ecken offenbar unendlich große Spannungen, d. h. Anrisse auftreten würden. Die Wichtigkeit der „Hohlkehle", durch die diese Gefahr gemildert wird, ist in der Praxis genügend bekannt und gewürdigt. Doch wissen wir nichts Genaueres über die dort auftretende Beanspruchung oder den erforderlichen Mindestradius der Krümmung. Hier liegt eine offene Frage vor, die gründlicher Untersuchung wert wäre.

154. Die Festigkeit einer Kegelschale.

Die Scheidewände mehrstufiger Druckturbinen enthalten häufig Kegelform und werden auch einteilig ausgeführt. Die nachfolgende Untersuchung der Festigkeit einer solchen „Kegelschale" beruht auf der Voraussetzung, die bei allen ähnlichen Aufgaben gemacht werden muß, daß die Dicke der Schale sehr klein ist im Verhältnis zum Durchmesser.

Die Spannungen erweisen sich auch hier aus zwei Bestandteilen zusammengesetzt. Es bedeute

- σ_r die Spannung in einem zur Kegelerzeugenden senkrechten Schnitt, die gleichmäßig über den Schnitt verteilt ist;
- σ_x den Spannungsanteil im gleichen Schnitt, der dem Abstand von der Kegelmittelfläche proportional ist;
- σ_t, σ_y dasselbe für den Meridianschnitt;
- σ_x', σ_y' sollen die Werte von σ_x und σ_y im Abstand $z = +h/2$ darstellen.

Digitized by Google

Auf das in Fig. 658 dargestellte Element wirken die Spannungskräfte

$$R = r\,d\varphi\,h\,\sigma_r; \qquad T = dx\,h\,\sigma_t; \qquad S = r\,d\varphi\,h\,\tau \quad . \; . \; . \; . \quad (1)$$

wo τ den Mittelwert der Schubspannung, $d\varphi$ den Winkel der achsialen Begrenzungsebenen bedeutet. Ferner der Normaldruck p und die radial gerichtete Massenkraft $F = \varepsilon\,dV\,\Phi$, die wir meist als Fliehkraft antreffen werden, mit $\Phi = r\omega^2$.

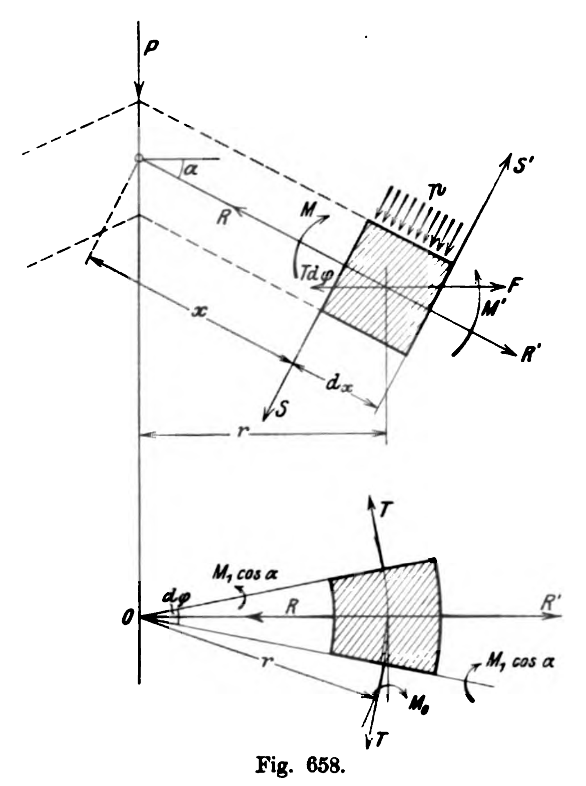


Fig. 658.

Die Momente sind wie bei der Biegung eines Balkens als Produkte der Widerstandsmomente und der Spannungen σ_x', σ_y' auszudrücken, d. h. es ist

$$\left.\begin{aligned} M &= \frac{1}{6} r\,d\varphi\,h^2 \sigma_x'\,; \\ M_1 &= \frac{1}{6} dx\,h^2 \sigma_y' \end{aligned}\right\} \quad . \quad (2)$$

Die auf die Meridianseitenflächen wirkenden Momente M_1 zerlegen wir in horizontale und vertikale Komponenten. Letztere heben sich auf; erstere liefern das im Grundriß angedeutete Moment

$$M_0 = M_1 \cos\alpha\,d\varphi\,.$$

Hiernach ist die Momentengleichung für eine zur mittleren Meridianebene senkrechte Achse

$$M' - M + S\,dx - M_0 = 0\,.$$

Setzen wir $r = x\cos\alpha$ und die Werte (1), (2) ein, so entsteht

$$\frac{d}{dx}(x h^2 \sigma_x') - h^2 \sigma_y' + 6\,h\,x\,\tau = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Die Kräftesumme in Richtung der Erzeugenden liefert

$$R' - R - T\,d\varphi\cos\alpha + F\cos\alpha = 0$$

oder

$$\frac{d}{dx}(x h \sigma_r) - h\sigma_t + \varepsilon\,\Phi\,x\,h\cos\alpha = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Die Gleichgewichtsbedingung für die Kräfte in Richtung der Normalen ersetzen wir durch eine solche, die sich auf den ganzen vom Breitenkreis mit dem Radius r begrenzten Kegel bezieht. Die Belastung desselben ist im ganzen $\pi r^2 p + P$, wo P eine in der Spitze des Kegels wirkende Einzelkraft bedeutet. Von unten nach oben wirken am Kegelquerschnitt die Schubspannungskomponente $2\pi r h \tau\cos\alpha$ und die Normalspannungskomponente $-2\pi r h \sigma_r \sin\alpha$. Somit erhält man

$$\tau - \sigma_r \operatorname{tg}\alpha = \frac{p\,x}{2\,h} + \frac{P}{2\pi\cos^2\alpha\,x\,h} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Diese Gleichung benutzen wir, um in (3) das τ wegzuschaffen, was

$$\frac{d}{dx}(x h^2 \sigma_x') - h^2 \sigma_y' + 6\,h\operatorname{tg}\alpha\,x\,\sigma_r + 3\,p\,x^2 + \frac{3\,P}{\pi\cos^2\alpha} = 0 \quad . \; . \; . \quad (6)$$

ergibt.


Digitized by Google

Die **Deformation** messen wir durch die Verschiebung ξ eines Punktes in Richtung der Erzeugenden, und η senkrecht dazu (Fig. 659). Den reziproken Wert des Krümmungsradius der Mittellinie setzen wir angenähert

$$\frac{1}{\varrho}=\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}=\eta'' \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

und erhalten für die Ausdehnung nach der X-Richtung für eine Faser im Abstand z von der Mittelfläche, wenn ds ihre ursprüngliche Lage bedeutet,

$$\varepsilon_x=\frac{ds''-ds}{ds}=\frac{(ds''-ds')+(ds'-ds)}{ds}=$$

$$=\frac{ds''-ds'}{ds'}\frac{ds'}{ds}+\frac{ds'-ds}{ds}=-\frac{z}{\varrho}(1+\varepsilon_{0x})+\varepsilon_{0x},$$

wobei mit ε_{0x} die Ausdehnung in der Mittelfläche selbst bezeichnet wird; diese ist aber $=d\xi/dx$, daher wird mit Vernachlässigung von ε_{0x} gegen 1

$$\varepsilon_x=\frac{d\xi}{dx}-z\frac{d^2\eta}{dx^2}=\xi'-z\eta'' \quad . \quad (8)$$

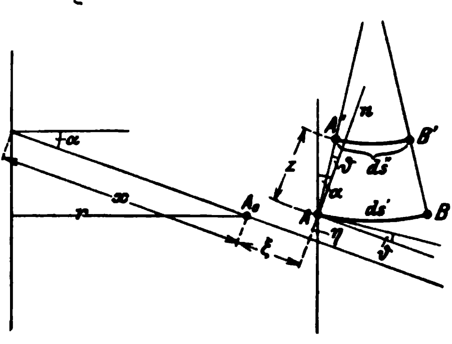


Fig. 659.

Die Ausdehnung im Umfange ist dem Quotienten aus der Zunahme des Halbmessers und dem ursprünglichen Halbmesser des betreffenden Punktes gleich, d. h. mit den Bezeichnungen der Figur

$$\varepsilon_y=\{[r+\xi\cos\alpha+(\eta+z)\sin\alpha-z\sin\vartheta\cos\alpha]-(r+z\sin\alpha)\}:(r+z\sin\alpha).$$

Hierin ist $\sin\vartheta\cong\operatorname{tg}\vartheta=d\eta:dx=\eta'$, und indem z neben r vernachlässigt wird, entsteht mit $r=x\cos\alpha$

$$\varepsilon_y=\left(\frac{\xi}{x}+\operatorname{tg}\alpha\frac{\eta}{x}\right)-z\frac{\eta'}{x} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Mit diesen Ausdrücken sind die Werte der Spannungen zu bilden, indem man für die gleichmäßig verteilten die von z unabhängigen Glieder benutzt, also mit $E'=E/(1-\nu^2)$ nach den Formeln des Abschn. 74

$$\sigma_r=E'\left(\xi'+\nu\frac{\xi}{x}+\nu\frac{\eta}{x}\operatorname{tg}\alpha\right),\qquad \sigma_t=E'\left(\nu\xi'+\frac{\xi}{x}+\frac{\eta}{x}\operatorname{tg}\alpha\right) \quad . \quad . \quad (10)$$

ebenso sind die Biegungsspannungen mit den von z abhängigen Gliedern

$$\sigma_x=-E'\left(\eta''+\nu\frac{\eta'}{x}\right)z,\qquad \sigma_y=-E'\left(\nu\eta''+\frac{\eta'}{x}\right)z \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Insbesondere ist gemäß unserer Bezeichnung für

$$z=\frac{h}{2};\qquad \sigma_x=\sigma_x';\qquad \sigma_y=\sigma_y' \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Wir führen die Spannungswerte in die Gleichgewichtsbedingungen ein, indes mit der besonderen Annahme, daß $\Phi=0$ und h konstant sei. Die Momentengleichung (6) liefert (wenn alle Ableitungen nach x mit Strichen bezeichnet werden)

$$\eta'''+\frac{\eta''}{x}-\frac{\eta'}{x^2}+\frac{12\operatorname{tg}\alpha}{h^2}\left(\xi'+\nu\frac{\xi}{x}+\nu\frac{\eta}{x}\operatorname{tg}\alpha\right)+\frac{6px}{E'h^3}+\frac{6P}{E'h^3\pi x\cos^2\alpha}=0 \quad (13)$$

und Gl. (4) liefert

$$\xi''+\frac{\xi'}{x}-\frac{\xi}{x^2}+\operatorname{tg}\alpha\left(\nu\frac{\eta'}{x}-\frac{\eta}{x^2}\right)=0 \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

Digitized by Google

Sind wir in der Lage, die Differentialgleichungen (13), (14) den Randbedingungen gemäß zu integrieren, so ergeben Gl. (10) und (11) die Werte der Spannungen.

Vorerst empfiehlt es sich, die Gleichung zu vereinfachen, indem man folgende Variable einführt:

l bedeute die ganze Länge des Kegelerzeugenden; r_0 den äußersten Kegelhalbmesser;

$\lambda = \frac{x}{l}$ das Längenverhältnis der Abszisse; $u = \frac{\xi}{l}$; $v = \frac{\eta}{l}$ die relativen Verschiebungen;

$p' = \frac{P}{\pi r_0^2}$ das Äquivalent der konzentrierten Last; $k = \frac{l}{h}$ das Dickenverhältnis.

Für die Ableitungen erhält man

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{l\,du}{l\,d\lambda} = \frac{du}{d\lambda} = u'; \qquad \frac{d^2\xi}{dx^2} = \frac{l\,d^2u}{l^2 d\lambda^2} = \frac{d^2u}{l\,d\lambda^2} = \frac{u''}{l},$$

ähnlich die übrigen. So entstehen die Differentialgleichungen:

$$v''' + \frac{v''}{\lambda} - \frac{v'}{\lambda^2} + 12\,\mathrm{tg}\,\alpha\,k^2\left(u' + \nu\frac{u}{\lambda} + \nu\frac{v}{\lambda}\,\mathrm{tg}\,\alpha\right) + \frac{6pk^2}{E'}\lambda + \frac{6p'k^2}{E'}\frac{1}{\lambda} = 0 \quad (15)$$

$$u'' + \frac{u'}{\lambda} - \frac{u}{\lambda^2} + \mathrm{tg}\,\alpha\left(\nu\frac{v'}{\lambda} - \frac{v}{\lambda^2}\right) = 0 \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Sofern $p' = 0$ ist, sind u, v zu p/E proportional, während E in den σ sich weghebt. Außerdem hängen alle Veränderlichen nur von den Parametern ν, α, k, λ ab.

Der geschlossene Kegel.

Die Integration obiger Gleichungen wollen wir nur für den Fall des geschlossenen, d. h. bis an die Kegelspitze reichenden Kegels (ohne Öffnung) durchführen, da man hierfür mit verhältnismäßig einfachen Reihen auskommt.

Wir setzen nämlich für v die Reihe

$$v = a + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^3 + \ldots \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

an und führen diese vorerst in Gl. (16) ein, die übergeht in

$$u'' + \frac{u'}{\lambda} - \frac{u}{\lambda^2} = R(\lambda),$$

wo R eine Reihe andeutet.

Die unmittelbare Integration liefert $u' + \frac{u}{\lambda} = \int R(\lambda)\,d\lambda + b_1$, hieraus $\lambda u' + u = d(\lambda u) : d\lambda = \lambda \int R\,d\lambda + b_1\lambda$ integriert $\lambda u = \int(\int R\,d\lambda)\lambda\,d\lambda + \frac{b_1\lambda^2}{2} + b_2$, oder ausgeführt

$$\frac{u}{\mathrm{tg}\,\alpha} = -a + \frac{(1-\nu)}{2}a_1\lambda\left(\lg n\,\lambda - \frac{1}{2}\right) + \frac{1-2\nu}{3}a_2\lambda^2 + \frac{1-3\nu}{2\cdot 4}a_3\lambda^3 +$$

$$+ \frac{1-4\nu}{3\cdot 5}a_4\lambda^4 + \frac{1-5\nu}{4\cdot 6}a_5\lambda^5 + \ldots + \frac{b_1\lambda}{2} + \frac{b_2}{\lambda} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

Nun hat man (17) und (18) in (15) einzusetzen, welche Gleichung identisch verschwinden muß, so daß sich durch Nullsetzen der Koeffizienten von $\lg\lambda$, λ^1, $\lambda^2 \ldots$, und mit Hilfe der Randbedingungen die Konstanten a, a_1, $a_2 \ldots$, b_1, b_2 des Reihenansatzes bestimmen lassen.


Digitized by Google

Die Grenzbedingungen für den Anfangspunkt $\lambda = 0$ folgen aus der Festsetzung seiner Verschiebungskomponenten, für die wir naturgemäß

$$\xi = 0, \quad \eta = 0 \quad \text{also auch} \quad u = 0, \quad v = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

vorschreiben. Daraus folgt

$$a = 0, \quad b_2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Der Vergleich der Koeffizienten fordert weiter, wenn der Reihenansatz überhaupt zulässig sein soll,

$$a_1 = 0 \quad P = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

d. h. unser Kegel ist nur dem gleichmäßigen Flächendruck p ausgesetzt und am Rande gestützt. Wir denken uns die Stützung als freie Auflagerung, so daß die Reaktion auf jedes Umfangselement der Achse parallel wird. Die Summe der horizontalen Komponenten auf die Längeneinheit des Außenumfanges muß daher verschwinden

$$h\tau \sin\alpha + h\sigma_r \cos\alpha = 0,$$

während die vertikale Gesamtsumme

$$2\pi r h(\tau\cos\alpha - \sigma_r \sin\alpha) = \pi r^2 p$$

ergibt. Setzen wir aus der ersten Bedingung τ in die zweite ein, so lautet diese mit Hinzuziehung von Gl. 10

$$\sigma_r = E'\left(\xi' + \nu\frac{\xi}{x} + \nu\frac{\eta}{x}\operatorname{tg}\alpha\right) = E'\left(u' + \nu\frac{u}{\lambda} + \nu\frac{v}{\lambda}\operatorname{tg}\alpha\right) = -\frac{pr}{2h}\sin\alpha \quad . \quad (22)$$

wobei $x = l$ bzw. $\lambda = 1$ zu setzen ist.

Außerdem soll auf den Rand kein Biegungsmoment ausgeübt werden, es muß also die Biegungsspannung σ_x verschwinden, d. h.

$$\left(\eta'' + \nu\frac{\eta'}{x}\right)_{x=l} = 0 \quad \text{oder} \quad \left(v'' + \nu\frac{v'}{\lambda}\right)_{\lambda=1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

sein.

Zahlenbeispiel und empirische Formel.

Wir betrachten folgende Zahlenbeispiele[1]):

1. Kegelschale von 1500 mm Durchmesser mit 15° Kegelneigungswinkel und 50 mm Wandstärke (Fig. 660).
2. Desgl. 1500 mm Durchmesser, 6,3° Neigungswinkel, 50 mm Wandstärke (Fig. 661).

Mit diesen beiden Fällen wurde verglichen

3. die ebene kreisrunde Platte von 1500 mm Durchmesser, 50 mm Wandstärke.

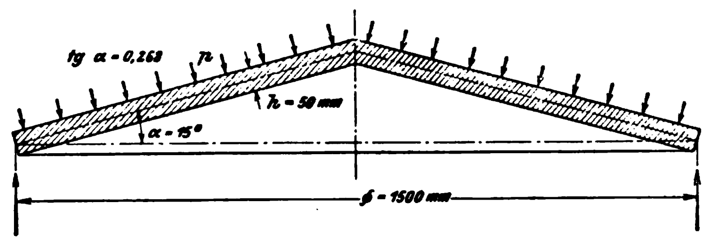


Fig. 660.

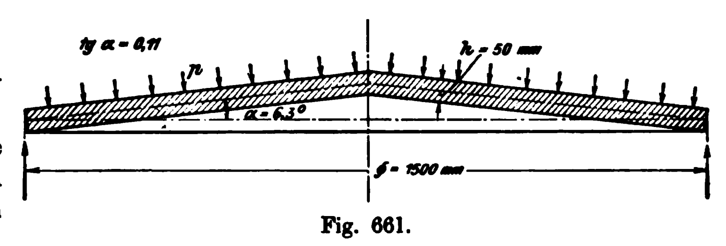


Fig. 661.

Das erste Beispiel entspricht den Werten

$$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}268 \quad k = 15{,}54,$$

[1]) Für die vollständige Durchrechnung dieser Beispiele bin ich Hrn. Ing. Ziegler zu Dank verpflichtet.


Digitized by Google

das zweite $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}110 \quad k = 15{,}08$,
das dritte $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}000 \quad k = 15{,}00$.

Für ν wurde der Wert 0,3 gewählt.

Die berechneten Spannungen bzw. das Verhältnis

$$c = \frac{\sigma}{p}$$

sind in

Fig. 662 für die ebene Platte,
„ 663 „ den Kegel mit $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}11$.
„ 664 „ „ „ „ $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}268$

Fig. 662.

Fig. 663.

dargestellt, wobei zugleich die resultierende größte Zug- und Druckspannung als σ_2 bzw. σ_1 mit angegeben wurde.

Die Untersuchung der Deformation lehrt, daß dieselbe bei $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}11$ noch den gleichen Charakter wie bei der ebenen Platte besitzt; bei $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}27$ aber findet ein Unterschneiden der Abszissenachse statt, was offenbar so erklärt werden muß, daß der aufgebogene Rand durch seine Biegungssteifheit die gegen die Spitze gelegenen Teile in einer Einsenkung zwingt. Bei der zylindrischen Schale ist diese Erscheinung noch viel ausgeprägter. Dementsprechend ändert sich auch der Verlauf der Spannungen. Bei der ebenen Platte nehmen diese von der Mitte gegen den Rand zu stetig ab. Beim flachen Kegel trifft dies für die gleichmäßig verteilten radialen und Ringspannungen zu. Die Biegung aber ist in der Nähe der Spitze klein und erreicht in der Mitte ein Maximum. Die größte Gesamtbeanspruchung findet in der Nähe des Randes statt, und zwar ist es eine Umfangsspannung. Beim steilen Kegel ist der Inflexionspunkt der elastischen Linie durch die Kleinheit der



Digitized by Google

Biegungsspannungen deutlich gekennzeichnet. Der zahlenmäßige Betrag der Biegungskomponente η kann aus der nachfolgenden Tabelle entnommen werden.

Werte von $\eta E/p$.

$\lambda = x/r =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
$\operatorname{tg}\alpha$ 0	2183	8700	20000	33950	73000	122700	176100
0,110	249	1630	3880	9967	28670	57400	92210
0,268	-311	-1028	-1961	-1770	$+1850$	$+12570$	$+29300$

Da die drei Beispiele einem nur wenig verschiedenen k entsprechen, ist es vielleicht nicht zu gewagt, eine Interpolation für zwischenliegende Werte von $\operatorname{tg}\alpha$

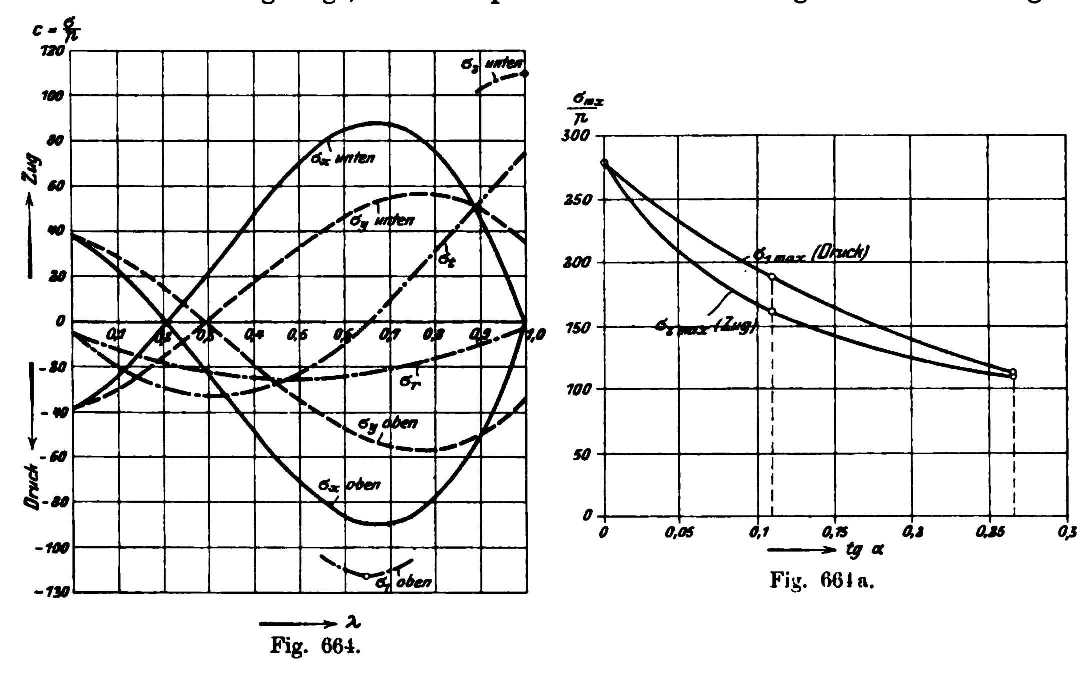


Fig. 664.

Fig. 664a.

zu versuchen. Trägt man sich die größten Zugspannungen Fig. 664a als abhängige von $\operatorname{tg}\alpha$ auf, so kann durch die drei Punkte eine Hyperbel hindurchgelegt werden und liefert die von E unabhängige Formel

$$\sigma_{z\max} = \left(\frac{146,6}{0,372 + \operatorname{tg}\alpha} - 116,4\right) p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

Das gleiche für die größte Druckspannung durchgeführt, gibt

$$\sigma_{d\max} = \left(\frac{30,3}{0,123 + \operatorname{tg}\alpha} + 32,2\right) p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

Ebenso kann man für die Durchbiegung η am Rande (d. h. für $\lambda = 1$) die angenäherte Interpolationsformel

$$\eta = \left(\frac{0,902}{0,293 + \operatorname{tg}\alpha} - 1,314\right) 10^5 \frac{p}{E} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (26)$$

aufstellen. Die Einsenkung an der Kegelspitze ist $\eta \cos\alpha - \xi \sin\alpha$; bei kleinen Winkeln α kann dieselbe angenähert $= \eta$ gesetzt werden.

Diese empirischen Formeln, die mit allem Vorbehalt gegeben werden, sind nach obigem nicht auf die angeführten konkreten Beispiele beschränkt, sondern gelten allgemein für das Dickenverhältnis

$$\frac{l}{h} = k = 15 \text{ bis } 15,5 \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}\alpha = 0 \text{ bis } 0,27.$$

Digitized by Google

155. Biegung einer horizontalen ungleich dicken Scheibe unter dem Einflusse ihres Eigengewichtes.

Die Verwendung horizontaler Turbinenräder muß dem Konstrukteur die Frage nach der Verbiegung des Rades durch sein Eigengewicht nahelegen, da dieselbe sehr wohl die Größenordnung der Spaltbreite zwischen den einzelnen Leit- und Laufrädern erlangen kann. Diese Durchbiegung läßt sich nun verhältnismäßig einfach wie folgt berechnen.

Es sei eine ungleich dicke Scheibe hyperbolischer Form in wagerechter Aufstellung ruhend vorausgesetzt. Die Dicke der Scheibe im Abstande x heiße h. Die nach abwärts positiv gezählte Durchbiegung z. Ein äußerer Rand sei nicht vorhanden, die Nabe relativ klein im Durchmesser. Das Profil der Scheibe entspreche der Gleichung

$$h x^{\alpha} = c \quad \text{oder} \quad h = c x^{-\alpha} \quad \ldots \quad (1)$$

und es sei α, d. h. die Neigung der Tangente an die Profillinie gegen die Mittelebene des Rades so klein, daß man in den Gleichgewichtsbedingungen der Spannungen an einem Scheibenelement den Kosinus des Neigungswinkels $= 1$ setzen dürfe. Bei Abwesenheit von Randkräften werden in irgendeinem zur Mittelebene der Scheibe senkrechten Schnitte nur Biegungs- und Schubspannungen vorhanden sein. Erstere dürfen wir, wie bei der ebenen Scheibe, dem Abstande des fraglichen Flächenelementes von der Mittelebene proportional setzen, und sei

σ_x der Absolutwert der Biegungsspannung in der äußersten Faser eines zum Halbmesser senkrecht stehenden Schnittes,

σ_y dasselbe in einem Meridianschnitt.

Das Biegungsmoment M, welches auf die Stirnfläche $x\,d\varphi\,h$ des in Fig. 665 dargestellten Scheibenelementes im Sinne der Pfeile ausgeübt wird, hat den Wert: Widerstandsmoment × Biegungsspannung der äußersten Faser, d. h.

$$M = \frac{1}{6}\,(x\,d\varphi)\,h^2 \sigma_x \quad \ldots \quad (2)$$

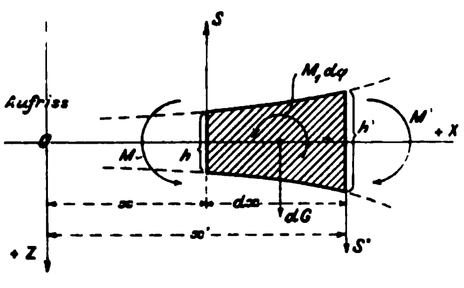
Dasjenige auf die gegenüberliegende Stirnfläche

$$M' = \frac{1}{6}\,(x'\,d\varphi)\,h'^2 \sigma_x'.$$

In den Seitenflächen $dx \cdot h$ wird das Moment

$$M_1 = \frac{1}{6}\,dx\,h^2 \sigma_y \quad \ldots \quad (3)$$

mit dem durch seine „Achse" im Grundriß angedeuteten Sinn.



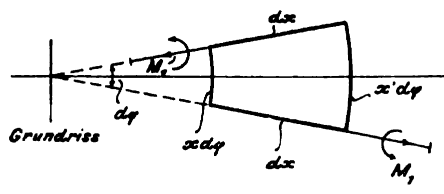


Fig. 665.

Außerdem wirkt in den Stirnflächen je eine Schubkraft, und zwar in $x\,d\varphi\,h$ die Kraft

$$S = x\,d\varphi\,h\,\tau_m \quad \ldots \quad (4)$$

wo τ_m den Mittelwert der Schubspannung bedeutet. Ebenso ist $S' = x'\,d\varphi\,h'\,\tau'_m$.

In den Seitenflächen ist die Schubkraft aus Gründen der Symmetrie gleich Null. Schließlich wirkt im Schwerpunkt des Elementes vertikal nach abwärts die Eigenschwere

$$dG = x\,d\varphi\,dx\,h\,\gamma \quad \ldots \quad (5)$$

sofern γ das spezifische Gewicht bedeutet.

Die angeführten Kräfte müssen miteinander im Gleichgewichte stehen, es muß also in erster Linie die Summe der Momente beispielsweise für die zur XOZ-Ebene senkrecht stehende Schwerpunktsachse verschwinden. Die Zusammensetzung der Momente M_1 ergibt ein um diese Achse drehendes Moment $M_1\,d\varphi$, dessen Sinn im Aufrisse eingetragen ist, und die erste Gleichgewichtsbedingung lautet mithin

$$M' - M - M_1\,d\varphi + S\,dx = 0 \quad \ldots \quad (6)$$

oder nach dem Einsetzen der Einzelwerte, da $M' - M = \frac{dM}{dx}\,dx$ ist,

$$\frac{d(x h^2 \sigma_x)}{dx} - h^2 \sigma_y + 6\,x\,h\,\tau_m = 0 \quad \ldots \quad (7)$$



Die zweite Gleichgewichtsbedingung beziehen wir nicht auf ein Element, sondern auf die ganze von einem vertikalen Zylinder mit dem Radius x begrenzte Scheibe. Das Gesamtgewicht derselben ist

$$G_x = \int_{x_1}^{x} 2\pi x\,dx\,h\gamma \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Die in der Mitte vertikal nach oben wirkende Stützkraft P ist gleich dem Gewicht der ganzen Scheibe, mithin

$$P = \int_{x_1}^{x_2} 2\pi x\,dx\,h\gamma \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Lotrecht nach abwärts haben wir endlich die gesamte Schubkraft $2\pi x h \tau_m$. Das Gleichgewicht fordert

$$G_x + 2\pi x h \tau_m = P \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Hieraus berechnen wir

$$x h \tau_m = \frac{1}{2\pi}(P - G_x) = \left(\int_{x_1}^{x_2} x\,dx\,h\gamma - \int_{x_1}^{x} x\,dx\,h\gamma\right)$$

oder auch

$$x h \tau_m = \int_0^{x_2} x\,dx\,h\gamma - \int_0^{x} x\,dx\,h\gamma = \frac{P_0}{2\pi} - \frac{\gamma h x^2}{2-\alpha} \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

wenn wir mit

$$P_0 = \int_0^{x_2} 2\pi x\,dx\,h\gamma = \frac{2\pi\gamma h_2 x_2^2}{2-\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

das „ideelle" Gewicht der bis an die Achse ausgedehnt gedachten Scheibe bezeichnen, wobei indessen $\alpha < 2$ vorausgesetzt wird, und die Scheibe gleicher Dicke $\alpha = 0$, wie sich später zeigt, ausgeschlossen werden muß. Durch Einsetzen von $x h \tau_m$ aus Gl. (11) in Gl. (7) wird die Schubspannung eliminiert, und man erhält

$$\frac{d(x h^2 \sigma_x)}{dx} - h^2 \sigma_y = -\frac{6 P_0}{2\pi} + \frac{6\gamma h x^2}{2-\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Nun ist die Ausdehnung eines Scheibenelementes auf der Zugseite bei der in Fig. 666 dargestellten Verbiegung im Abstande $h/2$ in radialer Richtung

$$\varepsilon_x = \frac{(\varrho + h/2)\,d\vartheta - \varrho\,d\vartheta}{\varrho\,d\vartheta} = \frac{h}{2\varrho} \quad . \quad (14)$$

und nach der Richtung von y, d. h. im Umfange gemessen

$$\varepsilon_y = \frac{2\pi[x + (h/2)\sin\vartheta] - 2\pi x}{2\pi x} = \frac{h}{2x}\sin\vartheta \quad (14a)$$

oder mit der zulässigen Näherung

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2 z}{dx^2} = z''; \qquad \sin\vartheta = \sim \operatorname{tg}\vartheta = \frac{dz}{dx} = z'.$$

$$\varepsilon_x = \frac{h}{2} z'', \quad \varepsilon_y = \frac{h z'}{2x} \quad . \; . \quad (14b)$$

Fig. 666.

Hieraus ergibt sich

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\left(z'' + \nu\frac{z'}{x}\right)\frac{h}{2}; \qquad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\nu z'' + \frac{z'}{x}\right)\frac{h}{2} \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

und die Differentialgl. (13) lautet

$$\frac{d}{dx}[h^3(x z'' + \nu z')] - h^3\left(\nu z'' + \frac{z'}{x}\right) = \frac{12(1-\nu^2)\gamma h x^2}{E(2-\alpha)} - \frac{6(1-\nu^2)P_0}{\pi E} \quad . \; . \quad (16)$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (1)

$$z''' + (1-3\alpha)\frac{z''}{x} - (1+3\alpha\nu)\frac{z'}{x^2} = a_1 x^{n_1} - a_2 x^{n_2} \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

mit den Bezeichnungen

$$\left.\begin{array}{ll} n_1 = 2\alpha + 1 & n_2 = 3\alpha - 1 \\ a_1 = \dfrac{12(1-\nu^2)\gamma}{(2-\alpha)E c^3} & a_2 = \dfrac{6(1-\nu^2)P_0}{\pi E c^3} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$


Digitized by Google

Zum Zwecke der Integration setzen wir $z = u + b_1 x^{k_1}$ und bezeichnen die linke Seite von Gl. (17) mit $f(z)$; es entsteht dann

$$f(u) + b_1 [k_1 (k_1 - 1)(k_1 - 2) + (1 - 3\alpha) k_1 (k_1 - 1) - (1 + 3\alpha\nu) k_1] x^{k_1 - 3} = a_1 x^{n_1} - a_2 x^{n_2}.$$

Man bringt x^{n_1} zum Verschwinden, wenn man $k_1 = n_1 + 3$ setzt, und b_1 aus der Gleichung

$$(n_1 + 3)[(n_1 + 2)(n_1 + 2 - 3\alpha) - (1 + 3\alpha\nu)] b_1 = a_1 \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

bestimmt. Ebenso wird durch die Substitution

$$u = v + b_2 x^{n_2 + 3}$$

das zweite Glied rechts beseitigt, wobei b_2 aus Gleichung

$$(n_2 + 3)[(n_2 + 2)(n_2 + 2 - 3\alpha) - (1 + 3\alpha\nu)] b_2 = - a_2 \quad \ldots\ldots \quad (19a)$$

zu rechnen ist. Die verbleibende Gleichung

$$f(v) = 0 \quad \ldots\ldots \quad (17a)$$

wird durch den Ansatz $v = b_0 x^\lambda$ integriert, wobei λ der Gleichung

$$\lambda^3 - (2 + 3\alpha)\lambda^2 + 3\alpha(1 - \nu)\lambda = 0$$

genügen muß. Die drei Wurzeln sind

$$\left.\begin{matrix}\lambda \\ \lambda'\end{matrix}\right\} = \left(1 + \frac{3\alpha}{2}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{3\alpha}{2}\right)^2 - 3\alpha(1 - \nu)}; \quad \lambda'' = 0 \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

somit das vollständige Integral von Gl. (17)

$$z = b_0 x^\lambda + b_0' x^{\lambda'} + b_0'' x^0 + b_1 x^{n_1 + 3} + b_2 x^{n_2 + 3}.$$

Im Falle, daß $n_1 + 3$ oder $n_2 + 3$ gleich einer der Wurzeln λ, λ', λ'' ist, wird als Ansatz zur Integration $z = u + b x^\lambda \lg n\, x$, wo λ die betreffende Wurzel ist, zu wählen sein, worauf wir wegen der Seltenheit solcher Sonderwerte nicht weiter eintreten. Zur Bestimmung der Integrationskonstanten dienen folgende Bedingungen:

Für $x = 0$ fordern wir $z = 0$ und dies gibt $b_0'' = 0$; ebenso soll aber für $x = 0$ $z' = 0$ sein, was nur möglich ist, wenn $b_0' = 0$. Es ist nämlich $(\lambda' - 1)$ stets negativ reell, wie man leicht einsehen kann, und wir erhielten, falls b_0' nicht $= 0$ wäre, bei $x = 0$ unendlich große Werte von z'.

Die der Aufgabe entsprechende Lösung ist mithin

$$z = b_0 x^\lambda + b_1 x^{n_1 + 3} + b_2 x^{n_2 + 3} \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

Die noch willkürliche Konstante b_0 bestimmen wir durch die Randbedingung, daß für $x = x_2 = r$ die Biegungsspannung σ_x verschwinden, d. h.

$$\left(z'' + \nu \frac{z'}{x}\right)_{x = r} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (21a)$$

sein müsse. Das Verschwinden der Schubspannungen ist schon dadurch erfüllt, daß P_0 gleich dem „ideellen" Radgewichte gemacht wurde. Die Ausführung der Rechnung ergibt

$$b_0 = - \frac{1}{\lambda(\lambda - 1 + \nu)} [(n_1 + 3)(n_1 + 2 + \nu) b_1 r^{n_1 + 3 - \lambda} + (n_2 + 3)(n_2 + 2 + \nu) b_2 r^{n_2 + 3 - \lambda} \quad (22)$$

wodurch die Aufgabe vollkommen gelöst ist. Die Spannungen selbst finden wir durch Substitution der Ableitungen von Gl. (21) in Gl. (15).

Die Formeln sind zwar umständlich, erheischen indes wenigstens kein mühsames Probieren. Wenn der Raddurchmesser mehrere Meter erreicht, so zählt die Durchbiegung schon nach Millimetern, und die Rechnung sollte nicht unterlassen werden.

Zur Übersicht sei die Reihenfolge des Rechnungsganges hier nochmals zusammengestellt. Durch den Entwurf des Rades ist Gl. (1) gegeben. Wir rechnen aus Gl. (12) P_0, aus Gl. (18) n_1, n_2, a_1, a_2, aus Gl. (19) und (19a) b_1, b_2, aus Gl. (20) λ, aus Gl. (22) b_0 und erhalten in Gl. (21) die Durchbiegung.

Für die Scheibe von unveränderlicher Dicke ist die Integration getrennt auszuführen und ergibt mit $\alpha = 0$, $h = \text{konst.} = h_0$,

$$z = \frac{a_1 x^4}{32} - \frac{a_2 x^2}{4}(\log x - 1) + \frac{a_3 x^2}{4} \quad \ldots\ldots \quad (23)$$

mit den Abkürzungen

$$a_1 = \frac{6(1 - \nu^2)\gamma}{E h_0^2}, \qquad a_2 = \frac{6(1 - \nu^2) P_0}{\pi E h_0^3} \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

welche Formeln schon Grashof entwickelt hat.


Digitized by Google

Zur Bestimmung von a_3 dient wieder Bedingung (21a) und man erhält

$$a_3 = -\frac{3+\nu}{4(1+\nu)} a_1 r^2 + \left[\log r + \frac{1-\nu}{2(1+\nu)}\right] a_2 \quad \ldots \ldots \quad (25)$$

und schließlich die Durchbiegung am Rande

$$(z)_{x=r} = \frac{3(1-\nu)(7+3\nu)}{16} \frac{\gamma r^4}{E h_0^2} = 1{,}037 \frac{\gamma r^4}{E h_0^2} \quad \ldots \ldots \quad (26)$$

Durch Zahlenbeispiele kann man nachweisen, daß die Verdickung der Scheibe gegen die Welle hin gemäß Gl. (1), welche durch die Fliehkraftbeanspruchung an sich geboten ist, auch die Einsenkung durch das Eigengewicht ganz erheblich verringert. Die Wirkung eines verstärkten Randes läßt sich rechnerisch auch verfolgen, doch würde uns die Wiedergabe der Rechnung zu weit führen.

Reine Biegung der hyberbolischen Scheibe durch Randmomente.

Die hyberbolische Scheibe

$$y = c x^{-a}$$

soll am Außenrand für $x = r$ gleichmäßig verteilten biegenden Momenten vom Betrage $\mathfrak{M}_1$ für die Längeneinheit des Umfanges ausgesetzt sein, die bei einer Randdicke h die Biegungsspannung

$$\sigma_b = \frac{\mathfrak{M}_1}{\frac{1}{6} 1 \cdot h^2} = \frac{6\mathfrak{M}_1}{h^2} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

hervorrufen würden. Sind keine weiteren äußeren Kräfte tätig, so ist in den obigen Formeln $\gamma = 0$ zu setzen, was $a_1 = a_2 = 0$ und $b_1 = b_2 = 0$ zur Folge hat, und die Lösung auf das Glied

$$z = b_0 x^\lambda \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

reduziert. Zur Bestimmung von b_0 dient die Randbedingung, daß für $x = r$; $\sigma_x = \sigma_b$ sein muß, voraus

$$b_0 = \frac{(1-\nu^2) 2\sigma_b}{E(\lambda - 1 + \nu) \lambda h r^{\lambda-2}} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

folgt, und die Biegungsspannungen nach Formel (15) die Werte

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_b \left(\frac{x}{r}\right)^{\lambda-a-2} \\ \sigma_y &= \frac{(\lambda-1)\nu+1}{\lambda-1+\nu} \left(\frac{x}{r}\right)^{\lambda-a-2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

annehmen.

156. Geraderichten der wagerecht rotierenden Scheibe durch die Eigenfliehkräfte.

Bei Scheiben von bedeutenden Abmessungen könnte die Gefahr auftreten, daß die Scheibe durch die Eigenfliehkräfte mehr oder weniger gerade gestreckt würde, mithin unter Umständen wieder nach oben hin streifen könnte. Den Betrag dieses Geraderichtens kann man wenigstens für eine Scheibe konstanter Dicke näherungsweise wie folgt bestimmen.

Es sei in Fig. 667 ein Scheibenelement gleicher Form wie vorhin in Aufriß und Grundriß dargestellt. Zu den durch das Eigengewicht bedingten Kräften dG, S, S', M, M', M_1, tritt nun wegen der Fliehkraft

$$dF = \mu(x\,d\varphi\,h\,dx)\,\omega^2 x,$$

wo μ die spezifische Masse bedeutet, die auf die Stirnfläche $x\,d\varphi\,h$ wirkende radiale Kraft $R = x\,d\varphi\,h\,\sigma_r$ mit ihrer Gegenkraft $R' = x'\,d\varphi\,h\,\sigma_r'$ und auf die Seitenflächen $dx\,h$ die tangentiale Kraft $T = dx\,h\,\sigma_t$ hinzu.

Es bedeutet σ_r, σ_t die über den Querschnitt gleichmäßig verteilte radiale bzw. tangentiale Zugspannung.

σ_x, σ_y werden im gleichen Sinne wie vorhin benutzt, bedeuten also reine Biegungs-Spannungen in der äußersten Faser.

Die Momente M_1 ergeben wie vorhin $M_1\,d\varphi$, welches in die Figur eingetragen ist. Die Kräfte T kann man ebenfalls zu einer Resultierenden $T\,d\varphi$, welche radial einwärts wirkt, vereinigen. Das


Digitized by Google

Gleichgewicht dieses Kräftesystems erheischt wieder das Verschwinden der Momente um irgendeine Achse und das Verschwinden der Kraftkomponentensumme nach irgendeiner Richtung. Erstere Bedingung, auf die zu XOZ senkrechte Schwerachse bezogen, gibt wie vorhin

$$\frac{d(x\sigma_x)}{dx} - \sigma_y + \frac{6x}{h}\tau_m = 0 \quad \ldots \quad (27)$$

Wir bilden ferner die Komponentensumme in der Richtung der Tangente an die elastische Linie des Meridianschnittes. Die Neigung dieser Tangente ist so klein, daß man Bogen, Sinus und Tangente vertauschen $= dz : dx = z'$ und den Kosinus $= 1$ setzen darf. Zerlegen wir dG nach der Tangente und nach der Normale, so ist erstere Komponente $= dGz'$, und die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$R' - R - T\,d\varphi + dF + dGz' = 0 \quad \ldots \quad (28)$$

oder

$$\frac{d(x\sigma_r)}{dx} - \sigma_t + \mu\omega^2 x^2 + \gamma x \frac{dz}{dx} = 0 \quad \ldots \quad (29)$$

Die dritte Bedingung beziehen wir wieder auf die Vertikalkräfte, die auf ein durch den vertikalen Zylinder mit dem Radius x herausgeschnittenes Scheibenstück wirken. Die Summe der vertikalen Komponenten von R ist $2\pi x h \sigma_r z'$, und wir erhalten

$$2\pi x h \sigma_r z' + 2\pi x h \tau_m + \gamma\pi x^2 h - P_0 = 0,$$

woraus sich

$$x h \tau_m = \frac{P_0}{2\pi} - \frac{\gamma h x^2}{2} - x h \sigma_r z'$$

oder in Gl. (27) eingeführt

$$\frac{d(x\sigma_x)}{dx} - \sigma_y - \frac{6x\sigma_r}{h}z' - \frac{3\gamma}{h}x^2 + \frac{3P_0}{\pi h^2} = 0 \quad \ldots \quad (30)$$

ergibt. In Gl. (29) und (30) würde man für σ_x, σ_y die Ausdrücke (15) des vorigen Abschnittes einsetzen, σ_r und σ_t müßten wie bei der rotierenden Scheibe durch die radiale Verlängerung ξ ausgedrückt werden, was indes Gl. (29) und (30) zu simultanen Differentialgleichungen in z und ξ machen würde. Die Schwierigkeit der strengen Auflösung werden wir durch die Annahme umgehen, daß die Spannungen σ_r, σ_t in erster Annäherung denselben Wert besitzen, als wenn die Schwerkraft abwesend wäre. Es gilt dann für ξ

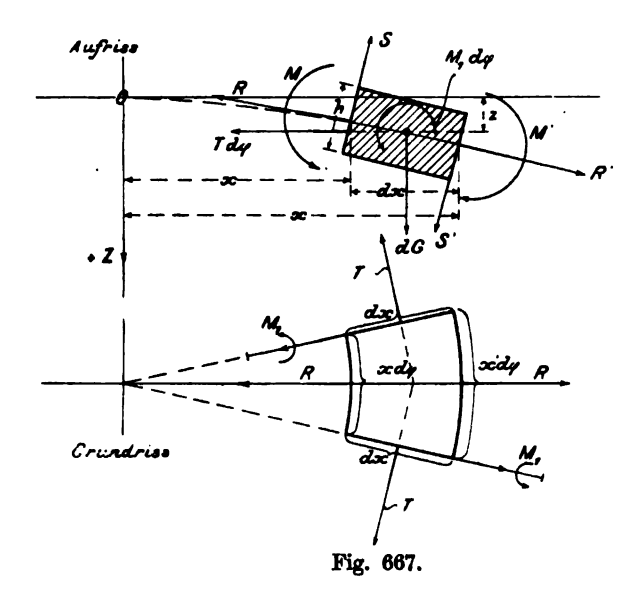


Fig. 667.

$$\xi = ax^3 + b_1 x + \frac{b_2}{x}$$

mit $\quad a = -\frac{(1-\nu^2)\mu\omega^2}{8E}$,

wobei für die volle Scheibe $b_2 = 0$ ist, damit bei $x = 0$ auch $\xi = 0$ sei. Am Rande des Rades ist $\sigma_r = 0$, d. h.

$$\left(\nu\frac{\xi}{x} + \frac{d\xi}{dx}\right)_{x=r} = 0$$

und hieraus folgt

$$b_1 = -\frac{(3+\nu)ar^2}{1+\nu}$$

und schließlich

$$\sigma_r = a'(r^2 - x^2) \text{ mit } a' = \frac{(3+\nu)\mu\omega^2}{8} \quad \ldots \quad (31)$$

welche Auflösung die Gl. (29) vertritt. Indem wir diesen Wert in Gl. (30) zugleich mit Gl. (15) des vorigen Abschnittes einführen und die weitere Abkürzung

$$a'' = \frac{6(1-\nu^2)}{Eh^3} \quad \ldots \quad (32)$$

benützen, erhalten wir die schließliche Differentialgleichung

$$xz''' + z'' - \frac{z'}{x} + a''\left[\frac{P_0}{x} - 2a'h(r^2 - x^2)\,xz' - h\gamma x^2\right] = 0 \quad \ldots \quad (33)$$



Die Integration könnte durch Reihenansatz ohne Schwierigkeit bewerkstelligt werden, bedingt aber umständliche Rechnungen, wenn man ein Zahlenergebnis zu erhalten wünscht. Es wird deshalb ein freilich mit Vorbehalt anzuwendendes Näherungsverfahren eingeschlagen, indem man die Ableitung z' im Klammerausdruck durch eine einfache Funktion von x ersetzt. Da x vom Mittelpunkte ab stetig zunimmt, wird als einfachste Form

$$z = a_0 x^2 \quad \ldots \quad (34)$$

vorauszusetzen sein, mit zunächst unbekanntem, aber konstantem a_0, wobei indes zu bemerken ist, daß in Wirklichkeit z rascher zunimmt als das Quadrat von x. Es wird mithin der Einfluß der Fliehkraft, der nur im Gliede $2a'h(r^2 - x^2)xz'$ zum Ausdruck kommt, etwas überschätzt.

Setzen wir demgemäß

$$z' = 2a_0 x$$

in Gl. (33) ein und benutzen wir die Bezeichnungen

$$A_0 = \frac{a'' P_0}{\pi}, \quad A_1 = a'' h(\gamma + 4 a_0 a' r^2), \quad A_2 = 4 h a_0 a' a'' \quad \ldots \quad (35)$$

so nimmt dieselbe die Form

$$z''' + \frac{z''}{x} - \frac{z'}{x^2} = -\frac{A_0}{x} + A_1 x - A_2 x^3 \quad \ldots \quad (36)$$

an, wobei die linke Seite auch als $z''' + \frac{d}{dx}\left(\frac{z'}{x}\right)$ geschrieben, integriert das Ergebnis

$$z'' + \frac{z'}{x} = - A_0 \lg n\, x + \frac{1}{2} A_1 x^2 - \frac{1}{4} A_2 x^4 + A_3$$

liefert. Die linke Seite ist $= \frac{1}{x}\frac{d}{dx}(xz')$, man kann mithin nach Multiplikation mit x abermals integrieren und erhält schließlich

$$z = - A_0 \frac{x^2}{4}(\lg n\, x - 1) + \frac{1}{32} A_1 x^4 - \frac{1}{144} A_2 x^6 + \frac{1}{4} A_3 x^2 \quad \ldots \quad (37)$$

Die hinzutretenden zwei letzten Integrationskonstanten sind gleich Null, da für $x = 0$ sowohl $z = 0$ als auch $z' = 0$ sein muß. Das noch willkürliche A_3 folgt aus der Bedingung, daß für $x = r$ die Biegungsspannung, d. h.

$$\left(z'' + \nu \frac{z'}{x}\right)_{x=r} = 0$$

sein müsse. Dies liefert

$$A_3 = \frac{1}{1+\nu}\left\{A_0\left[(1+\nu)\lg n\, r + \frac{1+\nu}{2}\right] - \frac{1}{4} A_1 (3+\nu) r^2 + \frac{1}{12} A_2 (5+\nu) r^4\right\} \quad \ldots \quad (38)$$

und es ergibt sich schließlich die Durchbiegung am Rande für $x = r$, wenn die Werte der Konstanten A_0 bis A_3 eingesetzt werden

$$(z)_{x=r} = \frac{3}{16}(1-\nu)(7+3\nu)\frac{\gamma r^4}{E h^2} - \frac{1}{96}(3+\nu)(1-\nu)(17+5\nu)\frac{\mu \omega^2}{E h^2} a_0 r^6 \quad \ldots \quad (39)$$

Wäre $\omega = 0$, so erhielten wir

$$z_0 = \frac{3}{16}(1-\nu)(7+3\nu)\frac{\gamma r^4}{E h^2} \quad \ldots \quad (40)$$

in Übereinstimmung mit Gl. (26) des vorigen Abschnittes.

Setzen wir nun

$$\beta = \frac{1}{96}(3+\nu)(1-\nu)(17+5\nu)\frac{\mu \omega^2 r^4}{E h^2} \quad \ldots \quad (41)$$

so schreibt sich die effektive Einsenkung

$$z_r = z_0 - \beta a_0 r^2 \quad \ldots \quad (42)$$

Die noch unbekannte Größe a_0 muß aber, um der Annahme Gl. (34) zu genügen, so berechnet werden, daß

$$z_r = a_0 r^2$$

sei. Wir erhalten mithin $z_r = z_0 - \beta z_r$ und hieraus endgültig

$$z_r = \frac{z_0}{1+\beta} \quad \ldots \quad (43)$$

Die Fliehkraft übt, wie man leicht nachweisen kann, auf die Durchbiegung einen großen Einfluß aus. So wird beispielsweise z_r die Hälfte von z_0, wenn $\beta = 1$, und dies erheischt bei einer



Scheibe von 4 m Durchmesser, 3 cm Dicke (wenn $\mu = 7{,}8 \cdot 10^{-6}$, $E = 2 \cdot 10^6$, $\nu = 0{,}3$), eine Winkelgeschwindigkeit $\omega = 56{,}9$, also eine Umdrehungszahl $n = 543$ pro Min. Würden wir aber die Umdrehungszahl auf das Dreifache, d. h. auf 1630 steigern können, so würde $\beta = 9$, d. h. die Durchbiegung nur ein Zehntel derjenigen, die in der Ruhelage auftritt.

Die Anwesenheit eines verdickten Randes und die ungleichmäßige Dicke der Scheibe dürfte das Verhältnis der beidartigen Durchbiegung um so weniger beeinflussen, je höher die Geschwindigkeit ist. Man könnte übrigens die Einsenkung mittels der angewendeten Näherungsmethode auch für diese Fälle rechnen, doch berechtigt das obige einfache Beispiel schon zu dem Ausspruche, daß bei den im Turbinenbau üblichen hohen Umlaufzahlen die aus dem Eigengewichte folgende Durchbiegung der horizontal-rotierenden Scheiben im Betriebe durch die Fliehkraft nahezu ganz aufgehoben werden dürfte. Im allgemeinen müßte mithin das Spiel zwischen den Leit- und Laufrädern mindestens dem Betrag dieser Durchbiegung gleich gemacht werden. Man könnte aber auch die Meridianlinie des Rades als flachen nach aufwärts konkaven Bogen gemäß Gl. (21) ausführen, so daß die Eigenschwere die Mittelfläche zu einer horizontalen Ebene verbiegen würde, und die Fliehkräfte nur noch wagerechte Dehnungen hervorrufen könnten. Freilich würden hiermit etwas hohe Anforderungen an die Werkstätte gestellt; die Rücksicht auf die mögliche Vibration des Rades wird uns veranlassen, das Spiel nicht zu knapp anzusetzen.

157. Ausbreitung der Temperatur beim Anwärmen der Dampfturbine.

Wir haben in Abschn. 82 die Spannungen, die durch ungleiche Temperaturverteilung hervorgerufen werden, für einige wichtige Fälle kennen gelernt und wollen nun untersuchen, wie man unter gewissen Annahmen über die Art des Betriebes, z. B. während des Vorwärmens, diese Verteilung bestimmen kann.

a) Grundformel der Wärmeleitung für die Fortpflanzung nach einer Richtung.

Aus einem unendlich ausgedehnten nach der X-Richtung verlaufenden Wärmestrom, bei dem die Temperatur t nur von x und der Zeit z abhängig sein soll, schneiden wir in Richtung von x ein Prisma mit dem Querschnitt f und aus diesem ein Element dl (Fig. 668) heraus. Die in der Zeit dz durch die Endfläche A_1 hindurchströmende Wärmemenge ist

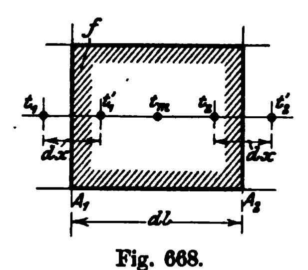


Fig. 668.

$$dQ_1 = \lambda \frac{t_1 - t_1'}{dx} f dz = -\lambda \frac{dt_1}{dx} f dz$$

wo λ die Wärmeleitungszahl bedeutet.

Ähnlich ist die durch A_2 abströmende Wärmemenge

$$dQ_2 = \lambda \frac{t_2 - t_2'}{dx} f dz = -\lambda \frac{dt_2}{dx} f dz.$$

Im Element verbleibt $dQ_1 - dQ_2$ und dient zur Temperaturerhöhung desselben gemäß Gleichung

$$dQ_1 - dQ_2 = c\gamma f dl\, dt_m,$$

worin

t_m die Mitteltemperatur, also etwa diejenige des Schwerpunktes,
c die spezifische Wärme,
γ das spezifische Gewicht

bedeuten. Durch Einsetzen von dQ_1, dQ_2 erhält man $c\gamma \frac{dt_m}{dz} = \lambda \frac{d(t_2 - t_1)}{dx\, dl}$. Nun ist nach Taylors Satz $t_2 = t_1 + \frac{dt_m}{dx} dl$. Da die Temperatur sowohl von x als von z abhängig ist, müssen die Zeichen der partiellen Ableitung benützt werden, und dies ergibt schließlich

$$\frac{\partial t}{\partial z} = a^2 \frac{\partial t}{\partial x^2} \quad . \quad . \quad (1) \qquad \text{wenn} \qquad a^2 = \frac{\lambda}{\gamma c} \quad . \quad . \quad (1\text{a})$$

und statt t_m einfach t gesetzt wird.



b) Unendlich dicke Wand.

Zahlreiche Integrale der allgemeinen Wärmegleichung sind bekanntlich von Fourier angegeben worden. Bemerkenswert ist die einfache Form für einen unendlich ausgedehnten Körper, der durch eine ebene Wand begrenzt wird. Es sei zur Zeit $z = 0$ die Temperatur des Körpers überall $= 0$ und es werde zu dieser Zeit die Temperatur der Endfläche plötzlich auf den Betrag t_0 erhoben und unveränderlich erhalten. Dann gilt allgemein[1])

$$t = t_0\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\varphi} e^{-\alpha^2} d\alpha\right) = \frac{2t_0}{\sqrt{\pi}}\int_{\varphi}^{\infty} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad . \; . \; . \quad (2) \qquad \text{worin} \qquad \varphi = \frac{x}{2a\sqrt{z}} \quad . \; . \; . \quad (2a)$$

Man ersieht hieraus, daß, wenn der Verlauf von t für eine bestimmte Zeit z als Funktion von x aufgetragen worden ist, der Verlauf zur Zeit $4z$ erhalten wird, indem man die Abszissen der ersten Kurve verdoppelt (die Kurve auf die zweifache Länge auszieht), da

$$\varphi(2x, 4z) = \frac{2x}{2a\sqrt{4z}} = \frac{x}{2a\sqrt{z}} = \varphi(x, z) \quad \text{ist.}$$

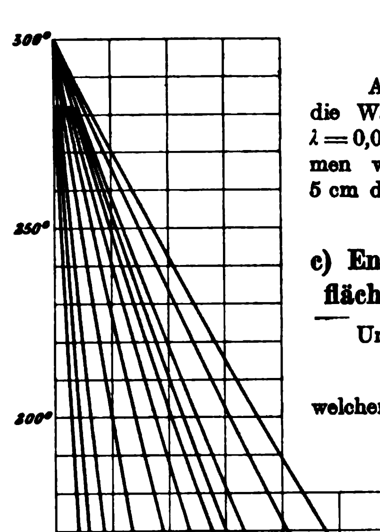


Fig. 669.

Als Beispiel dieses eigenartigen Temperaturverlaufes ist in Fig. 669 die Wärmeströmung in einer gußeisernen Wand dargestellt, für welche $\lambda = 0{,}00013$ WE kg/cm/sek; $\gamma = 0{,}0072$ kg/cm³; $c = 0{,}13$ WE/kg angenommen wurde. Bei 300° Anfangstemperatur ist in einer Entfernung von 5 cm die Temperatur nach 10 Sekunden erst um etwa 1° C gestiegen.

c) Endlich dicke Wand mit wärmeundurchdringlicher Anfangsfläche und auf konstanter Temperatur erhaltenen Endfläche.

Um die Differentialgleichung (1) zu integrieren, benützen wir den Ansatz

$$t = A e^{-kz} \cos \mu x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

welcher in (1) eingeführt die allgemeine Bedingung

$$k = a^2 \mu^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

ergibt. Die besonderen Bedingungen unserer Aufgabe sind:

1. Für die Zeit $z = 0$ soll die Temperatur an allen Stellen der Wand $= 0$ sein.
2. Die wärmeundurchdringliche Anfangsfläche falle mit dem Nullpunkt zusammen, daher muß, damit dQ beständig verschwindet,

   für $x = 0$ und alle Zeiten $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$ sein.
3. Die Endfläche befinde sich im Abstand l, daher soll

   für $x = l$ und alle Zeiten $t = t_0$ sein.

Da $\frac{\partial t}{\partial x} = -A\mu e^{-kz} \sin \mu x$ ist, so wird Bedingung (2) durch unseren Ansatz von vornherein befriedigt. Statt (3) unmittelbar zu erfüllen, fordern wir zunächst, daß für $x = l$ beständig $t = 0$ sein solle. Hieraus folgt für den einfachen Ansatz

$$A e^{-kz} \cos \mu l = 0,$$

d. h. es kann μl einen der Werte

$$\frac{\pi}{2}, \quad 3\frac{\pi}{2}, \quad 5\frac{\pi}{2} \ldots\ldots (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

annehmen. Wir erhalten also eine Reihe von partikulären Integralen mit den Werten

$$\mu_0 = \frac{\pi}{2l}, \quad \mu_1 = 3\frac{\pi}{2l}, \quad \mu_2 = 5\frac{\pi}{2l} \qquad (5)$$

[1]) B. Riemann, Partiale Differentialgleichungen 1882, S. 129.

Digitized by Google

zu welchen nach (4) die entsprechenden k-Werte

$$k_0 = a^2 \mu_0^2; \qquad k_1 = a^2 \mu_1^2; \qquad k_2 = a^2 \mu_2^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

gehören.

Summieren wir diese mit willkürlichen Konstanten multiplizierten Lösungen und fügen wir t_0 hinzu, so nimmt t die Form

$$t = t_0 + A_0 e^{-k_0 z} \cos \mu_0 x + A_1 e^{-k_1 z} \cos \mu_1 x + A_2 e^{-k_2 z} \cos \mu_2 x + \ldots \ldots \quad (7)$$

an, und befriedigt Bedingungen (2) und (3), da für $x = l$ nur $t = t_0$ übrig bleibt.

Damit die Lösung auch der Bedingung (1) entspreche, muß endlich versucht werden, die Konstanten so zu bestimmen, daß für $z = 0$, für alle x identisch $t = 0$ werde, d. h. wenn die μ eingesetzt werden,

$$A_0 \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{l} + A_1 \cos 3 \frac{\pi}{2} \frac{x}{l} + \ldots A_n \cos \frac{2n+1}{2} \pi \frac{x}{l} + \ldots \equiv -t_0 \quad \ldots \quad (8)$$

sei. Diese Bedingung kann aber nach dem Theorem von Fourier stets erfüllt werden.

Um A_n zu bestimmen, multipliziert man die Gleichung bekanntlich mit $\cos \frac{2n+1}{2} \pi \frac{x}{l} dx$ und ntegriert sie von 0 bis l. Dies liefert

$$A_n = \frac{4 t_0}{(2n+1)\pi} (-1)^{n+1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

und daher wird endgültig

$$t = t_0 \left(1 - \frac{4}{\pi} \left[e^{-k_0 z} \cos \mu_0 x - \frac{1}{3} e^{-k_1 z} \cos \mu_1 x + \frac{1}{5} e^{-k_2 z} \cos \mu_2 x - \ldots \right] \right) \quad (10)$$

worin μ und k den Gl. (5), (6) entsprechen, d. h.

$$\mu_n = \frac{(2n+1)}{2} \frac{\pi}{l}, \qquad k_n = \frac{a^2 (2n+1)^2}{4} \frac{\pi^2}{l^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

ist, woraus folgt, daß man aus einer Lösung beliebige viele andere ableiten kann. Es sei nämlich der Verlauf von t für eine bestimmte Zeit z graphisch dargestellt. Für eine Wand von der Dicke l' betrachten wir alsdann bei gleichem t_0 den Temperaturwert an der Stelle

$$x' = \frac{l'}{l} x \qquad \text{und für die Zeit} \qquad z' = \left(\frac{l'}{l}\right)^2 z.$$

Das n-te Glied der Reihenentwicklung wird als Exponent von e den Wert

$$k_n' z' = -\frac{a^2 (2n+1)}{4} \frac{\pi^2}{l'^2} \left(\frac{l'}{l}\right)^2 z = -k_n z$$

und als den Winkel des Kosinus

$$\mu' x' = \frac{2n+1}{2} \frac{\pi}{l} \frac{l'}{l} x = \mu x$$

aufweisen, d. h. identisch sein mit der Temperatur der Wand von der Dicke l für x, z.

In gleichen Teilpunkten der Wanddicke sind die Temperaturen zu Zeiten, die sich wie die Quadrate der Wandstärken verhalten, gleich. Oder kürzer: in einer doppelt so dicken Wand braucht die Wärmeströmung viermal so viel Zeit, um den gleichen Temperaturverlauf hervorzubringen.

Nimmt a auf das Doppelte zu, so wird bei gleicher Wandstärke die gleiche Temperatur in einem Viertel der Zeit erreicht wie sonst.

Zahlenbeispiel.

Für Gußeisen wählen wir $\lambda = 0{,}00013$ in WE/cm/sek, $\gamma = 0{,}0072$ kg/cm³, $c = 0{,}13$ WE/kg; für Flußeisen sei $\lambda = 0{,}000155$, $\gamma = 0{,}078$, $c = 0{,}114$. Alsdann ergeben sich bei 300° Anfangstemperatur der Endfläche die in Fig. 670 aufgezeichneten Temperaturkurven bei den jeweilig angeschriebenen Zeiten. Die ausgeschriebenen Zahlen beziehen sich auf Gußeisen und 5 cm Wanddicke; die eingeklammerten auf Flußeisen und 10 cm Wanddicke. Im Anfange, solange der Wärmestrom die Endfläche „nicht erreicht" hat, d. h. keine merkliche Temperaturerhöhung hervorrief (denn eine unendlich kleine ist vom ersten Augenblick an vorhanden) verlaufen die Schaulinien genau so wie bei der Fortpflanzung in einer unendlich ausgedehnten Wand, wie man durch Vergleich mit Fig. 669 feststellen kann.[1]) Sobald die Zeit größere Beträge erreicht, nehmen die Exponential-

[1]) Ein Beweis für die Genauigkeit der von Ing. Fehr durchgeführten Rechnung.


Digitized by Google

größen rasch ab, und die Temperaturlinie nähert sich der Form des reinen Kosinus. Beispielsweise ist das Verhältnis des Faktors von $\cos \mu_0 x$ zu dem von $\cos \mu_1 x$

$$= 3 e^{\frac{2 a^2 \pi^2}{l^2} z}$$

und dieses wird bei $z = 73$ sek schon etwa 23, bei $z = 110$ sek schon etwa 64, also ist nach Verlauf dieser Zeiten in der Hauptsache das erste Glied maßgebend, d. h. man kann

$$t = t_0 \left(1 - \frac{4}{\pi} e^{\frac{-a^2 \pi^2}{4 l^2} z} \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{l}\right)$$

setzen.

d) Wärmeausbreitung in einer ringförmigen Rippe.

Wir sehen von einer Wärmeabgabe an die Luft vorläufig ab, wie bei einer gut eingehüllten Rippe während des Anwärmens wohl zulässig sein wird, und nehmen an, daß der Wärmezustand nur vom Radius r und nicht vom Zylinderwinkel φ abhängt. Schneiden wir durch zwei unter $d\varphi$ geneigten axialen Ebenen und zwei Zylinder vom Radius r und $r' = r + dr$ ein Element aus der Rippe,

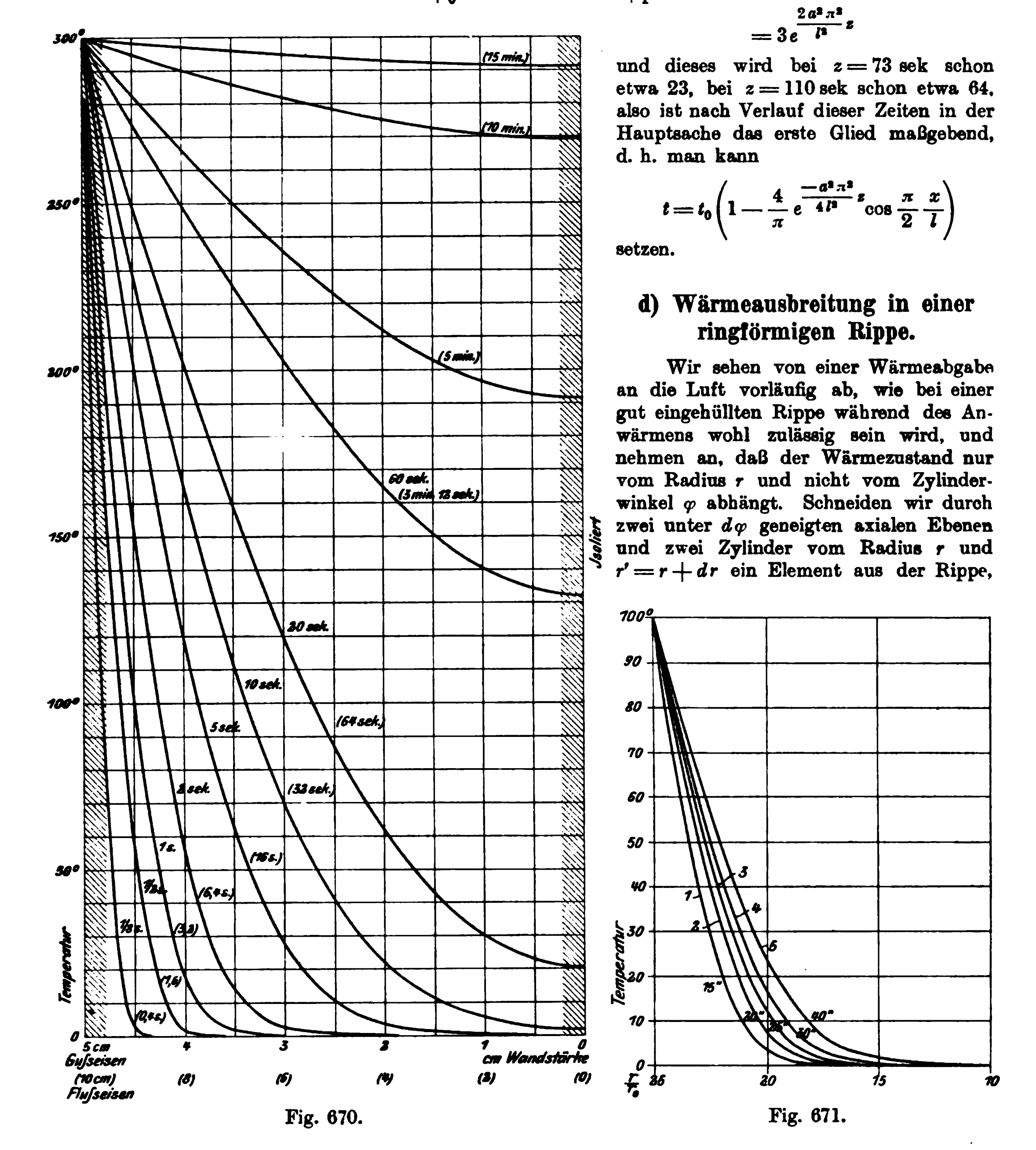


Fig. 670.

Fig. 671.

deren Dicke b sei, heraus, so strömt im Zeitelement dz durch die innere Begrenzungsfläche die Wärmemenge $-\lambda r d\varphi b (\partial t / \partial r) dz$ herein, durch die äußere Zylinderfläche $\lambda r' d\varphi b (\partial t' / \partial r') dz$ heraus und der Unterschied dient zur Temperaturerhöhung des Elementes, d. h. er ist $= r d\varphi dr b \gamma c (\partial t / \partial z) dz$ Hieraus ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{a^2}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial t}{\partial r}\right) \quad . \; . \; . \quad (12) \qquad \text{mit} \qquad a^2 = \frac{\lambda}{\gamma c} \quad . \; . \quad (12\text{a})$$

Die Integration dieser Gleichung führt leider auf Zylinderfunktionen, mit deren Handhabung wir Techniker selten vertraut zu sein pflegen. Ich unternahm daher den Versuch, die Gleichung graphisch zu integrieren. Denkt man sich zur Zeit z die Temperatur als Funktion von r aufgezeichnet,

Digitized by Google

so kann die auf der rechten Seite von (12) stehende Ableitung $= \Phi(rz)$ gebildet werden. Mithin ist der Temperaturzuwachs Δt für ein Zeitelement Δz

$$\Delta t = \Delta z \Phi(rz) \quad \text{(12b)}$$

ermittelbar und liefert durch Auftragen in einigen Punkten die neue Temperaturlinie, mit der man ähnlich verfährt. In Fig. 671 ist für eine Gußeisenwand die mit 1 bezeichnete Kurve als Zustand zur Zeit $z = 15$ sek angenommen worden. In Fig. 672 wurden die graphisch abgeleiteten Werte $r\,\partial t/\partial r$, aufgetragen. Aus diesen entstanden in Fig. 673 die Werte $\Phi = \frac{a^2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial t}{\partial r}\right)$, die nach (12b) den Zuwachs Δt und die neuen Temperaturlinien 2, 3, 4 ... in Fig. 671 ergaben. Wer diese Mühe nicht scheut, kann sich in jedem Einzelfall einen Aufschluß über den Erwärmungsvorgang verschaffen; nachteilig ist, daß man eine erste Kurve rein vermutungsweise annehmen muß (hierfür wird die unter a) besprochene Form besonders empfehlenswert sein) und daß die Differentiation leicht auf äußerst stark schwankende Kurven führt (entsprechend der Auflösung in Kosinusreihen), endlich, daß es schwer ist, den Grenzbedingungen zu genügen. Im allgemeinen wird sich die Temperatur in der Eintrittsfläche nicht konstant erweisen, sondern mit der Zeit wachsen. Dies ist indes kein Nachteil, da im praktischen Betriebe beim Anwärmen das gleiche der Fall ist.

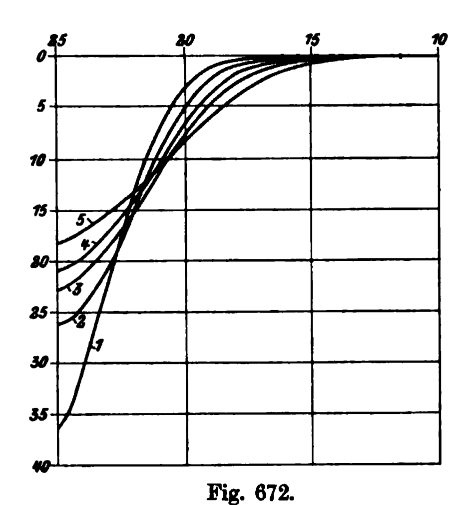


Fig. 672.

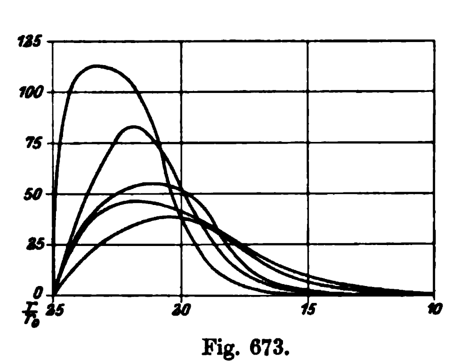


Fig. 673.

e) Dasselbe mit Rücksicht auf Wärmeabgabe nach außen.

Die beiden Außenflächen $2r\,d\varphi\,dr$ des Elementes mögen an die Umgebung, deren Temperatur t_a unveränderlich ist, die Wärmemenge $2r\,d\varphi\,dr\,\chi\,(t - t_a)\,dz$ abgeben, wo χ die „äußere“ Wärmeleitungszahl ist. Dann lautet die Grundgleichung

$$\lambda r' d\varphi b \left(\frac{\partial t'}{\partial r'}\right) dz - \lambda r\,d\varphi b\,\frac{\partial t}{\partial r} dz = r\,d\varphi\,dr\,b\,\gamma c\,\frac{\partial t}{\partial z} dz + 2r\,d\varphi\,dr\,\chi\,(t - t_a)\,dz.$$

Oder mit der Bezeichnung $a^2 = \frac{\lambda}{\gamma c}$; $\quad b = \frac{2\chi}{\gamma c}$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{a^2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial t}{\partial r}\right) + b\,(t - t_a) \quad \text{(13)}$$

Die analytische Behandlung dieser Gleichung bietet noch mehr Schwierigkeiten als die vorigen; auf dem beschriebenen graphischen Wege hingegen können brauchbare Lösungen leicht gewonnen werden.

f) Stationäre Wärmeströmung.

Sobald die Wärmeströmung den Beharrungszustand erreicht hat, ist die Temperatur nur von den Koordinaten, nicht aber von der Zeit abhängig. Für die geradlinige Parallelströmung gilt daher die Gleichung

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0, \quad \text{woraus} \quad t = \alpha x + \beta,$$

d. h. eine lineare Funktion folgt, und die übergehende Wärme ist

$$Q = \frac{\lambda}{l} F\,(t_1 - t_2) \quad \text{(14)}$$

sofern l die Länge des Weges, F den Querschnitt, t_1, t_2 die Anfangs- und Endtemperatur bedeuten.


Digitized by Google

Für den **radialen Strom in einer Rippe** ist

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)=0 \quad \text{oder} \quad t=\alpha \lg r+\beta \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

und da an den Grenzen $t_1=\alpha \lg r_1+\beta$; $t_2=\alpha \lg r_2+\beta$ sein muß, folgt

$$\alpha=\frac{t_1-t_2}{\lg\frac{r_1}{r_2}}; \qquad \beta=\frac{t_1 \lg r_2-t_2 \lg r_1}{\lg r_2-\lg r_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

Die sekundlich durchströmende Wärmemenge ist

$$Q=-2\pi r b\frac{\partial t}{\partial r}=-2\pi r b \lambda \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Formel (15) könnte dazu dienen, die Beanspruchung der kreisförmigen Rippe im Beharrungszustande auszurechnen, falls die Anfangs- und Endtemperatur bekannt wären.

g) Wärmeströmung durch das Gehäuse und die Welle der vielstufigen Turbinen.

Der Wärmeübergang, infolge des Temperaturgefälles im Gehäuse, in der Trommel oder Welle, bildet einen Verlust, über dessen Größenordnung unterrichtet zu sein für den Konstrukteur von Wert sein muß.

Wir legen eine Turbine Parsonsscher Bauart der Behandlung zugrunde und machen die Annahme, daß die Temperatur der Wandung an jeder Stelle identisch ist mit der Temperatur des dort vorbeiströmenden Dampfes. Diese Annahme wird bei gesättigtem Dampfe sehr nahe zutreffen, denn der Übergangskoeffizient ist bei so hohen Strömungsgeschwindigkeiten, wie diese in der Turbine vorkommen, sehr groß. Gehäuse und Trommel seien in einen geradlinigen Stab von gegebenem veränderlichen Querschnitt gestreckt (Fig. 674), dessen Oberflächentemperatur τ eine aus der bekannten Druckverteilung zu berechnende Funktion des Abstandes x ist,

$$\tau=\varphi(x) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Fig. 674.

und die Wärmemenge, die durch den Querschnitt F im Abstande x in der Zeiteinheit hindurchgeht, ist

$$Q_x=-\lambda F\frac{d\tau}{dx} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Durch den Querschnitt F' im Abstande $x+dx$ geht

$$Q_x'=-\lambda F'\frac{d\tau'}{dx} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

hindurch. Der Unterschied $Q_x'-Q_x$ wird durch die Oberfläche vom Dampf geliefert und sei mit $Q\,dx$ bezeichnet, wobei Q die pro Längeneinheit des Gehäuses und pro Zeiteinheit vom Dampfe abgegebene Wärme bedeutet. Die durch Strahlung nach außen tretende Wärme darf in erster Annäherung für sich unabhängig gerechnet werden. Man hat mithin

$$Q\,dx=Q_x'-Q_x=-\lambda\left(F'\frac{d\tau'}{dx}-F\frac{d\tau}{dx}\right) \quad \text{oder} \quad Q=-\lambda\frac{d}{dx}\left(F\frac{d\tau}{dx}\right) \quad \ldots \quad (21)$$

Der Differentialquotient kann graphisch ermittelt werden. Im allgemeinen ist Q überall positiv, d. h. es wird dem Dampfe im ganzen Verlaufe der Strömung Wärme entzogen.

Die gesamte pro Zeiteinheit von der Wandung aufgenommene Wärme Q_0 wird durch den Wert von Q Gl. (19) für das Ende der Turbine, d. h.

$$Q_t=-\lambda F_2\left(\frac{d\tau}{dx}\right)_{x=l} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

angegeben. Wenn wir annehmen, daß der Druck in der Turbine linear mit der Länge abnimmt, so ist der Wärmeübergang jedenfalls nicht unterschätzt, und man hätte

$$\frac{d\tau}{dx}=\frac{d\tau}{dp}\frac{dp}{dx}, \quad \text{worin} \quad \frac{dp}{dx}=\frac{p_2-p_1}{l}$$

somit

$$Q_t=\lambda\frac{p_1-p_2}{l}F_2\left(\frac{d\tau}{dp}\right)_{x=l} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

wobei p in Atm. eingesetzt werden kann, wenn es auch in $d\tau:dp$ so verstanden wird.


Digitized by Google

Die Ableitungen bestimmt man angenähert aus den Dampftabellen. Beispielsweise ist für $p_2 = 0{,}1$ kg/qcm, $r = 45{,}58$, für $p_2' = 0{,}2$; $r' = 59{,}76$, somit $dr : dp = \Delta r : \Delta p = 141{,}8$. Es sei nun $l = 2$ m und $\lambda = 50$ WE/qm-st, außerdem $p_1 = 10$ Atm. und $F_2 = 0{,}25$ qm, was einer Leistung von wohl 1000 PS entspricht. Formel (23) liefert

$$Q_t = 50 \frac{10 - 0{,}1}{2} 0{,}25 \cdot 141 \cdot 8 = \text{rd. } 8800 \text{ WE st.}$$

oder es werden etwa 20 kg Dampf kondensiert.

h) Strahlungs- und Leitungsverluste.

Bei guter Einhüllung wird der durch Strahlung und Leitung an die Umgebung abgegebene Wärmebetrag im allgemeinen eine geringfügige Korrektur bilden. Im Leerlauf wird der Verlust prozentuell eine größere Rolle spielen, allein absolut fällt er wegen allseitig herabgesetzter Temperaturen bedeutend niedriger aus.

Genauere Schätzungen können auf Grund der Arbeiten von Eberle[1]) gemacht werden. Bedeutet

F die äußere Oberfläche der metallischen (Gehäuse- oder Rohr-)Wand (in qm), die den Dampf umschließt,

t_d die Dampftemperatur in $^\circ$ C,

t_l die Lufttemperatur in $^\circ$ C,

so ist die in der Stunde durch Leitung und Strahlung abgegebene Wärme

$$Q_{st} = K F (t_d - t_l),$$

worin K eine Erfahrungszahl, die nach Eberle folgende Werte erhält:

K für gesättigten Dampf.

Dampf-temperatur	Nackte Oberfläche	Mit Wärmeschutzmasse umhüllte Oberfläche			
		I.		II.	
		Rohrflansche frei	Rohrflansche umhüllt	Rohrflansche frei	Rohrflansche umhüllt
100	11,8	3,1	2,3	2,7	1,9
200	15,8	3,4	2,3	2,7	1,9

K für überhitzten Dampf.

Dampf-temperatur	Nackte Oberfläche	Umhüllte Oberfläche	
		Rohrflansche frei	Rohrflansche umhüllt
100	11,6	2,7	2,1
250	17,1	3,8	2,8
400	22,6	5,0	3,5

Die Gesamtdicke der Umhüllung betrug bei I 60 mm, bei II 450 mm; dieselbe bestand bei I aus einer porösen gebrannten Masse mit $\gamma = 0{,}3 - 0{,}35$, bei II aus 10 mm Asbest, 15 mm Kieselgur, 15 mm Seidenpolster, darüber Wellpappe und Nessel. Wie ersichtlich, ist der Unterschied der Wärmeleitung trotz so großer Unterschiede in der Beschaffenheit der Isolierung nicht bedeutend.

Für die erstgenannte Umhüllung ermittelte Eberle die Ziffern des inneren und des Oberflächenleitungsvermögens.

α_1 die Oberflächenübergangszahl von Dampf an die Wand, für gesättigten Dampf praktisch $= \infty$, ergab sich für überhitzten Dampf bei 10 m/sek Geschwindigkeit $\cong 75$ WE; bei 30 m/sek Geschwindigkeit $\cong 166$ WE für 1° C qm/st;

λ die Wärmeleitungszahl der Isolierung ergab sich bei rd. 60° mittlerer Temperatur (80° Temperaturunterschied in der Isolierungsschicht) $= 0{,}09$; bei 180° mittlerer Temperatur (320° Temperaturunterschied) $= 0{,}16$ WE für 1° C m/qm/st;

α_2 die Übergangszahl von der Umhüllung an die Luft, war bei 14° Temperaturunterschied zwischen der Außenfläche der Umhüllung und der Luft $= 5{,}7$; bei 68° Unterschied $= 8{,}1$ WE für 1° C m/qm/st.

Die gesamte Wärmeleitzahl für ebene Flächen ist zu rechnen nach Formel

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

[1]) Mitteil. üb. Forschungsarb. 1909, Heft 78.

Digitized by Google

wenn e die Dicke der Umhüllung in Meter bedeutet. Für zylindrische Flächen (Röhrenleitungen) ist die auf 1 m Rohrlänge i. d. St. übergehende Wärme

$$Q_{st} = \frac{t_a - t_i}{\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_3} + \frac{1}{2\pi\lambda} \lg n \frac{d_3}{d_2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

worin $d_1 d_2$ den Innen- bzw. Außendurchmesser des Rohres, d_3 den Außendurchmesser der Umhüllung bedeuten. Für die Wärmeleitzahlen α_1, α_2, λ, muß man nach Schätzung Mittelwerte einführen, da die Temperaturen von Anfang an nicht bekannt sind.

158. Beanspruchung eines rotierenden Ellipsoides nach C. Chree.[1])

Es seien in der Bezeichnungsweise von Grashof $\sigma_x\, \sigma_y\, \sigma_z$ die Normal-, $\tau_x\, \tau_y\, \tau_z$ die Schubspannungen für drei zu den Koordinatenebenen parallele Schnitte, und es seien a, b, c die nach X, Y, Z gerichteten Halbachsen des Ellipsoides. Um die Formeln symmetrisch zu gestalten, werde mit Chree zunächst eine Massenkraft, deren Komponenten für die Raumeinheit Px, Qy, Rz sind, vorausgesetzt. ϱ sei die Masse der Raumeinheit, $\nu = 0{,}3$ das Verhältnis der Querzusammenziehung zur Längendehnung. Chree stellt die bekannten allgemeinen Elastizitätsgleichungen auf und beweist, daß sich dieselben mit allen Grenzbedingungen durch den Ansatz

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= A + A_1 x^2 + A_2 y^2 + A_3 z^2 \qquad & \tau_x &= 2Lyz \\
\sigma_y &= B + B_1 x^2 + B_2 y^2 + B_3 z^2 \qquad & \tau_y &= 2Mzx \\
\sigma_z &= C + C_1 x^2 + C_2 y^2 + C_3 z^2 \qquad & \tau_z &= 2Nxy
\end{aligned}$$

befriedigen lassen.

Um die Konstanten auszudrücken, bedarf es der Berechnung der Determinante

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

und ihrer Unterdeterminanten D_{11}, D_{12}, D_{13}, D_{21}, . . . wobei

$$\begin{aligned}
a_{11} &= 3b^4 + 2b^2c^2 + 3c^4 \qquad & a_{12} &= a_{21} = c^4 - \nu\,(b^2c^2 + c^2a^2 + 3a^2b^2) \\
a_{22} &= 3c^4 + 2c^2a^2 + 3a^4 \qquad & a_{13} &= a_{31} = b^4 - \nu\,(b^2c^2 + 3c^2a^2 + a^2b^2) \\
a_{33} &= 3a^4 + 2a^2b^2 + 3b^4 \qquad & a_{23} &= a_{32} = a^4 - \nu\,(3b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2)
\end{aligned}$$

Es ergibt sich alsdann

$$\begin{aligned}
L = \frac{\varrho}{2D}\Big\{ & Pa^2\,[\nu\,(b^2 + c^2)\,D_{11} + (\nu c^2 - a^2)\,D_{12} + (\nu b^2 - a^2)\,D_{13}] \\
& + Qb^2\,[(\nu c^2 - b^2)\,D_{11} + \nu\,(c^2 + a^2)\,D_{12} + (\nu a^2 - b^2)\,D_{13}] \\
& + Rc^2\,[(\nu b^2 - c^2)\,D_{11} + (\nu a^2 - c^2)\,D_{12} + \nu\,(a^2 + b^2)\,D_{13}]\Big\}
\end{aligned}$$

und ähnlich M und N durch zyklische Vertauschung der Indizes 1, 2, 3. Die Spannungen selbst sind

$$\sigma_x = a^2\left[\left(\frac{1}{2}P\varrho + M + N\right)\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) - \left(\frac{1}{2}P\varrho + M + 3N\right)\frac{y^2}{b^2} - \left(\frac{1}{2}P\varrho + 3M + N\right)\frac{z^2}{c^2}\right]$$

$$\sigma_y = b^2\left[-\left(\frac{1}{2}Q\varrho + 3N + L\right)\frac{x^2}{a^2} + \left(\frac{1}{2}Q\varrho + N + L\right)\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) - \left(\frac{1}{2}Q\varrho + N + 3L\right)\frac{z^2}{c^2}\right]$$

$$\varrho_z = c^2\left[-\left(\frac{1}{2}R\varrho + L + 3M\right)\frac{x^2}{a^2} - \left(\frac{1}{2}R\varrho + 3L + M\right)\frac{y^2}{b^2} + \left(\frac{1}{2}R\varrho + L + M\right)\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right)\right]$$

$$\tau_x = 2Lyz; \qquad \tau_y = 2Mzx; \qquad \tau_z = 2Nxy.$$

[1]) Proceed. of the Royal Soc. of London, Bd. LVIII, 1895, S. 39, und Quarterly Journal of Pure and Applied Mathem., Nr. 108, 1895.


Digitized by Google

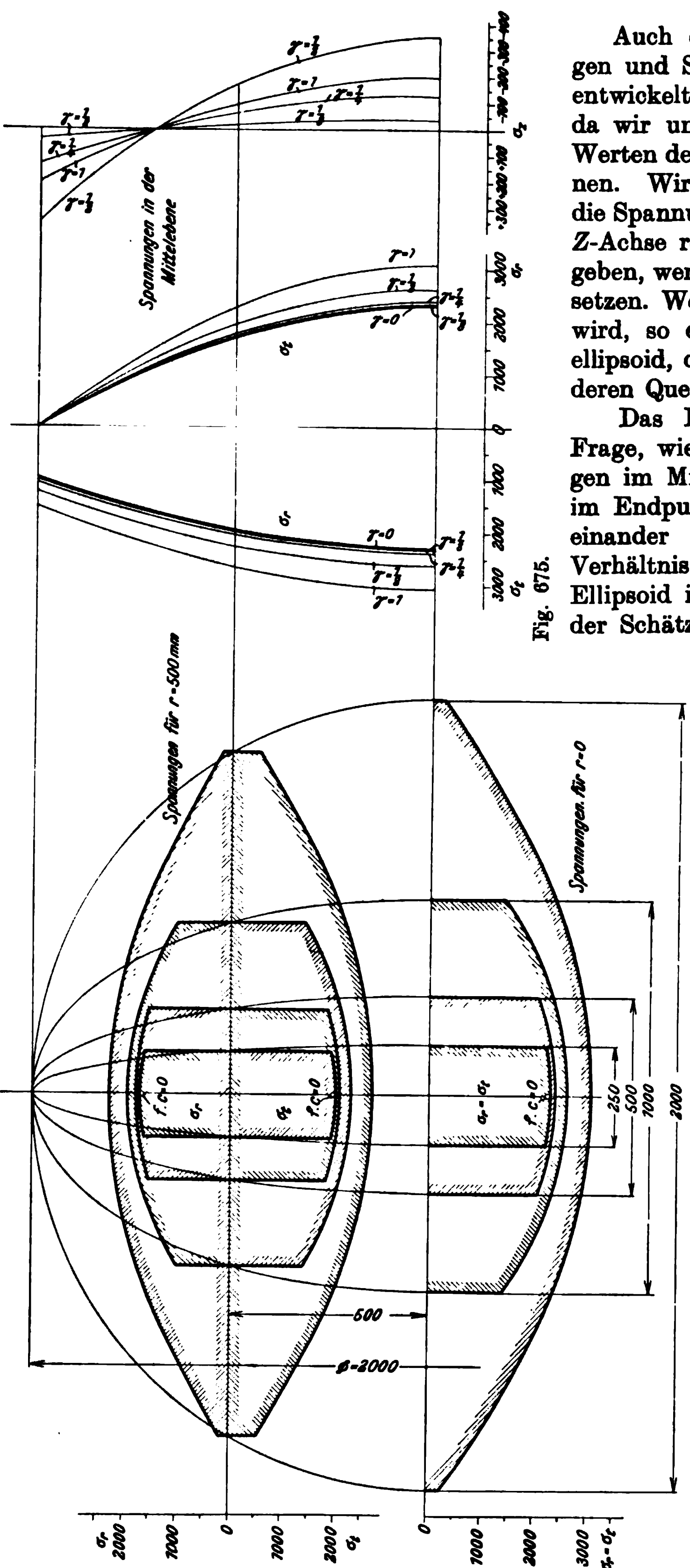


Fig. 675.

Auch die Ausdrücke der Dehnungen und Schiebungen sind vollständig entwickelt. Ihre Angabe unterbleibt, da wir unser Endziel schon mit den Werten der Spannungen erreichen können. Wir sind nämlich in der Lage, die Spannungsverteilung eines um die Z-Achse rotierenden Ellipsoides anzugeben, wenn wir $P = Q = 0$ und $R = \omega^2$ setzen. Wenn noch $a = b$ vorausgesetzt wird, so erhalten wir ein Rotationsellipsoid, d. h. eine rotierende Scheibe, deren Querschnitt eine Ellipse ist.

Das Hauptinteresse betrifft die Frage, wie stark gleichartige Spannungen im Mittelpunkte der Scheibe und im Endpunkte der Halbachse c voneinander abweichen. Je kleiner das Verhältnis c/a, d. h. je flacher das Ellipsoid ist, um so mehr muß schon der Schätzung nach die Verschiedenheit abnehmen, allein aus den Formeln von Chree erhalten wir deren genauen zahlenmäßigen Betrag. Bezeichnen wir die gleich großen Radial- und Tangentialspannungen im Mittelpunkte mit σ_0, im Endpunkte der Rotationsachse mit σ_c, so findet man für

$$c/a = 0 \quad {}^1/_8 \quad {}^1/_4 \quad {}^1/_2 \quad 1$$

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_c} = 1 \quad 1{,}05 \quad 1{,}15 \quad 1{,}83 \quad 13{,}6.$$

Übersichtlich findet man die Spannungen in Fig. 675 dargestellt, in welcher noch σ_r und σ_t in der Mitte des Halbmessers für alle Punkte einer zur Achse parallelen Geraden, und in den Nebenfiguren außerdem σ_r und σ_t für alle Punkte der Scheibenmittelebene sowie schließlich σ_z ebenfalls für die Mittelebene dargestellt sind. Merkwürdig ist in der Nebenfigur das Auftreten einer axialen Zugspannung im oberen Viertel des Halbmessers. Die

Spannungen beziehen sich auf eine Umlaufzahl von 3000 p. Min. Aus dieser Darstellung darf man folgenden Satz ableiten:

Beträgt die Scheibendicke weniger als $^1/_8$ des Durchmessers, so darf die Ungleichmäßigkeit der Spannungsverteilung auf einer mit der Welle koaxialen Zylinderfläche bei technischen Anwendungen vernachlässigt werden, da die größte und die kleinste Spannung sich nur um etwa 5 v. H. unterscheiden.

Selbst bei einem Verhältnis von 1 : 4 ist die Abweichung des Größtwertes vom *Mittelwert* nur etwa 7,5 v. H. Die technisch wichtigen Scheibenformen weisen wohl eine raschere Zunahme der Dicke gegen die Mitte zu als das Ellipsoid auf. Statt dessen liegt das Verhältnis der Dicke zum Durchmesser meist wesentlich unter $^1/_8$, so daß obiger Ausspruch sich verallgemeinern läßt.

Der Verfasser hat in der Z. Ver. deutsch. Ing. 1907, S. 1269, eine Studie über die Spannungsverteilung in anderen Scheibenformen veröffentlicht, die mit dem Grade der Annäherung, die diese schwierige Aufgabe zuläßt, auf ganz ähnliche Ergebnisse führt wie die obige strenge Lösung für das Ellipsoid.

159. Seitliches Ausknicken des Scheibenrandes.

Wenn die Erwärmung des Kranzes eine gewisse Grenze überschreitet, oder wenn beim Ausglühen der Scheibe die nötige Vorsicht mangelte, so daß der Scheibenkörper sich rascher abkühlen konnte als der Kranz, endlich auch infolge Stauchung bei der Bearbeitung (dem Schaufeleinsetzen), entstehen im Kranz (im Ruhezustand) Druckspannungen, die ein seitliches Ausknicken des Kranzes zur Folge haben können. Die Scheibe muß dann die wohlbekannte 8ter Form annehmen, mit der wir von Unfällen an Fahrrädern her vertraut sind.

Eine wenn auch nur angenäherte Untersuchung zeigt, daß die zum seitlichen Ausknicken erforderliche Druckkraft unter vereinfachten Annahmen aus der im Bogen gemessenen „Knicklänge" fast genau so zu rechnen ist, wie beim geraden Stabe. Da derartige Knickerscheinungen in der Praxis beobachtet worden sind, wollen wir die Rechnung andeutungsweise wiedergeben.

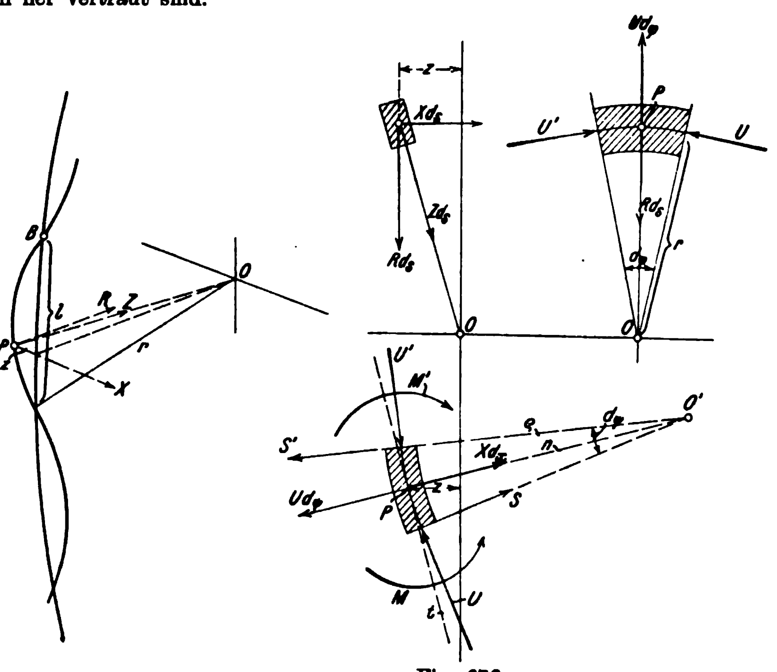


Fig. 676.

Wir machen die Annahme, daß die eigentliche Radscheibe dem seitlichen Ausknicken so gut wie keinen Widerstand entgegensetzt. Wir denken uns also den Kranz gewissermaßen durch unendlich dicht gestellte gespannte Zugstäbe mit der Nabe verbunden, und wir nehmen an, daß die deformierte Mittellinie des Kranzes auf dem gleichen mit der Welle koaxialen Kreiszylinder liegt wie vor dem Knicken. Den pro Längeneinheit des Kranzumfanges durch die Scheibe ausgeübten Zug Z zerlegen wir in die radialen und axialen Komponenten R und X (Fig. 676) und betrachten R als konstant. Auf das in der Figur dargestellte Kranzelement von der Länge ds wirkt nun radial Rds, axial Xds, in Richtung der Normale des Querschnittes U und U', als Scherkräfte S und S', als Biegungsmomente in der Tangentialebene M und M'. Wir legen im Schwerpunkt P die Tangente t an die elastische Linie, konstruieren ihre Normalebene und die Tangentialebene an den

Digitized by Google

Zylinder, und zerlegen die Kräfte nach t, dem durch P gehenden Radius, und der in die Tangentialebene fallenden Normalen n. Die Komponenten von U und U' nach r geben angenähert die Resultante $U\,d\varphi$, diejenigen nach n die Resultante $U\,d\psi$, mit den Bezeichnungen der Figur. So erhalten wir für die radialen Kräfte $U\,d\varphi = R\,ds$, woraus, da angenähert $R \sim Z$

$$U = Z r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Komponenten nach n geben $U\,d\psi + S' - S - X\,ds = 0$ und da $X = R\frac{z}{r} = Z\frac{z}{r} = U\frac{z}{r^2}$, ferner mit Einführung des für die Tangentialebene geltenden Krümmungsradius $\varrho = \frac{ds}{d\psi}$ erhalten wir

$$\frac{1}{\varrho}U + \frac{dS}{ds} - U\frac{z}{r^2} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Schließlich geben die Momente für P:

$$M' - M - S\,ds = 0 \text{ oder } \frac{dM}{ds} = S \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Wir wollen die letzte Gleichung nach s differentieren und in (2) einsetzen, um S wegzuschaffen. Dann machen wir Gebrauch von der Biegungsgleichung, welche hier näherungsweise durch

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{M}{JE} = -\frac{d^2 z}{ds^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

wiedergegeben ist, wobei J das nun auf eine radiale Hauptachse bezogene Trägheitsmoment des Kranzquerschnittes und z die in der Achsenrichtung gemessene Ausknickung bedeutet. In der Ableitung ist die Bogenlänge der elastischen Linie statt derjenigen des ursprünglichen Umfanges eingesetzt, was bei der Kleinheit von z zulässig ist. Indem man mit Hilfe von (4) M und ϱ durch z ausdrückt, nimmt Gl. (2) die Form

$$JE\frac{d^4 z}{ds^4} + U\frac{d^2 z}{ds^2} + U\frac{z}{r^2} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

an. Eine Lösung dieser Gleichung, welche den Grenzbedingungen genügt, ist

$$z = a \sin ks \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wobei, wenn die **Knicklänge** wie in der Nebenfigur bezeichnet $= l$ sein soll,

$$kl = \pi \quad \text{oder} \quad k = \frac{\pi}{l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6\text{a})$$

sein muß. Durch Einsetzen erhält man

$$JEk^4 - Uk^2 + U\frac{1}{r^2} = 0$$

und hieraus die „**knickende Umfangskraft**".

$$U = \frac{JEk^4}{k^2 - \frac{1}{r^2}} = \frac{\frac{\pi^2}{l^2}JE}{1 - \frac{l^2}{\pi^2 r^2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Da l höchstens $= \pi r/2$ werden kann, liegen die Werte des Nenners zwischen 0,75 und 1. Die im Umfange wirkende Knickkraft kann also in der Tat näherungsweise nach der Formel von **Euler** gerechnet werden.

160. Gyroskopische Wirkung der Schiffsturbine.

Die rotierenden Turbinenmassen bilden einen Kreisel, dem während des Stampfens des Schiffes oder bei scharfen Wendungen eine erzwungene Bewegung auferlegt wird, wodurch Reaktionskräfte in den Lagern wachgerufen werden, deren Größe der Sicherheit halber nachzuprüfen empfehlenswert ist.

Ein rein vertikales Auf- und Abschwingen beansprucht die Turbinenwelle bloß durch die Trägheitskräfte, welche man als Produkt aus der Masse der Räder und der maximalen Beschleunigung leicht ermittelt. Die Größe der bei dieser Schwingung erreichten Geschwindigkeit ist gänzlich einflußlos. Ganz anders bei einer drehenden Schwingung, wie sie durch das Stampfen, d. h. dem Schwanken um eine zur Fahrtrichtung senkrechte Querachse gegeben ist. In der höchsten und tiefsten Stellung wird die Welle auch hier durch die Trägheitskräfte in einer **Vertikalebene** gebogen; wegen der veränderlichen Neigung des Schiffskörpers treten aber noch die dem Kreisel eigentümlichen Querbiegungen in einer **Horizontalebene** hinzu. Wir beschäftigen uns nur mit den letzteren und denken uns die Turbinenmasse in Fig. 677 durch eine um die X-Achse rotierende Scheibe S dargestellt. Die zur Zeit $t = 0$ horizontale Achse sei nach Verlauf der



Zeit dt um den Winkel $d\varphi$ geneigt, welcher durch Drehung um die Y-Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ε beschrieben wird. Die Rotation um die eigentliche Turbinenwelle erfolge mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω. Es ist nun wichtig, einzusehen, daß das auftretende biegende Moment in der Tat um die Z-Achse dreht. Zu diesem Behufe beachte man, daß die nach X gerichtete Geschwindigkeitskomponente eines in der Gegend des Scheitels bei B gelegenen Punktes sich ungemein wenig ändert, daher auf diesen Punkt nur ganz kleine Beschleunigungskräfte in horizontaler Richtung zu wirken haben. Der bei A gelegene Massenpunkt wird hingegen durch die veränderte Neigung der Radscheibe aus seiner Bewegungsrichtung gewaltsam herausgelenkt und beschreibt eine gegen die positiven X konvexe Bahn. Hier ist nun eine Beschleunigungskraft im Sinne der negativen X notwendig, deren Summe mit den Kraftkomponenten der Gegenseite ein um die Z-Achse drehendes Moment mit dem in die Figur eingezeichneten Sinn ergibt, welches von außen, d. h. durch Vermittlung der Lagerdrücke auf die Welle übertragen werden muß.

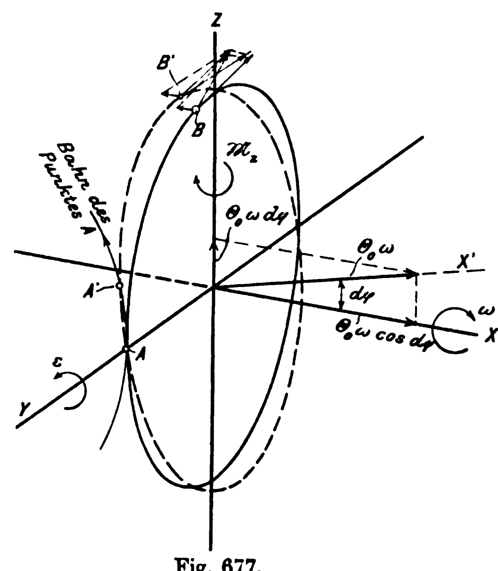


Fig. 677.

Zur numerischen Berechnung dient der Lehrsatz der Mechanik, daß die Zunahme des Momentes der Bewegungsgrößen (des „Impulsmomentes") pro Zeiteinheit (d. h. die Ableitung des Impulsmomentes nach der Zeit) dem um die betreffende Achse drehenden äußeren Kraftmomente gleich ist. Zur Zeit $t = 0$ ist das Impulsmoment für die Z-Achse $= 0$, für die X-Achse $= \Theta_0\omega$, wo Θ_0 das Massenträgheitsmoment für diese Achse bedeutet. Nach Verlauf der Zeit dt ist das Impulsmoment für die unter $d\varphi$ geneigte X-Achse noch immer $\Theta_0\omega$; wir zerlegen dasselbe in die Komponenten $\Theta_0\omega\cos d\varphi$ und $\Theta_0\omega\sin d\varphi$. Letztere bildet die Zunahme des Impulsmomentes für Z während der Zeit dt; die Ableitung ist mithin

$$\frac{\Theta_0\omega\sin d\varphi - 0}{dt} = \Theta_0\omega\frac{d\varphi}{dt}$$

und wir erhalten mit $\varepsilon = d\varphi : dt$ das Kreiselmoment

$$\mathfrak{M}_z = \Theta_0\omega\varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ε wird aus der Zeitdauer T einer ganzen (Hin- und Her-)Schwingung des Schiffskörpers und der Amplitude φ_0 des Neigungswinkels durch die Formel

$$\varepsilon = \frac{2\pi\varphi_0}{T} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

bestimmt.

Wenn das Schiff im Manöver eine scharfe Schwenkung ausführt, so ist ε als die Winkelgeschwindigkeit um die Z-Achse aufzufassen, und das Kreiselmoment dreht um die Y-Achse.

Bei einer vielstufigen Turbine mit dicht stehenden Einzelrädern (Fig. 678), entsteht durch die Gesamtheit der $\mathfrak{M}_z$ eine merkwürdige Beanspruchung der Welle. Die Einzelmomente $\mathfrak{M}_{1z}$ rufen in den Lagern zwei gleich große entgegengesetzt gerichtete Kräfte hervor, deren Moment der Summe der $\mathfrak{M}_z$ gleich ist. Mit der Entfernung von der Lagerstelle nimmt die Summe der $\mathfrak{M}_z$ ebenso gleichmäßig zu, wie das Moment des Lagerdruckes, so daß die Welle, auch wenn sie noch so lang wäre, im wesentlichen nur auf Abscherung durch P beansprucht ist.

Fig. 678.

161. Kritische Geschwindigkeit zweiter Art, hervorgebracht durch die Biegung der glatten Welle unter ihrem Eigengewicht.

Eine über den Stützen $A_1\,B_1$ (Fig. 679) wagerecht frei aufliegende Welle wird sich in der Ruhelage unter dem Einflusse ihres Eigengewichtes durchbiegen. Versetzen wir die Welle in sehr langsame Drehung, so bleibt diese Form ungeändert,

Digitized by Google

indem die gedrückte obere Faser $A_2 B_2$ Zeit hat, den Biegespannungen zu folgen und sich so zu dehnen, daß sie nach einer halben Umdrehung die Länge $A_1 B_1$ angenommen hat. Wird aber die Rotationsgeschwindigkeit größer, so tritt die Massenträgheit ins Spiel, und zwar, wie eine Überlegung zeigt, mit dem Erfolge, daß die Durchbiegung zunächst bis zu einer kritischen Geschwindigkeit zunimmt, dann wieder abnimmt. Die Faser $A_2 B_2$ beginnt in der Höchstlage sich auszudehnen, und es wird ein Teil der in ihr aufgehäuften Spannungsenergie zur Beschleunigung ihrer Massenteilchen in horizontaler Richtung aufgewendet. In der Mittelstellung $A_0 B_0$ besitzen diese Teilchen das Maximum der zur vertikalen Mittelebene des Stabes symmetrisch verteilten Geschwindigkeit, mithin auch das Maximum der lebendigen Kraft, die während des folgenden Viertels der Umdrehung auf ein stärkeres Anspannen der Faser hinwirkt, als die reine Biegungsbeanspruchung an sich erfordern würde. Erreicht aber die Umdrehungsdauer den Betrag, der der einfachen Longitudinalschwingung der Faser entspricht, so tritt die sogenannte „Resonanz" ein, d. h. die Impulse verstärken sich während jeder Periode, man hat die kritische Tourenzahl erreicht. Die Longitudinalschwingung einer Faser ist nun bloß bedingt durch die Länge und das Material der Welle, und so folgt a priori, daß diese kritische Umlaufzahl unabhängig ist vom Durchmesser der Welle. Wenn wir über diese Geschwindigkeit hinausgehen, so wird die Faser zu einer so raschen Schwingung gezwungen, daß sie nun „keine Zeit" hat, sich genügend auszudehnen, und die Welle sich demgemäß mehr und mehr gerade richtet.

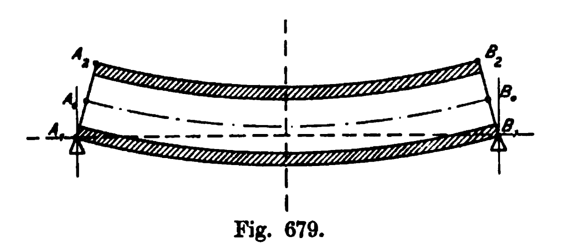


Fig. 679.

Die Größe der kritischen Umlaufzahl wird durch folgende in Kürze wiedergegebene Rechnung gefunden. Es sei in Fig. 680 dm ein Massenelement im Punkte P einer unendlich dünnen Scheibe, die durch zwei zur elastischen Linie senkrechte Ebenen aus der Welle herausgeschnitten wird. Der Schwerpunktsabstand der Scheibe vom Koordinatenanfang sei x; die sehr klein vorausgesetzte Ordinate der elastischen Linie $= y$. Die Lage von dm sei bestimmt durch die Koordinaten $\eta\,\zeta$ der Seitenansicht, sein Abstand von der zur Wellenachse senkrechten Ebene im Koordinatenanfang ist $x + \xi$. Da die Neigung der elastischen Linie im Punkte P_0 durch $dy : dx$ gegeben ist, so erhält man

$$\xi = \zeta \frac{dy}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

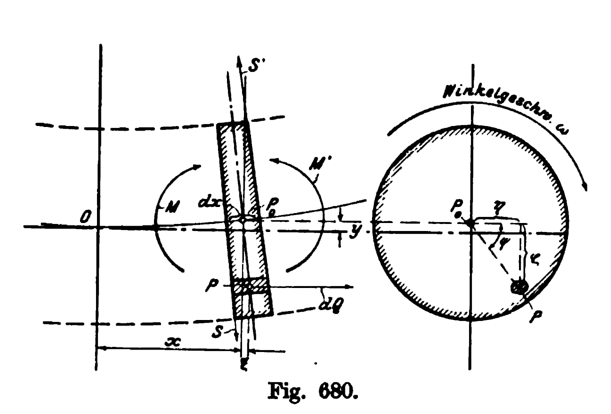


Fig. 680.

Zählen wir den Rotationswinkel von der Horizontalen aus, so wird

$$\zeta = \varrho \sin \varphi = \varrho \sin \omega t \quad . \quad (2)$$

und ξ variert auch wie $\sin \omega t$. Es kommt uns nun auf die Trägheitskräfte in der Richtung der X-Achse an, welche durch das Produkt aus dm und der negativen horizontalen Beschleunigung des Massenteilchens, d. h. durch

$$dQ = -dm \frac{d^2(x-\xi)}{dt^2} = -dm \frac{d^2\xi}{dt^2} = +dm\omega^2 \varrho \sin \omega t \cdot \frac{dy}{dx} = dm\,\omega^2 \frac{dy}{dx}\zeta \quad . \quad . \quad (3)$$

gegeben sind.

Bringen wir die Trägheitskraft an jedem Massenelement an, so muß zwischen der Gesamtheit derselben und den äußeren Kräften Gleichgewicht bestehen. Auf die betrachtete unendlich dünne Scheibe wirken als äußere Kräfte die Schubkräfte S' und S, die biegenden Momente M und M' und die Schwerkraft $\gamma_1 dx$ (mit γ_1 das Gewicht der Längeneinheit bezeichnend). Von den Trägheits-


Digitized by Google

kräften halten sich die zur Achse senkrechten Komponenten an sich das Gleichgewicht (sie spannen die Welle radial) und die horizontalen ergeben das Moment

$$d\mathfrak{M} = \int dQ\zeta = \int dm\,\omega^2 \frac{dy}{dx}\zeta^2 = \omega^2 \mu J \frac{dy}{dx} \cdot dx \quad \ldots \quad (4)$$

worin μ die spezifische Masse $= \frac{\gamma}{g}$; J das Flächenträgheitsmoment des Stabes bedeutet. Das Gleichgewicht erfordert, daß

$$M' - M + S' \frac{dx}{2} + S \frac{dx}{2} + d\mathfrak{M} = 0 \quad \ldots \quad (5)$$

$$S' - S - \gamma_1 dx = 0 \quad \ldots \quad (6)$$

sei, oder was dasselbe ist

$$\frac{dM}{dx} + \frac{d\mathfrak{M}}{dx} + S = 0; \quad \frac{dS}{dx} = \gamma_1 \quad \ldots \quad (7)$$

Differenzieren wir die erste der obigen Gleichungen nach x, entfernen $dS:dx$, und benutzen die stets gültige Biegungsgleichung

$$M = JE \frac{d^2y}{dx^2} \quad \ldots \quad (8)$$

so erhalten wir

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{\mu\omega^2}{E}\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{\gamma_1}{JE} = 0 \quad \ldots \quad (9)$$

als die Differentialgleichung des Problems. Die Auflösung lautet mit den Bezeichnungen

$$\lambda = \omega\sqrt{\frac{\mu}{E}}; \quad C = \frac{\gamma_1}{\mu\omega^2 J} \quad \ldots \quad (10)$$

$$y = -\frac{Cx^2}{2} + C_1 x + C_2 - \frac{A}{\lambda^2}\cos\lambda x - \frac{B}{\lambda^2}\sin\lambda x \quad \ldots \quad (11)$$

Hierin sind A, B, C_1, C_2 willkürliche Konstanten, die aus den Grenzbedingungen bestimmt werden.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Für } x = 0 \text{ ist } y = 0 \text{ und } dy/dx = 0 \\ x = l \text{ ist } M = 0, \text{ d. h. } d^2y/dx^2 = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (12)$$

und y muß eine symmetrische Funktion von x sein. Hieraus folgt $B = 0$, $C_1 = 0$

$$C_2 = \frac{A}{\lambda^2}; \quad A = \frac{C}{\cos\lambda l} \quad \ldots \quad (13)$$

somit

$$y = \frac{C}{\lambda^2\cos(\lambda l)}(1 - \cos\lambda x) - \frac{C}{2}x^2 \quad \ldots \quad (14)$$

Unendlich große Werte von y, d. h. kritische Geschwindigkeiten treten auf, wenn $\cos(\lambda l) = 0$, d. h.

$$\lambda l = \frac{\pi}{2}; \quad 3\frac{\pi}{2}; \quad 5\frac{\pi}{2}; \ldots$$

wird. Hieraus folgt der kleinste Wert der kritischen Geschwindigkeit

$$\omega_k = \frac{\pi}{2l}\sqrt{\frac{E}{\mu}} \quad \ldots \quad (15)$$

der wie vorausgesagt unabhängig vom Wellendurchmesser ist, und glücklicherweise so hoch liegt, daß er nur bei sehr langen Wellen Bedeutung gewinnen könnte. Von besonderem Interesse ist der Umstand, daß γ_1, das Gewicht der Welle pro Längeneinheit, die kritische Umlaufszahl nicht beeinflußt, so lange wenigstens als es, gemäß der Voraussetzung der Rechnung, unveränderlich ist. Hieraus folgt, daß eine Welle, die durch gleichmäßig verteilte gleich schwere Scheiben belastet wird, dieselbe kritische Umlaufszahl der hier behandelten Art aufweisen wird, wie ohne Scheiben. In bezug auf diesen Punkt ist in der 3. Auflage ein Versehen enthalten, welches in der Verwechselung kontinuierlich und diskontinuierlich verteilter Materie beruhte. Die Punkte einer starren Scheibe rotieren in parallelen Kreisbahnen um die Tangente an die elastische Linie und geben zu keinen Trägheitskräften in der Achsenrichtung Veranlassung. Die in Fig. 679 herausgeschnittenen Fasern hingegen sind elastisch zusammenhängende Gebilde, durch deren Dehnung und Zusammendrückung die beschriebenen Wirkungen entstehen.


Digitized by Google

Man kann im übrigen leicht nachweisen, daß die Dauer der freien Longitudinalschwingung eines Stabes von der Länge $2l$ übereinstimmt mit der Dauer einer Umdrehung bei der Geschwindigkeit ω_k.[1])

162. Mitschwingen des Fundamentes: Ungefährlichkeit der „Resonanz".

Die von Vibration nie ganz freie Welle überträgt auf das Fundament der Turbine eine periodisch wechselnde Kraft, durch welche ersteres in Mitschwingung versetzt werden muß. Das Fundament, zu welchem auch das Gehäuse und der Rahmen der Turbine zu rechnen sind, dürfen wir uns als eine starre Masse vorstellen, die auf einer elastischen Unterlage aufruht (z. B. den schmiedeeisernen Trägern der Betongewölbe, auf die man die Turbinen aufzustellen pflegt), und es liegt die Befürchtung nahe, daß unter Umständen die Umdrehungszahl der Turbine mit der natürlichen Schwingungszahl des Fundamentes übereinstimmen, und daß die bei anderen Schwingungsvorgängen so gefährliche „Resonanz" auftreten könnte. Es hat nun ein praktisches Interesse, festzustellen, daß diese Resonanz für die Turbine ungefährlich ist und keineswegs zu außergewöhnlich gesteigerter Erschütterung führen kann, und zwar aus dem Grunde, weil die Turbinenwelle kein starrer Körper, sondern selbst elastisch nachgiebig ist. Hingegen gewinnt das Mitschwingen Bedeutung durch den Umstand, daß die kritische Geschwindigkeit der Welle vergrößert oder verkleinert wird.

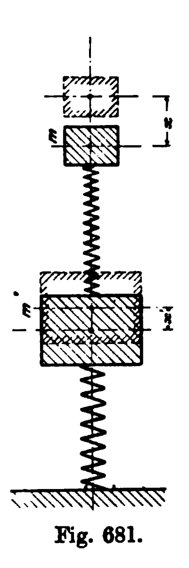


Fig. 681.

Am einfachsten überzeugt man sich von der Richtigkeit obiger Behauptung am „elastischen Doppelpendel", z. B. an der in Fig. 681 dargestellten Verbindung der Masse m durch eine Feder mit der Masse m', die ihrerseits durch eine Feder mit einem festen Punkte verbunden ist.

Die Masse m versinnbildlicht die Welle mit ihrer Federung. m' desgleichen das Fundament mit seiner Nachgiebigkeit. Lassen wir auf m die periodische Kraft

$$P = a \cos \omega t$$

einwirken, durch welche eine Schwingung in der Richtung der Federachse eingeleitet wird. Die Auslenkung von m und m' aus der Lage, wo die Federn spannungslos sind, sei x und x', dann wirken in den Federn die Kräfte X und X', die man der Verlängerung proportional, d. h.

$$X = \alpha (x - x'); \qquad X' = \alpha' x'$$

setzen kann. Die Bewegungsgleichungen der Massen sind

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -X + P; \quad m' \frac{d^2 x'}{dt^2} = -X' + X.$$

Setzen wir voraus, daß eine, wenn auch sehr kleine, der Geschwindigkeit proportionale Reibung als sog. „Dämpfung" mitwirkt, so bleibt nach hinlänglich langer Zeit nur die mit P synchrone Schwingung übrig, d. h. die Lösung der beiden Gleichungen wird durch den Ansatz $x = A \cos \omega t$, $x' = A' \cos \omega t$ wiedergegeben, durch deren Einsetzen man die Konstanten wie folgt ermittelt:

$$A = \frac{\beta' a}{\alpha^2 - \beta \beta'}; \qquad A' = -\frac{\alpha a}{\alpha^2 - \beta \beta'}$$

$$\text{mit} \quad \beta = m \omega^2 - \alpha; \qquad \beta' = m' \omega^2 - (\alpha + \alpha').$$

---

[1]) Es ist nämlich die Differentialgleichung der Longitudinalschwingung eines geraden prismatischen Stabes

$$\mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2},$$

worin ξ die Verlängerung des Stabes bedeutet. Setzt man $\xi = a \cos \omega t$, wo a nur von x abhängt, so ergibt sich für den Stab von der Länge $2l$ mit festgehaltener Mitte und spannungslosen Endflächen $\xi = \alpha \sin \lambda x \cos \omega t$ und

$$\lambda l = \omega l \sqrt{\frac{\mu}{E}} = \frac{\pi}{2}$$

wie oben.

Digitized by Google

Kritische Oszillationszahlen, d. h. unendlich große Werte von A und A' ergeben sich mithin, wenn

$$\alpha^2 - \beta\beta' = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Würde m allein schwingen, bei festgelegtem m', so hätte man die kritische Zahl aus der Gleichung

$$\beta = m\omega^2 - \alpha = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

zu bestimmen. Würde die Kraft P an der Masse m' in Abwesenheit von m angreifen, so hätte man in gleicher Art

$$m'\omega^2 - \alpha' = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

zu setzen. Weder die eine noch die andere Bedingung bewirkt indessen, daß Gl. (1) erfüllt wäre.

Es gibt mithin für das elastische Doppelpendel kritische Schwingungszahlen, allein diese stimmen nicht überein mit denjenigen, die für die einzelnen Pendel an sich Gültigkeit haben.

Die Masse m' bleibt einflußlos, falls sei es der elastische Widerstand, d. h. α', sei es m' selbst unendlich groß werden. Nähern sich die Verhältnisse dieser Grenze, so wird sich ω_k^2 wenig vom Werte α/m, der aus Gl. (2) folgt, unterscheiden. Man kann diesen Wert näherungsweise in den Ausdruck von β' in Gl. (1) einsetzen und erhält

$$\alpha^2 - (m\omega_k^2 - \alpha)\left(m'\frac{\alpha}{m} - \alpha - \alpha'\right) = 0$$

alsdann das korrigierte

$$\omega_k^2 = \frac{\alpha}{m}\left(1 + \frac{1}{\frac{m'}{m} - \frac{\alpha'}{\alpha} - 1}\right)$$

woraus hervorgeht, daß die kritische Schwingungszahl durch das Mitschwingen des „Fundamentes" (m') vergrößert wird, falls die Masse desselben groß ist gegen m, hingegen die elastische Rückwirkung (α') klein gegen diejenige der „Welle" (α), weil das neben der Einheit stehende Glied positiv wird. Die kritische Schwingungszahl wird verkleinert, falls die entgegengesetzten Verhältnisse eintreten.

Für die Turbinenwelle kann man sich der Einfachheit halber das Fundament nur vertikal nachgiebig denken, und die Auslenkung eines Wellenpunktes durch die Koordinaten x in der Wellenrichtung y wagerecht, z senkrecht bestimmt denken. Wenn man die Bezeichnungen des Art. 91 benutzt, die Exzentrizitäten e aber $= 0$ setzt, so wird die Bewegung der Welle durch die Gleichungen

$$JE\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m_1\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$JE\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = -m_1\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

dargestellt, wo auf der rechten Seite die d'Alembertschen Trägheitskräfte als „Belastung" der Welle erscheinen. Die Drehung je eines durch zwei zur Achse senkrechte Ebenen ausgeschnittenen Elementes um die Schwerpunktsachse erfolgt mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, da wir Gleichgewicht der Drehmomente voraussetzen wollen. Die beiden Gleichungen genügen mithin; aus ihnen sind y und z für eine beiderseitig frei aufliegende Welle von der Länge $2l$ so zu bestimmen, daß für $x = l$, $y = 0$, während $z = \zeta$ werden muß, unter ζ die momentane Auslenkung der periodischen Schwingung des Fundamentes verstanden, welche durch die auf die Masse m' des Fundamentes wirkende Schubkraft im Endquerschnitt der Welle und die elastische Rückwirkung $= \alpha\zeta$ der Unterlage unterhalten wird. Hierfür ist die entsprechende Bewegungsgleichung aufzustellen und außerdem zu beachten, daß bei $x = l$ das biegende Moment für das freie Auflager verschwindet. Für den einfachsten Fall einer symmetrischen Verbiegung der Welle und einer Sinusschwingung des Fundamentes erhält man die Lösung

$$y = [a'(e^{kx} + e^{-kx}) + b'\cos kx]\sin\omega t$$

$$z = [a(e^{kx} + e^{-kx}) + b\cos kx]\sin(\omega t + \varepsilon),$$

wo ε eine von den Anfangsbedingungen abhängige Größe ist. Für die Konstanten ergeben sich, da die Exzentrizität $= 0$ gesetzt wurde, endliche Werte nur bei den kritischen Umlaufzahlen, und zwar einerseits für die vertikale Schwingung, falls

$$\operatorname{tghyp}(kl) - \operatorname{tg}(kl) = 2\beta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

worin

$$k^4 = \frac{m_1\omega^2}{JE}; \quad \beta = \frac{m'\omega^2 - \alpha}{JEk^3}$$

ist, anderseits für die horizontalen Auslenkungen, falls

$$\cos kl = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Digitized by Google

Es gibt im hier vorausgesetzten Falle des einseitig nachgiebigen Fundamentes zwei Reihen von kritischen Umlaufzahlen, eine für die vertikalen, die andere für die wagerechten Ausbiegungen der Welle. Der Synchronismus der Rotation mit der Eigenschwingung des Fundamentes, d. h. $m'\omega^2 - \alpha = 0$, liefert an sich keine kritische Umlaufzahl.

Setzt man das Fundament allseitig gleichmäßig nachgiebig voraus, so bleibt, wie man sich überzeugen kann, Bedingung 1 bestehen, und es ergibt sich weiterhin die interessante Tatsache, daß bei Resonanz die Welle so rotiert, als wäre sie, von der Schwere abgesehen (also z. B. bei vertikaler Aufstellung) vollkommen frei.

Von geschätzter Seite aus der Praxis wird mir mitgeteilt, daß Fälle vorgekommen sind, wo man mit Vorteil die kritische Umlaufzahl durch das Mitschwingen des Fundamentes beeinflussen konnte. In einem besonderen Falle wurde die Lagerung der Turbine durch Unterbau von Holzbalken elastisch nachgiebiger gemacht, wodurch man aus der gefährlichen Nähe der kritischen Geschwindigkeit herauskam.

162a. Seitliche Schwingung der Laufradscheiben.

Die Erfahrung hat gezeigt, daß die Laufradscheiben infolge der Wellenerschütterung in seitliche Schwingung geraten, die gefährlich werden kann, falls sie die Resonanz mit der Eigenschwingungszahl die Scheibe erreicht. Eine sonst gut ausgeglichene Welle, die von ihrer kritischen Umlaufzahl weit entfernt ist, kann hierdurch in Unruhe geraten.

Der theoretischen Vorausbestimmung der Eigenschwingungszahl stellen sich erhebliche mathematische Schwierigkeiten entgegen; doch wäre man für die ruhende Scheibe wohl in der Lage, sich mit Annäherungsrechnungen durchzuhelfen, wenn man die Beobachtung an ausgeführten Scheiben heranzieht. Die eigentliche Schwierigkeit ist die Berücksichtigung des Einflusses der Fliehkräfte, deren Vorhandensein die Verhältnisse wesentlich ändert. Sicher ist, daß die Fliehkräfte die Schwingungszahl erhöhen, über das Maß hiervon fehlt uns indessen jeder Anhaltspunkt. Die seitliche Schwingung kann den Konstrukteur veranlassen, die Scheiben stärker auszuführen, als mit Rücksicht auf die Festigkeit allein erforderlich wäre.

163. Bedingungen für die Stabilität des Gleichgewichtes über der kritischen Geschwindigkeit.

Wir betrachten eine einzelne Scheibe unter Ausschluß jeder Seitenschwankung. Es bedeute in Fig. 682 S den Scheibenschwerpunkt, W den Durchstoßpunkt der durchgebogenen Welle mit der Scheibe, O die Projektion der geometrischen Drehachse. Von der Anwesenheit anderer Schwungmassen auf der Welle wird abgesehen. Im Falle des relativen Gleichgewichtes liegt S auf der Verbindungslinie OW in einem Abstande ϱ_0, welcher sich aus der Gleichsetzung der Fliehkraft $m\varrho_0\omega_0^2$ und der elastischen Gegenkraft $\alpha(e+\varrho_0)$ wie früher zu

$$\varrho_0 = \frac{\alpha e}{m\omega_0^2 - \alpha} \quad . \quad . \quad (1)$$

Fig. 682.

ergibt. Der Winkel φ wird, solange Gleichgewicht besteht, mit gleichförmiger Geschwindigkeit ω_0 beschrieben und werde mit φ_0 bezeichnet, so daß $\varphi_0 = \omega_0 t$ ist, wenn t die Zeit bedeutet. Die auf die Scheibe wirkenden übrigen Kräfte

Digitized by Google

sollen sich das Gleichgewicht halten; insbesondere kann man sich vorstellen, daß die treibende Dampfkraft ein reines Moment ergibt, welches durch eine entsprechende Torsion der Welle ausgeglichen und auf die zunächst massenlos gedachte Arbeitsmaschine übertragen wird. Um zu prüfen, ob das dynamische Gleichgewicht stabil ist, muß man die Parameter, durch welche die Bewegung im Beharrungszustande dargestellt wurde, d. h. ϱ_0, φ_0 und den Winkel von OS und SW (welcher ursprünglich $= 0$ war) um unendlich kleine Funktionen der Zeit vergrößern und die Bewegungsgleichungen aufstellen. Die Figur stellt eine Lage des so veränderten Bewegungszustandes dar, in welcher

$$\begin{aligned} \varrho &= \varrho_0 + z \\ \varphi &= \varphi_0 + \varepsilon \\ \psi &= \varphi + \tau \end{aligned} \qquad (2)$$

und z, ε, τ unendlich kleine Größen bedeuten.

Für die Bewegungsgleichungen werden ϱ, φ, ψ als Veränderliche betrachtet[1]), und man muß zuerst die Bewegung des Schwerpunktes für sich, dann die Bewegung der Scheibe um den Schwerpunkt untersuchen. Die erstere erfolgt so, als ob die Scheibenmasse im Schwerpunkte vereinigt wäre und alle Kräfte an diesem angriffen. Die elastische Kraft P ist $= \alpha\,\overline{WO}$; da aber WO als Strecke die Resultierende aus $\overline{WU}$ und $\overline{UO}$, wobei $\overline{WU} \perp \overline{UO}$ ist, so kann diese Kraft als Resultierende der Kräfte $P_\varphi = \alpha\,\overline{WU}$ und $P_\varrho = \alpha\,\overline{OU}$ mit den entsprechenden Richtungen aufgefaßt werden. Bei der Kleinheit von τ und σ ist dann

$$P_\varphi = \alpha e \tau$$

und

$$P_\varrho = \alpha(\varrho + e) \qquad (3)$$

welche Kräfte in der Figur an den Schwerpunkt übertragen worden sind.

Um die Änderung von ϱ zu finden, betrachten wir die relative Bewegung des Schwerpunktes in einem mit dem Radiusvektor mitrotierenden (gewichtlosen) radialen Schlitze. Wir müssen zu diesem Behufe die Ergänzungskräfte der relativen Bewegung hinzufügen, von welchen indessen nur die „Fliehkraft" $m\varrho\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$ für die bezeichnete Bewegung in Betracht kommt, und wir erhalten

$$m\frac{d^2\varrho}{dt^2} = m\varrho\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - \alpha(e + \varrho) \qquad (4)$$

Des weiteren wenden wir den Flächensatz auf die absolute Bewegung des Schwerpunktes um O herum an (d. h. wir sprechen aus, daß die Ableitung des „Impulsmomentes" nach der Zeit dem Momente der äußeren Kräfte gleich sei) und erhalten

$$\frac{d}{dt}\left(m\varrho^2\frac{d\varphi}{dt}\right) = -P_\varphi\varrho = -\alpha e \tau \varrho \qquad (5)$$

Für die Bewegung um den Schwerpunkt ist das Kraftmoment $= \alpha\,\overline{WO}\,e \sin(\tau - \sigma)$ oder nach leichter Umformung $= \alpha e \tau \varrho$; wenn also Θ das Massenträgheitsmoment der Scheibe für S bedeutet, so wird

$$\Theta\frac{d^2\psi}{dt^2} = \alpha e \tau \varrho \qquad (6)$$

In die Gleichungen (4), (5), (6) muß man die Werte (2) einsetzen, nach z, ε, τ entwickeln und alle höheren Potenzen als die erste streichen. Wenn man dann noch die kritische Geschwindigkeit $\omega_k^2 = \alpha/m$ einsetzt und die Bezeichnung

$$\delta = 1 - \frac{\omega_k^2}{\omega_0^2} \qquad (7)$$

einführt, so daß ϱ_0 sich in der Form

$$\varrho_0 = \frac{1-\delta}{\delta}e \qquad (8)$$

darstellt, so erhält man für z, ε, τ die linearen Gleichungen

[1]) Aus dieser durch die Natur der Aufgabe bedingten Wahl der Veränderlichen folgt, daß man zweckmäßigerweise auf die sog. allgemeinen Lagrangeschen Differentialgleichungen zurückgreifen sollte, welche in der Tat mühelos die weiter unten elementar entwickelten Formeln ergeben.

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2 z}{dt^2} = \delta\,\omega_0^2 z + 2\varrho_0\omega_0\frac{d\varepsilon}{dt} \\ &2\omega_0\frac{dz}{dt} + \varrho_0\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = -(1-\delta)\,\omega_0^2 e\tau \\ &\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{d^2\tau}{dt^2} = \frac{(1-\delta)^2}{\delta}\,\omega_0^2\frac{me^2}{\Theta}\tau \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Die Lösung erfolgt durch den bekannten Ansatz

$$z = a e_0^{\lambda t} \qquad \varepsilon = b e_0^{\lambda t} \qquad \tau = c e_0^{\lambda t},$$

worin (zum Unterschiede von e) e_0 die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet. Die Einsetzung ergibt für λ die Gleichung

$$\lambda^2(\lambda^4 + 2B\omega_0^2\lambda^2 + C\omega_0^4) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

worin

$$\left.\begin{aligned} B &= 2 - \delta - \frac{1}{2}\frac{(1-\delta)^2}{\delta}\nu^2 \\ C &= \delta^2 - \frac{(4-\delta)(1-\delta)^2}{\delta}\nu^2 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\nu^2 = \frac{me^2}{\Theta} = \frac{e^2}{q^2} \\ &q = \text{Trägheitsradius} \end{aligned} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

bedeuten. Die charakteristische Gleichung besitzt mithin die doppelte Wurzel $\lambda_0 = 0$, und dieser entsprechen bekanntlich die partikularen Integrale $e_0^{\lambda_0 t} = 1$ und $t e_0^{\lambda_0 t} = t$; daher erscheinen in z, ε, τ die Bestandteile

$$z = a' + a'' t; \qquad \varepsilon = b' + b'' t; \qquad \tau = c' + c'' t$$

und es könnte scheinen, als ob diese Größen mit der Zeit t über alle Grenzen wachsen, so daß ein stabiles Gleichgewicht überhaupt unmöglich wäre. Nun müssen die Ansätze $z = a'$; $\varepsilon = b'$; $\tau = c'$ für sich die Differentialgleichungen (9) befriedigen. Setzen wir dieselben ein, so ergibt sich indes $a' = 0$; $c' = 0$ und b' unbestimmt. Desgleichen folgt aus dem Ansatz $z = a'' t$; $\varepsilon = b'' t$; $\tau = c'' t$, daß $a'' = b'' = c'' = 0$ sein müssen. Die Unbestimmtheit von b' wird aber beseitigt durch die Vorschrift, daß der Winkel φ zur Zeit $t = 0$ einen vorgeschriebenen (unendlich kleinen) Wert besitzen muß. Wir können daher die weitere Untersuchung auf den Einfluß der übrigen Wurzeln der Gl. (10) beschränken.[1]) Die Auflösung derselben ergibt

$$\lambda^2 = \omega_0^2\left(-B \pm \sqrt{B^2 - c}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Wäre diese Größe komplex, so würde die Quadratwurzel daraus ebenfalls komplex und ergäbe die Form

$$\left.\begin{matrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{matrix}\right\} = \pm(\alpha + \beta i)$$

ähnlich für λ_3, λ_4. Es würde also jedenfalls eine Wurzel vorhanden sein, deren reeller Teil positiv ist, und im zugehörigen partikularen Integral $e^{(\alpha+\beta i)t} = e^{\alpha t} e^{\beta i t}$ würde das erste Glied mit wachsender Zeit über alle Grenzen zunehmen, die Stabilität wäre nicht vorhanden. Wäre λ^2 reell positiv, so würde der gleiche Fall eintreten. Es kann also Stabilität nur bestehen, falls λ^2 reell negativ, λ rein imaginär ist, so daß die partikulären Integrale in reine Kosinus- und Sinusschwingungen übergehen. Die Bedingungen hierfür sind[2])

$$B > 0, \qquad C > 0, \qquad B^2 - C > 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

die man für kleine Werte von δ näherungsweise durch

$$\delta^3 > 4\frac{e^2}{q^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

ersetzen kann. Ist das Verhältnis des Trägheitsradius zur Exzentrizität e sehr groß, so wird ν^2 einen sehr kleinen Wert haben, und die Stabilität wird schon bei ganz kleiner Überschreitung der kritischen Geschwindigkeit vorhanden sein. Dies ist der praktisch ausnahmslos eintretende Fall. **Ist aber das Trägheitsmoment verschwindend klein, $\Theta = 0$, so ist das Gleichgewicht überhaupt unstabil,** es sei denn, daß gleichzeitig $e = 0$ wird. Die Größe des Trägheitsmomentes ist mithin von ausschlaggebender Bedeutung und muß bei Veranstaltung von Versuchen in Betracht gezogen werden.

Auch die Stabilität der gleichmäßig belasteten Welle kann auf dieselbe Weise untersucht werden. Man kann z. B., um die Rechnung zu vereinfachen, annehmen, daß sich die Exzentrizität nach einer Sinusfunktion ändert, so daß

$$e = e_m \sin kx$$

---

[1]) Auf die Notwendigkeit, die Rolle der Doppelwurzel $\lambda_0 = 0$ festzustellen, hat mich Herr Dr. P. Cérésole aufmerksam gemacht.

[2]) Siehe auch Routh, Dynamik, II, § 289.

Digitized by Google

ist und der Koordinatenanfang in dem einen Ende der Welle liegt, wobei $k = \frac{\pi}{l}$ und l die Wellenlänge ist. Die Schwerpunkte aller Scheiben mögen in einer Ebene liegen; die Masse m_1 pro Längeneinheit sei unveränderlich. Es ist notwendig, auf die Wellendurchbiegung nicht nur in der Ebene der Schwerpunkte, sondern auch senkrecht dazu Rücksicht zu nehmen. Die Lösung der allgemeinen Bewegungsgleichungen gelingt für den Fall, daß man eine solche Schwingung um die Gleichgewichtslage in Betracht zieht, bei welcher die Welle nur Biegungen, aber keine Verdrehung erfährt, und für die Annahme, daß das auf die Längeneinheit bezogene Trägheitsmoment Θ_1 der Scheiben dem Gesetze $\Theta_1 = \Theta_m \sin^2 k x$ gehorcht. Wenn wie vorhin

$$\delta = 1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega_0}\right)^2 \quad \text{und} \quad \nu = \frac{m_1 e^2}{\Theta_m}$$

gesetzt wird, so gelten, in diesen Größen ausgedrückt, genau dieselben Stabilitätsbedingungen wie für die einfache Scheibe von der Masse m_1 und dem Trägheitsmoment Θ_m. Die Rechnung ist indessen zu umständlich, um hier wiedergegeben zu werden.

164. Graphische Ermittelung der kritischen Umlaufzahl bei mehrfach gelagerten („durchlaufenden") Wellen.

Wir betrachten die Welle als im Mittelpunkt jedes Lagers gestützt und denken uns dort eine konzentrierte Kräft als „Auflagerdruck" tätig. In der graphischen Behandlung wäre es möglich, statt der Einzelkraft einen gleichmäßig verteilten Druck in die Rechnung einzuführen, wobei nur der Mittelpunkt des Lagers eine bestimmte Höhenlage einnehmen müßte. Doch hätte es bloß bei Lagern, die gegen die Stützweite gemessen eine ungewöhnliche Länge besitzen, einen Sinn, das Verfahren weiter zu erschweren.

Wir nehmen die elastische Linie, die dem indifferenten Gleichgewicht bei der kritischen Umlaufzahl entspricht, zunächst probeweise und willkürlich jedoch so an, daß sie den gegebenen Auflagerungsbedingungen Genüge leistet. Wenn in einem Lager auch im allgemeinen auf der obern Seite ein Spiel besteht, so kann man die Welle dort doch als festgehalten (aber nicht eingespannt) ansehen, da wir ja höchstens die allerkleinsten Vibrationen zulassen, bei welchen die Eigengewichte der Teile größer als die Fliehkraftkomponenten sind, so daß die Welle stets gegen eine und dieselbe Lagerschale angepreßt bleibt.

Die Ermittelung der wahren elastischen Linie stützt sich auf die Culmannsche Theorie des kontinuierlichen Trägers.

a) Kraftverhältnisse in einem einzelnen Felde.

Die angenommene elastische Linie für die willkürliche Winkelgeschwindigkeit ω sei L (Fig. 683). Die im Abstande x befindliche Masse m entwickelt eine Fliehkraft $m y \omega^2$, wo y die Einsenkung bedeutet. Ist die belastende Masse eine Scheibe, so entsteht zufolge ihrer Schiefstellung auch ein Moment, dessen Einfluß zunächst vernachlässigt wird. Die Gesamtheit der Fliehkräfte wird ohne Rücksicht auf die Endmomente, als wäre das Wellenstück AB für sich ein frei aufliegender Balken,

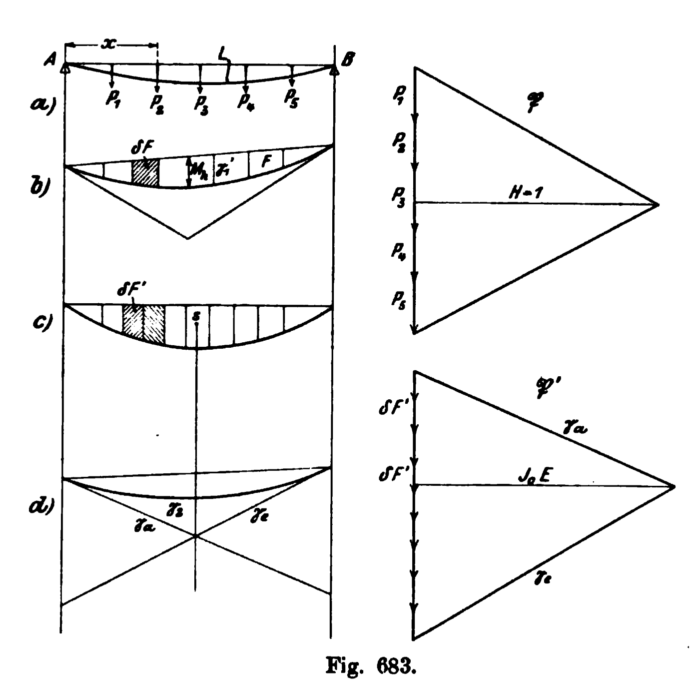


Fig. 683.

durch das Kräftepolygon $\mathfrak{P}$, in welchem die Poldistanz $H = 1$ gedacht ist, zusammengefaßt und ergibt das Seilpolygon γ_1', sowie durch dessen Schlußlinie die Momentenfläche F (Fig. b). Diese zerlegen wir in schmale senkrechte Streifen $\delta F = M\,dx$ und bilden als neue „Belastungskräfte" die Quotienten $\delta F \frac{J_0}{J} = \delta F'$, wo J das an der betreffenden Stelle gültige Trägheitsmoment, J_0 einen konstanten ungefähren Mittelwert desselben bedeutet. Nun summieren wir im zweiten Kräftepolygon $\mathfrak{P}'$ alle Elementarkräfte $\delta F'$ und zeichnen mit der Poldistanz $J_0 E$ ein zweites Seilpolygon γ_2 (Fig. d) auf, dessen Endseiten γ_a und γ_e die Endtangenten an die elastische Linie geben würden, wenn die Enden des Stabes „frei" wären. Diese Endtangenten an die elastische Linie nennt man „Kreuzlinien". Sie schneiden sich auf der durch den Schwerpunkt S von F' hindurchgehenden Senkrechten.

In Wirklichkeit greifen an den Enden des Stabes die Einspannungsmomente M_a und M_b an. Betrachten wir zunächst die Wirkung von M_a (Fig. 684). Dieses ruft in A wie in B die Auflagerdrücke $+ A' - A'$ hervor, die mit den von der Hauptbelastung herstammenden algebraisch zu summieren sind. Die Kraft $-A'$ ergibt ein von Null bis M_a zunehmendes Moment, welches durch die Dreieckfläche a dargestellt und gegenüber dem Moment in Fig. 683 negativ gerichtet ist, daher nach oben aufgetragen wird. Hierdurch wird eine weitere Verbiegung verursacht, welche zu der in Fig. 683 ermittelten hinzuzuzählen ist. Wir teilen demnach das Dreieck in vertikale Streifen, multiplizieren jeden Flächeninhalt mit J_0/J und bilden die zweite Belastungsfläche $\delta F_a'$. Das zweite Kräftepolygon liefert die Endtangenten γ_a, γ_a', in deren Schnittpunkt die Resultierende der Belastungen $\delta F_a'$, d. h. $\Sigma(\delta F_a') = F_a'$ angreift und durch den Schwerpunkt S_a der Fläche F_a' hindurchgeht. Der Abstand der Resultierenden vom linken Auflager, d. h. die Strecke a ist unabhängig von der absoluten Größe des Momentes M_a.

Fig. 684.

Ähnlich verfahren wir mit M_b (Fig. d), welches ebenfalls negativ ist und uns die Resultierende im Abstande b vom rechten Auflager ergibt (Fig. e und f).

Wenn an Stelle von M_a ein anderes Moment tätig ist, so wird F_a' einfach proportional abgeändert und a bleibt, wie erwähnt, erhalten, es genügt also, wenn wir für einen einzigen Wert von M_a den Wert F_a' und a abgeleitet haben.

Die Senkrechten im Abstand a und b wollen wir die Schwerpunktslinien nennen.

Die gesamte Verbiegung ist nun die Resultante der aus den Fig. 683 und 684 entstehenden Anteile. Bekannt ist aber nur Polygon γ_2 und F', unbekannt F_a', F_b'. Wir denken uns die Belastungsflächen so übereinander gezeichnet, wie in Fig. 685 dargestellt. Wollen wir nur die Endtangenten der elastischen Linie erhalten, so können wir die Belastungsflächen F_1', F_a', F_b' in Gänze im zweiten Kräftepolygon Fig. b summieren und wir gelangen zum zweiten Seilpolygon γ'' Fig. c, wobei eine

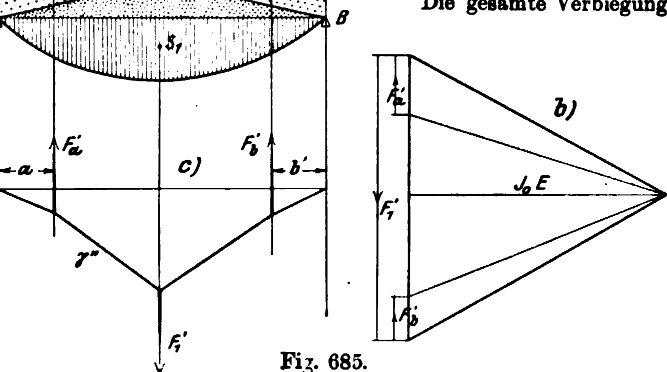


Fig. 685.

Digitized by Google

Verschiebung des Poles vorzunehmen ist, wenn wir die Endpunkte der elastischen Linie auf dieselbe Horizontale AB bringen wollen. Ebenso einfach ist es übrigens, die Abstände von der schiefen Schlußlinie zu zählen, wie sie sich ergibt.

b) Zwei aneinander grenzende Felder.

Die Bedingung, die hier zu erfüllen ist, lautet: Über der mittleren Stütze sind das Einspannungsmoment für das rechte und linke Feld, ferner die Neigung der elastischen Linie und endlich die eventuell vorhandene Einsenkung gleich groß. Es muß also das zweite Seilpolygon den in Fig. 686 durch die stark gezogenen Linien gezeichneten Verlauf aufweisen, den wir zunächst hypothetisch als richtig voraussetzen wollen.

Das im Endquerschnitt des linken Feldes B wirkende Moment greift mit entgegengesetztem Sinn (als „Reaktion") natürlich auch am linken Endquerschnitt des rechten Feldes an. Nach demselben Verfahren wie F_b' leiten wir nun aus M_b für das rechte Feld den Wert F_a'' ab. Sowohl F_b' als F_a'' sind mithin zu M_b proportional, jedoch in verschiedenem Verhältnis. Suchen wir die Resultierende dieser Belastungsflächen auf, so muß dieselbe im Schnittpunkte der angrenzenden Polygonseiten DE und FH, d. h. im Punkte G angreifen, welcher nun einem besondern Gesetz unterliegt. Wenn nämlich die Polygonseite DE in die Lage DE_1 rückt, so muß Seite FH durch den Punkt G_1, der auf derselben Vertikalen wie G liegt, hindurchgehen, da das Verhältnis der Kräfte F_b' und F_a'' sich nicht ändert. Der Abstand x ist also unveränderlich. Wir nennen die Gerade G die **„Schnittvertikale"**. Es möge nun Polygonseite DE sich um Punkt D drehen; dann entstehen auf den Vertikalen E und G zwei (perspektivische) ähnliche Punktreihen. Die Polygonseiten EF, E_1F_1 projizieren die Reihe E auf F und erzeugen dort eine Reihe, die mit G ebenfalls ähnlich ist. Die Verbindungslinien entsprechender Punkte auf G und F gehen mithin alle durch denselben Punkt, das „perspektivische Zentrum" D_1, da irgend zwei entsprechende Strahlen Dreiecke wie GG_1D_1, FF_1D_1 einschließen, die alle im gleichen Verhältnis einander ähnlich sind. Dieses Zentrum erhält man auch durch den Schnitt der Geraden DB mit irgendeiner Linie GF. Wir nennen D_1 den zu D gehörenden **Fixpunkt** und sprechen das Ergebnis in folgendem Lehrsatz aus:

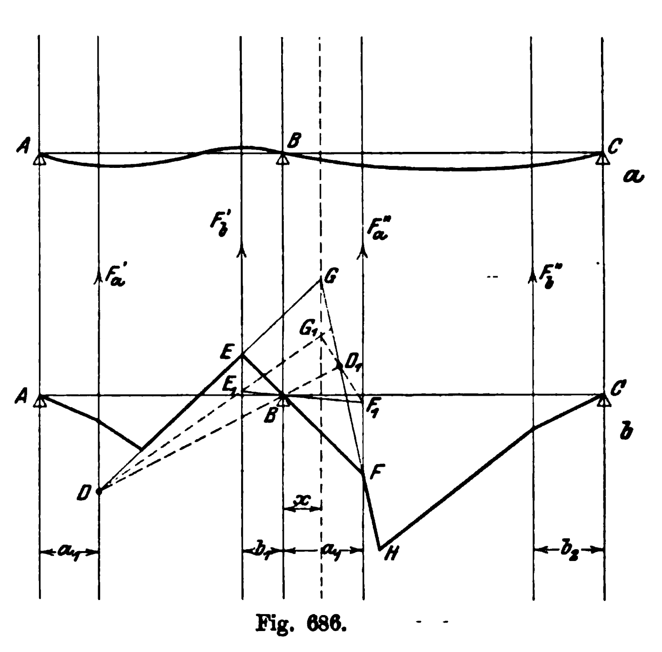


Fig. 686.

Geht eine der mittleren Polygonseiten in einem Felde stets durch einen festen Punkt, so dreht sich die angrenzende mittlere Polygonseite des Nachbarfeldes um den entsprechenden Fixpunkt.

c) Der Balken auf drei Stützen mit freien Enden.

Die Deformation durch die Fliehkraft ist nach Fig. 687 in Gestalt einer S-Linie, d. h. so anzunehmen, daß die Ausbauchung in den beiden Feldern entgegengesetzt ist, um die tiefste kritische Geschwindigkeit zu erhalten. Die Momentenfläche der Hauptbelastung hat dann die Form b. Die Reduktion auf $dF\frac{J_0}{J}$ gibt Fig. c, wo auch die Kreuzlinien eingetragen sind. Da die Enden frei sind, erhalten wir nur M_b von Null verschieden. Es werden nun mit einem zunächst willkürlichen Moment M_b in Fig. d die Momentendreiecke, sodann die Flächen der $\delta F_b'$ und $\delta F_a''$, sowie die Schwerpunkte S_b', S_a', also die Maße b_1, a_2 ermittelt. Ebenso findet man die Resultierende von F_b' und F_a'', daraus x als den Abstand des gemeinsamen Schwerpunktes.

Nun muß die erste mittlere Polygonseite im ersten Felde durch A hindurchgehen, da $M_a = 0$, also $F_a' = 0$ ist. Die zweite mittlere Seite schneidet die Vertikale durch A in einem Abstand Z, den wir aus Fig. c entnehmen. Der so erhaltene Punkt D ist ein Fixpunkt dieser Polygonseite, zu welchem wir nach der oben entwickelten Regel den entsprechenden Fixpunkt D_1 ermitteln. Ähnlich

Digitized by Google

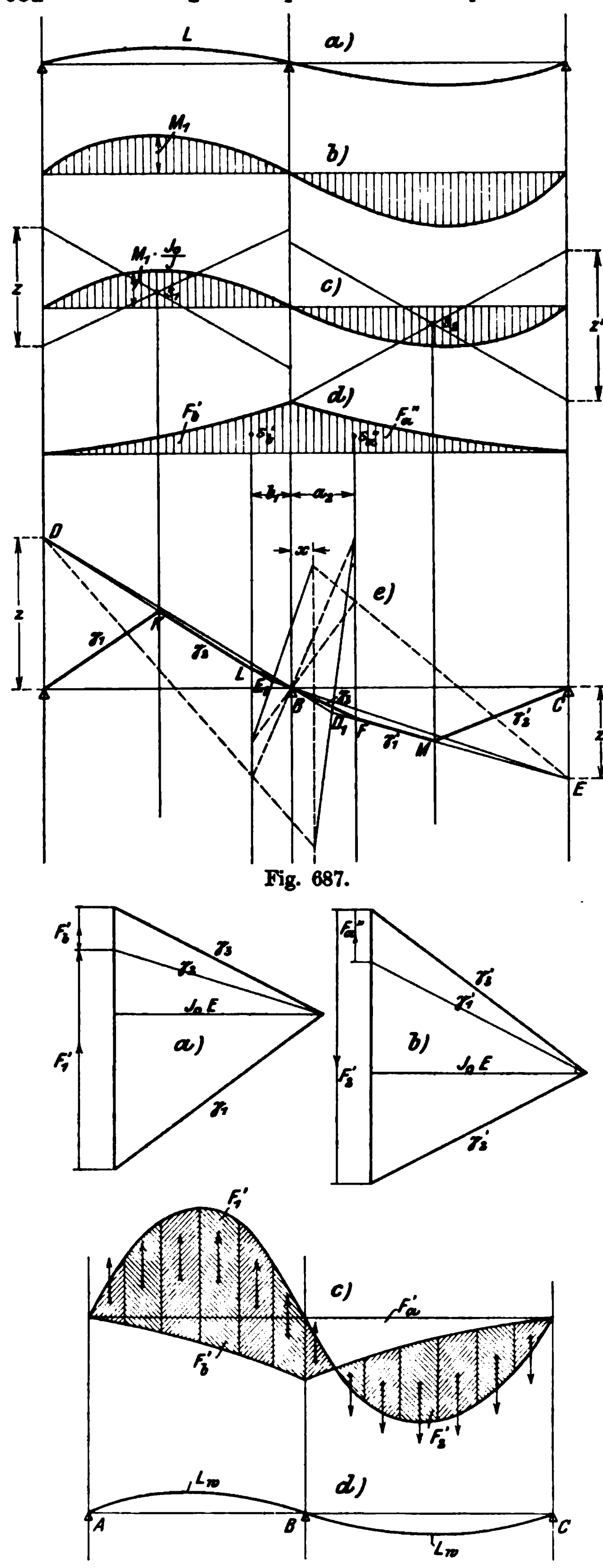


Fig. 687.

Fig. 688.

ist im zweiten Felde $M_c = 0$, also geht die zweite Kreuzlinie durch C selbst, die erste aber durch E im Abstande z' unter C, welcher Abstand der Fig. c entnommen wird. Zu E suchen wir den im ersten Felde gehörenden Fixpunkt E_1 auf und erhalten demnach durch Verbindung von D und E_1 die zweite Kreuzlinie im ersten Felde und in D_1E die erste Kreuzlinie im zweiten Felde. Der Schnittpunkt K von DE mit der Schwerlinie S_1 gibt in AK die erste Polygonseite. Ebenso liefert der Schnittpunkt L auf der Schwerlinie S_b' die dritte Polygonseite LB und analog $BFMC$ den Polygonzug im zweiten Felde.

Durch diese Betrachtung ist die wahre Lage der Seilpolygonlinien festgelegt und wir sind in der Lage, indem wir in Fig. 688 die Parallelen zu $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ ziehen, das zweite Kraftpolygon a des linken Feldes zu konstruieren. Der Abschnitt zwischen γ_1, γ_2 ist dann die Belastungsfläche F_1'; derjenige zwischen γ_2, γ_3 die gesuchte Fläche F_b'. Ähnlich finden wir in Fig. b die Fläche F_a''. Aus einer dieser letzteren finden wir endlich durch Dividieren mit der von oben her bekannten Verhältniszahl das wahre Moment M_b und die wahre Größe und Gestalt der Belastungsflächen F_b', F_a''. Diese werden mit dem richtigen Vorzeichen zu den Flächen F_1' und F_2' addiert, wodurch ein Bild wie Fig. c entsteht.

Nun erst darf und muß man diese **resultierende Belastungsfläche** in senkrechte Streifen zerlegen und mit der Poldistanz J_0E die **wahre elastische Linie** L_w aufzeichnen (Fig. d), deren Ordinaten mit y' bezeichnet sein mögen. Ist diese Kurve der ursprünglich angenommenen ähnlich, so ist die kritische Winkelgeschwindigkeit

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{y}{y'}},$$

wo YY, y' und y ähnlich gelegene Ordinaten der wahren und der angenommenen elastischen Linie bedeuten. Findet keine hinreichende Ähnlichkeit statt, so ist das Verfahren zu wiederholen. Die Lösung ist selbstverständlich schwieriger als bei der einfachen Welle, da über das Verhältnis der Biegung in den Nachbarfeldern zunächst nichts bekannt ist.

Digitized by Google

d) Welle mit mehr als drei Stützen.

In Fig. 689 ist die mutmaßliche Verbiegung *a* bei vier Feldern angegeben, welche der niedrigsten kritischen Umlaufzahl entspricht. In Fig. b sind die Belastungsflächen der zweiten Seilpolygone und ihre Kreuzlinien kenntlich gemacht. Ähnlich wie vorhin sind die Einspannungsmomente zunächst willkürlich anzunehmen und die reduzierten Momentenflächen mit ihren Schwerlinien zu zeichnen. Nun beginnt man in Fig. c mit dem Endpunkte A_1 der zweiten Kreuzlinie, dessen Abstand z_a der Fig. b entnommen wird. Zu A_1 bestimmen wir den Fixpunkt B_1 der ersten Kreuzlinie im zweiten Feld und beachten, daß nun die zweite Kreuzlinie desselben Feldes stets durch den vertikal darunter gelegenen Punkt B_2 hindurchgehen muß, dessen Abstand z_b aus Fig. b entnommen wird. In weiterer Folge gibt unsere Konstruktion den Fixpunkt C_1 der ersten Kreuzlinie

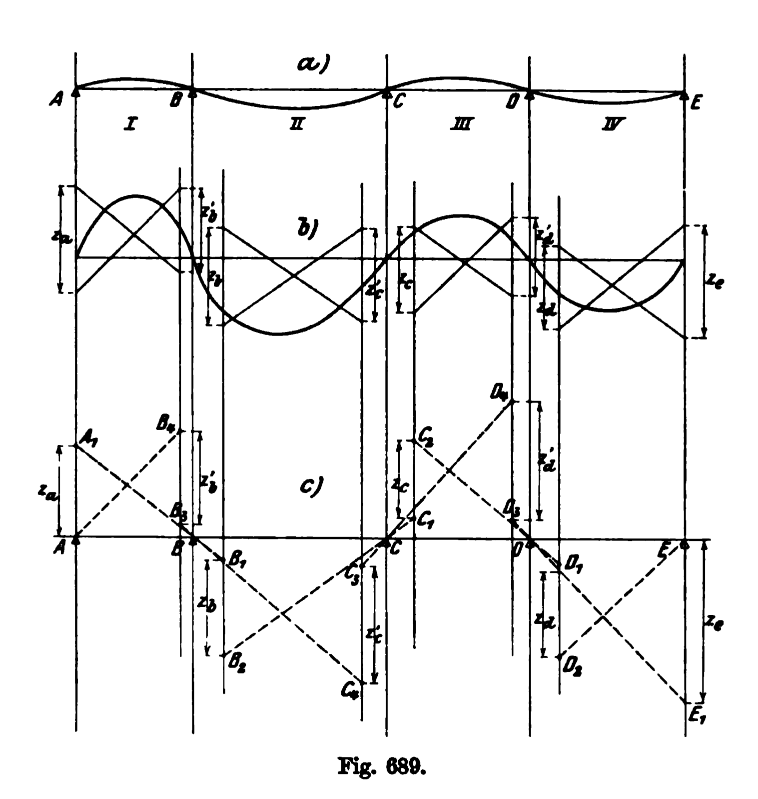


Fig. 689.

im dritten Felde. Nun bildet C_2 im Abstande z_c den Fixpunkt der zweiten Kreuzlinie und zu diesem gehört D_1 und D_2 im vierten Felde. Ebenso erhalten wir in umgekehrter Reihenfolge die Fixpunkte E_1, D_3, D_4, C_3, C_4, B_3, B_4, und der Verlauf des endgültigen Seilpolygons ist dadurch bestimmt, daß

AB_4 die erste Kreuzlinie im ersten Felde,	A_1B_3 die zweite Kreuzlinie im ersten Felde
B_1C_4 die erste Kreuzlinie,	B_2C_3 „ „ „ „ zweiten „
C_1D_4 „ „ „	C_2D_3 „ „ „ „ dritten „
D_1E_1 „ „ „	D_2E „ „ „ „ vierten „

sind. Außerdem muß die Kontrolle stattfinden, daß die benachbarten Kreuzlinien zweier Felder sich stets auf der „Schnittvertikalen“ treffen und die Zwischenpolygonseiten durch den Auflagerpunkt hindurchgehen müssen.

Nachdem dies erledigt ist, ist man in der Lage, für jedes Feld die Belastungsflächen F_b', F_a'', F_b'' usw. zu ermitteln und die wahre elastische Linie wie oben zu zeichnen.

Um passende Abmessungen der elastischen Deformation zu erhalten, wird man wie üblich nicht mit der Poldistanz J_0E, sondern mit $J_0E:n$ arbeiten, wo n eine frei gewählte große Zahl ist. Selbstverständlich erscheint dann die Ordinate der Verbiegung n-mal so groß, falls die Längen in natürlicher Größe aufgetragen würden; entsprechend kleiner bei verjüngten Maßstäben.

Digitized by Google

e) Einfluß der Schiefstellung der Scheiben.

Eine einzelne Scheibe S_1 übt, wie wir früher bewiesen haben, neben der freien Fliehkraft ein Moment im Sinne der Pfeile in Fig. 690 aus, dessen Größe durch

$$\mathfrak{M}_1 = \Theta \omega^2 \tau_1$$

gegeben ist. Hierin ist Θ das Massenträgheitsmoment der Scheibe in bezug auf die in O_1 sich projizierende (zur Bildebene senkrechte) Achse, τ_1 die Tangente des Neigungswinkels der elastischen Linie; dieser Winkel wird aus der probeweisen Annahme der elastischen Linie graphisch abgegriffen.

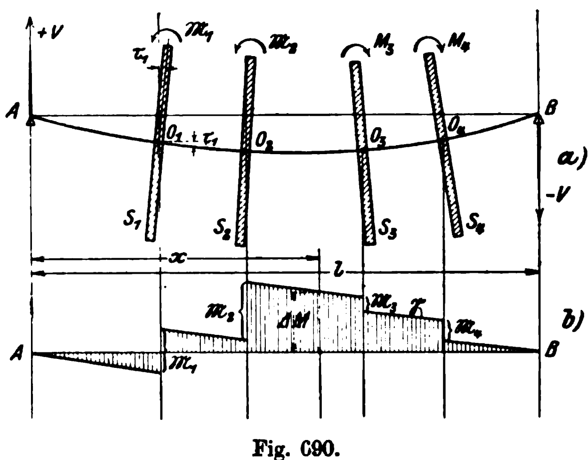


Fig. 690.

Es sei nun $A O_1 O_2 O_3 B$ die angenommene Form der elastischen Linie in einem bestimmten Felde der Welle. Zu den Momenten der in gewöhnlicher Weise berechneten Fliehkräfte, welche durch ein eigenes Polygon zu summieren sind, gesellt sich nun das Moment aus der Schiefstellung. Wir ermitteln zunächst die Gesamtsumme

$$\mathfrak{M}_0 = \Sigma \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_3 - \mathfrak{M}_4 \ldots$$

unter Rücksicht auf das veränderliche Vorzeichen von $\mathfrak{M}_1$ und beachten, daß $\mathfrak{M}_0$ zwei gleiche entgegengesetzte Auflagerdrücke erzeugt gemäß Gleichung

$$V l = \mathfrak{M}_0,$$

wo l die Spannweite des Feldes bedeutet und der Sinn von V wohl zu beachten ist. Für irgendeinen Abstand x von A findet man das zusätzliche biegende Moment

$$\Delta M = V x + \sum_0^x \mathfrak{M}_1,$$

welches in Fig. b durch die gebrochene Linie γ dargestellt wird, da beim Durchschreiten einer Scheibenebene ein Sprung um den Betrag des betreffenden Momentes entsteht. Dieses ΔM muß algebraisch dem schon ermittelten Momente M der Fliehkräfte angefügt werden, so daß wir das totale biegende Moment

$$M_t = M + \Delta M$$

erhalten. Hierauf bilden wir mit dem totalen Moment die reduzierte Belastungsfläche

$$\delta F' = M_t \Delta x \frac{J_0}{J}$$

der elastischen Linie, konstruieren die Kreuzlinien und verfahren weiter wie oben angegeben.


Digitized by Google

XI. Geschichtlicher Rückblick.

165. Ältere Vorschläge und Ausführungen.

Über die an Überraschungen reiche Vorgeschichte der Dampfturbine sind wir durch das Buch: „Roues et turbines à vapeur“ von K. Sosnowski, Paris 1897, gut unterrichtet. Das Buch bildet im wesentlichen eine Zusammenstellung älterer Patente auf Grund des Studiums Pariser Archive; ihm sind mit Genehmigung des Verfassers die meisten der nachfolgenden Beispiele entnommen.

Abgesehen von der in der Einleitung beschriebenen ägyptischen Eolipile und dem Brancaschen Rad sind bis gegen Ende des 18. Jahrhunderts keine weiteren Berichte von Belang erhalten.[1]) Mit dem Aufschwung der Kolbenmaschine wurde indes der Erfindungsgeist mächtig angeregt, und alsbald tauchte eine Flut von Patenten auf. Selbstverständlich sind diese in der überwiegenden Mehrzahl wertlos, doch gibt es vereinzelte Vorschläge, die von scharfsinnigem Erfassen der

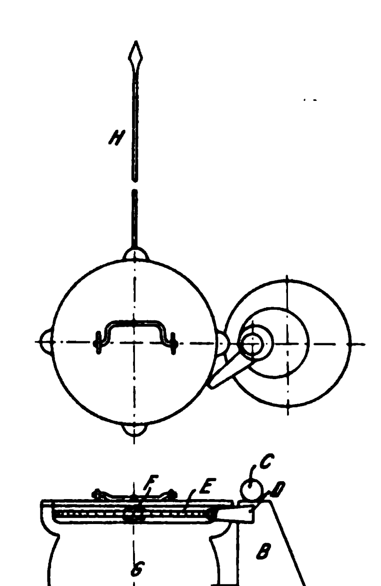


Fig. 691.

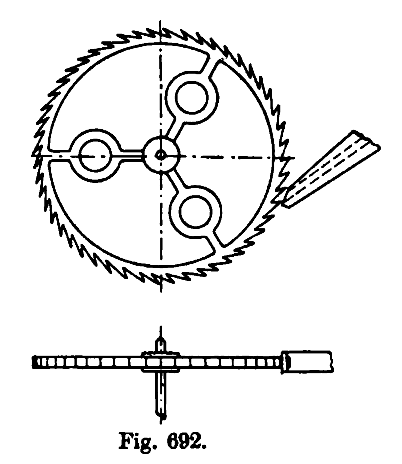


Fig. 692.

Vorgänge in der Turbine Zeugnis ablegen oder dadurch Interesse erregen, daß sie wirklich ausgeführt worden sind.

---

[1]) Eine interessante Mitteilung bringt Feldhaus in seinen „Deutsche Erfinder“, München 1898, und in der Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1908, S. 570, wonach im „Püsterich von Sondershausen“ ein Jahrhunderte altes Erzgefäß sich erhalten hat, daß als Dampferzeuger der auch von Branca benutzten Art anzusehen ist.

Digitized by Google

1791 beschreibt James Sadler eine nach Art des Segnerschen Rades gebaute Reaktionsturbine.

1792 wurde in Amerika die „Bailey Jack" genannte Aktionsturbine patentiert und nach „Power" (1908) gemäß Fig. 691 und 692 auch ausgeführt. Doch handelte es sich noch um harmloses Bratspießdrehen.

Real und Pichon konstruierten 1827 die erste vielstufige Gleichdruckturbine (Fig. 693 bis 693c). Das Laufrad besitzt allerdings nur primitive ebene

Fig. 693 a.

Fig. 693 b.

Fig. 693.

Fig. 693 c.

Schaufeln, das Leitrad *b* ist mit schiefen Bohrungen an Stelle der Düsen versehen. Die vergrößerte Skizze (Fig. 693a) zeigt, wie durch die Leitscheiben *b* einzelne Abteilungen gebildet werden, in welchen sich die Räder *g* bewegen. Die Zusammenstellung und die Zahl der Spindelabsätze läßt erkennen, daß es sich um eine 31stufige Turbine handelte.

Digitized by Google

Im Jahre 1853 legte Tournaire der französischen Akademie eine ungemein klare Beschreibung der vielstufigen Reaktionsturbine vor (Fig. 694, 694a). Er betont darin, daß die Wirkung im wesentlichen auf der Verschiedenheit der Pressungen zwischen Ein- und Austritt der Schaufeln bestehe, durch welche die relative Geschwindigkeit vergrößert wird. Der Querschnitt der Schaufel beim Eintritt müsse größer sein als beim Austritt. Er erkennt, daß die sonst notwendige sehr hohe Umfangsgeschwindigkeit durch Anwendung vielstufiger Expansion herabgesetzt werden kann.

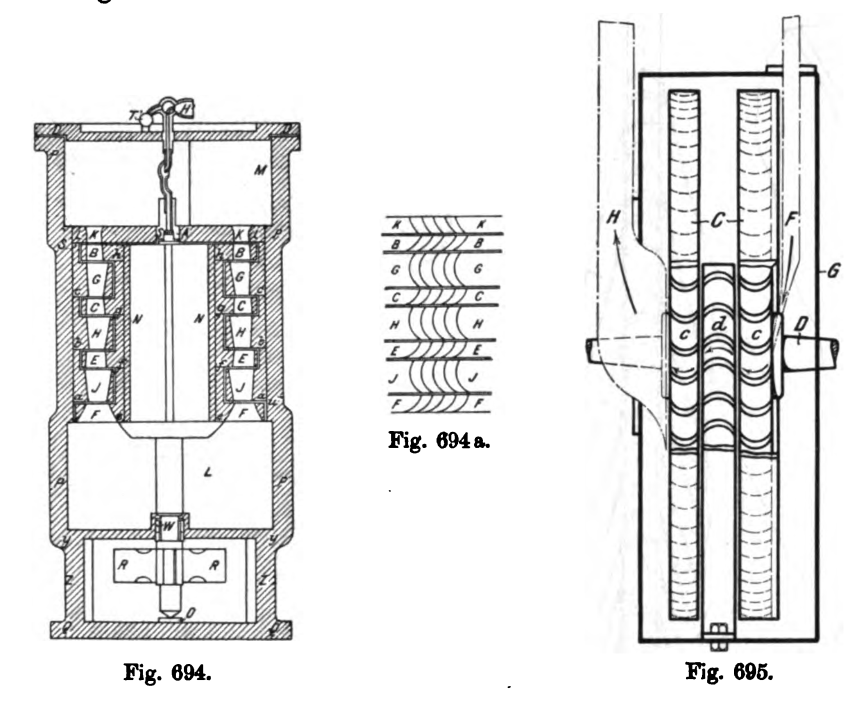


Fig. 694. Fig. 694a. Fig. 695.

Vorläufer von Curtis sind John und Ezra Harthan in ihrem englischen Patent Nr. 144 vom Jahre 1858 (Fig. 695). Die Anwendung zweier Geschwindigkeitsstufen bei Gleichdruckturbinen ist hier mit voller Klarheit wohl zum ersten Male vorgeschlagen, die Erweiterung der Querschnitte und übrigens auch die Teilung des Druckgefälles aufgezählt.

Die gleiche Idee wurde viel später, im Jahre 1864, allein in der praktisch wertlosen Form (Fig. 696), von Perrigault und Farcot patentlich geschützt.

Ein Vorläufer der Elektraturbine ist das Patent Ferranti (Fig. 697), vom Jahre 1895, in welchem indes auf die erforderliche Querschnittsvergrößerung keine Rücksicht genommen zu sein scheint.

Die Turbine von Hanssen, 1870, ist der Schaufelung nach ein vielstufiger Reaktionsmotor mit axialer Beaufschlagung. Cutler kommt 1879 mit einer relativ gut konstruierten radialen vielstufigen Turbine.

Erwähnenswert sind die Patente von Altham, 1892, die eine Turbine mit Gegenlauf des Leit- und Laufrades betreffen (Fig. 698—699a). Die in das Rad eingefrästen halbkreis-wannenförmigen Schaufelkanäle haben mehreren modernen Turbinen zum Vorbild gedient. In der letzten Figur ist *c* die Düse, *aa'* dienen zu zweifacher Umkehrung des Dampfstrahles auf das Rad, d. h. bilden Geschwindigkeitsstufen.

Die Turbine von Schulz, Fig. 700, nach dem D.R.P. Nr. 137792 (Nov. 1900) ist wohl der erste Versuch, den Achsenschub der vielstufigen Überdruckturbine in

Digitized by Google

sich auszugleichen. Zu diesem Behufe wird die Turbine in einen Hochdruck- und einen Niederdruckteil getrennt, in denen der Dampf in entgegengesetzter Richtung strömt, daher sich die Achsenkräfte bei richtiger Bemessung der Trommeldurchmesser gegenseitig aufheben. Es bedeutet *e* den Eintritt, *k* den Austritt der Hochdruck-, *h* den Eintritt, *i* den Austritt der Niederdruckseite.

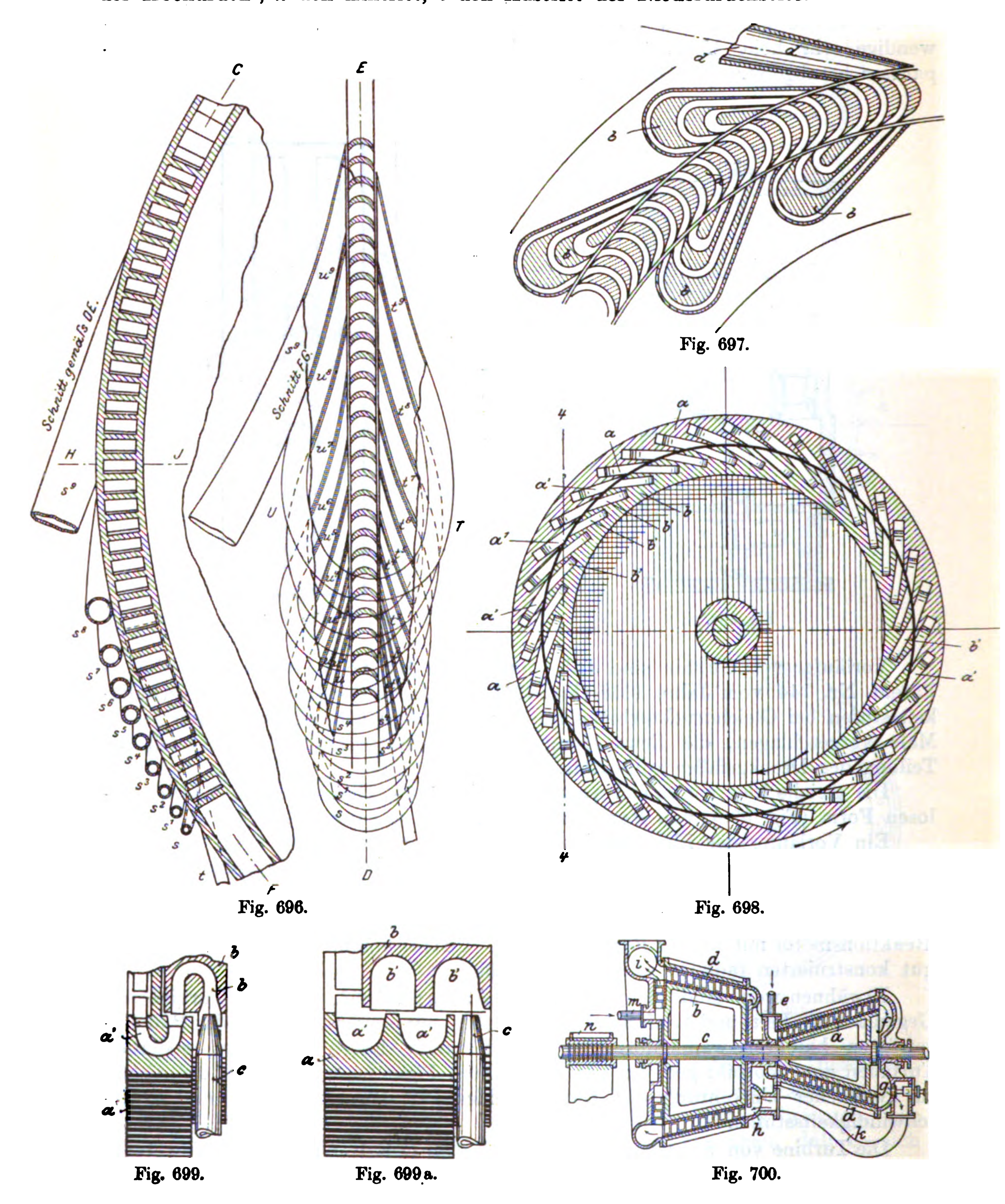


Fig. 696. Fig. 697. Fig. 698. Fig. 699. Fig. 699a. Fig. 700.

166. Neuere Dampfturbinen-Vorschläge.

a) Gegenlauf und Umsteuerungsturbinen C. A. Parsons.

Im englischen Patent Nr. 6142 vom Jahre 1902 beschreibt Parsons eine Gleichdruckturbine (Fig. 701[1]), bei der die Düsen am Umfange eines hohlen Rades angeordnet sind und eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Umfangsgeschwindigkeit erhalten, wie das Laufrad selbst. Die Wirkung ist die, als wenn die Düsen ruhten und das Laufrad mit der doppelten absoluten Geschwindigkeit rotieren würde, da die Relativbewegung in den Schaufeln bei axialer Beaufschlagung nur von der relativen Geschwindigkeit der Düse und des Laufrades abhängt. Es kann indessen die Umlaufzahl (bei gleichem Durchmesser) nicht ganz auf die Hälfte herabgesetzt werden, da, wie wir bei der Radialturbine besprochen haben,

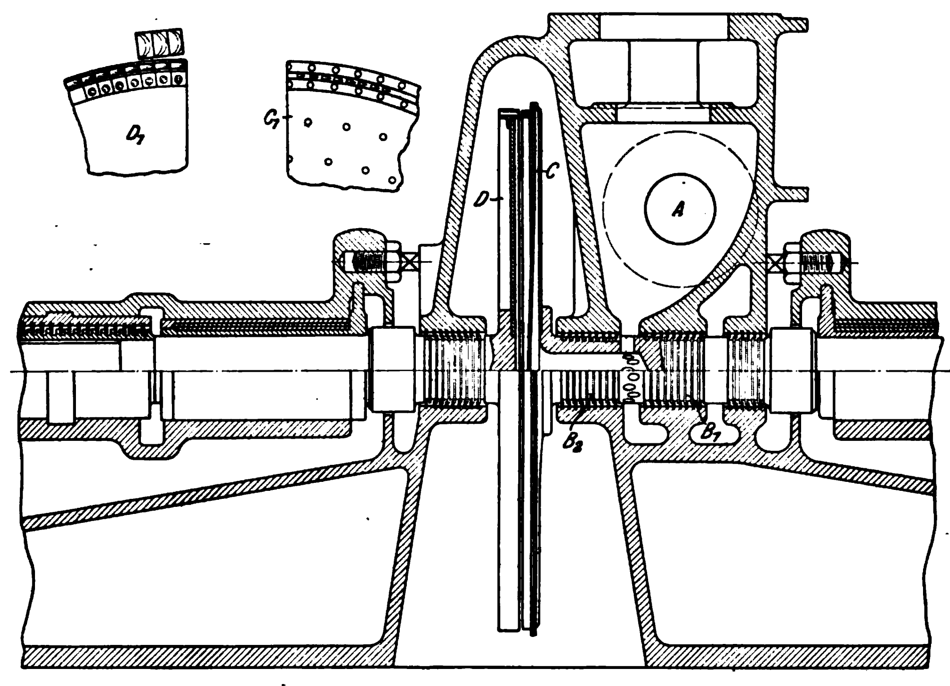


Fig. 701.

der Dampfdruck vor der Düse durch die Fliehkraft in der Zuleitungsröhre eine Steigerung erfährt, also die Ausströmgeschwindigkeit aus der Düse größer wird, als wenn das Leitrad ruhte. Der Vorteil der Herabsetzung der Umdrehungszahl wird zum Teile aufgewogen durch die Notwendigkeit, zwei Dynamomaschinen aufzustellen, an der Eintrittsstelle zwei Stopfbüchsen gegen Volldruck auszuführen und ein hohles Rad konstruieren zu müssen.

Es bedeutet A den Dampfeintritt, $B_1 B_2$ die beiden Labyrinthdichtungen, C das hohle Rad, D die Schaufeln. In der Nebenfigur stellt C_1 die Düsenmündungen, D_1 die Konstruktion der einzeln aufgenieteten Schaufeln dar.

Wesentlich verwickelter ist die Einrichtung der Turbine für Vorwärts- und Rückwärtslauf (Fig. 702). Das hohle Rad ist hier in Segmente eingeteilt, die wechselweise dem Vorwärts- und dem Rückwärtsgang dienen. Zu diesem Zwecke besitzt das Laufrad zwei Schaufelkränze, und die

[1]) Nach dem Schweiz. Patent Nr. 28711.

Digitized by Google

Düsen sind dementsprechend auf zwei verschiedenen Kreisumfängen versetzt. Die Hauptwelle ist doppelt hohl, so daß man Dampf abwechselnd in das eine und in das andere Düsensystem leiten kann.

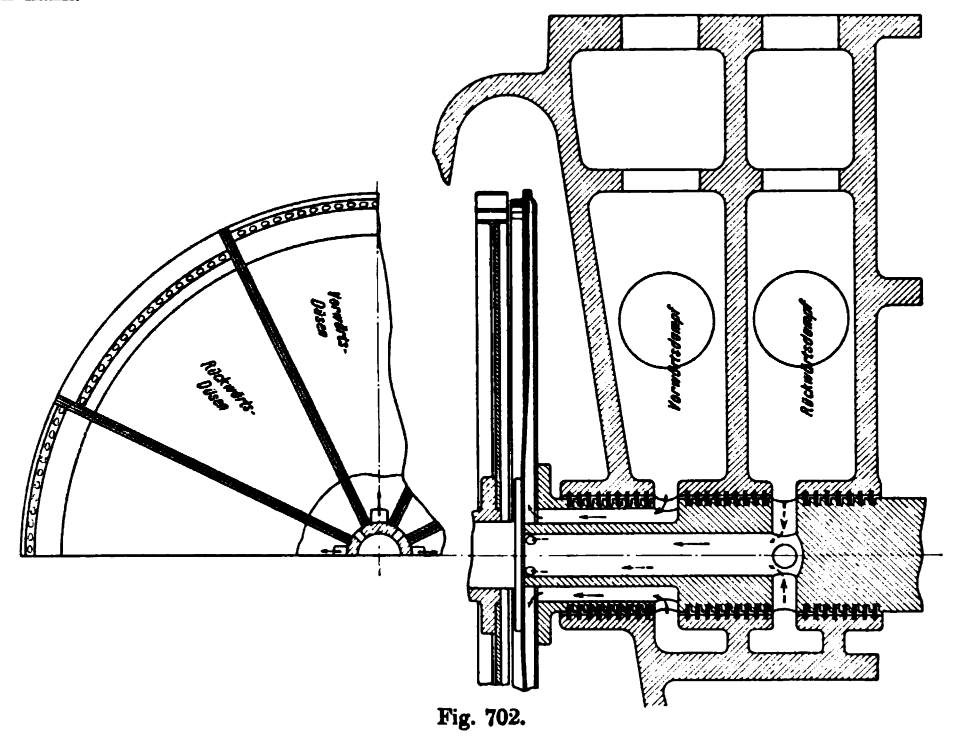


Fig. 702.

Vereinigte Dampfturbinen-Gesellschaft m. b. H., Berlin.

Eine Reihe von Patenten der Vereinigten Dampfturbinen-Gesellschaft m. b. H., Berlin, betreffen Gegenlaufturbinen der Segerschen Type. Im D. R. P. Nr. 153143 wird jede der beiden Gegenlaufturbinen mit einem Regulator versehen, der auf den Dampfeinlaß einwirkt. Die Unabhängigkeit der beiden Turbinen wird aber auf diese Weise doch nicht erreicht, so daß es geratener erscheint, die Turbinen elektrisch zu kuppeln, wie Siemens getan hat (s. w. u).

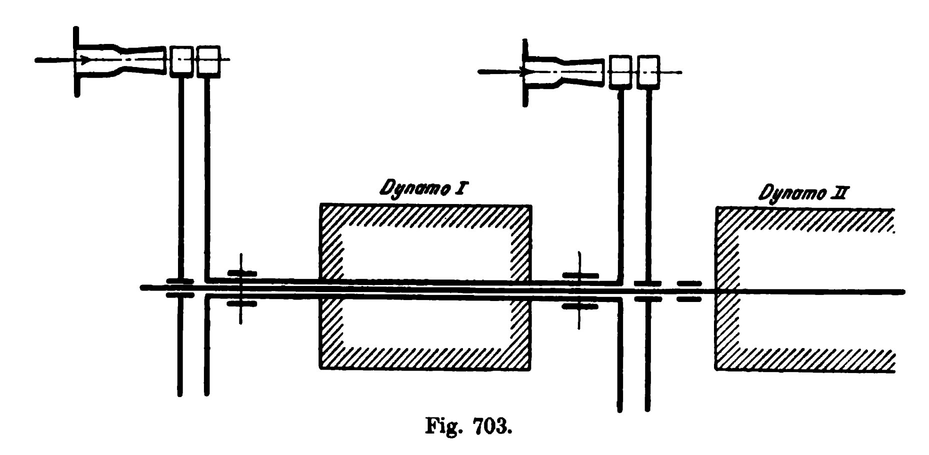


Fig. 703.

Das Patent Nr. 153251 strebt gleiche Arbeitsverteilung auf beiden Turbinen an, zu welchem Behufe einmal die Sekundärturbine eine zweite Geschwindigkeitsstufe erhält, ein andermal das Gefälle in zwei Stufen geteilt wird, wobei die zweite

Digitized by Google

Stufe lediglich durch ein auf der Welle der Sekundärturbine sitzendes Rad ausgenutzt wird.

Verwandt ist das Patent Nr. 149606 von M. Behrisch, Berlin (Fig. 703), welches eigentlich eine Doppelturbine darstellt mit zweifacher Beaufschlagung, so daß auf jeder Welle je ein Primär- und je ein Sekundärrad sitzt.

Nach Patent Nr. 157049 (Fig. 704) wird eine vielstufige Druckturbine zum Gegenlauf dadurch eingerichtet, daß man die hohle Welle in jeder Druckstufe unterbricht und so die Möglichkeit gewinnt, zwischen je zwei auf der hohlen Welle sitzenden Rädern ein auf der durchlaufenden vollen Welle aufgekeiltes Rad zu unterbringen. Die Torsionskraft der hohlen Welle wird durch Verbindungsstücke C, D am Umfange der Räder übertragen. Die erste Stufe enthält bloß zwei Gegenlaufturbinen A und B.

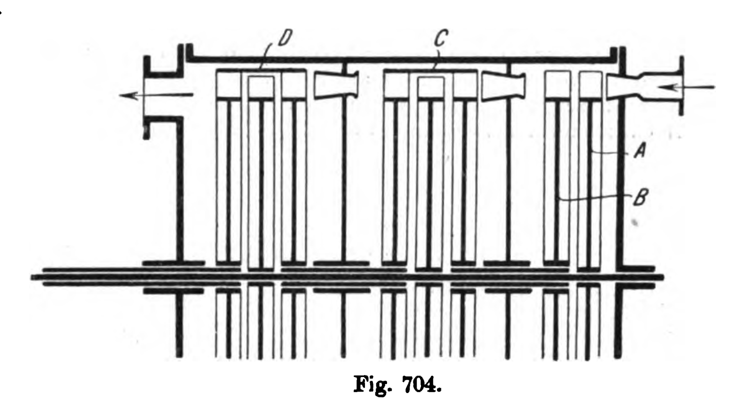


Fig. 704.

Siemens-Schuckert-Werke.

An dieser Stelle ist ein englisches Patent der Siemens-Schuckert-Werke zu erwähnen, in welchem für gegenläufige Turbinen der oben beschriebenen Art vorgeschlagen wird, die auf jeder Welle angeordneten Stromerzeuger im besonderen als Wechselstrommaschinen auszuführen und parallel zu schalten. Der bekannte Kraftaustausch der parallel arbeitenden Alternatoren sorgt dann selbsttätig für die Einhaltung gleicher Umlaufzahlen und solcher Arbeitsverteilung, daß auch die sekundäre Turbine nie durchgehen kann.

W. L. Webster.

Es fehlte nicht an Bestrebungen, den Gegenlauf selbst bei der vielstufigen Turbine einzuführen, und zwar entweder dauernd oder nur, um eine Umsteuerung zu erhalten. So wußte Engineering im Jahre 1901 zu berichten, daß englische Maschinenbauanstalten ernstlich im Begriffe seien, die Parsonsturbine durch Drehbarmachen des Gehäuses zur Umsteuerung einzurichten, wobei abwechselnd die Trommel oder das Gehäuse mit der Schraubenwelle festgekuppelt würde, während die andere Seite stehen müßte.

Die fast unausdenkbaren Schwierigkeiten einer derartigen Konstruktion werden beleuchtet durch das D. R. P. Nr. 154818 von W. L. Webster, New York (Fig. 705), welches denn auch lediglich als abschreckendes Beispiel mitgeteilt wird. Hier sind zwei Turbinen A und B ineinander geschachtelt. Der Hohlzylinder C trägt z. B. auswendig die Laufschaufeln für den Vorwärtsgang, inwendig die Leitschaufeln für den Rückwärtsgang. Wird C durch Handschrauben D_1 nach rechts in die konischen Sitze des Gehäuses B gepreßt, so kann die Innenturbine A rückwärts laufen

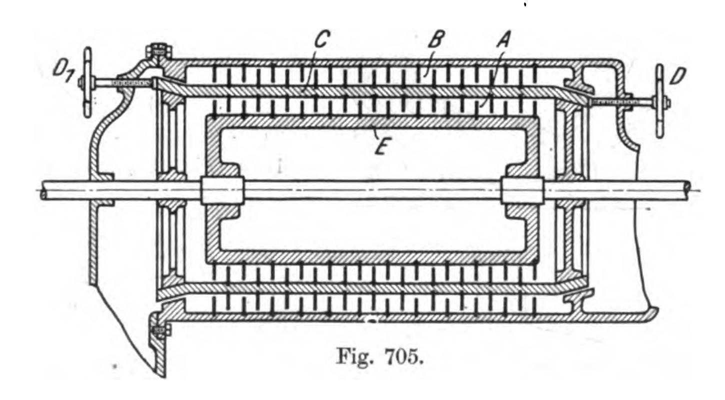


Fig. 705.

Würde Trommel E mit C fest verbunden, wozu aber Schrauben D anders angeordnet sein müßten, und führte man Dampf in Turbine B ein, so würden E und C vereinigt vorwärts laufen.

Brady hat den Gegenlauf bei mehrstufigen Radialturbinen eingeführt, was ebenfalls aussichtslos ist, schon mit Rücksicht auf die vorgeschlagene, ganz verfehlte Schaufelkonstruktion.

b) Entlastungskolben von Fullagar.[1])

Fullagar ersetzt den Entlastungskolben Parsons' durch einige ebenfalls mit Labyrinthdichtung versehene Scheiben am Niederdruckende der Turbine, welch letztere im übrigen mit der Parsonsschen Ausführung in allen Punkten identisch ist (Fig. 706 und 707). Der Druck des bei A eintretenden Frischdampfes auf die Stirnfläche der ersten Trommel wird ausgeglichen, indem der

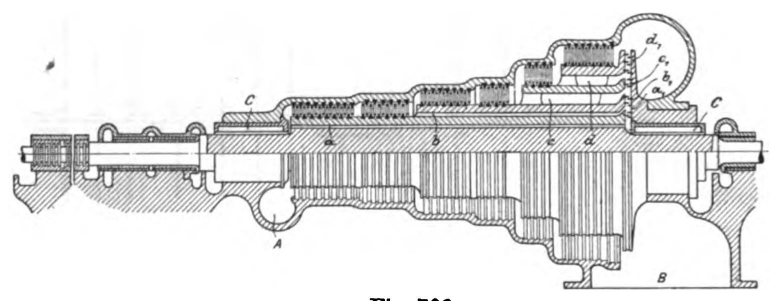


Fig. 706.

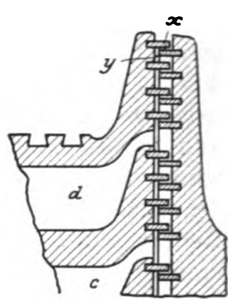


Fig. 707.

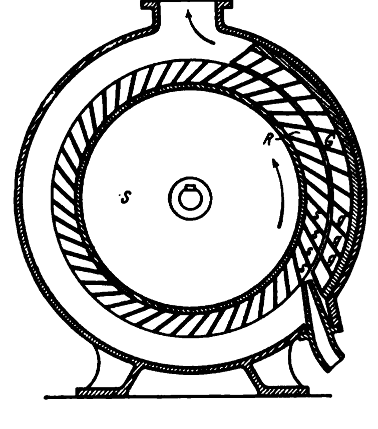
Frischdampf durch Kanal a zu einem durch die Labyrinthringe a_1 gedichteten Raum am rechten Ende der Turbine Zutritt erhält. Dasselbe ist der Fall für die zweite Trommel durch Kanal b und Labyrinthringe b_1, für die weiteren durch c, c_1 und d, d_1. Ist die Abdichtung an einer Stelle ungenügend, so kann der Dampf noch in den nächsten Turbinenabteilungen nützliche Arbeit leisten.

Die moderne Ausführung dieser in zahlreichen Varianten patentierten Idee wurde weiter oben besprochen.

Fig. 708.

Turbine von Nadrowski.

Nadrowski benutzt nach dem D. R. P. Nr. 137586 zur Regelung des Einlaufens einer Radialturbine den in Fig. 708 sichtbaren Rotationskörper, der axial verschoben wird, und ein so konstruiertes Profil besitzt, daß hierbei das Verhältnis des Querschnittes F_m an der engsten Stelle zum Endquerschnitt F_2 konstant bleibt. Der sich erweiternde ringförmige Raum würde mithin als „Düse" den Dampf stets auf den gleichen Enddruck expandieren lassen, und man gewänne eine Quantitäts-Regulierung. Leider ist bei einer praktisch ausführbaren Größe dieser Ringdüse, wenn man den Spalt nicht auf Bruchteile eines Millimeters reduzieren will, eine genügend hohe Umfangsgeschwindigkeit nicht zu erreichen.



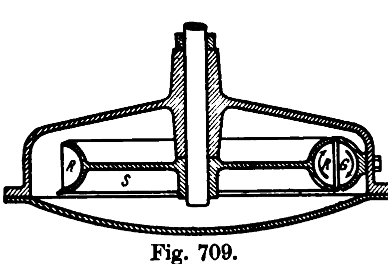


Fig. 709.

c) Spiralturbinen.

α) Die Turbine von Lilienthal

ist, wie aus der deutschen Patentschrift Nr. 54631 vom Jahre 1890 (Fig. 709) hervorgeht, eine Gleichdruckturbine mit vielen Geschwindigkeitsstufen und halbzylindrischen Schaufeln, die schräg gestellte Scheidewände haben. Der Strahl, der bei a (Fig. 710) eintritt, wird bei d_1 durch eine Umkehrschaufel gleicher Art aufgenommen und in die benachbarte Laufschaufel b geleitet. Die Gefahr, daß der primäre Dampfstrahl in a, während diese



Fig. 710.

[1]) Nach dem Schweizer. Pat. Nr. 24039 vom Jahre 1901.

Digitized by Google

Schaufel nach b vorrückt, vom sekundären Dampf in c eingeholt wird, ist wohl nicht vorhanden; hingegen war es Illusion zu glauben, daß alle die vielen Geschwindigkeitsstufen Nutzarbeit leisten könnten!

β) Turbine von Zahikjanz.

Zahikjanz[1]) arbeitet mit Reaktion und versucht es, mit einem einzigen Laufkranz den Dampf von Stufe zu Stufe expandieren zu lassen. — Der Dampfweg ist eine Art Spirale, wie bei Lilienthal, doch soll der Dampfstrahl allseitig gefaßt werden, d. h. die Lilienthalschen offenen Schaufeln werden in halbkreisförmig gebogene Kanäle verwandelt (Fig. 711).

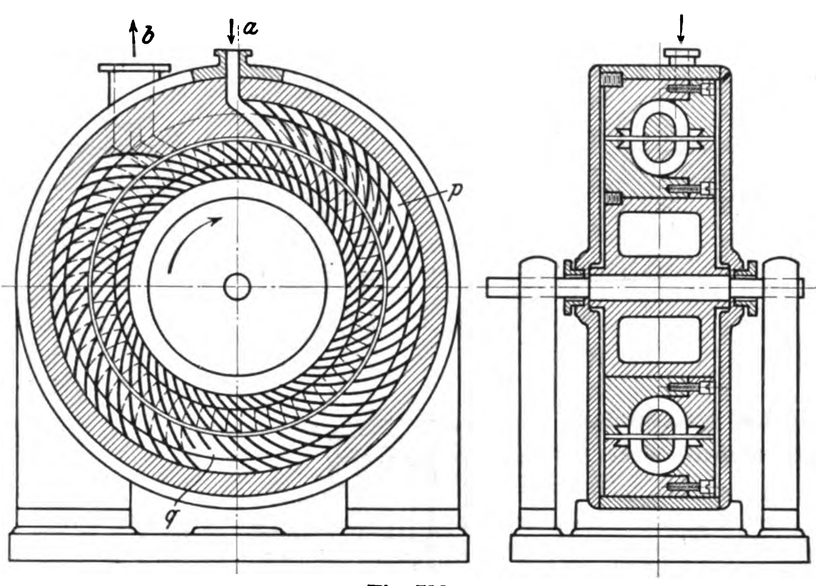


Fig. 711.

Der Dampf tritt bei a ein und durchströmt wechselweise einen Lauf und einen Leit- (oder Umkehr-)Kanal. Um der Volumenzunahme während der Expansion Rechnung zu tragen, wird von der Stelle p an der Dampfstrom in zwei Laufkanäle zugleich geleitet und zirkuliert durch doppelte Querschnitte weiter. Von q ab nimmt er je drei Kanäle gleichzeitig in Anspruch.

Die Zahikjanz-Turbine arbeitet mit sehr großen Undichtheitsverlusten. Zunächst ist im Spalte ein vom Auspuffende an steigender, bis zur vollen Differenz der Kessel- und der Auspuffspannung wachsender Überdruck vorhanden.

Ganz schlimm geht es in der Stellung Fig. 712 zu, da hier die Scheidewände der Laufschaufeln auf die Mitte der Leitkanäle fallen, wodurch eine durchlaufende Verbindung hergestellt wird und der Dampf nahezu durch den halben Kanalquerschnitt, ohne Arbeit zu leisten, von Zelle zu Zelle strömen kann. Dies bedingt selbstverständlich ungeheure Dampfverluste. Wollte man dem Übelstande durch Verdickung der Scheidewände begegnen, so nähme man den ebenso großen Nachteil in Tausch, daß die Einströmung in die Kanäle periodisch ganz oder nahezu unterbrochen würde, womit Dampfstöße und große Energieverluste gegeben sind.

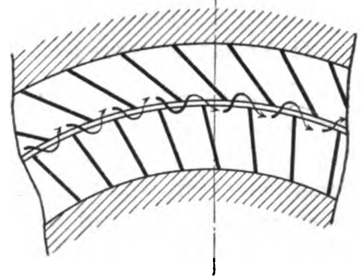


Fig. 712.

d) Schaufelung von Westinghouse.

Fig. 713[2]) stellt einen Versuch dar, die Schaufeln einer Gleichdruckturbine aus dem Vollen mit der Maschine herauszuarbeiten. Durch Bohrer mit gerundeten Köpfen soll mitten im Kranz ein

[1]) Bekannt durch die schon von Grashof lobend angeführten theoretischen Untersuchungen über die Druckwirkung des Wasserstrahles in Turbinenschaufeln.

[2]) Nach Sceweiz. Patent Nr. 30246.

Digitized by Google

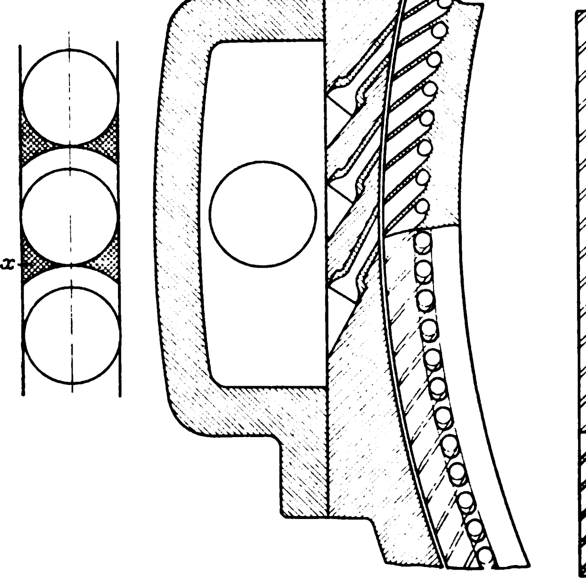
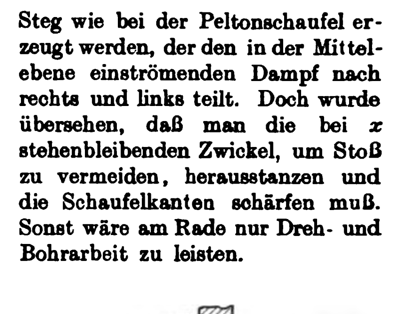


Fig. 713.



Steg wie bei der Peltonschaufel erzeugt werden, der den in der Mittelebene einströmenden Dampf nach rechts und links teilt. Doch wurde übersehen, daß man die bei x stehenbleibenden Zwickel, um Stoß zu vermeiden, herausstanzen und die Schaufelkanten schärfen muß. Sonst wäre am Rade nur Dreh- und Bohrarbeit zu leisten.

e) Die Löffelschaufelung der Maschinenfabrik Grevenbroich

verdient Erwähnung wegen der eigenartigen Dampfführung (Fig. 714).[1]) Nach dem Verlassen der Dampfdüse c tritt der Dampf in die Löffelschaufel b, die den Dampf in die Umkehrschaufel d hinüberleitet, wo er von der Löffelschaufel b_1 aufgenommen wird. Dieselbe Dampfführung ist mit radialer Beaufschlagung in Fig. 715 dargestellt, wobei der Fräsarbeit halber der Außenkranz wohl getrennt aufgeschoben zu denken ist.

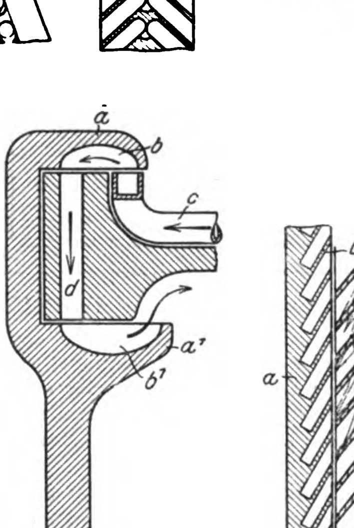


Fig. 714.

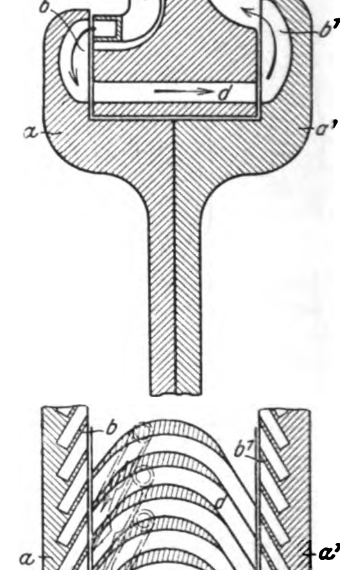


Fig. 715.

f) Verfahren von Dolder.[2])

Dolder schlägt ein Verfahren vor, welches ähnlich wie bei Lindmark auf der Rückverwandlung der kinetschen in potentielle Energie beruht. Der hochüberhitzte Dampf soll z. B. in einer Düse bis auf den Kondensatordruck expandieren, aber im Laufrade nur einen Teil der Strömungsenergie abgeben. Die Turbine soll also einerseits langsam laufen, andererseits große Austrittswinkel erhalten. Dem austretenden Dampf wird unter tunlichster Wahrung seiner kinetischen Energie in einem Kühlkörper eine gewisse Wärmemenge entzogen. Hierauf soll er sich in einer Düse durch die eigene lebendige Kraft auf den Anfangsdruck verdichten.

In der (nicht maßstäblichen) Fig. 716 ist die Entropiedarstellung des Vorganges bei Voraussetzung reibungsloser Bewegung wiedergegeben. $A_1 A_2$ ist die adiabatische Expansion; beim Kondensatordruck p_2 muß die Wärmemenge

$$A_2 A_0 B_0 B_2 = Q_2$$

[1]) D. R. P. Nr. 156273.

[2]) Schweiz. Bauzeitung, Januar 1904.

Digitized by Google

entzogen werden, so daß im Zustand B_2 die dem Dampfe innewohnende lebendige Kraft hinreicht, ihn auf p_1 zu verdichten. Zu diesem Behufe ist nach früherem notwendig, daß diese lebendige Kraft in Wärmemaß der Fläche

$$CDB_1B_2 = Q_a$$

gleich sei. Die ursprüngliche kinetische Energie vor dem Rade ist dem Inhalte der Fläche CDA_1A_2C gleich, und es folgt, daß der Prozeß die Fläche

$$B_1A_1A_2B_2B_1 = Q_i$$

in indizierte Arbeit umgewandelt hat.

Dieser theoretisch interessanten Idee, welche eine Luftpumpe entbehrlich machen würde, stellt sich als Hindernis entgegen, daß die Strömung mit Widerständen verbunden ist, die lebendige Kraft aufzehren, so daß man B_2 nach links verschieben, d. h. mehr Wärme, als oben angenommen, entziehen muß. Hierdurch wird der Wirkungsgrad schon rein theoretisch bedeutend herabgezogen. Wichtiger ist, daß es nach unseren Versuchen fraglich erscheint, ob, sei es in der konvergenten, sei es in der divergenten Düse, so bedeutende Verdichtungen, wie sie hier gefordert werden, überhaupt ohne Dampfstoß erzielbar sind. Endlich wird sich der Dampf bei der Wärmeentziehung immer nur örtlich an den Kühlflächen niederschlagen, und diese kondensierten Teile werden ihre Geschwindigkeit nahezu ganz einbüßen. Der zurückbleibende (zu wenig nasse) Dampf ist indessen auch bei reibungsfreier Bewegung nicht imstande sich von B_2 auf B_1 zu verdichten, da hierzu vielmehr die ganze, dem Zustande B_2 entsprechende Dampfnässe in mikroskopisch feiner Verteilung mit gleicher Geschwindigkeit im Dampfe mitströmen müßte. Auch wenn wir uns in das Gebiet reiner Überhitzung begeben, d. h. B_2 auf die Grenzkurve verlegen, wo der Wirkungsgrad noch höher würde, wird sich an den Kühlflächen unweigerlich Kondensat niederschlagen. Aus diesen Gründen ist das Verfahren praktisch aussichtslos.

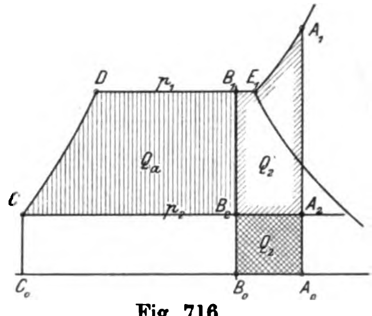


Fig. 716.

g) Turbine von Rademacher.

Rademacher beschrieb in der Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1909, Oktober, ein Arbeitsverfahren für Turbinen, das mit dem von Lindmark Ähnlichkeit besitzt. Das wesentliche Merkmal besteht darin, daß die Ausströmgeschwindigkeit aus dem Leitrade über der Schallgrenze liegen soll, ohne daß man erweiterte Düsen anwenden würde. Es wird also eine freie Expansion im Spalt zwischen Leit- und Laufrad vorgesehen. Im weiteren soll der Dampf beim Eintritt in die Laufschaufel durch geeignete Querschnittserweiterung verdichtet werden, damit die relative Geschwindigkeit tunlichst klein wird. Am Ende der Laufschaufel findet wieder Expansion statt, und nach Verlassen des Rades tritt der Dampfstrom in einen Diffusor ein, worauf der Rundgang durch das Laufrad mehrere Male wiederholt wird.

Die Expansion im Spalt wird, wie wir oben besprochen haben, von der General Electric Co. angewendet, bietet also nichts Neues dar. Rademacher scheint die Versuche von Prandtl überhaupt nicht zu kennen, daher in seinen Erörterungen manches Unzutreffende enthalten ist. Das Verfahren bedingt eine außerordentlich genaue Lage des Laufrades gegen das Leitrad, wenn Undichtheiten und Stöße vermieden werden sollen; infolge der partiellen Beaufschlagung ist es in den ein- und austretenden Schaufeln mit erheblichen Verlusten verbunden und wird daher die Ökonomie der führenden Systeme kaum erreichen können.

167. Problematische und verfehlte Ideen.

Aus der großen Menge von zweifelhaften Vorschlägen für Arbeitsverfahren und Konstruktion von Dampfturbinen, die in Patentschriften und anderwärts niedergelegt sind, können wir an diesem Orte selbstverständlich nur einige besonders kennzeichnende Beispiele herausgreifen, die noch in irgendeiner Beziehung eine Anregung gewähren.

Digitized by Google

a) Die Mischungsturbine.

Eine Idee, die trotz ihrer Hinfälligkeit die Erfinder immer wieder anzieht, ist: Die Geschwindigkeit des Dampfes durch Beimischung von Flüssigkeiten oder Gasen bzw. Dämpfen herabzusetzen, daher die Bezeichnung „Mischungsturbine" gestattet sein mag. Ein besonders belehrender Versuch dieser Art wurde von Escher, Wyß & Cie. durchgeführt, indem man Quecksilber in den expandierenden Dampfstrahl einspritzte. Der Versuch scheiterte, abgesehen von anderem, schon daran, daß sich das fein verstäubte Quecksilber mit dem Kondensate bis zur Unzertrennlichkeit innig mischte. In Fig. 717 ist der Vorschlag von Piguet (1894) abgebildet, bei welchem in einer Art von Injektor die Beimengung der fremden Stoffe vor sich gehen soll. Der Erfinder übersah, daß die Mischung gewissermaßen nach den Gesetzen des unelastischen Stoßes vor sich geht, und daß man, wenn die Geschwindigkeit erheblich herabgesetzt werden soll, Verluste an lebendiger Kraft in den Kauf nehmen muß, die $^1/_2$ bis $^3/_4$ der verfügbaren Arbeit erreichen.

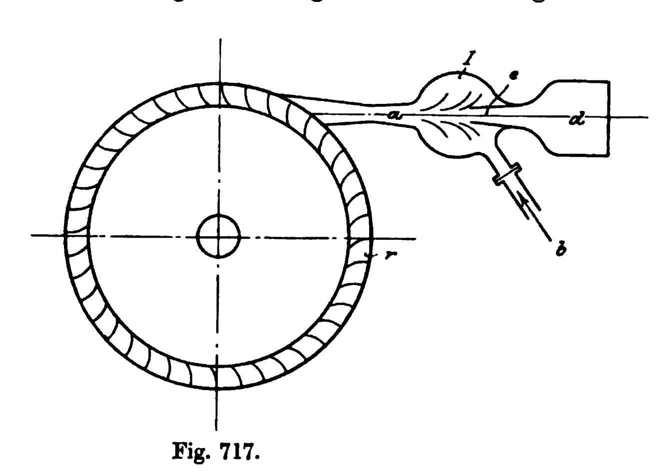


Fig. 717.

Die Beimischung von Flüssigkeiten muß neben dem Stoßverlust auch eine schlechte Wirkung in der Schaufel ergeben, da die einzelnen Tropfen des „Staubregens" bei der scharfen Bahnkrümmung aus der Dampfmasse ausscheiden werden.

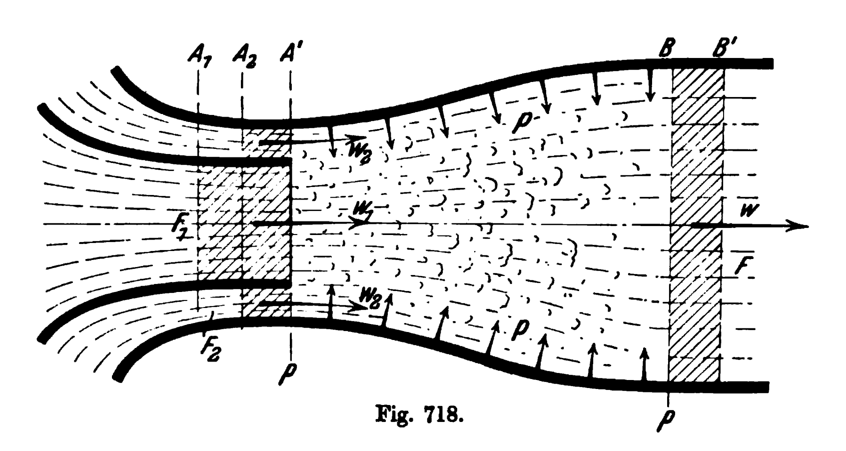


Fig. 718.

Es genügt also, die Mischung zweier gleichartigen Dämpfe an Hand der schematischen Mischvorrichtung (Fig. 718) zu betrachten, indem wir bei A_1 durch die innere Düse mit dem Querschnitt F_1 die eine, — und bei A_2 durch die äußere mit dem Querschnitt F_2 die andere Dampfart in den Mischraum eingeführt denken. Im Beharrungszustand seien w_1, w_2 die Eintrittsgeschwindigkeiten, p die gemeinsame Pressung. Wir weisen weiter unten nach, daß wenn der Mischraum zylindrisch ist, die Pressung während der Mischung steigt. Es ist mithin wahrscheinlich, daß sich eine geeignete Erweiterung des Profils AB ausfindig machen läßt, bei der die Pressung unveränderlich bleibt. Nehmen wir an, daß die Form

Digitized by Google

der Figur dieser Bedingung entspricht und betrachten wir den Vorgang, der sich während eines Zeitelementes dt abspielt. Durch F_1 tritt die Masse $A_1 A'$ d. h. $G_1 dt/g$, durch F_2 ebenso $A_2 A'$ d. h. $G_2 dt/g$ in den Mischraum, wenn G_1, G_2 die sekundlichen Gewichte bedeuten. Durch F strömt BB' d. h. $G dt/g$ ab, wenn $G = G_1 + G_2$ ist. Wir nehmen an, daß an dieser Stelle die Wirbelung sich vollständig ausgeglichen hat, und die gleichmäßige Geschwindigkeit w herrscht. Auf irgendein Massenelement dm wirke in der Achsenrichtung die Kraft dP_x, so daß die Gleichung

$$dm \cdot dw_x = dP_x \cdot dt$$

besteht. Die Summation über alle Elemente, die zwischen $A_1 A_2$ einerseits, B anderseits eingeschlossen sind, liefert in $\sum dm dw_x$ die Zunahme der Bewegungsgröße dieser Masse, die aber, da die Bewegungsgröße der zwischen A' und B befindlichen Teile zu Anfang und zu Ende des Zeitelementes dieselbe ist, durch

$$\frac{G dt}{g} w - \left(\frac{G_1 dt}{g} w_1 + \frac{G_2 dt}{g} w_2\right) = \sum dt dP_x$$

ausgedrückt werden kann. Die rechtsseitige Summe, d. h. $dt \sum dP_x$, liefert den „Antrieb“ als Produkt aus dt und sämtlichen in der Achsenrichtung auf die betrachtete Masse wirkenden Kraftkomponenten. Die inneren Kräfte heben sich als „Aktion“ und „Reaktion“ gegenseitig weg, und die äußeren, d. h. die in den Schnitten A_1, A_2, bzw. B und in der Mantelfläche $A'B$ wirkenden Oberflächendrücke liefern die Resultierende Null, da der Voraussetzung nach die spezifische Pressung überall denselben Wert p besitzt. Es bleibt mithin als erste Beziehung

$$Gw - (G_1 w_1 + G_2 w_2) = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Nun liefert der Energiesatz (wie man im Anschluß an die Entwickelungen des Abschn. 49 leicht nachweist) die Gleichung

$$G_1\left(i_1 + A\frac{w_1^2}{2g}\right) + G_2\left(i_2 + A\frac{w_2^2}{2g}\right) = G\left(i + A\frac{w^2}{2g}\right) \quad \ldots \quad (2)$$

und die Stetigkeit

$$Gv = Fw \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Durch Gl. (1 bis 3) sind die Unbekannten w, i, F des Zustandes in B bestimmt, und zwar so, daß Gl. (1) die Geschwindigkeit w unmittelbar ergibt, worauf man i aus Gl. (2) rechnet. Nachdem durch i der Wärmezustand, also auch v bestimmt ist, dient Gl. (3) zur Auffindung der unbekannten F. Formel (1) ist aber die gleiche, die für den unelastischen Stoß der Gewichte G_1 und G_2 gilt, d. h. **die kinetische Energie erleidet während der beschriebenen Mischung einen Verlust wie beim unelastischen Stoß.** Außerdem tritt selbstverständlich die oben vernachlässigte **Reibung an der Wand** hinzu. Der eigentliche Mischungsverlust Z berechnet sich zu

$$Z = \frac{1}{2}\left(\frac{G_1}{g} w_1^2 + \frac{G_2}{g} w_2^2\right) - \frac{1}{2}\frac{G}{g} w^2 = \frac{G_1 G_2}{G}\frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} \quad \ldots \quad (4)$$

und aus Gl. (2) folgt

$$Z = [Gi - (G_1 i_1 + G_2 i_2)]\frac{1}{A} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4a)$$

oder: der Verlust an kinetischer Energie dient zur Erhöhung des Wärmeinhaltes. Es wird hierdurch bei überhitzten Dämpfen oder Gasen die Temperatur gehoben, und um die Energie des Gewichtes vollkommen auszunützen, sollte ein geeigneter Prozeß durchgeführt werden, durch den noch etwas Arbeit gewonnen werden könnte. Doch dürfte das Obige zum Nachweise der Behauptung genügen, daß die Mischung mit großen Verlusten verbunden ist.


Digitized by Google

Findet man die Annahme konstanter Pressung nicht ganz einwandfrei, so kann man die Mischung in der Vorrichtung (Fig. 718a), welche mit **zylindrischem Mischraum** arbeitet, vor sich gehen und das Gemisch nachher weiter expandieren lassen. Bezeichnen wir den Druck im Querschnitt A' mit p_0, in B mit p, während

$$F_1 + F_2 = F \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

ist, so ändert sich an obiger Ableitung nur der „Antrieb", indem die axiale Kraftkomponentensumme den Wert $F(p_0 - p)$ besitzt. Mithin lautet Gl. (1)

$$Gw - (G_1 w_1 + G_2 w_2) = Fg(p_0 - p) \quad \ldots \ldots \quad (1a)$$

Gl. (2) und (3) bleiben unverändert und dienen mit (1a) zur Bestimmung der Unbekannten p, v, w.

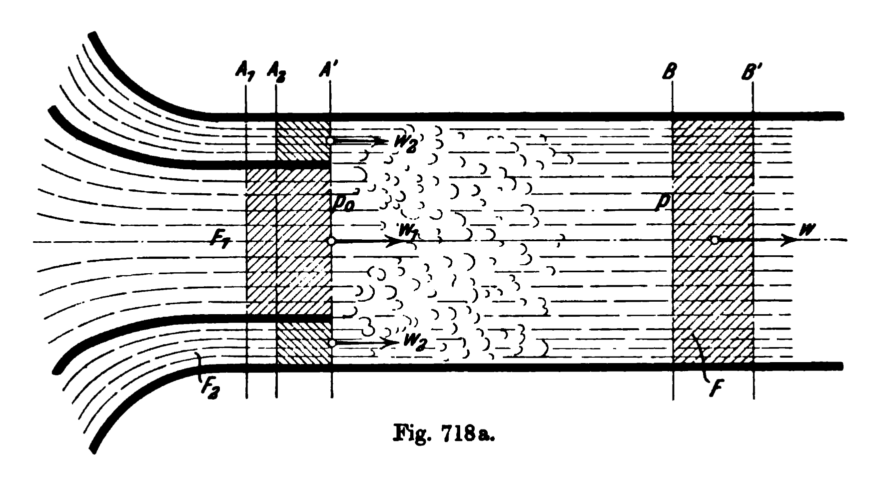


Fig. 718a.

Man könnte auch die Reibung an der Wand des Mischraumes in die Rechnung leicht einführen, was in Gl. (1a) durch Auftreten eines Gliedes mit dem Quadrate der Geschwindigkeit zum Ausdrucke kommen würde. Um indessen einen Einblick in die interessanten Vorgänge der Mischung zu erhalten, wollen wir die Formeln nicht überladen, sondern eher vereinfachen, indem wir als **Mischflüssigkeiten zwei gleichartige Gase** voraussetzen. In diesem Falle bleibt Gl. (1a) unverändert, während mit $i = c_p T +$ konst. die Gleichung der Energie die Form annimmt:

$$G_1\left(c_p T_1 + A\frac{w_1^2}{2g}\right) + G_2\left(c_p T_2 + A\frac{w_2^2}{2g}\right) = G\left(c_p T + A\frac{w^2}{g}\right) \quad . \; . \quad (2a)$$

Hierbei bedeuten T_1, T_2 die Temperaturen beim Drucke p_0 vor der Mischung, T die Temperatur beim Drucke p nach der Mischung. Indem wir die abkürzenden Bezeichnungen

$$\left.\begin{aligned} G_1 w_1 + G_2 w_2 &= Bg \\ G_1\left(T_1 + A\frac{w_1^2}{2g}\right) + G_2\left(T_2 + A\frac{w_2^2}{2g}\right) &= E \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

einführen, worin B offenbar die anfängliche Bewegungsgröße und E die anfängliche „technische" Energie bedeuten, und indem wir die Zustandsgleichung

$$pv = RT$$

herbeiziehen, lauten Gl. (1a, 2a, 3) wie folgt:

$$Gw - Fg(p_0 - p) = Bg \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Digitized by Google

$$G\left(c_p T + A\frac{w^2}{2g}\right) = E \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

$$GRT = Fwp \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Wir ermitteln aus (7) und (9)

$$p = p_0 + \frac{Bg - Gw}{Fg}; \qquad T = \frac{Fwp}{GR} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

und setzen diese Werte in Gl. (8) ein, wodurch

$$\left(\frac{c_p}{Rg} - \frac{A}{2g}\right)w^2 - (B + Fp_0)\frac{c_p}{GR}w + \frac{E}{G} = 0 \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

zur Berechnung von w entsteht. Es sei

$$\frac{c_p}{Rg} - \frac{A}{2g} = \alpha; \qquad (B + Fp_0)\frac{c_p}{GR} = 2\beta; \qquad \frac{E}{G} = \gamma \quad \ldots \quad (12)$$

so erhalten wir als Auflösung

$$\left.\begin{aligned} w' &= \frac{1}{\gamma}\left(\beta + \sqrt{\beta^2 - \alpha\gamma}\right) \\ w'' &= \frac{1}{\gamma}\left(\beta - \sqrt{\beta^2 - \alpha\gamma}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

Die Gl. (10) liefern dann zugehörige Wertpaare von T und p.

Es stellt sich in dieser fertig ausgerechneten Gestalt das überraschende Resultat heraus, daß unser **Mischungsproblem zwei Lösungen zuläßt.** Die erste davon, mit w' in Formel (13), stellt einen Zustand mit großer Geschwindigkeit, kleiner Druck- und Temperaturerhöhung dar. Bei der zweiten ist die Geschwindigkeit kleiner, die Druck- und Temperatursteigerung größer. Beide Lösungen sind auch im allgemeinen physikalisch möglich, d. h. es treten weder imaginäre noch negative Werte auf. Bei näherer Überlegung erkennt man, daß dem auch so sein müsse. Angenommen, wir hätten nur eine Lösung abgeleitet, so besteht für den Gasstrom hinter dem Mischorte im allgemeinen die Möglichkeit, sich durch einen Gasstoß zu verdichten. Es stellt also die erste Lösung eine Mischung ohne Verdichtungsstoß, die zweite eine Mischung mit Stoß dar. Der Verdichtungsstoß ist aber nicht zu verwechseln mit dem Reibungsstoß während der Mischung. Letzterer findet immer statt, **ersterer ist bloß möglich, falls die Geschwindigkeit des Stromes über der Schallgeschwindigkeit liegt, und wird nur eintreten, wenn wir den geeigneten Gegendruck eingestellt haben.**

Beispiel. Luft von atmosphärischer Pressung und 2000° abs. Temperatur expandiere adiabatisch in ein Vakuum von 0,1 kg/qcm Druck und werde dort mit Luft gemischt, die ebenfalls von 1 Atm. auf 0,1 Atm. expandiert hat, um hierdurch auf die gewünschte große Geschwindigkeit beschleunigt zu werden. Die Anfangstemperatur der Zusatzluft sei 300° abs. Man findet $w_1 = 1382$ m/sek, $T_1 = 1036$, $w_2 = 535$ m/sek, $T_2 = 155{,}4$ und muß nun die Querschnitte so rechnen, daß die gewollten Luftmengen hindurchgehen. Setzen wir $G_1 = 1$ kg, $G_2 = 0{,}2$ kg, so erhalten wir α) ohne Verdichtungsstoß $w' = 1182$ m, $p' = 0{,}132$ kg/qcm, $T' = 1017$; β) mit Stoß $w'' = 488$ m, $p'' = 0{,}502$ kg/qcm, $T'' = 1599$. Um zu erkennen, welche Verluste die Mischung verursacht hat, berechnen wir (wie bei der mehrstufigen Druckturbine) die Vermehrung der Entropie aller an dem Vorgang beteiligten Körper, d. h. sowohl von G_1 wie von G_2 und multiplizieren den Entropiezuwachs mit der absoluten Temperatur T_0 der Umgebung, z. B. 300°. Der Entropiezuwachs ist

$$\varDelta S = G_1\left(c_p \lg n \frac{T}{T_1} - AR \lg n \frac{p}{p_1}\right) + G_2\left(c_p \lg n \frac{T}{T_2} - AR \lg n \frac{p}{p_2}\right),$$

wobei $p_1 = p_2 = 1$ kg/qcm den Anfangsdruck bedeutet. So erhalten wir für den Fall α) $\varDelta S \cdot T_0 = 19{,}5$ WE, für β) $\varDelta S \cdot T_0 = 25{,}0$ WE. Die Mischung mit Verdichtungsstoß ist also unökonomischer als diejenige ohne Stoß. Beide aber sind ungemein verlustreich. Lassen wir


Digitized by Google

nämlich, um die Gasenergie auszunutzen, die Luft wieder auf 0,1 Atm. expandieren, so ergibt sich im Falle α) eine Geschwindigkeit von etwa 1260 m. Ob wir mit dieser oder mit der anfänglichen Geschwindigkeit von 1382 m arbeiten, macht für den Turbinenwirkungsgrad wenig aus, und doch ist pro kg Luft schon rein theoretisch ein Verlust von rd. 20 WE zu verzeichnen, der aber in Wahrheit noch größer ausfällt, da die zur Verdichtung der zusätzlichen Luft notwendige Arbeit im Verhältnisse des Kompressorwirkungsgrades zu 1 größer wird, als die theoretische. Der Erfolg der Mischung ist mithin auch unter den vorausgesetzten günstigen Verhältnissen ein schlechter.

b) Allmähliche Beimischung des Fremdstoffes.

Es ist die Erwartung ausgesprochen worden, daß bei allmählicher Beimischung des zweiten Stoffes der Stoßverlust kleiner sein werde, indem die zuletzt zugefügten Massenelemente mit einem Strome von großer Masse und schon herabgesetzter Geschwindigkeit zusammentreffen.

Das Irrtümliche dieser Anschauung wird leicht nachgewiesen, wenn wir wie vorhin die jeweiligen Mischräume so erweitert denken, daß die Pressung durchweg unveränderlich bleibt, also auf jeden Vorgang Gl. (1) angewendet werden kann. In irgendeinem Zwischenzustand der Mischung sei dm die beizumischende Masse und m die Masse des Stromes, mit welcher dm zur Wechselwirkung, d. h. zum Stoße gelangt. Es sei c_0 die unveränderliche Eintrittsgeschwindigkeit für alle Elemente dm, und c die veränderliche Stromgeschwindigkeit vor dem Stoß. Die Geschwindigkeit nach dem Stoß $= c'$ wird aus der Gleichung

$$(m + dm)\, c' = mc + dm\, c_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

zu rechnen sein, aus welcher die Zunahme $c' - c$, d. h. das Differential $dc = -(c - c_0)\frac{dm}{m}$ sich ergibt. Diese Gleichung ist integrierbar und liefert

$$c = c_0 + \frac{a}{m} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

Wenn am Anfang vor dem Mischen die Masse $= m_1$ und die Geschwindigkeit $c = c_1$ war, so ist

$$a = (c_1 - c_0)\, m_1 .$$

Der „Stoßverlust" des elementaren Mischungsvorganges ist nun

$$dZ = \frac{1}{2}\frac{m\,dm}{m + dm}(c - c_0)^2 = \frac{(c - c_0)^2}{2}\, dm \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

Da aber durch Gl. (2) c als Funktion von m bekannt ist, können wir die Summe der Verluste durch Integration finden. Wenn Δm die im Ganzen zugemischte Masse, also $m_2 = m_1 + \Delta m$ den Endwert der Masse m bedeutet, so ist

$$Z = \int_{m_1}^{m_2} \frac{(c - c_0)^2}{2}\, dm = \frac{1}{2}\frac{m_1 \Delta m}{m_1 + \Delta m}(c_1 - c_0)^2 \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

Dieser Energieverlust ist genau so groß, als wenn die anfängliche Masse m_1 unmittelbar mit der Zusatzmasse Δm zum Stoße gelangt wäre, wodurch unsere Behauptung, die übrigens an sich einleuchtet, bewiesen worden ist.

Daß auch die Mischung im zylindrischen Mischraum die Verhältnisse nicht ändert, kann am besten durch ein Zahlenbeispiel nachgewiesen werden. Zu diesem Behufe denken wir uns (in veränderter Bezeichnung) der vorhin nach Fall (α) mit $w_1 = 1182$ m/sek, $p_0 = 0{,}151$ Atm., $T_1 = 1017$ aus der Mischung hervorgehenden Luftmenge von $G_1 = 1{,}2$ kg, eine weitere Menge von $G_2 = 0{,}2$ kg, die ebenfalls von Atmosphärendruck auf 0,151 Atm. herabexpandiert und $w_2 = 510{,}8$ m erreicht, beigemischt. Man findet bei Ausschluß eines Verdichtungsstoßes $w = 901$ m, $p = 0{,}209$ Atm., $T = 1121$. Hätte man demgegenüber die Mischung durch unmittelbare Vereinigung von 0,4 kg Luft mit dem ursprünglichen 1 kg bei 0,1 Atm. bewirkt, so hätte man (ohne Stoß) $w = 1052$, $p = 0{,}151$, $T = 954$ erhalten. Das Maß des Verlustes bildet wieder das Produkt aus der Entropiezunahme und der Tieftemperatur $T_0 = 300^\circ$. Man findet für die mittelbare Mischung $\Delta S \cdot T_0 = 41{,}9$ WE, für die unmittelbare $= 35{,}1$ WE, und so ist die erstere geradezu die ungünstigere, woran sich auch dann kaum viel ändern würde, wenn wir nach der ersten Teilmischung die Gase zunächst auf 0,1 Atm. hätten expandieren lassen.

Digitized by Google

c) Beimischung unter vorheriger Beschleunigung des Zusatzstoffes.

Da der Stoßverlust dem Quadrate des Geschwindigkeitsunterschiedes vor dem Stoß proportional ist, könnte man auf eine Verbesserung der Wirkung hoffen, wenn dieser Unterschied durch vorherige Beschleunigung der zuzusetzenden Flüssigkeitsmenge verringert würde. Dem so zu erzielenden Gewinn steht aber der Arbeitsaufwand für die Beschleunigung, welche im allgemeinen nur durch vorhergehende Druckerhöhung, d. h. Verdichtung möglich ist, gegenüber. Ob zum Schluß noch ein Gewinn übrig bleibt, kann nur auf dem Wege von Zahlenbeispielen entschieden werden.

Nehmen wir also an, der Dampf expandiere in einer Düse von einem beliebigen Anfangszustand auf den Kondensatordruck p. Um seine Ausflußgeschwindigkeit zu verringern, soll Dampf aus dem Auspuffraum, dessen Druck ebenfalls p ist, dem Arbeitsdampf beigemischt werden. Um die Geschwindigkeit, mit welcher dieser Dampf dem Mischraume zuströmt, zu erhöhen, wollen wir den Zusatzdampf in einem Kompressor verdichten. Die theoretische Arbeit L_k, die im Kompressor pro kg Zusatzdampf aufgewendet wird, ist mit der kinetischen Energie des Ausflusses identisch, d. h. es ist

$$\frac{w_2^2}{2g} = L_k \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Indem wir Mischung unter konstantem Druck voraussetzen, gilt die Formel

$$G_1 w_1 + G_2 w_2 = G w \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

und es tritt ein Gesamtverlust an kinetischer Energie

$$Z = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

auf. Der Arbeitsdampf möge vor der Mischung für 1 kg die Energie

$$L_1 = \frac{w_1^2}{2g}$$

besitzen. Ist nun der Wirkungsgrad der Turbine $= \eta_t$, derjenige des Kompressors $= \eta_k$, so wird im ganzen eine Nutzarbeit

$$L_e = \left(G_1 L_2 + G_2 \frac{w_2^2}{2g} - Z\right)\eta_t - \frac{1}{\eta_k} L_k G_2 = \left(G_1 \frac{w_1^2}{2g} - Z\right)\eta_t - G_2 \frac{w_2^2}{2g}\left(\frac{1}{\eta_k} - \eta_t\right) \quad . \quad (4)$$

gewonnen. Je größer wir w_2 voraussetzen, um so kleiner ist der Stoßverlust Z, um so größer aber das zweite Glied in Gl. (4). Als günstiger Umstand könnte höchstens das gelten, daß die geringere Düsengeschwindigkeit w einen besseren Turbinenwirkungsgrad zu erreichen gestattet, was aber nur bei sehr hohen Werten von w_1 eine Bedeutung erlangen kann.

Beispiel. Wählen wir als extremen Fall $w_1 = 1500$ m, $G_1 = 1$ kg, $G_2 = 1$ kg. Der Kompressorwirkungsgrad sei 0,6, wie er in rotierenden Kompressoren sicher erreicht wird, derjenige der Turbine sei von der Dampfgeschwindigkeit w nach der Mischung, d. h. von der Düsengeschwindigkeit abhängig und erhalte die Werte, die in der Tabelle unten angeführt sind. Ohne Beimischung bei $w_1 = w = 1500$ m/sek sei $\eta_t = 0{,}5$, und wir erhalten in Wärmemaß gerechnet auf 1 kg Dampf eine Ausbeute von 135,1 WE. Mit Beimischung, wobei für w_2 der Reihe nach die Werte 50, 150, 300, 500, 600 m gelten mögen, erhalten wir nachfolgende Zusammenstellung:

$w_2 =$	50	150	300	500	600	m
$w =$	775	825	900	1000	1050	m
$Z =$	126,4	109,6	86,5	60,2	48,7	WE
$\eta_t =$	0,67	0,66	0,65	0,63	0,62	
$L_e =$	96,1	103.3	108,5	101,2	91,9	WE.

Trotz des hoch eingeschätzten Turbinenwirkungsgrades sind mithin die Verluste so bedeutend, daß die Beimischung sich um so weniger lohnt, als die Umfangsgeschwindigkeit, die wir mit 250 m vorausgesetzt haben, für alle Annahmen von w_2 dieselbe bleiben mußte. Würde man sie herabsetzen, so würde auch η_t sinken und der Verlust empfindlich wachsen.

d) Reibungsturbine

kann ein in Dingl. Polyt. Journ. 1903, S. 113, behandelter Vorschlag genannt werden, nach welchem die lebendige Kraft des Dampfes in einer längs des Rad-


Digitized by Google

umfanges spiralförmig gewundenen Röhre durch Reibung nahezu vernichtet und eben diese Reibung als „nützliche Umfangskraft" verwertet werden soll.

Abgesehen davon, daß man mit einer Röhre ununterbrochene Beaufschlagung nicht erzielen könnte, ist der Vorschlag dasselbe, als wenn man in der gewöhnlichen Laufschaufel künstlich Widerstände erzeugen wollte, um die Relativgeschwindigkeit w_1 vielleicht bis auf den Wert von u aufzuzehren. Die einfache Betrachtung der Geschwindigkeitsdreiecke in Verbindung mit der Formel des Wirkungsgrades genügt, um einzusehen, daß jede Reibung den Wirkungsgrad herabsetzt.

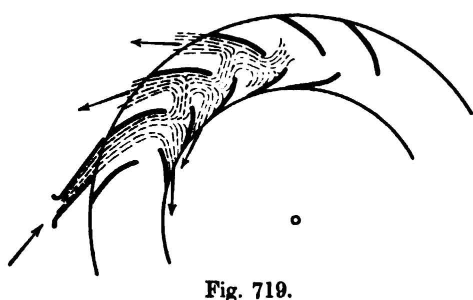


Fig. 719.

Ein eigentümliches Verfahren liegt auch dem D.R.P. Nr. 152576 (Fig. 719) zugrunde. Der in das Laufrad tretende Dampfstrahl soll durch die Öffnung zwischen Außen- und Innenschaufel hindurch auf die nächstbenachbarte Innenschaufel treffen, von dieser auf die Außenschaufel abgelenkt, am Umfange austreten. Die durch Wirbel abgelenkten Dampfteile sollen durch den Schlitz zur zweitnächsten Innenschaufel vordringen, und so weiter, bis aller Dampf abgeströmt ist.

Infolge wiederholter Zersplitterung werden auch hier die Reibungsverluste so hoch, daß man die Turbine unter den durch die Überschrift gekennzeichneten Sammelbegriff bringen durfte.

e) Die Drosselturbine.

Als Drosselturbine wollen wir das im deutschen Patent Nr. 135701 geschilderte Arbeitsverfahren bezeichnen, bei welchem zwischen den einzelnen Stufen einer Druckturbine Ventile eingeschaltet sind, die eine stets gleichbleibende Druckdifferenz zwischen diesen Stufen aufrecht erhalten sollen, mit der Absicht, den Wirkungsgrad bei kleiner Belastung zu heben.

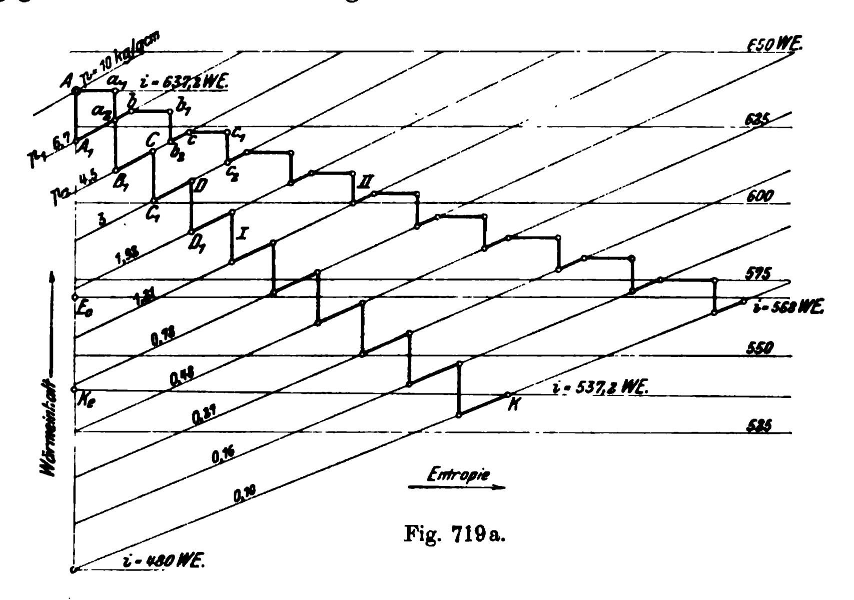


Fig. 719a.

Es könnte zwar scheinen, als ob der künstlich hochgehaltene Druck der durch Drosselung gebildeten Wärme erneute Gelegenheit zu Arbeitsleistung bei niedrigeren Temperaturen geben würde; allein dies ist ein Fehlschluß, wie das unter Benutzung der Mollierschen Tafel entworfene Beispiel (Fig. 719a) dartut. An Stelle der adiabatischen Expansion der vollbelasteten Maschine gelangen wir wegen der Widerstände nach K, und es wird in Nutzarbeit verwandelt der Wärmeinhalt $A K_e$. Wir setzen die Turbine als vielstufige Gleichdruckturbine voraus und stellen den Zustand der ersten Stufe

Digitized by Google

durch die angenähert adiabatische Expansion AA_1 im Leitrad und die bei konstantem Drucke p_1 erfolgende Rückumwandlung kinetischer Energie durch Reibung usw. in Wärme von A_1 bis a_2 dar. Hierauf folgt wieder adiabatische Expansion $a_2 B_1$ in der zweiten Stufe und Rückverwandlung $B_1 C$, desgleichen CC_1 und $C_1 D$ für die dritte Stufe usf.

Beim Übergang auf eine kleinere Leistung wird der Voraussetzung nach der Druck in jeder Turbinenkammer konstant erhalten, allein ein Teil des Druckgefälles durch Drosselung vernichtet. Für die 1. Stufe sei Aa_1 die Drosselung, $a_1 a_2$ die adiabatische Expansion, $a_2 b$ die Rückverwandlung. Die verringerte Ausflußgeschwindigkeit bestimmt mit dem unverändert gebliebenen Leitradquerschnitt das sekundliche Dampfgewicht G_{sek}. Die Drosselung in der 2. Stufe ist nun nicht willkürlich, sondern muß bei b so weit fortgesetzt werden, daß bei der adiabatischen Expansion auf den alten Druck p_2 das Gewicht G_{sek} das gleiche bleibt. Dies wird durch Probieren ermittelt und liefert in $b_1 b_2$ die adiabatische Expansion, in $b_2 c$ die Rückverwandlung. Da die Umfangsgeschwindigkeit unverändert bleiben soll, nehmen die Wirkungsgrade der einzelnen Stufen ab, und die Fortsetzung des Verfahrens führt auf den Endpunkt bei $i = 568$ WE, mit einem Nutzgefälle AE_0. Für die Vollast ergibt sich der thermodynamische Wirkungsgrad $\eta_0 = 0{,}64$. Für die Teillast ist $\eta_1 = 0{,}44$.

Dabei ist das sekundliche Gewicht $= 0{,}75$ desjenigen bei Vollast und die Gesamtleistung $= 0{,}44 \cdot 0{,}75 : 0{,}64 = 0{,}51$, d. h. rund die Hälfte der Volleistung. Beim Übergang auf halbe Last büßen wir also $(0{,}66 - 0{,}44) : 0{,}66 = 0{,}33$ ein Drittel des Wirkungsgrades ein. Das Verfahren ist daher, verglichen mit der einfachen Drosselung vor der Turbine, durchaus unwirtschaftlich, verfehlt. Es liegt dies daran, daß durch die unveränderten Leitradquerschnitte eine verringerte Dampfmenge bei hochgehaltenem Druck, also kleinem spezifischen Volumen, strömen muß, daher kleine Geschwindigkeiten und schlechte Wirkungsgrade ergibt.

Während die oben geschilderten Turbinenarten zum Teile eingehendere Untersuchungen erheischten, um als aussichtslos erkannt zu werden, enthält leider namentlich die Patentliteratur eine Menge von augenscheinlichen Verirrungen. Diese im einzelnen zu besprechen, wäre Zeitverschwendung, und ebensowenig lohnt es sich, auf gewisse Erzeugnisse einer dreisten Reklame einzugehen.

Digitized by Google

Anhang:

Die Aussichten der Wärmekraftmaschinen.

168. Der gegenwärtige Entwicklungsstand der Kolbenmaschine, des Gasmotors und der Turbine.

Im Kampfe der drei hauptsächlichen Kraftmaschinenarten: der alten Kolbendampfmaschine, der Dampfturbine und der Brennkraftmaschine, hat der Fortschritt der einen Art stetsfort den Fortschritt der anderen angeregt und tatsächlich zur Folge gehabt. Die Meinung, daß dieses oder jenes System alsbald von der Bildfläche verschwinden müsse, hat sich als irrtümlich herausgestellt, da die praktische Verwendung der Kraftmaschine sehr verwickelten Verhältnissen zu genügen hat, und das Endurteil nicht doktrinär von einem engen Gesichtspunkt aus gefällt werden kann.

Kommt nur die Güte der Wärmeausnützung in Frage, so stehen die Brennkraftmaschinen, unter diesen in erster Reihe der Dieselmotor, voran. Im Baue der letzteren sind in den letzten Jahren große Fortschritte gemacht worden, so daß nach Mitteilung der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, A.-G., bei horizontaler Aufstellung Zwillings-Reihen Einheiten von 4000 PS in Aussicht genommen werden. Einheiten von 1600 PS Leistung sind zurzeit schon in Ausführung begriffen. Man hofft, in einem Zylinder 1000 PS beim Viertaktprozeß entwickeln zu können. Auch der Zweitakt ist beispielsweise in der Ausführung von Gebr. Sulzer schon in Einheiten von nahezu 1000 PS erprobt worden. Die Steuerung des Motors, insbesondere der Zündnadel und der Zerstäubungsvorrichtungen sind vervollkommnet, so daß von Augsburg die Regelung der Luftpumpe auf veränderlichen Einblasedruck für nicht mehr erforderlich gehalten wird. Der Kolben erhält nachstellbare Schuhe und besonders aufgeschraubten Kopf aus zweckmäßig gewähltem Material. So ist eine Betriebszuverlässigkeit erreicht, die den Dieselmotor auf den Rang einer Großmaschine erhebt, die bei den bedeutendsten Anlagen Berücksichtigung fordern wird. Neuerdings können bekanntlich neben Rohnaphtha auch die schweren Destillate des Steinkohlenteeres aus den Kokereien, die Teeröle (Kreosot und Anthrazenöle), endlich auch der Gasölteer, ein Abfallprodukt des mit Öl karburierten Wassergases im Dieselmotor ruß- und schmutzfrei verfeuert werden, deren Billigkeit ihm weitere Verbreitung sichert.

Bei größeren Einheiten ist wiederholt ein Verbrauch von 180 g und darunter an flüssigem Brennstoff von 10000 WE Heizwert festgestellt worden. Dies bedeutet einen Gesamtwirkungsgrad

$$\eta = \frac{632}{0{,}18 \cdot 10000} = 0{,}35,$$

d. h. **35 v. H. des Heizwertes werden in effektive Arbeit umgesetzt,** was die höchste bis heute erreichte Ausbeute darstellt. Schon von der 30 PS-Einheit an wird ein Wirkungsgrad von 30 v. H. gewährleistet. Man kann es daher voraussetzen, daß

Digitized by Google

der Dieselmotor und verwandte Abarten sich weite Gebiete erobern, und eine Begrenzung seiner Anwendungsfähigkeit nur in der relativ beschränkten Menge und dem von vielen Faktoren abhängenden Preise der flüssigen Brennstoffe finden wird.

Der überaus größte Teil der Wärmekraftmaschinen ist aber naturgemäß auf die Kohle angewiesen, da natürliches Gasvorkommen sehr beschränkt ist und das Gichtgas der Hochöfen schon sozusagen ganz für den Gasmotor mit Beschlag belegt sein dürfte.

Der Sauggasmotor hat sich für mäßig hohe Leistungen sehr gut eingebürgert und weist von Jahr zu Jahr bessere wirtschaftliche Ergebnisse auf. An Motoren von Deutz, Güldner und anderen ist mit Sicherheit 25 v. H. Gesamtwirkungsgrad festgestellt und überschritten worden.[1])

Über die Ergebnisse ganz großer Sauggasmotoren mit Leistungen von über 1000 PS sind einwandfreie Veröffentlichungen unseres Wissens nicht vorhanden, wir müssen daher, um den Verbrauch derselben einzuschätzen, auf die Hochofengasmotoren zurückgreifen. Die von der A.-G. Augsburg-Nürnberg gelieferten Rombacher Motoren haben für die indizierte PS-st 1880 WE, für die effektive PS-st mit 0,82 mechanischen Wirkungsgrad 2290 WE verbraucht, und dies bedeutet 27,5 v. H. thermischen Wirkungsgrad, bezogen auf Gas als Brennstoff. Wäre ein Gaserzeuger von 0,85 Wirkungsgrad die Quelle des Kraftgases, so hätte man $0{,}85 \cdot 27{,}5 = 23{,}4$ v. H. gesamten thermischen Wirkungsgrad. Der Großgasmotor erscheint daher in ungünstigerem Licht als der Kleinmotor, aber wir müssen an obiger Schätzung bis zum Beweise des Gegenteiles festhalten.

Die angeführten Ergebnisse sind der Kolbenmaschine gegenüber in jedem Falle außerordentlich hoch, da die beste Kolbenmaschine[2]) für die indizierte PS-st etwa 2850 WE verbrauchte. Auch bei dem hoch eingeschätzten mechanischen Wirkungsgrad von 94 v. H. entspricht dies einem Verbrauch von 3030 WE für die effektive PS-st. Nehmen wir endlich den Wirkungsgrad des Dampfkessels mit 85 v. H. an, was nur unter sehr günstigen Umständen zulässig sein dürfte, so stellt sich der Verbrauch für die effektive PS-st auf 3560 WE in Kohle gemessen und führt auf einen Gesamtwirkungsgrad von $632 : 3560 = 17{,}8$ v. H.

Die moderne Dampfturbine mit hoher Überhitzung hat diesen Betrag bei weitem überflügelt, wie bei den Versuchen an den Turbinen der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft in Rummelsburg nachgewiesen worden ist. Hier wurden 2716 WE für die effektive PS-st verbraucht, also 23,3 v. H. der Dampfwärme in effektive Leistung umgesetzt, was mit ebenfalls 0,85 Kesselwirkungsgrad

rd. 20 v. H.

Gesamtwirkungsgrad von Kohle zur effektiven Leistung ausmacht. Wenn hierbei die Kühlwassertemperatur auch ausnahmsweise niedrig war, so wird in Zukunft mit weiteren Fortschritten der Kondensation zu rechnen sein, und auch die Über-

[1]) So fand beispielsweise Brauer an einem Güldnermotor von 120 PS Leistung einen Verbrauch von 0,305 kg Anthrazit für die effektive PS-st einschließlich Anheizen bzw. 0,275 kg nach vertragsmäßigem Abzug für Anheizen, endlich 0,320 kg als Ergebnis einer Zwischenmessung, auf 8000 WE Heizwert bezogen, was in derselben Reihenfolge 25,9; 28,8; 27,6 v. H. Gesamtwirkungsgrad entspricht. Bei ganz kleinen Einheiten nimmt der Wirkungsgrad selbstverständlich ab. Immerhin ermittelte Schröter an Motoren gleicher Herkunft bei 35 indizierten PS 0,326 kg Anthrazitverbrauch von 8000 WE für die indizierte PS-st oder einen Wirkungsgrad der indizierten Leistung von 24,2 v. H.

[2]) So die dreistufigen Maschinen der Berliner Elektrizitätswerke in Moabit, die von der Görlitzer Maschinenbauanstalt und von Gebr. Sulzer in Winterthur geliefert worden sind. Nach der Z. Ver. deutsch. Ing. 1902, S. 187 verbrauchten die Sulzer Maschinen bei 12,3 Atm. Kesselüberdruck, 314° Überhitzung, 2930 PS_i für die indizierte PS-st 4,05 kg Dampf, oder etwa 2930 WE. Diese Zahl wurde nach einer Mitteilung der Lieferantin später auf 2850 WE herabgedrückt.


Digitized by Google

hitzung hat die praktisch zulässige obere Grenze noch nicht erreicht. Dampf- und Gasmaschine stehen sich hiernach im Verhältnis 17,8 : 23,4, Turbine und Gasmaschine wie 20 : 23,4 gegenüber.

Wenn wir nun die großen betriebstechnischen Vorteile der Dampfturbine in Betracht ziehen, wie die geringe Zahl der bewegten Teile, Abwesenheit jeder gleitenden Dichtung mit ihren Schwierigkeiten der Schmierung und den Gefahren des Einreibens, geringer Raumbedarf, vorzügliche Regulierung, geringer Verschleiß, daher kleine Reparaturkosten, so wird es klar, daß **die Dampfturbine mit vollem Rechte die Herrschaft im Großkraftbetriebe angetreten hat und diese für absehbare Zeit behalten wird.** Im Gebiete der kleinen Leistungen, d. h. bis zu etwa 500 PS, dauert ein Wettkampf zwischen Kolbendampfmaschine, Dampfturbine und Gasmotor unvermindert an. Es hat allgemein überrascht, zu sehen, welche Wunder hier die richtig geleitete Anfangs- und Zwischenüberhitzung zu wirken vermochte. So hat die früher ziemlich geringschätzig behandelte Lokomobilmaschine in ihren neuen Ausführungsformen von Wolf und Lanz sich schon bei 100 PS Leistung den größten ortsfesten Maschinen in der Wirtschaftlichkeit an die Seite gestellt.[1])

Einen erneuten Ansporn zur Weiterentwicklung erhielt die Kolbenmaschine in dem von Stumpf aufgegriffenen „Gleichstromsystem",[2]) das zwar schon von L. J. Todd in seinem engl. Patent Nr. 2132 vom Jahre 1886 beschrieben war, aber unbeachtet blieb. Die Schwierigkeiten, die der Betrieb mit hoch überhitztem Dampfe der Kolbenmaschine grundsätzlich bereitet, bleiben für die Gleichstrommaschine naturgemäß bestehen, um so mehr, als die Konstruktion lange und schwere Kolben bedingt und die Ausdehnung des Zylinders am heißen Ende und am kühleren Mittelteil nie gleich werden kann. Allein der für eine Einzylindermaschine bis jetzt unerreicht niedrige Dampfverbrauch im Verein mit der einfachen Steuerung werden der Maschine sicher im Gebiete mittlerer Leistungsgrößen ein weites Feld erobern, ohne indessen eine wesentliche Verschiebung der Verhältnisse von Turbine zur Kolbenmaschine bewirken zu können. In der Tat hat die Dampfturbine auch bei kleineren Leistungen sehr gute Ergebnisse aufzuweisen, wie beispielsweise die früher angeführte 300 KW-Zoelly-Turbine, die bei nahezu gleichem Anfangszustand des Dampfes wie die Stumpfmaschine 7,32 kg für die KW-st oder 4,9 kg für die effektive PS-st verbraucht hat.

Die Veränderung des Wärmeverbrauches mit abnehmender Leistung war früher bei der Dampfturbine recht ungünstig, hat sich aber in den letzten Jahren so wesentlich gewandelt, daß die Turbine geradezu bessere Verhältnisse aufweist als die Kolbenmaschine.

An der Turbine der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft haben wir festgestellt, daß zwischen voller und halber Belastung bei Einregulierung der Zusatzdüsen sozusagen kein Unterschied im spezifischen Dampfverbrauch besteht. Sonst weisen gute Turbinen etwa 10—15 v. H. Zunahme bei halber Last auf, und sind in dieser Bezehung gleichgestellt mit dem Dieselmotor, dessen Verbrauch nach den

---

[1]) Gutermuth fand an einer Wolf-Lokomobile (Z. Ver. deutsch. Ing. 1908, S. 1590) bei 329° C vor der Maschine 15 Atm. Kesselüberdruck 110 PS_i Leistung einen Dampfverbrauch von 3,95 kg und einen Wärmeverbrauch von 3650 WE für die effektive PS-st festgestellt, was einen Gesamtwirkungsgrad von 17,3 v. H. ergibt, also die großen Sulzermaschinen erreicht. Bei einer Lanzschen Lokomobile mit Lentzsteuerung hat Graßmann 0,366 kg Kohlenverbrauch und 3,37 kg Dampfverbrauch für die effektive PS-st festgestellt.

[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1909, S. 1114 und 1558. Auch Rateau hat im belgischen Patent Nr. 110187 vom Jahre 1895 dieselbe Steuerungsart geschützt. Der Dampfverbrauch einer 500 PS-Stumpfmaschine für die indizierte PS-st wird mit 4,6 kg und für die nutzbare KW-st mit 7,55 kg angegeben bei 12,6 Atm. Überdruck, 331° C Temperatur vor der Maschine, 307 KW Nutzleistung und 0,075 Atm. abs. Kondensatordruck. Die Auspuffpressung im Dampfzylinder betrug 0,145 Atm. abs.


Digitized by Google

Gewährleistungen der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg bei großen Einheiten von 185 g auf 225 g, bei kleinen von 235 g auf 285 g, also um rd. 21 v. H. steigt. Bei Gasmotoren darf man lineare Zunahme des Gesamtverbrauches mit der Belastung annehmen, wobei der Leerlaufverbrauch bis zu $^1/_3$ des Höchstverbrauches steigen kann. Hieraus ergibt sich bei halber Last ein bis um 50 v. H. größerer spezifischer Verbrauch als bei normaler Last. Die modernen Reguliermethoden der Turbine mit Überlastungsventilen gestatten endlich eine hohe Überbeanspruchung, so daß auch in dieser Beziehung die Turbine mit ihren Rivalen gleichwertig oder ihnen sogar überlegen ist.

169. Das Prinzip der Vermehrung der Entropie als der eigentliche Ausdruck des zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre.

So erfreulich der Fortschritt der Wärmekraftmaschinen in den letzten Dezennien auch ist, so bleibt doch die niederdrückende Tatsache bestehen, daß wir vom Arbeitsvermögen des allerwichtigsten Brennstoffes, der Steinkohle, nur rund $^1/_5$ in nutzbare Arbeit umzusetzen vermögen. Es hat daher eine große praktische Wichtigkeit zu untersuchen, welches die Gründe dieser Erscheinung sind, und welche Mittel zur Abhilfe angegeben werden können.

Der theoretische Höchstbetrag der Arbeit, die aus einer gegebenen Wärmemenge in einer Vorrichtung irgendwelcher Art gewonnen werden kann, ist durch den zweiten Hauptsatz der Wärmelehre bedingt. Die Anwendung auf eines der einfachsten Arbeitsverfahren: den idealen Carnotschen Prozeß, haben wir in der Einleitung gegeben und die bekannte Carnotsche Formel des Wirkungsgrades abgeleitet. Um eine allgemeine Übersicht zu erlangen, müssen wir uns der Betrachtung der nicht umkehrbaren Zustandsänderungen zuwenden, als die streng genommen einzigen Prozesse, die in der Natur vorkommen. Der umkehrbare Vorgang ist ein Idealbild, dem die Wirklichkeit wohl nahe kommen kann, ohne es indes ganz zu erreichen.

Das allgemeinste Gesetz, dem alles Naturgeschehen gehorcht, ist das Prinzip der Vermehrung der Entropie, welches wie folgt lautet:

Die Summe der Entropien aller an irgendeinem Vorgang beteiligten Körper ist am Ende des Vorganges größer als zu Beginn desselben. Nur im Idealfalle rein umkehrbarer Vorgänge bleibt die Entropiesumme unverändert.

Es ist mithin unmöglich, die Entropie eines vollkommen isolierten Systems zu verkleinern.

Wichtig ist an obigem Lehrsatz die Forderung, daß alle am Vorgang beteiligten Körper berücksichtigt werden müssen. Daher genügt es nicht, die Zustände des Arbeitskörpers (Dampf, Gas) zu beachten, man muß auch die Entropien der Behälter, die die Wärme lieferten bzw. aufnahmen (oder der Kohle und des Sauerstoffes, durch deren Verbindung sie entstand), in die Summe einbegreifen.

Beweis.

Für Prozesse beliebiger Art, die insbesondere auch chemische Vorgänge und ungeschlossen sein dürfen, wird der Beweis geleistet, indem man auf die im Abschn. 9 betrachteten zwei Carnotschen Prozesse zurückgreift. Der rechtsläufige derselben sei mit einer nicht umkehrbaren Zustandsänderung verbunden, welche u. a. darin bestehen kann, daß die Temperatur des Körpers nicht mit der des Behälters übereinstimmt. Daher bedeuten für das Folgende T_1, T_2 ausdrücklich die Temperaturen der Behälter. Der linksläufige Prozeß aber werde

Digitized by Google

umkehrbar und so geführt, daß die vom ersten geleistete Arbeit gerade aufgezehrt wird. Nun erinnern wir uns, daß nach Definition die Folgen eines nicht umkehrbaren Vorganges durch kein uns zu Gebote stehendes Mittel vollständig, d. h. so aufgehoben werden können, daß in keinem andern Körper eine Zustandsänderung zurückbliebe. Unter dieser Voraussetzung kann die dem wärmeren Behälter durch unsere Kreisprozesse entnommene Wärme $Q_1 - Q_1'$ nur positiv sein, denn wäre sie Null, so hätten wir zum Schlusse genau denselben Zustand aller beteiligten Körper wie zu Beginn, wir hätten also die nicht umkehrbare Änderung des ersten Prozesses aufgehoben, was der Voraussetzung widerspricht. Wäre aber $Q_1 - Q_1' < 0$, so würde man ohne Arbeitsaufwand die Wärmemenge $Q_1' - Q_1$ aus dem kälteren Behälter in den wärmeren hinaufgeschafft haben, könnte dieselbe von hier in eine geeignete Maschine leiten und würde ein Perpetuum mobile zweiter Art erhalten, was unmöglich ist. Es muß daher

$$Q_1 - Q_1' > 0 \quad \text{und gleichzeitig} \quad Q_2 - Q_2' > 0$$

sein. Wegen der Gleichheit der Arbeiten ist aber $Q_1 - Q_2 = Q_1' - Q_2'$, also wird $Q_1 = Q_1' + \Delta$; $Q_2 = Q_2' + \Delta$ sein, wo Δ eine positive Größe bedeutet.

Für den umkehrbaren, d. h. den linksläufigen Kreisprozeß war

$$\frac{Q_1'}{T_1} - \frac{Q_2'}{T_2} = 0,$$

somit erhalten wir hier, da $T_1 > T_2$ ist

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = \Delta\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) < 0.$$

Durch dieselben Überlegungen, die im Abschn. 10 gemacht worden sind, gelangt man bei einem beliebigen Kreisprozeß zur Formel

$$(\int) \frac{dQ}{T} < 0,$$

wobei aber, wie wir nochmals betonen, T die Temperatur der Behälter ist.

Es sei nun in der früheren Fig. 19 ein nicht geschlossener Prozeß zwischen den Zuständen A und B mit nicht umkehrbaren Vorgängen im Arbeitskörper, aber nur umkehrbaren Änderungen der Wärmebehälter, der über die Bahn C verläuft, gegeben. Wir machen den Prozeß zu einem geschlossenen durch Anfügen der über C' laufenden und in allen Teilen umkehrbaren Zustandsänderung von B nach A. Im Integral von Clausius wollen wir die Summation zuerst von A nach B über den Zweig C, dann zurück von B nach A über C' ausführen; letztere Summe soll dann mit dem negativen Wert eingesetzt werden, indem man die Richtung des Prozesses umkehrt. So erhält man

$$(\int) \frac{dQ}{T} = \int\limits_{\substack{A \\ \text{über } C}}^{B} \frac{dQ}{T} + \int\limits_{\substack{B \\ \text{über } C'}}^{A} \frac{dQ}{T} = \int\limits_{\substack{A \\ \text{über } C}}^{B} \frac{dQ}{T} - \int\limits_{\substack{A \\ \text{über } C'}}^{B} \frac{dQ}{T} < 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (\alpha)$$

Es sei S_A, S_B die Entropie des Arbeitskörpers in A bzw. B; ebenso S_A', S_B' der Anfangs- und Endwert der Entropie der Behälter, welche während der gegebenen Zustandsänderung von A bis B (über C) mit dem Körper in Verbindung standen. Dann ist die Zunahme der Entropie des Körpers definiert durch das Integral über den umkehrbaren Zweig, d. h. C', der eben nur zu diesem Zwecke eingeschaltet wurde. Wir haben also

$$S_B - S_A = \int\limits_{\substack{A \\ \text{über } C'}}^{B} \frac{dQ}{T}; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (\beta)$$

Digitized by Google

Die Zunahme der Entropie der Behälter während der wirklichen Zustandsänderung kann hiergegen aus den wirklichen Wärmeelementen dQ und der Temperatur T berechnet werden, denn letztere bezieht sich auf die Behälter, und diese haben nur umkehrbare Änderungen erfahren. Hier gilt demnach

$$S'_B - S'_A = -\int_{A \atop \text{über } C}^{B} \frac{dQ}{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma)$$

wobei das negative Vorzeichen angebracht werden mußte, da dQ die dem Körper zugeführte, mithin $-dQ$ die dem Behälter im algebraischen Sinne mitgeteilte Wärmemenge bedeutet. Wir erhalten durch Einsetzen der Werte (β), (γ) in Gl. (α)

$$-(S'_B - S'_A) - (S_B - S_A) < 0 \quad \text{oder} \quad (S_B + S'_B) - (S_A + S'_A) > 0,$$

d. h. die Entropiesumme aller an der Zustandsänderung von A bis B beteiligten Körper ist am Ende des Vorganges in der Tat größer als zu Beginn derselben, was zu beweisen war.

Nun ist jeder Vorgang in der Natur bis zu einem bestimmten Grade mit Nichtumkehrbarkeit behaftet, da Reibung, Drosselung, Wärmeabfall u. a. nie ganz vermieden werden können. Also wird bei jedem Naturvorgang die Entropie der beteiligten Körper vermehrt, und so konnte Clausius zu seinem berühmten Ausspruch gelangen:

Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.

Planck geht bei der **Begründung des zweiten Wärmesatzes** in erster Linie davon aus, daß die umkehrbaren Prozesse als Folgen von idealen Gleichgewichtszuständen nur gedachte Grenzfälle darstellen, in Wahrheit jeder Prozeß nicht umkehrbar ist, daher auch nur in einem bestimmten Sinn erfolgt, über den aber das Energieprinzip allein nichts aussagen kann. Wenn indes eine gewisse Richtung der Änderung in Wirklichkeit bevorzugt wird, so müsse dies mathematisch, d. h. quantitativ dadurch zum Ausdruck kommen, daß **eine gewisse Funktion der Zustandsvariablen sich in einem Sinne ändert, z. B. beständig zunimmt.** Als solche Funktion wird dann die Entropie ermittelt, indes auf einem Wege, der von Einwänden nicht ganz frei ist.

In Art. 118 der 2. Auflage der Thermodynamik betrachtet nämlich Planck die arbeitslose Ausdehnung eines idealen Gases (z. B. durch Überströmen in einen luftleer gemachten Behälter, wobei die Temperatur konstant bleibt) und stellt in richtiger Weise fest, daß, wenn es ein Verfahren gäbe, diese Ausdehnung rückgängig zu machen, d. h. allgemein das Volumen eines Gases (bei gleicher Temperatur) zu verkleinern, also den Druck zu erhöhen, ohne daß irgendwelche anderweitigen Änderungen zurückblieben, ein Perpetuum mobile zweiter Art entstünde. Man ließe dann nämlich das Gas sich unter Arbeitsleistung ausdehnen, indem man isothermisch Wärme aus der Umgebung zuführte, und nachher das Volumen und den Druck auf den Anfangswert ohne anderweitige Veränderungen zurückbrächte. Dieser Prozeß wäre eine periodisch wirkende Maschine, welche Arbeit auf Kosten der Umgebung liefert, d. h. ein Perpetuum mobile zweiter Art. Also ist das angenommene Verfahren unmöglich. Dann wird in Art. 119 für ein ideales Gas das vollständige Differential

$$ds = \frac{du + A\,p\,dv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + A\,R\,\frac{dv}{v}$$

und sein Integral

$$s = c_v \lg n\, T + A\,R \lg n\, v + \text{konst.}$$

als Definition der „Entropie" eingeführt und festgestellt, daß für die umkehrbare adiabatische Zustandsänderung, weil $dq = du + A\,p\,dv$ beständig $= 0$ ist, auch $ds = 0$, also s seinen Wert nicht ändert. In Art. 124 wird hierauf der Satz begründet, daß es unmöglich ist, die Entropie eines idealen Gases zu verkleinern, ohne daß in anderen Körpern Änderungen zurückbleiben (wobei aber Lagenänderung starrer Körper zugelassen, d. h. nur innere Änderungen gemeint sind). Denn sonst würde man die bei arbeitsloser Ausdehnung eines Gases eintretende Entropievermehrung rückgängig machen, dann durch einen adiabatischen Prozeß, der die Entropie nicht ändert, die ursprüngliche Temperatur wieder herstellen, wodurch gemäß obiger Formel auch das anfängliche Volumen wieder erreicht würde. Auf diese Weise sei die erste Ausdehnung ohne anderweitige Änderungen aufgehoben, also nach Art. 118 das Perpetuum mobile zweiter Art fertig. — Die Lücke dieses Beweises liegt darin, daß man nicht weiß, ob die während des adiabatischen Prozesses aufgewendete Arbeit diejenige, die der

Digitized by Google

„Perpetuum mobile"-Betrieb liefert, nicht am Ende aufzehrt. Diese Arbeit darf also nicht unbeachtet bleiben und führt zu folgender Betrachtung.

Nehmen wir an, daß es möglich wäre, die Entropie eines idealen Gases ohne jede andere Änderung zu verkleinern. Dann sind drei Fälle möglich. Erstens, es könnte bei dieser Verkleinerung die Temperatur gleich bleiben, was gemäß der Formel der Entropie zur Folge hätte, daß das Volumen auch kleiner werden müßte. Man erhielte alsdann durch isothermische Wärmezufuhr aus der Umgebung und Ausdehnung des Gases bis zur ursprünglichen Entropie ein Perpetuum mobile zweiter Art. Es könnte zweitens die Temperatur steigen, demzufolge müßte das Volumen um so kleiner, der Druck um so höher sein als im Anfangszustande und man erhielte durch adiabatische Expansion auf die frühere Temperatur Arbeit aus nichts. Drittens könnte die Temperatur bei der Entropieverkleinerung sinken, wobei das Volumen kleiner oder größer werden kann. Im ersten Falle kann man isothermisch auf das Anfangsvolumen expandieren, und bei konstantem Volumen aus der Umgebung Wärme zuführen, bis der Anfangsdruck erreicht ist: wir erhalten Arbeit auf Kosten der Wärme der Umgebung. Im zweiten Falle komprimieren wir adiabatisch auf die ursprüngliche Temperatur und expandieren isothermisch auf den ursprünglichen Druck. Im letzteren Teil wird Wärme der Umgebung in Arbeit verwandelt, die Kompression aber würde durch Wiederholung des ganzen Prozesses (d. h. abermalige Verkleinerung der Entropie) beliebig viel Energie zu vernichten gestatten, was unmöglich ist. Da bei Planck der Übergang zu Vorgängen chemischer Art auch nicht ganz klar ist, wird vielleicht manchem der hier gegebene Beweis, der mit den gewohnten Prozessen des Maschinenbaues arbeitet, gelegen kommen. Diese Kritik will indessen den Wert des geradezu klassischen Planckschen Werkes keineswegs herabsetzen.

170. Die größte erzielbare Nutzarbeit.

Wir schließen Motoren für Strahlungsenergie selbstverständlich aus und halten uns an die Arbeitserzeugung mit Hilfe von Energieträgern, die der Maschine zugeführt werden. Im Motor können auch mehrere Körper und Stoffe abwechselnd wirken, wie schon in der gewöhnlichen Dampfmaschine, der zunächst Kohle und Sauerstoff mit dem passiven Stickstoff die Energie zuführen, die dann zum Teil vom Dampfe übernommen wird und ihre endgültige Umwandlung erfährt. Motoren dieser Art haben die Bezeichnung „Mehrstoffmaschinen" erhalten. Jeden einzelnen der Stoffe selbst nennen wir „Arbeitskörper". Nach erfolgter Umwandlung müssen alle „Arbeitskörper" die Maschine verlassen, um in die „Umgebung", d. h. atmosphärische Luft, einen Wasserlauf (den man bei der Kondensation seinen Weg durch die Maschine nehmen läßt) u. ä. abgeliefert zu werden. Daher bildet die Umgebung einen Teil unseres „Systems" und der Prozeß ist erst zu Ende, wenn jeder Arbeitskörper den Druck und die Temperatur der Umgebung angenommen hat. Um die Übersicht zu vereinfachen, wollen wir von der schließlich stattfindenden Vermischung und Diffusion in die Umgebung absehen.

Betrachten wir nun in voller Allgemeinheit einen Arbeitskörper (oder eine Gruppe von solchen), der mit der Eigenenergie $U+K$, wo U die innere, K die kinetische Energie bedeuten, der Maschine angeliefert wird. Im Verlaufe des Prozesses möge er mit einem Wärmebehälter von der Temperatur T_1 in Berührung treten, der selbst nur umkehrbare Umwandlungen erfährt, und ihm die Wärmemenge Q_1 (mit oder ohne Temperatursprung) mitteilt. Im übrigen soll jeder Wärmeaustausch fehlen, bis auf den mit der „Umgebung", welche wir als unendlich großen Behälter mit der Temperatur T_0 ansehen. Wenn der Arbeitskörper zum Schluß (innerhalb oder außerhalb der Maschine) die Temperatur T_0 angenommen hat, soll an die Umgebung im ganzen die Wärmemenge Q_0, und zwar umkehrbar, abgeliefert worden sein. Die Eigenenergie des Körpers betrage im Endzustande $U'+K'$. Die Gesamtenergie vor der Umwandlung muß nun gleich sein der Gesamtenergie nach der Umwandlung einschließlich der gewonnenen Arbeit L. Daher haben wir

$$U+K+Q_1=U'+K'+Q_0+L,$$



wobei alle Größen in mkg ausgedrückt sind. Die gewonnene Arbeit ist demgemäß

$$L = (U + K) - (U' + K') + (Q_1 - Q_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Als technisch verwertbare Arbeit kann aber nicht der ganze Betrag L gelten. Selbst an einer idealen Maschine müssen wir den Betrag in Abzug bringen, der für das Herausschaffen des Körpers in die Umgebung erforderlich ist, der durch das Produkt $p'V'$ ausgedrückt wird, wo p' den konstanten Druck der Umgebung, V' das Endvolumen des Arbeitskörpers bedeuten. Hingegen wird auf der anderen Seite ein Gewinn erzielt, der in $U + K$ nicht enthalten ist, indem beim Hereinschaffen des Arbeitskörpers in die Maschine der Druck p des Raumes, aus dem er entnommen wurde, die Arbeit pV leistet, wo V das Anfangsvolumen bezeichnet.

Wir erhalten also als „technische Nutzarbeit"

$$L_t = L - p'V' + pV = (U + K + pV) - (U' + K' + p'V') + (Q_1 - Q_0) \quad (2)$$

oder indem wir die „Wärmeinhalte" $J = U + pV$; $J' = U' + p'V'$ einführen

$$L_t = (J + K) - (J' + K') + (Q_1 - Q_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

Hier ist vorweg zu bemerken, daß jeder Betrag von kinetischer Energie, der im Endzustande enthalten ist, einen Verlust bedeutet, der, wie sich von selbst versteht, so weit als möglich vermieden werden muß.

Nun betrachten wir die vorkommenden Entropieänderungen. Der Arbeitskörper besitze im Anfangszustande die Entropie S. Als schließlicher Endzustand ist uns im Sinne der einleitenden Bemerkung der Druck und die Temperatur der Umgebung vorgeschrieben, so daß von vornherein die End-Entropie S' berechnet werden kann. Im weiteren kommt der Wärmebehälter in Frage, dessen Entropie um Q_1/T_1 abgenommen (oder um $-Q_1/T_1$ zugenommen), — wie auch die Umgebung, deren Entropie um Q_0/T_0 zugenommen hat, da wir voraussetzten, daß Q_0 umkehrbar abgeliefert sei. Die Gesamtzunahme der Entropie, welche positiv sein muß, ist also

$$P = S' - S - \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_0}{T_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Berechnen wir Q_0 aus Gl. (3) und setzen wir es in Gl. (2a) ein, so folgt

$$L_t = (J + K) - (J' + K') + T_0 (S' - S) + Q_1 \frac{T_1 - T_0}{T_1} - PT_0 \quad . \quad . \quad (4)$$

Hätten wir Wärmeaustausch mit noch weiteren Behältern, so würden noch weitere Glieder von der Form des vorletzten in der Gleichung auftreten.

Bei bekanntem Anfangs- und Endzustand sind in dieser Formel alle Größen bekannt, bis auf P, welches ein Maß für die Nichtumkehrbarkeit der durchlaufenen Prozesse ist. Je größer die Zunahme der Entropie war, d. h. je mehr nichtumkehrbare Zustandsänderungen wir hatten, um so kleiner wird L.

Für den Grenzfall $P = 0$, d. h. die in allen Teilen umkehrbare Zustandsänderung, erhalten wir das Maximum der Arbeit unter den gegebenen Verhältnissen. Bezeichnen wir diese mit L_0, so ist

$$L_t = L_0 - PT_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

was man in den Satz fassen kann:

Bei nicht umkehrbaren Vorgängen irgendwelcher (auch chemischer) Art erleidet die Nutzarbeit eine Verringerung um das Produkt aus der stattgefundenen Zunahme der Entropie aller am Prozeß beteiligten Körper und der Temperatur des wärmeableitenden Behälters, d. h. der Umgebung. — Wie aus der Ableitung her-


Digitized by Google

vorgeht, ist es hierbei ganz gleichgültig, in welchem Teil der Zustandsänderung die Zunahme erfolgte, ebenso ob sie auf einmal oder in Teilen zustande kam.

Beschreibt der Arbeitskörper einen Kreisprozeß, so ist $U = U'$, $p = p'$, $V = V'$, $S = S'$, und es wird mit $P = 0$

$$L_t = Q_1 \frac{T_1 - T_0}{T_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

d. h. wir kommen auf die Carnotsche Formel zurück und stellen wieder fest, daß der Arbeitsgewinn um so größer ist, bei je höherer Temperatur uns die Wärme zur Verfügung stand.

Hätten wir eine Wärmemenge Q_1 an einen Behälter von der Temperatur T_1 abgeleitet, so hätte das vorletzte Glied in Gl. (4) das negative Vorzeichen und L_t wäre um den Betrag verkleinert, den Q_1 mit Hilfe eines Carnotprozesses zwischen den Temperaturen T_1 und T_0 in der vollkommenen Maschine leisten könnte. Diese Arbeit wäre nicht verloren, sondern aufgespeichert, was durch die besondere Art des Prozesses bedingt sein kann. Für die Aufspeicherung einer Wärmemenge gilt also die Regel, daß sie bei möglichst hoher Temperatur zu erfolgen habe. Ein Beispiel hierfür bilden die Heizgase der Dampfkessel.

Jede anderweitige Wärmeableitung kommt der Umgebung zugute, vergrößert Q_0 damit auch P, bedingt also Verlust.

171. Wärmekraftmaschine mit einem Wirkungsgrade > 1. Die Jagd nach der Wärme der Umgebung.

Die technisch ausnutzbare Wärmeenergie auf der Erde ist fast ausnahmslos chemischen Ursprunges. Mit der Sonnenwärme vermögen wir noch nichts anzufangen, und die Wärme der heißen Quellen, Geiser usw. ist der Menge nach zu unbedeutend und wirtschaftlich kaum lohnend. Wir dürfen daher bis auf verschwindende Ausnahmen in Formel (4) die „mitgeteilte" Wärme $Q_1 = 0$ setzen. Wenn wir dann die kinetische Energie am Ein- und Austritt vernachlässigen und zunächst die ideale Maschine mit $P = 0$ betrachten, so lautet der Ausdruck der maximalen Nutzarbeit

$$L_0 = J - J' + T_0 (S' - S) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Der Unterschied der Wärmeinhalte ist aber nichts anderes als der **„Heizwert"** H bei konstantem Drucke, falls die Wärme durch Verbrennung entstand, also im Fall der „Brennkraftmaschinen". Im allgemeinen Fall nennt man $J - J'$ die chemische Wärmetönung. Die Formel lautet nun

$$L_0 = H + T_0 (S' - S) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

und wir erkennen, daß es drei Möglichkeiten gibt:

1. Die Entropie des Arbeitskörpers bleibt ungeändert, $S' = S$, und dann ist

$$L_0 = H,$$

d. h. die erhältliche Höchstarbeit ist dem Heizwerte gerade gleich.

2. Die Entropie ist im Endzustande kleiner als im Anfangszustand $S' < S$, dann ist

$$L_0 < H,$$

die Höchstarbeit kleiner als der Heizwert.

3. Die Entropie ist im Endzustande größer als im Anfangszustand $S' > S$, dann wird

$$L_0 > H,$$

die umkehrbare gewonnene Höchstarbeit ist größer als der Heizwert.


Digitized by Google

Durch Multiplikation der „theoretischen" Arbeit L_0 mit dem thermodynamischen Wirkungsgrad η_{th}, der der Nichtumkehrbarkeit des Prozesses Rechnung trägt, erhält man die in Wirklichkeit gewinnbare Roharbeit oder indizierte Arbeit, und aus dieser durch Multiplikation mit dem mechanischen Wirkungsgrad η_m die effektive Arbeit. Das Verhältnis der effektiven Arbeit zum Heizwert nennt man wirtschaftlichen Wirkungsgrad, wofür aber besser Gesamt- oder absoluter Wirkungsgrad η_a zu setzen wäre. Hiernach ist

$$L_e = \eta_{th}\eta_m L_0 = \eta_a H$$

und falls η_{th}, η_m genügend hoch sind, kann im Falle 3 die effektive Arbeit L_e noch immer $> H$ werden. Es ist also grundsätzlich nicht ausgeschlossen, Wärmekraftmaschinen mit einem absoluten Wirkungsgrad, der größer als die Einheit ist,

$$\eta_a > 1$$

zu konstruieren.

Dieses Ergebnis scheint zwar für Wärmekraftmaschinen neu zu sein, ist aber nur die vollkommene Analogie zu den Sätzen, die Helmholtz über die galvanischen Ketten abgeleitet hat. Bei näherem Zusehen sieht man in der Tat, daß die Anteile $T_0 S$ und $T_0 S'$ nichts anderes sind, als die von Helmholtz eingeführte „gebundene Energie". Die von Helmholtz als „freie Energie" bezeichnete Differenz $U - T_0 S$ wird in unseren Formeln durch $J - T_0 S$ vertreten und darf dementsprechend „technische freie Energie" genannt werden.

Bezeichnen wir letztere mit

$$E = J - T_0 S \quad \text{und} \quad E' = J' - T_0 S',$$

so lautet Gl. (7)

$$L_0 = E - E' \quad \text{. . . . .} \quad (9)$$

oder in Worten:

Die größte technische Nutzarbeit, die eine Brennkraftmaschine (oder beliebige chemische Kraftmaschine bei Ausschluß von Zwischenwärmeaustausch) liefern kann, ist der Unterschied der technischen freien Energie im Anfangs- und im Endzustand.[1])

Betrachten wir nun den Fall Nr. 3, so ist die an den Grundbehälter abgelieferte Wärme nach Gl. (3) mit $P = 0$

$$Q_0 = T_0 (S - S')$$

negativ; der Überschuß der Nutzarbeit über den Heizwert ist die negative, d. h. vom Behälter aufgenommene Wärme. **Es wird Wärme der Umgebung in Arbeit verwandelt.**[2])

---

[1]) Man sieht hiernach, daß die freie Energie eine sehr allgemeine Bedeutung besitzt und nicht bloß bei isothermischen Zustandsänderungen in Betracht kommt, wie Planck angenommen hat. Daß die oben benützten Funktionen auch für die mit Temperaturänderungen verbundenen Prozesse der Gasmaschine eine fundamentale Rolle spielen, wurde in der technischen Literatur vom Verfasser (Z. Ver. deutsch. Ing. 1898, S. 1088) hervorgehoben. Nach dem Erscheinen der 2. Auflage dieses Buches wurde ihm bekannt, daß in der wissenschaftlichen Literatur Gouy schon im Jahre 1889, Journal de physique, Bd. VIII, S. 501, die gleichen Formeln entwickelt hat. Seither gab M. E Jouguet in Revue de Mécanique, Mars 1907, Anwendungen dieses Theorems auf verschiedene Aufgaben der Energieumwandlung.

[2]) Manche Erfinder glaubten, daß man zum gleichen Ziele durch besondere Einrichtung des Arbeitsprozesses gelangen könnte. So hat Friedenthal vorgeschlagen, die bei einem beliebigen Brennkraftmotor in den Auspuffgasen enthaltene (positive!) Wärme Q_0, die theoretisch an den Behälter mit der Temperatur der Umgebung abzuliefern wäre, zum Verdampfen des passend gewählten Brennstoffes selbst zu verwenden, welcher bei der Temperatur T_0 sieden und eine solche Verdampfungswärme besitzen müßte, daß die pro Spiel in den Prozeß tretende Menge die ganze Wärme Q_0 und noch etwas aus der Umgebung aufzunehmen vermöchte. Die Verbrennungsgase


Digitized by Google

Man wolle hierin ja kein Perpetuum mobile zweiter Art erblicken. Wir verwandeln wohl die Wärme der Umgebung in Arbeit mit bloß einem Wärmebehälter, aber nicht so, daß im Zustande anderer Körper keine Änderung auftrete. Im Gegenteil, es wird der Arbeitskörper selbst, dessen Entropie die kostbare Eigenschaft $S' > S$ besitzt, umgewandelt und in einem anderen Zustand entlassen.

Nachdem wir uns also auf rechtmäßigem Boden bewegen, entsteht die Hauptfrage, ob es Körper mit so starkem Überschuß von S' über S gibt, daß die unvermeidlichen Verluste gedeckt und die Ausbeutung der Wärme der Umgebung im großen lohnend werden könnte.

Die Antwort ist verneinend; es gibt nur Körper mit unwesentlicher Zunahme der Entropie, daher keine wirtschaftlichen Wärmekraftmaschinen dieser Art gebaut werden können. Um zu entscheiden, ob bei einer Stoffart $S' >$ oder $< S$ ist, war man bis in die letzte Zeit hinein auf den Versuch angewiesen. Im Jahre 1906 stellte Nernst eine äußerst fruchtbare Hypothese auf, die er „Neues Wärmetheorem" benennt, durch welches zur Entscheidung bloß die Messung des Heizwertes der betreffenden Stoffe bei verschiedenen Temperaturen erforderlich ist. Ist derselbe in der Form

$$H = H_0 + \alpha T + \beta T^2 + \gamma T^3 + \dots.$$

dargestellt, und sind die Dampfdruckkurven der Stoffe bekannt, so gelingt es auf dem Wege der Rechnung, den Betrag der Entropieumwandlung und die maximale Arbeit selbst zu ermitteln. Betreff der Einzelheiten der neuen Theorie verweisen wir auf Nernsts einzigartiges Lehrbuch „Theoretische Chemie", 6. Aufl. 1909. S. 699, 705, 712, 732 u. a.

172. Wie muß der Prozeß günstigster Arbeitsausbeute im einzelnen beschaffen sein?

Der zweite Wärmesatz stellt die einzige Forderung auf, daß wir nicht umkehrbare Prozesse nach Tunlichkeit vermeiden müssen. Da aber jedes vollkommen umkehrbare Verfahren unseren Zweck gleich gut erfüllt, so stehen wir vor der **erstaunlichen Tatsache, daß vom rein thermischen Standpunkt nicht ein, sondern in den meisten Fällen unendlich viel verschiedene Prozesse das Maximum der Arbeitsausbeute gewährleisten können.**

Diese theoretische Anweisung, nicht umkehrbare Vorgänge zu vermeiden, trifft in vielen Punkten mit dem zusammen, was die alltägliche Erfahrung (der

---

würden auf atmosphärische Pressung abgekühlt ins Freie entweichen, und es würde der ganze Heizwert des Brennstoffes und noch etwas mehr in Arbeit umgewandelt.

Diese theoretische Möglichkeit eines Wirkungsgrades, der $= 1$ oder noch größer wie 1 wäre, hat indessen gar keine praktische Bedeutung, und zwar abgesehen von der Frage, ob Brennstoffe von der erforderlichen hohen Verdampfungswärme beschafft werden können, einfach deshalb, weil ein bei atmosphärischer Temperatur siedender Brennstoff mit seinem Dampfe als gleichwertig, d. h. als „natürliches Gas" anzusehen ist. Ist H der Heizwert pro Kilogramm des flüssigen Stoffes, und ist die Verdampfungswärme $= Q_0$, so ist der Heizwert des gasförmigen Stoffes $H' = H + Q_0$ pro Kilogramm. In Arbeit umgewandelt wird H, und wenn wir H als Bezugseinheit wählen, so ist der Wirkungsgrad $= 1$. Wenn aber das gleichwertige H' zugrunde gelegt wird, so wird in Arbeit umgesetzt $H' - Q_0$, und der Wirkungsgrad ist kleiner als 1. Im letzteren Falle können wir den Brennstoff gasförmig zugeführt denken, und der Motor arbeitet wie ein gewöhnlicher Gasmotor. Die Wärme Q_0 muß zum Schluß entzogen werden, allein wir erhalten genau so viel Arbeit wie vorhin. Die scheinbar so günstige Verwertung der Abwärme Q_0 nützt also in Wirklichkeit gar nichts, und diese Bemerkung gilt allgemein, denn die auf dem untersten Temperaturniveau für die Verdampfung zur Verfügung stehende Wärme ist wirtschaftlich wertlos.


Digitized by Google

„gesunde Menschenverstand") diktiert. Die hauptsächlichen technischen Nichtumkehrbarkeiten sind ja **die Reibung, die Drosselung, jeder Temperatursprung,** also **Vernichtung kinetischer Energie, Wärmeverluste,** die wir selbstverständlich nach Tunlichkeit zu vermeiden suchen werden.

Dies gelingt für die beiden ersten Arten, indem wir die Herstellung der Maschine verfeinern und geeignete Geschwindigkeiten und Querschnitte wählen. Der Temperatursprung kann herabgesetzt werden durch genügend durchlässige und große Heiz- bzw. Kühlflächen.

Endlich werden wir **den „Arbeitskörper" aus der Maschine mit der Temperatur und dem Druck der Umgebung** und mit verschwindend kleiner Geschwindigkeit **entlassen.**

Alles andere ist bei voller Umkehrbarkeit der Prozesse willkürlich; insbesondere ist es theoretisch zulässig, bei beliebig niedrigen Temperaturen zu arbeiten; ja in der Grenze wäre der isothermische Vorgang bei Atmosphärentemperatur der bequemste. Sobald aber mit Rücksicht auf die praktische Ausführung eine erste Nichtumkehrbarkeit unvermeidbar ist, hört die weitere Willkürlichkeit auf und die Fortsetzung des Prozesses muß die unter den gegebenen Umständen günstigsten Wege einschlagen. Dies wollen wir uns an einigen Beispielen klar machen.

a) Der Dampfturbinenprozeß.

Für die Dampfmaschine überhaupt muß man es als eine unabänderliche Notwendigkeit hinnehmen, daß die Kohle unter dem Kessel auf die übliche Weise verbrannt wird, so daß die Heizgase mit der Verbrennungstemperatur unter Atmosphärendruck als Energieträger „angeliefert" zu gelten haben, während das zu verdampfende Wasser mit Kühlwassertemperatur in den Kreislauf eintritt. Die nicht im Zustande chemischen Gleichgewichtes erfolgende Verbrennung bildet die erste große Umkehrbarkeit, die man nur umgehen könnte, wenn man zum Brennkraftmotor überginge. Nachdem die Verbrennungsgase einmal, gewissermaßen als endlichgroßer Wärmebehälter gegeben sind, ist die weitere Aufgabe die, mit diesem Vorrat möglichst schonend zu verfahren.

Der Idealprozeß, der dem üblichen Arbeitsgang am nächsten kommt, ist das **„Gegenstromverfahren"**. Das kalte Speisewasser wird zuerst mit kalten, d. h. mit den abgehenden Heizgasen und erst nach Maßgabe seiner Erwärmung mit wärmeren Teilen derselben in Berührung gebracht. Sobald Verdampfung eintritt, bleibt freilich bei konstantem Druck auch die Temperatur konstant, während die Heizgase sich notwendigerweise abkühlen und dies stellt uns vor eine große Schwierigkeit die man zwar „theoretisch" überwinden kann, indem man die Verdampfung auch im Gegenstrome mit stetig wachsendem Druck vor sich gehen läßt, allein nur um den Preis großer Komplikation im Dampfkessel. Dieser müßte in Abteilungen geteilt sein, welche das Dampf- und Wassergemisch der Reihe nach durchläuft, unter jeweiliger adiabatischer Verdichtung auf den nächst höheren Druck. Endlich müßte der Dampf im Gegenstrom auf die Eintrittstemperatur der Verbrennungsgase überhitzt werden. Nachdem der Wärmevorrat auf diese Weise erschöpft wäre, könnte keine Wärmemitteilung und dürfte kein Wärmeentzug stattfinden: Wir müßten adiabatisch umkehrbar (d. h. ohne Reibung und Drosselung) bis auf die Temperatur der Umgebung (des Kondensators) expandieren. Hierauf erreichen wir den Druck der Umgebung durch isothermische Wärmeentziehung (Kondensation) mit entsprechender Verdichtung. Während der Expansion erzeugen wir kinetische Energie, welche umkehrbar, d. h. ohne Stoß, an das Laufrad abgegeben werden muß, so vollständig als möglich.

Digitized by Google

Wir haben gesehen, daß die zweite Hälfte dieses Prozesses durch das wirkliche Dampfturbinenverfahren schon in recht befriedigender Weise verwirklicht wird; in der ersten Hälfte, im Verdampfungsprozeß, sind hingegen noch arge Nichtumkehrbarkeiten vorhanden.

Ein anderer ebenso vollkommener und theoretisch besonders einfacher Idealprozeß ist das folgende Verfahren, welches dem von Lorenz eingeführten polytropischen Prozeß nachgebildet ist. Eine geeignete Menge Speisewasser wird von Anfang an adiabatisch auf die Temperatur der Heizgase verdichtet, worauf die beiden unter stetem Wärmeaustausch durch vollkommen durchlässige Heizwände sich im Parallelstrom umkehrbar bis auf die Umgebungstemperatur abkühlen, und zwar die Heizgase unter atmosphärischem Druck, während der Dampf durch Ausdehnung kinetische Energie erzeugt, die wir in der Turbine ausnützen. Schließlich würde der Dampf wieder isothermisch auf Atmosphärendruck verdichtet.

So einfach sich der Prozeß beschreiben läßt, so schwierig wäre seine Verwirklichung. Die adiabatische Kompression des Speisewassers würde auf Tausende von Atmosphären führen, und die Wärmezufuhr während der Expansion ist bei der sehr kleinen zur Verfügung stehenden Heizfläche nicht bloß der einstufigen Lavalschen Düse, sondern auch der vielstufigen Turbine so gut wie eine bare Unmöglichkeit.

Die unendlich vielen theoretisch vollkommenen Prozesse nützen also dem praktischen Ingenieur wenig. Er muß sich an historisch Gewordene der Maschine halten und das Nichtumkehrbare an ihr schrittweise soweit als möglich auszumerzen suchen —, es sei denn, daß sein Genie Mittel entdeckt, die bisher unwegsamen Pfade gangbar zu machen.

b) Der Brennkraftmaschinenprozeß.

Die Verbrennung unter dem Dampfkessel ist nicht umkehrbar, weil die sich bindenden Bestandteile nicht im chemischen Gleichgewicht stehen. Um dies Gleichgewicht zu erreichen, muß man sich in das Gebiet der Dissoziation begeben, wo sich die Bestandteile des verbrennenden Gemisches nach Maßgabe einer (adiabatischen) Expansion schrittweise und umkehrbar verbinden können. Dies würde theoretisch in einem Gasmotor vor sich gehen können und würde, wie schon Prof. E. Meyer (Berlin) ausgesprochen hat, den Idealprozeß der Brennkraftmaschine bilden.

Will man die Umkehrbarkeit in allen Teilen vollkommen sichern, so wird der Prozeß außerordentlich verwickelt, und man wird am bequemsten auf die sog. halbdurchlässigen Wände zurückgreifen, die die Eigenschaft besitzen, bestimmte Gas- oder Flüssigkeitsmoleküle frei hindurchdiffundieren zu lassen, andere hingegen nicht. Die Osmose flüssiger Lösungen bietet zahlreiche Beispiele sehr vollkommener „semipermeabler Membranen", und ihre Benutzung für Gasmaschinenprozesse dürfte in der Theorie zulässig sein, seit Planck experimentell nachgewiesen hat, daß Platin in glühendem Zustand für Wassermoleküle durchlässig ist, für Sauerstoff und Stickstoff aber nicht. Wir stellen also die Hypothese auf, daß es Stoffe gebe, die für alle technischen Gase halbdurchlässige Wände bilden können. Bei gewöhnlicher Mischung, durch gegenseitige Diffusion der Gase, nimmt die Entropie jedes der Bestandteile wegen der arbeitslosen Expansion auf den Partialdruck, d. h. auf das Gesamtvolumen, zu, der Vorgang ist also nicht umkehrbar. Wenn wir aber das Gas durch eine semipermeable Wand mit einer Pressung, die dem Partialdruck im Gemische gleich ist und natürlich auch mit gleicher Temperatur, hineinpressen, so hört die Nichtumkehrbarkeit auf, weil keine Expansion stattfindet.

Wir werden also die Bestandteile des „Ladegemisches" jeden für sich isothermisch auf einen solchen Druck verdichten, daß eine darauffolgende adiabatische Kompression sie gerade auf den Partialdruck führt, den sie im Verbrennungsgemisch haben müssen. Hierauf schieben wir jede Komponente durch eine eigene halbdurchlässige Wand gleichzeitig in den „Verbrennungsraum" (dessen Größe im Anfange gleich Null ist) hinein und lassen durch Fortrücken des Kolbens das Volumen des Verbrennungsgemisches unter Abfuhr der durch das teilweise Verbrennen entstehenden Wärme an einen Behälter, sich so vergrößern, daß weder der Druck noch die Temperatur sich ändern. Nachdem das ganze


Digitized by Google

Gemisch in den Verbrennungsraum gepreßt wurde, setzt man die Ausdehnung unter derartiger Zuführung der vorhin im Behälter aufgespeicherten Wärme fort, daß die Temperatur konstant bleibt.[1]) Hierauf lassen wir das Gemisch sich adiabatisch bis auf die Temperatur der Umgebung ausdehnen, um es isothermisch bis auf den Druck der Umgebung zu verdichten und auszustoßen. Alle Vorgänge sind umkehrbar, also erhalten wir die maximale Arbeit; doch ist zu beachten, daß nach dem „Massenwirkungsgesetz" der Chemie die Vereinigung der Brennstoffe trotz Überführung in atmosphärischen Zustand nicht vollkommen sein wird, so daß ein allerdings ungemein kleiner Verlust unvermeidbar ist.

Dieser Idealprozeß hat schon die Eigentümlichkeit, daß es auf die Temperatur der Dissoziations-Isotherme gar nicht ankommt, wie im Sinne unserer früheren Darlegung für den vollkommenen Prozeß sein muß. Aber es wäre weit gefehlt, wenn man folgern wollte, daß auch für den wirklichen Gasmotor die Höhe der Verbrennungstemperatur gleichgültig ist. Im praktischen Prozeß ist die Verbrennung ein nicht umkehrbarer Vorgang, und der Wirkungsgrad steigt um so mehr, bei je höherer Temperatur dieselbe erfolgt. Eine von mir entwickelte Formel des theoretischen Wirkungsgrades bei veränderlichen spezifischen Wärmen findet man in Z. Ver. deutsch Ing. 1898, S. 1089, und unter Berücksichtigung der Volumenabnahme der Verbrennungsgase desgl. in Zeitschr. 1903, S. 339.

Sehr wichtig ist, daß wir über die Größe der maximalen Nutzarbeit der technisch wichtigen Verbrennungen durch die klassischen Arbeiten von Nernst genau unterrichtet sind.[2]) Hiernach können bei der Verbrennung von Wasserstoff 93,5 v. H., bei der von Kohlenoxyd 98,0 v. H. und bei der von Kohlenstoff 99 v. H. des Heizwertes in Arbeit umgewandelt werden. Die Rücksicht auf die Volumenänderung während der Verbrennung wird nur eine ganz unbedeutende Korrektur dieser Zahlen ergeben.

Bevor diese Zahlen bekannt waren, konnte man glauben, daß das heute Erreichte dem theoretisch Möglichen bereits nahe kommt, und dann wäre jedes Bestreben, die Wirtschaftlichkeit zu steigern, vergeblich gewesen. Seit Nernst wissen wir, daß dem nicht so ist; allein auch hier bewährt sich die reine Theorie mehr nur als kritischer Maßstab. Es kann keine Rede davon sein, Anstalten zur Verwirklichung des Idealprozesses zu machen, unsere konstruktiven Mittel reichen hierzu nicht aus. Der Ingenieur muß wieder an Hand der historischen Entwicklung die „schwachen", d. h. verbesserungsfähigen Punkte aufsuchen und den Hebel des Fortschrittes da ansetzen.

Unter diesem Gesichtspunkte werden im Nachfolgenden diejenigen Verbesserungsvorschläge besprochen, die in den letzten Zeiten gemacht worden sind und nach der praktischen oder theoretischen Seite ein Interesse beanspruchen.

173. Verbesserungsvorschläge des Arbeitsverfahrens für Wärme-Kraftmaschinen.

a) Maschinen mit Dampf als Energieträger.

Annäherung an den Carnotschen Prozeß.

Vermeidung der Wärmezufuhr bei niedriger Temperatur an das Speisewasser, indem man den klassischen Carnotschen Prozeß bei der Dampfmaschine dadurch verwirklicht, daß der Auspuffdampf nur bis zu einem bestimmt großen Wassergehalt kondensiert wird, so zwar, daß eine in einem Kompressor vorzunehmende adiabatische Verdichtung auf den Kesseldruck das Gemisch gerade in flüssiges Wasser von Kesseldampftemperatur verwandelt. Dieser Vorschlag,

[1]) Man könnte die Wärmeaufnahme und -abgabe durch diesen Hilfsbehälter vermeiden, wenn man die Bestandteile des Gemisches in elementaren äquivalenten Mengen jeweils auf den im Verbrennungsraum gerade herrschenden Partialdruck komprimieren und hineinschieben würde; doch ist obige für ideale Prozesse zulässige Annahme anschaulicher.

[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1905, S. 1426f.


Digitized by Google

der von der klassischen Thermodynamik ausging und dessen Durchführung von Thurston[1]) noch letzthin als wünschbar hingestellt worden ist, hat zunächst viel Verlockendes für sich. Wenn wir z. B. eine mit Sattdampf zwischen 12 und 0,2 kg/qcm arbeitende Dampfmaschine in bezug auf den erzielbaren Gewinn untersuchen, so verspricht die Anbringung des Luftpumpenkompressors eine Wärmeersparnis von rund 10 v. H.; bei 0,1 kg/qcm Gegendruck steigt die Ersparnis sogar auf 15 v. H. Trotzdem müssen wir diesen Prozeß als Utopie bezeichnen, da der erforderliche Kompressor nahezu die Größe des Hochdruckzylinders unserer Dampfmaschine erhalten müßte und seine Leerlaufarbeit im Verein mit den sonstigen Widerständen den ganzen Gewinn wieder aufzehren würde. Hierzu tritt noch die wesentliche Schwierigkeit, daß in einer gewöhnlichen Kolbenmaschine Dampf und Wasser sich während der Verdichtung trennen und nur in unvollständigen Temperaturaustausch treten würden und daß wir alle eindringende Luft in den Kessel befördern würden.

Der Wärmeregenerator

ist in neuester Zeit durch das D. R. P. Nr. 129182 von Lewicki, v. Knorring, Nadrowski und Imle[2]) in Vorschlag gebracht worden, um die Abwärme bei Heißdampfturbinen nutzbar zu machen. Das Verfahren besteht darin, den noch stark überhitzten Abdampf einer Turbine in Heizkörper zu leiten, die nach der Patentschrift im Wasser- oder Dampfraume eines Kessels aufgestellt sind und dort Wasser verdampfen oder den Dampf überhitzen sollen. Lewicki hat mitgeteilt[3]), daß bei seinen Versuchen unter Anwendung eines auf 460 bis 500° C überhitzten Frischdampfes der Abdampf der Turbine mit 309 bzw. 343° C entwichen ist. Es liegt auf der Hand, daß eine Rückgewinnung des hier aufgespeicherten Wärmezuschusses einen Gewinn darstellt. Lewicki findet folgende Werte:

		halbe Beaufschlagung	ganze Beaufschlagung
Dampftemperatur	°C	460	500
Dampfdruck vor der Turbine	kg/qcm	7,0	7,0
Dampfgegendruck	kg/qcm	1,0	1,0
Dampfverbrauch pro PS_e-st	kg	14,1	11,5
Wärmeverbrauch „ „	WE	11270	9390
Temperatur des Abdampfes	°C	309	343
durch Regenerierung zu gewinnende Wärmemenge pro PS_e-st	WE	1415	1340
oder in Teilen der Gesamtwärme	v. H.	12,5	14,3

Diese Ersparnis wird überall, wo analoge Verhältnisse vorliegen, die Anlage der Regenerativheizkörper verzinsen. Es ist jedoch zu betonen, daß die Turbine Lewickis mit zu kleiner Umfangsgeschwindigkeit lief und daß die starke Überhitzung des Abdampfes nicht bloß von den Schaufelstößen herrührt, sondern in der Hauptsache die in Wärme zurückverwandelte Austrittsenergie des Dampfes darstellt. Erhöhen wir die Umfangsgeschwindigkeit, so wird die Überhitzung des Abdampfes wohl kleiner, und der Regenerator kann weniger Wärme zurückleiten. Wir gewinnen jedoch im Verhältnis mehr Nutzarbeit, als wir Wärme aufgewendet haben, der Gesamteffekt ist ein besserer; wenn man also die Wahl hat zwischen schlechtem „hydraulischen“ Wirkungsgrad der Dampfturbine und Regenerierung

[1]) Transactions Am. Soc. Mech. Eng. 1901.
[2]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1902, S. 783.
[3]) Z. Ver. deutsch. Ing. 1901, S. 1716.

Digitized by Google

einer großen Wärmemenge einerseits, oder gutem hydraulischen Wirkungsgrad, aber Regenerierung einer kleinen Wärmemenge anderseits, so wird letztere Einrichtung wirtschaftlicher sein.

Die Vorwärmung des Speisewassers durch Dampf aus dem Zwischenbehälter

oder einer Zwischenstufe der Dampfturbine ist von Sauvage[1]), Cotteril[2]) empfohlen und von Ancona[3]) als theoretisch vorteilhaft nachgewiesen worden. Die stufenweise Vorwärmung wird empfohlen im D. R. P. Nr. 182366 vom Jahre 1906 durch J. Fischer.

Die Zwischenüberhitzung

bezweckt bei Kolben-Dampfmaschinen die Verhinderung des Niederschlages im großen Zylinder und wurde meist durch den hoch überhitzten Frischdampf, der vor dem Eintritt in die Maschine Heizröhren im Verbinder durchstreicht, bewirkt. Die Verbesserung des Dampfverbrauches ist unzweifelhaft nachgewiesen, indes nicht so erheblich, daß die Einrichtung weite Verbreitung hätte gewinnen können. Knorring, Lewicki und Nadrowski befürworten im D. R. P. Nr. 188644 vom Jahre 1902 mehrfache Zwischenüberhitzung für Dampfturbinen. Für diejenige Zwischenstufe, die mit einem Druck von 1 Atm. abs. arbeitet, demnach den Überhitzer keinem inneren Überdruck aussetzt, soll die Temperatur bis auf 500° C und darüber getrieben werden. Da für die Wärmeausnutzung nicht das Druck-, sondern das Temperaturgefälle maßgebend ist, kann an der theoretischen Wirksamkeit nicht gezweifelt werden. Die Schwierigkeiten sind die verlustlose Weiterleitung so hoch überhitzten Dampfes und seine Wirkungen auf die Dampfverteilungsorgane.

Eine größere Versuchsanlage wurde von S. Z. de Ferranti erbaut; Ergebnisse sind nicht bekannt geworden.

Die Dauerüberhitzung

soll einen Prozeß bezeichnen, bei welchem man hoch überhitzten Dampf unter stetiger weiterer Heizung isothermisch expandieren ließe, um so des Vorteiles der Wärmezufuhr bei höchster Temperatur teilhaftig zu werden. Denkt man sich den Prozeß mit auf 400° überhitztem Dampf von 12 Atm. Druck so durchgeführt, daß die schließliche adiabatische Expansion bei 0,1 kg/qcm zum gesättigten Zustande zurückführt, so ergibt sich gegenüber der einfachen Überhitzung auf 400° und sofortiger adiabatischer Expansion auf 0,1 kg/qcm ein Gewinn von rund 12 v. H. Die auf der Isotherme zuzuführende Wärmemenge beträgt rund 30 v. H. der zum Verdampfen und Überhitzen notwendigen Wärmemenge. Leider würde die praktische Durchführung auch dieses Prozesses, den man bei der vielstufigen Dampfturbine versucht wäre anzuwenden, selbst bei unmittelbarster Verbindung des Motors mit dem Kessel an den Abkühlungs- und Reibungsverlusten der Zu- und Ableitungen scheitern.

Eine Annäherung an diesen Prozeß bilden die Patente von Ferranti.[4])

---

[1]) Ann. des Mines 1890. Bd. XVII, S. 433.
[2]) Engineering 1890, Bd. I, S. 527.
[3]) Das Wärmediagramm, Z. Ver. deutsch. Ing. 1897, S. 554.
[4]) Beispielsweise Schweiz. Pat. Nr. 30634 v. J. 1903.

Digitized by Google

Überhitzung durch Vermischen von Brenngasen mit Dampf

wurde vom Physiker Pictet im Jahre 1899 (D. R. P. Nr. 122950) empfohlen. Es sollten Kohlenwasserstoffe in ein Gemisch von Dampf und Luft mit von Anfang an höherer Pressung eingespritzt und zum Verbrennen gebracht werden. Pictet dachte an eine Expansion im Kolbenmotor. Arbeitet er mit Auspuff, so ist indes seine Maschine ein Petroleummotor mit Wassereinspritzung; will er aber Kondensation anwenden, so erhält die Luftpumpe so bedeutende Abmessungen, daß die Vorteile der höheren Anfangsüberhitzung wieder aufgewogen werden. Es macht sich hier der unangenehme Umstand geltend, daß der Hauptmotor eine um die Arbeit der Luftpumpe und des Kompressors größere Leistung entwickeln, mithin entsprechend größer sein muß. Man hat also einen Aufwand für den Leerlauf der erwähnten Hilfsmaschine und den vergrößerten Leerlauf der Hauptmaschine, der, wie durch eine Rechnung nachweisbar ist, alle Vorteile wieder aufzehrt.

Das gleiche ist der Fall, wenn wir den Beweis in einer Dampfturbine durchführen wollten, wo durch schrittweise Zufuhr die Dauerüberhitzung erreichbar wäre. Schon kleine Mengen von Luft verhindern uns, dem theoretischen Vakuum näherzukommen, und ein Hauptvorteil der Dampfturbine wird dadurch preisgegeben.

Erweiterung der Temperaturgefälle durch die Mehrstoffdampfmaschine.

Wir haben in der Wahl schwersiedender Flüssigkeiten beim gewöhnlichen Dampfmaschinenprozeß ein Mittel, die Wärmezufuhr bei höheren Temperaturen zu erzwingen; es seien hier die Patente von A. Seigle und die Mehrstoffdampfmaschine von Schreber erwähnt. Ersterer läßt einen schwerflüchtigen Kohlenwasserstoff, z. B. Solaröl, das bei 350 bis 450° verdampft, in einem Dampfmotor Arbeit leisten, worauf in einem als Dampfkessel gebauten Oberflächenkondensator durch das sich niederschlagende Öl Wasser verdampft und in gewohnter Weise als Triebkraft verwendet würde. Schreber schlägt als erste Stufe Anilin vor, auf Grund der günstigen thermischen Eigenschaften, d. h. des vorteilhaften Verhältnisses der Verdampfungs- und der Flüssigkeitswärme dieses Stoffes. Will man den Vorteil der Wärmezufuhr bei hoher Temperatur ausnutzen, so darf eben das besagte Verhältnis nicht zu klein werden. Schreber betont[1]) ferner die früher übersehene Notwendigkeit, durch Vorwärmer den hohen Wärmeinhalt der Abgase der Feuerung weiterhin zu verwerten, womit freilich auch ein weiteres Element der Betriebskomplikation eingeführt wird.

Dieses Aufsetzen einer oder mehrerer Stufen auf den gewöhnlichen Dampfmaschinenprozeß erscheint ungemein verführerisch und die Verbesserung des Wirkungsgrades erheblicher als durch irgend eines der vorher erwähnten Mittel. Die Mehrstoffdampfmaschine verdient zweifelsohne höchste Beachtung und würde es rechtfertigen, weitere Mittel zur Erforschung geeigneter Flüssigkeiten aufzuwenden. Bis heute sind zwei große Schwierigkeiten unbehoben, 1. die chemische Unbeständigkeit der vorgeschlagenen Stoffe bei hoher Temperatur, 2. beim Anilin und ähnlichen deren hochgradige Giftigkeit (bei obendrein nicht ausgesprochen scharfem Geruche), weshalb auch von chemischen Fachleuten an der industriellen Verwertbarkeit dieses Stoffes gezweifelt wird.

---

[1]) Dinglers Polytechn. Journ. Nov. 1902. Seither ausführlich dargestellt in der ausgezeichneten Studie: Die Theorie der Mehrstoffdampfmaschinen, Leipzig 1903.


Digitized by Google

Die Abwärmemaschine

beabsichtigte, den letzten Unterschied zwischen Kondensatordampf- und Kühlwasser-Temperatur auszunutzen. Der Prozeß besteht bekanntlich darin, daß man durch Niederschlagen des Wasserdampfes in einem Oberflächenkondensator schwefelige Säure verdampft und in einer Kolbenmaschine Arbeit leisten läßt. Der Dampf der schwefeligen Säure wird seinerseits ebenfalls in einem Oberflächenkondensator durch das Kühlwasser kondensiert. Die Daseinsberechtigung dieses Vorschlages beruht in der Erfahrungstatsache, daß die Dampfmaschine in der Regel mit einem Vakuum arbeitet, welches 0,1 kg/qcm, ja häufig 0,2 kg/qcm überschreitet. Diesen Drücken entspricht noch eine Temperatur von rund 45 bzw. 60° C, während die Mitteltemperatur des Einspritzwassers vielfach um 10 bis 20° C zu liegen pflegt. Hier sind mithin theoretisch 35 bis 50° C Temperaturgefälle zu gewinnen, was sogar bei einer Carnotschen Maschine mit z. B. 180° oberer Temperaturgrenze einen Gewinn von $^{35}/_{135}$ bzw. $^{50}/_{120}$, d. h. 26 bzw. 42 v. H. ergeben würde. Wir sind durch die Veröffentlichungen von Josse über die bedeutenden praktisch-konstruktiven Schwierigkeiten, die zu überwinden waren, unterrichtet. Eine der größten Gefahren bildete das Undichtwerden des Kondensators, wobei die schwefelige Säure durch das Wasser zu Schwefelsäure oxydiert wird und die Schmiedeeisenteile in kürzester Frist (z. B. in einer Nacht) so zu zerstören vermag, daß die Weiterbenutzung des Kondensators unmöglich wird. Nach kurzem Aufblühen ist daher fast vollständiger Stillstand in der Verwendung dieser Motorenart eingetreten.

Die Luft-Dampfmaschine von Pictet.

Einen eigentümlichen Weg schlägt der bereits genannte Physiker Pictet ein, um den Temperatursprung einer Auspuff-Dampfmaschine nach unten zu erweitern. Er gedenkt komprimierte Luft auf die Temperatur des Dampfes erwärmt und mit diesem gemischt in die Maschine zu leiten. Stände das Mengenverhältnis der Luft zum Dampfe ungefährt wie 2 : 1, so würde der Teildruck des letzteren nach Pictet ungefähr $^1/_3$ des jeweiligen Gesamtdruckes ausmachen. Betrüge dieser 1 kg/qcm, so entfiele auf den Dampf etwa $^1/_3$ kg/qcm Teildruck, er würde mithin bei freiem Auspuff fast ebenso tief expandieren wie sonst bei Anwendung der Kondensation. Hieraus folgert Pictet, daß auch der Dampfverbrauch dieser Auspuffmaschine dem nahe käme, der sich bei Kondensationsbetrieb ergibt. Mag hier auch ein Gewinn herausschauen, so ist doch die Anlage so verwickelt, daß mit fast gleichen Kosten eine Wasser-Rückkühlanlage mit Kondensation aufgestellt werden kann, die zweifellos bedeutend bessere Ergebnisse liefern würde.

Fig. 720.

Dem vielleicht bestechenden Äußeren des Pictetschen Vorschlages gegenüber muß, abgesehen von den praktischen Schwierigkeiten, auf die grundsätzlichen Verluste aufmerksam gemacht werden, die eine mit Mischung verschiedener Dampf- oder Gasarten arbeitende Maschine nie vermeiden kann. Es wird die Mischung von Dampf und Luft, die mit Rücksicht auf das Rosten des Dampfkessels nur vor dem Dampfzylinder (in einem Behälter) zusammentreffen dürfen, entweder vollständig sein oder nicht, bez. in einigen Teilen vollständig, in andern nicht. Da, wo sie es nicht ist, expandiert der Dampf beim Auspuff auf 1 Atm. und nicht auf den Teildruck, verläßt die Maschine als nasser Dampf mit 100° Temperatur und wärmt obendrein die benachbarten Luftteilchen auf die gleiche Höhe an. Da, wo die Mischung vollständig ist, findet aber ein anderer Verlust statt, zufolge der Vermehrung der Entropie der sich mischenden Teile, die ja einer Entwertung des Wärmeinhaltes gleichkommt. Um diesen letzteren Verlust zahlenmäßig zu

Digitized by Google

ermitteln, müßte man den Vorgang der hier stattfindenden Diffusion bei konstantem Druck an Hand der Skizze (Fig. 720) einer Untersuchung unterwerfen. Bei A trete der Dampf, bei B die Luft ein, bei C das Gemisch aus. Wendet man auf die zwischen den Schnitten A, B und C enthaltene Gemischmenge das Prinzip der Energie an, so findet man das einfache Gesetz

$$G_1 i_1 + G_2 i_2 = G_1 i_1' + G_2 i_2'.$$

worin i_1 der Wärmeinhalt des Dampfes, i_2 der Wärmeinhalt der Luft $= c_p T$ vor der Mischung i_1', i_2' dasselbe nach der Mischung, G_1, G_2 das Dampf- bzw. Luftgewicht bedeuten. Als weitere Beziehung ist die Gleichheit der Volumen der sich gegenseitig durchdringenden Dampf- und Luftmengen herbeizuziehen:

$$G_1 v_1' = G_2 v_2'.$$

Man berechnet nun die Entropie $S = G_1 s_1 + G_2 s_2$ vor und die Entropie S' nach der Mischung. Das Produkt der Entropiezunahme $S' - S$ und der absoluten Temperatur T_0, d. h. $(S' - S)\,T_0$, gibt den Arbeitsverlust an, der bei Expansion auf die Temperatur T_0 durch die Mischung bedingt ist. So findet sich für $G_1 = 1$, $G_2 = 2$, 10 Atm. abs. Anfangsdruck, gesättigten Dampf, Luft von gleicher Temperatur, — nach der Diffusion: der Teildruck des Dampfes 4,3 Atm., derjenige der Luft 5,7, die gemeinsame Temperatur, 446° absolut, die Zunahme der Entropie 0,16 Einheiten, mithin bei Expansion auf 0° C ein Verlust von $(S' - S)\,T_0 =$ rd. 44 WE.

Verwendung schwerer Dämpfe nach Rahmer, Leblanc, Zuppinger.

Die Verwendung von schweren Dämpfen, d. h. solchen von hohem Molekulargewicht, bezweckt die Herabsetzung der Ausflußgeschwindigkeit, wodurch die Ausnützung des ganzen Druckgefälles in weniger Stufen bei mäßigen Umfangsgeschwindigkeiten ermöglicht werden soll.

Die Ausflußformel

$$\frac{w^2}{2g} = -\int v\,dp = \frac{k}{k-1}\, p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$$

für adiabatische Zustandsänderung kann man vermöge der allgemeinen Gasgleichung (die auch bei Dämpfen angenähert erfüllt ist) $p_1 v_1 = \frac{\mathfrak{R}}{m} T_1$, wobei $\mathfrak{R} = 845$ eine für alle Gase gültige Konstante (kg/m/sek als Einheiten), m das Molekulargewicht bedeuten, auf die Form

$$w^2 = \frac{2gk}{k-1} \frac{\mathfrak{R} T_1}{m} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$$

bringen, und erkennt, daß unter sonst gleichen Umständen **die Ausflußgeschwindigkeit der Quadratwurzel aus dem Molekulargewicht umgekehrt proportional ist.**

Allerdings nimmt k bei hochmolekularen Stoffen im allgemeinen ab, was w etwas erhöht.

Recht günstig steht der von Rahmer, D.R.P. Nr. 108017, vorgeschlagene Quecksilberdampf da, bei welchem $m =$ rd. 200 ist, und gegenüber Wasserdampf unter sonst gleichen Umständen w auf ein Drittel, infolge des größeren k sogar noch weiter herabgesetzt erscheint.

Leblanc beschäftigte sich mit Kohlenstofftetrachlorid CCl_4, für den $m =$ rd. 154, also günstig ist, der indes an dem Übelstande leidet, mit Wasser bei hoher Temperatur Salzsäure zu bilden. Da Wasser als Kühlmittel für den Kondensator unentbehrlich ist, besteht die Gefahr des Undichtwerdens.

Zuppinger faßte schwere Kohlenwasserstoffe ins Auge, und ist bestrebt, deren chemischen Zerfall bei hohen Temperaturen zu verhindern.


Digitized by Google

Seit wir mit verhältnismäßig kleinen Stufenzahlen selbst hohe Wärmegefälle vorteilhaft haben ausnützen gelernt, hat die Herabsetzung der Ausflußgeschwindigkeit ihre frühere Wichtigkeit verloren. Man wird die Einfachheit des Dampfbetriebes nur ganz erheblichen sonstigen Vorteilen opfern.

b) Die Natronmaschinen

kann man abkürzend die vielfach vorgeschlagene Dampfmaschine nennen, bei welcher Natronlauge als Zwischenglied benutzt wird. Konzentrierte Natronlauge erfährt bei der Verdünnung mit Wasser oder sich niederschlagendem Dampf eine starke Erwärmung, die zu weiterer Dampferzeugung verwendet werden kann. Bekannt ist die Honigmannsche Lokomotive, die ihren eigenen Abdampf verschluckte und frischen erzeugte. Solange man im Auge behält, daß die frei werdende „Verdünnungswärme" wieder aufgewendet werden muß, wenn wir die verdünnte Lauge eindampfen, um sie wirkungsfähig zu machen, wird man nicht auf Abwege geraten.

Der ernsteste Versuch auf diesem Gebiete stammt von E. Zander, der den Prozeß der Honigmann-Lokomotive wie folgt verbessert:

Die verdünnte Natronlauge wird in stetigem Strom in einen unter beispielsweise 10 Atm. stehenden Verdampfer geführt und der Dampf, der während des Eindampfens gewonnen wird, nicht wie bei Honigmann ins Freie entlassen, sondern in einer Kolbenmaschine oder Turbine arbeitsleistend verwertet. Der Abdampf wird unter Atmosphärenspannung mit der konzentrierten Lauge, wie bei Honigmann, in einem besonderen Gefäß in Berührung gebracht, und die Mengenverhältnisse der beiden so geregelt, daß die Temperatur auf etwa 200° C steigt, so daß durch Einbau von Verdampfungsröhren frischer Dampf von etwa 10 Atm. Druck erzeugt wird, der ebenfalls in einer Dampfmaschine Arbeit leistet. Die verdünnte Lauge fließt im Gegenstrom an der konzentrierten vorbei in den Eindampfer zurück, so daß die Temperaturen nahezu verlustlos ausgetauscht werden. Der Gewinn dieses Prozesses liegt darin, daß die Temperatur im Eindampfer je nach der Konzentration auf 300 bis 320° gesteigert werden kann, so daß die von den Verbrennungsgasen herstammende Wärme dauernd bei dieser höheren Temperatur mitgeteilt wird, wodurch die Temperaturgrenzen ebenso stark erweitert werden wie bei der Mehrstoffdampfmaschine.

Als Nachteile in theoretischer Beziehung sind anzuführen die Verwendung des Wärmeüberschusses in den Heizgasen unterhalb von 300°, da bei dem Prozeß keine weiteren Vorwärmer benötigt werden. Ferner die nicht umkehrbare Vermischung des Abdampfes mit der Natronlauge. Vor allem aber die Frage des Baustoffes, da konzentrierte Laugen Schmiedeeisen angreifen.

Eine gewisse Klasse von Erfindern glaubt indessen vor allem auf diesem Felde um den zweiten Wärmesatz herumzukommen, als ob die Theorie der Lösungen nicht gerade auf diesem Satze aufgebaut wäre. Die meisten Maschinenfabriken Mitteleuropas werden sich der zähen Zudringlichkeit erinnern, mit der Projekte dieser Art in den letzten Zeiten angeboten und angepriesen wurden. Leider sind verschiedene Anstalten erst „durch Schaden klug geworden".

c) Verbesserungsvorschläge für das Arbeitsverfahren der Brennkraftmaschinen im besonderen.

Die Dampfgasmaschine bezweckt die Ausnützung der Wärme in den Abgasen zur Erzeugung von gespanntem Dampf, der während der Expansion mit den Brenngasen gemischt Arbeit leisten würde. Dieses Verfahren wurde bekanntlich zum ersten Male im Motor von Simon 1878 angewendet und verlassen, verschwindet indes nicht aus der Patentliteratur. Ein Beispiel bietet das D.R.P. Nr. 175312 der Gasmotorenfabrik Deutz, nach welchem der Dampf durch eine besondere Wärmequelle erzeugt werden soll. Theoretisch ist ein Gewinn sicher; ob auch wirtschaftlich, erscheint zweifelhaft. Zwar meint Güldner[1]), daß der Grundgedanke einer solchen „Dampfgasmaschine" nicht kurzerhand verworfen werden könne; indes ist das Temperaturgefälle der Abgase relativ klein, um so

[1]) Das Entwerfen und Berechnen der Verbrennungsmotoren. Berlin 1903, S. 31.

Digitized by Google

kleiner, je besser der Gasmotor selbst thermisch arbeitet, und wir würden ungemein große Heizflächen benötigen. Es läge nahe, auch die durch die Zylinderwand an das Kühlwasser abgegebene Wärme zur Dampferzeugung zu benützen, d. h. den Kühlmantel als Dampfkessel auszubilden. Bei dem erforderlichen hohen Dampfdrucke müßte indes die Temperatur der Wandung wahrscheinlich so hoch steigen, daß die zuverlässige Schmierung der Laufflächen gefährdet erscheint.

Bloß theoretisches Interesse beansprucht der Vorschlag von Friedenthal, bekannte Brennstoffe, z. B. Spiritus, mit Wasser in solchem Verhältnis zu mengen, daß die gesamte Abwärme des Motors zur Verdampfung der pro Spiel aufzuwendenden Gemischmenge gerade hinreicht.

Könnte eine Maschine dauernd in dieser Weise betrieben werden, so würde gar keine Abwärme abgegeben, also würde scheinbar der gesamte Heizwert in Arbeit umgewandelt. Ein Dauerbetrieb dieser Art ist indes unmöglich, was man am leichtesten einsieht, wenn man den Grundgedanken des Prozesses auf den reinen Gasmotor überträgt. In einem vollkommenen Wärmeaustauscher kann man die während eines Spieles austretende Abwärme ganz auf die frische Ladung übertragen und so in der Tat alle Abwärme im Motor zurückbehalten. Aber die Folgerung, daß diese Wärme in Arbeit umgewandelt worden ist, wäre irrtümlich. Der Wärmeaustausch bewirkt nur eine von Spiel zu Spiel höhere Erhitzung der frischen Ladung, ohne bei gleichbleibenden Druckverhältnissen den Wirkungsgrad zu verbessern, und der Betrieb müßte bei zu hoch gestiegener Temperatur alsbald abgebrochen werden, wobei in der zuletzt abgegebenen Abgasmenge all die zurückbehaltene Wärme wieder zum Vorschein käme.

Eine Verbindung des Diesel-Motors mit der Gasturbine wurde von A. Büchi[1]) im D.R.P. Nr. 204630 vorgeschlagen.

Der Hochdruckteil der Verdichtung, die Verbrennung und ein Teil der Expansion sollen in einem Diesel-Motor erfolgen, um die Schwierigkeit der hohen Temperaturen von der Turbine fern zu halten. Nur nach starker Entspannung auf einen Druck von wenigen Atmosphären mit der entsprechenden ungefährlichen Temperatur würden die Abgase in die Turbine treten, wo ihre Arbeitsfähigkeit bei mäßigen Geschwindigkeiten voll ausgenützt werden könnte.

Unter den Verbesserungsvorschlägen, die auf den Diesel-Motor Bezug haben, sind zu erwähnen die Verfahren von Haselwander, Trinkler, Lietzenmeyer, die in der Hauptsache eine Vereinfachung der Einblaseluftpumpe oder der Zerstäubervorrichtung zum Zwecke haben. Da nur betriebstechnische und konstruktive Zwecke angestrebt werden, ist eine Verbesserung des thermischen Gütegrades ziemlich ausgeschlossen. Das Verfahren von Haselwander scheint übrigens zurzeit aufgegeben zu sein.

Mehr Beachtung verdient das von Gebr. Sulzer im D.R.P. 180684 und weiteren Fortsetzungen dargestellte Verfahren, den Arbeitszylinder mit hochverdichteter Luft nach Art einer Dampfmaschine zu beschicken und durch einen Hilfskolben eine kleine Menge hocherhitzter Luft im Todpunkt hineinzupressen, die den gleichzeitig eingespritzten Brennstoff entzündet. Da die Füllung nach Belieben einstellbar ist, könnte für die Einheit des Rauminhaltes eine wesentlich höhere Arbeitsleistung erzielt werden als im gewöhnlichen Diesel-Zylinder, steigerbar bis zu der Grenze, die durch die Erhitzung der Zylinderwand gesetzt wird. Die Ökonomie würde bei einer Expansion auf das normale Viertaktvolumen sinken, die Maschine wäre aber ungemein elastisch, überlastungsfähig, was für manche Zwecke, z. B. Lokomotivantrieb, von höchster Wichtigkeit ist.

In den Rahmen der soeben beschriebenen Arbeitsweise fällt das D. R. P. 213252 v. J. 1907 von L. Hottenstein in Winterthur, nach welchem beim Zweitakt die im Zylinder nach dem Auspuff verbleibenden Abgase durch den Kolben verdichtet und der flüssige Brennstoff während der Verdichtung eingespritzt werden soll. Dieser würde zunächst bloß verdampft, und die Verbrennung würde durch

[1]) S. auch die Abhandlung „Über Wärmekraftmaschinen" in Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1909, S. 313.



die nach dem Totpunkt eingeführte Luft eingeleitet. Ähnlich ist der Prozeß des Motors von Sabathé in St. Etienne.

Die chemische Verbrennung nach Cantor, D.R.P. Nr. 176992 vom Jahre 1905, geht von der Anschauung aus, daß die mechanische Leistung bei irgendeinem chemischen Prozeß, vom Temperaturgefälle abgesehen, um so größer sein wird, je größer die Volumenzunahme nach dem Prozeß gewesen ist.

Zur Verwirklichung dieses Grundgedankens wird der Sauerstoff der Verbrennung mit dem denkbar kleinsten Volumen als Kupferoxyd gebunden angeliefert, welches in glühendem Zustand den Brennstoff oxydiert und zu Kupfer reduziert wird. Um stets neues Kupferoxyd zu erhalten, wird der Prozeß für eine Gasturbine folgendermaßen durchgeführt: Vor der Beaufschlagungsdüse ist in geschlossenem Raum Kupfer in Form von Drahtsieben u. a. aufgespeichert. Nach Erhitzung desselben wird atmosphärische Luft durchgeleitet, das Kupfer oxydiert, der Stickstoff ins Freie entlassen. Hierauf wird z. B. flüssiger Brennstoff in den abgeschlossenen Kupferoxydraum eingespritzt und die Verbrennungsprodukte auf die Turbine geleitet. Ähnlich kann der Prozeß für einen Kolbenmotor durchgeführt werden. Ein Urteil über den Gütegrad des Verfahrens kann erst gefällt werden, wenn bekannt sein wird, mit welcher Temperatur der Stickstoff entlassen wird, welche Oberfläche das Kupfer für eine bestimmte Leistung haben muß, welche Zeitdauer die Oxydation und Reduktion beansprucht usw. Zunächst stehen dem Verfahren theoretische und praktische Bedenken entgegen, z. B. könnte die gebildete Oxydschicht leicht abblättern. Von Versuchen ist uns nichts bekannt geworden.

d) Elektrizität aus Kohle.

Verglichen mit der von Nernst erwiesenen thermodynamischen Möglichkeit, eine Ausbeute von 96 bis 98 v. H. des Heizwertes zu erzielen, steht sogar die Brennkraftmaschine für flüssige Brennstoffe noch sehr tief, und vollends unbefriedigend ist das Ergebnis, wenn Kohle als Brennstoff dient. Auf der anderen Seite ist es bekannt, daß die Umformung mechanischer Energie in elektrische mit Wirkungsgraden von 90 bis 95 v. H. leicht gelingt. Es entsteht mithin die berechtigte Frage, ob die eingeschlagene Richtung nicht im ganzen falsch sei, und ob wir nicht den Motorenbau überhaupt aufgeben sollten, um uns dem Probleme der unmittelbaren Erzeugung von Elektrizität aus Kohle zuzuwenden.

Um über den Stand dieser Frage von berufener Seite Aufklärung zu erhalten, habe ich mich an Prof. R. Lorenz-Zürich gewandt, dem ich folgende im Auszug wiedergegebene Mitteilungen verdanke. Um Elektrizität aus Wärme („Kohle") zu erzeugen, gibt es zunächst eine Anzahl mittelbarer Verfahren, wie z. B. der von Nernst stammende Vorschlag, die Energie der Kohle durch Verhüttung im Hochofen auf Eisen oder Zink zu übertragen und diese Metalle im galvanischen Element auf Elektrizität zu verarbeiten. Oder man könnte die Abnahme der elektromotorischen Kraft mit der Temperatur in den umkehrbaren galvanischen Ketten (Akkumulatoren) derart ausnützen, daß man ein hocherhitztes Element bei kleiner Spannung unter Wärmezufuhr ladet, hierauf abkühlt und unter Wärmeableitung bei großer Spannung entladet. Der Unterschied der zu- und abgeleiteten Wärmemengen würde im Verhältnis des Carnotschen Satzes in elektrische Energie umgewandelt. Indes selbst die mit geschmolzenen Elektrolyten arbeitenden Elemente würden nur im Bereiche von etwa 500 bis 860° C verwendbar sein, was einen theoretischen Wirkungsgrad von rd. 35 v. H. bedeutet; dazu aber sind die zum Erwärmen und Abkühlen der Elemente notwendigen Wärmemengen gegenüber den nutzbar verwerteten so groß, daß die unvermeidlichen Verluste den Wirkungsgrad zu stark beeinflussen müßten. Es wäre mithin eine Vereinigung mit anderen Elementen notwendig, um sowohl den Sprung bis auf die Temperatur der Umgebung auszunützen, als auch den Wärmeinhalt der mit etwa 900° C entweichenden Feuergase des ersten Prozesses aufzunehmen.

Was die unmittelbare Erzeugung, sei es aus gelöstem Kohlenstoff selbst oder aus dem Kohlenoxydelement, anbelangt, so sind in den letzten Jahren speziell durch Haber zwar wesentliche Fortschritte in wissenschaftlicher Beziehung gemacht worden, allein von einer industriellen, d. h. wirtschaftlichen Verwertung kann vorläufig nicht die Rede sein. Für das Kohlenoxydelement muß beispielsweise glühendes Glas als Elektrolyt benutzt werden, daher von vornhinein große Wärmeverluste durch Strahlung zu gewärtigen sind. Außerdem darf nur eine so geringe Stromdichte zugelassen werden, daß das Gewicht des Elementes, auf 1 PS bezogen, geradezu ins Ungeheuerliche wachsen würde.

Während der Drucklegung des Vorstehenden erschien in der Zeitschr. f. Elektrochemie 1910, S. 301, eine Mitteilung über die auf Anregung von Prof. E. Bauer in Braunschweig in dessen Laboratorium von J. Taitelbaum durchgeführte Unter-

Digitized by Google

suchung einer größeren Zahl von Brennstoffketten, bei welchen konzentrierte Schwefelsäure bei 300° C Temperatur als Elektrolyt, Vanadium oder Thalliumsulfate als Sauerstoffüberträger verwendet wurden. Die Erprobung mit Zuckerkohle, mit natürlicher Steinkohle, Petroleum, Leuchtgas u. a. ergab ein quantitativ sehr befriedigendes Ergebnis, und die Polarisation der Kette vollzieht sich nicht sehr rasch. Diese Ketten stellen unzweifelhaft einen bedeutenden Fortschritt dar, und man wird mit Interesse ihrer weiteren Entwicklung entgegensehen dürfen.

174. Die Gasturbine.

Der Arbeitsprozeß, der sich für die Gasturbine als naturgemäß von selbst darbietet, ist der folgende: Gas und Luft werden getrennt auf einen mehr oder weniger hohen Druck verdichtet, in einer Kammer bei konstanter Pressung verbrannt und unmittelbar der Turbine zugeführt. Das System der Turbine ist theoretisch gleichgültig; die Expansion wird vorerst bis auf den Atmosphärendruck fortgesetzt. Dieser Prozeß entspricht dem wohlbekannten Zyklus von Brayton, von welchem die Gasmotorentheorie nachweist, daß er bei konstant angenommener spezifischer Wärme genau denselben thermischen Wirkungsgrad besitzt wie der gewöhnliche Explosionsprozeß, falls bei letzterem der Enddruck der Kompression gleich hoch ist, wie der Verbrennungsdruck bei Brayton. Eine ideale Gasturbine dieser Art würde mithin die gleiche Ökonomie darbieten wie der ideale Viertaktmotor, und die Frage ist nur, wie sich die beiden hinsichtlich der Arbeits- und Abkühlungsverluste stellen.

Um die Vorteile rein drehender Bewegung zu genießen, müßte man die Verdichtung durch einen Schleuderkompressor besorgen lassen, der einen kleineren Wirkungsgrad aufweist als die Verdichtung im Viertaktzylinder. Auch die Summe der anderen Arbeitsverluste, d. h. der Düsen und Schaufelreibung der Auslaßenergie und Rad- und Lagerreibung ist bei der Gasturbine größer als die Summe der analogen Verluste im Gasmotor. Indessen darf man weitere Fortschritte nicht ausschließen, und die Gasturbine ist darin im Vorteil, daß ihre Abkühlungsverluste kleiner werden könnten als beim Gasmotor, falls es gelänge, die Verbrennungskammer innerlich so zu isolieren, daß eine Wasserkühlung entbehrlich wäre. Schon unter sonst gleichen Umständen ist also die Gasturbine im Nachteil. Und nun kommt **die kardinale Schwierigkeit hinzu,** daß ein Betrieb dieser Art **ungemein hohe Temperaturen am Ende der Expansion ergibt, und daß die Radschaufeln erglühen würden.**

Man ist daher gezwungen, der Verbrennungsluft zerstäubtes Wasser beizumischen oder eine andere Maßregel zu treffen, durch welche die Endtemperatur herabgesetzt wird, und da zeigt es sich, daß in gleichem Maße auch **der Wert des Wirkungsgrades sinkt.**[1]) Die Verwendung der Abwärme zur Verdampfung des Einspritzwassers, um die latente Wärme desselben zu sparen, würde hier helfend eingreifen; trotzdem ist der Wirkungsgrad so tief, daß eine Gasturbine der beschriebenen Art zurzeit mit dem Kolbenmotor in erfolgreichen Wettbewerb nicht treten kann.

Es entsteht die Frage, ob es andere Arbeitsverfahren gibt, durch die man die geschilderten Schwierigkeiten umgehen könnte. Das Ergebnis der unten mitgeteilten näheren Untersuchung ist zurzeit negativ. Trotzdem dürfte das Thema der Gasturbine nicht sobald von der Tagesordnung abgesetzt werden.

[1]) Dies wurde zum ersten Male in einwandfreier Weise von Lorenc in Z. Ver. deutsch. Ing. 1900, S. 252, nachgewiesen, dessen Ergebnisse auch für veränderliche spezifische Wärmen Gültigkeit behalten.


Digitized by Google

Die konstruktiven Schwierigkeiten, die der Großgasmotor zu überwinden hat, die aus den gewaltigen Kolbendrücken und der Wärmeausdehnung der komplizierten Zylindergußstücke (zahlreiche Brüche!) entspringen, sind allgemein bekannt. Eine betriebssichere Gasturbine, verbunden mit dem Kreiselkompressor, wäre eine unübertreffliche konstruktive Vereinfachung und würde einen Fortschritt bedeuten. So wie sich die Dampfturbine, noch bevor sie in der Dampfökonomie eine wirkliche Verbesserung zu bringen vermocht hatte, durch ihre konstruktiven Vorzüge den Eintritt in die Industrie zu erzwingen verstanden hat, so würden die Aussichten einer dem Gasmotor nachstehenden, aber konstruktiv einfacheren Gasturbine, wenn sie nur die Dampfturbine in der Ökonomie übertrifft, vorzügliche sein. Und selbst bei gleich großem Wärmeverbrauch würde die Beseitigung des Kesselhauses, d. h. Ersatz desselben durch eine Gaserzeugungsanlage der Gasturbine den Vorrang sichern.

175. Theorie der Gasturbine für ideale Gase, d. h. konstante spezifische Wärmen.

Die Theorie der Gasturbine wird ungemein durchsichtig, wenn wir die spezifischen Wärmen als unveränderlich annehmen, und weiter von der **Verschiedenheit der Zustandskonstanten** für die Ladung vor und nach der Verbrennung **absehen,** was darauf hinauskommt, daß man die Temperaturerhöhung während der Verbrennung durch Zufuhr von äußerer Wärme an eine abgeschlossene Luftmenge bewirkt denkt. Man kann sich ferner vorstellen, daß diese Luftmenge immer von neuem verwendet wird, so daß der Energieumsatz den Gesetzen der Kreisprozesse folgen muß.

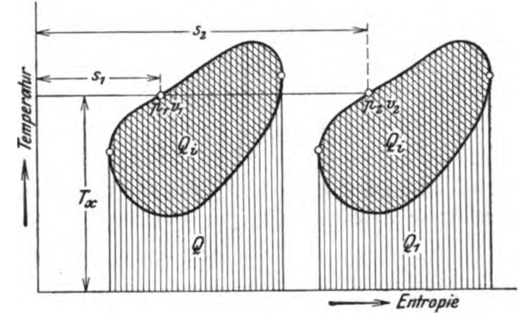


Fig. 721.

Man konstruiere unter diesen Annahmen mit den im Abschn. 13 gegebenen Formeln eine Entropietafel und vergleiche darin zwei Kreisprozesse (Fig. 721), deren Umrisse übereinstimmen, aber um eine gewisse Strecke wagerecht gegeneinander verschoben sind.

Die gewonnene Arbeit, als Unterschied zwischen den zu- und abgeführten Wärmemengen, ebenso die zugeführte (d. h. aufgewendete) Wärmemenge, daher auch der Wirkungsgrad, sind bei beiden gleich groß. Der Unterschied der Entropien für zwei entsprechende Punkte $p_1 v_1$; $p_2 v_2$ (für die insbesondere die Temperaturen gleich sind) wird durch den Ausdruck

$$s_2 - s_1 = A B \lg n \left(\frac{v_2}{v_1}\right) = A B \lg n \left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \text{konst.}$$

dargestellt, daher ist auch

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} = \text{konst.},$$

und aus der Umkehrung dieser Beziehung folgt:

Lassen wir einen Kreisprozeß durchführen, dessen Pressungen, verglichen mit einem gegebenen Prozeß, bei gleichen Temperaturen gemessen, in einem konstanten Verhältnis verkleinert worden sind, so wird der thermodynamische Wirkungsgrad nicht verändert.


Digitized by Google

Vom theoretischen Standpunkte aus können wir daher nach Belieben eine „Hochdruck“- oder eine „Niederdruck“- bzw. „Vakuum“-Turbine verwenden. Bei Gegenwart von Wasserdampf ist aber der Prozeß bei tiefer Luftleere praktisch nicht gleichwertig infolge des Niederschlages des Dampfes oder Wiederverdampfung von Wasser; es treten ähnliche Einflüsse auf wie bei der Kondensation.

Wir beginnen mit der Behandlung des einfachsten Kreisprozesses.

a) Verbrennung bei konstantem Druck und adiabatischer Verdichtung, ohne Regenerator.

Die adiabatische Verdichtung wird im Entropiediagramm (Fig. 722) durch Linie AB dargestellt. Die theoretische Verdichtungsarbeit (umfassend Ansaugen, Verdichten und Hinüberschieben in den Verbrennungsraum) ist pro 1 kg Gas in WE

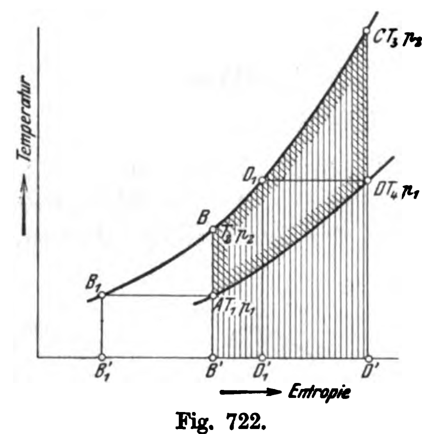


Fig. 722.

$$A L_k = c_p (T_2 - T_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die bei konstantem Druck von B nach C „zuzuführende“ Wärme Q_1 (gleich dem Heizwert) pro 1 kg Gas ist:

$$Q_1 = c_p (T_3 - T_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Die für die Turbine „verfügbare Arbeit“ ist nichts anderes als das adiabatische Wärmegefälle während der Expansion von C nach D, d. h. der Unterschied der Wärmeinhalte in C und D

$$A L_t = c_p (T_3 - T_4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Das in D frei gewordene Gas soll unserer Annahme gemäß in der „geschlossenen“ Maschine bei konstantem Drucke auf den Anfangszustand A zurückgekühlt werden. Die hierbei abzuleitende Wärme ist

$$Q_2 = c_p (T_4 - T_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Bedeuten η_t, η_k die effektiven Wirkungsgrade der Turbine und des Kompressors, so ist die effektive Arbeit in mkg pro 1 kg Gas

$$L_e = L_t \eta_t - \frac{1}{\eta_k} L_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die theoretische mögliche Arbeit ist aber

$$L_0 = L_t - L_k \quad \text{oder} \quad = \frac{Q_1 - Q_2}{A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Daher der „thermodynamische“ Wirkungsgrad wie bei Dampfturbinen $\eta_e = L_e : L_0$.

Für den Vergleich verschiedener Kreisprozesse kommt es indes nicht auf die relative, sondern auf die absolute Vollkommenheit des Prozesses an, daher wir vorzugsweise den **Gesamtwirkungsgrad** (auch der „wirtschaftliche“ genannt)

$$\eta_g = \frac{A L_e}{Q_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

betrachten wollen. Für Zahlenrechnungen ist

$$p v^k = \text{konst.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

als Zustandsgleichung zwischen AB und CD einzuführen. Mit den gewählten Pressungen p_1, p_2 folgt dann

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} ; \quad T_4 = T_3 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und alle Größen können berechnet werden.

Sofern die Turbine einstufig ist, wird die theoretische Ausflußgeschwindigkeit mittels Formel

$$A \frac{c_0^2}{2g} = c_p (T_3 - T_4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

bestimmt, und man kann die Abmessungen der Turbine nach den für Dampfturbinen gegebenen Regeln ermitteln.

Digitized by Google

Baumann[1]) verdanken wir die in Fig. 723 wiedergegebene graphische Zusammenstellung des Wirkungsgrades η_g für verschiedene Verbrennungstemperaturen T_3 (in der Figur mit T_1 bezeichnet) und verschiedene Verdichtungsverhältnisse p_1/p_2 (in der Figur mit c bezeichnet) mit den Grundannahmen

$$c_p = 0{,}24 \qquad c_v = 0{,}17, \qquad \eta_t = \eta_k = 0{,}70.$$

Ist als „Endtemperatur" der adiabatischen Expansion 500° C vorgeschrieben, so können hiernach Wirkungsgrade von bloß etwa 5 v. H. erreicht werden.

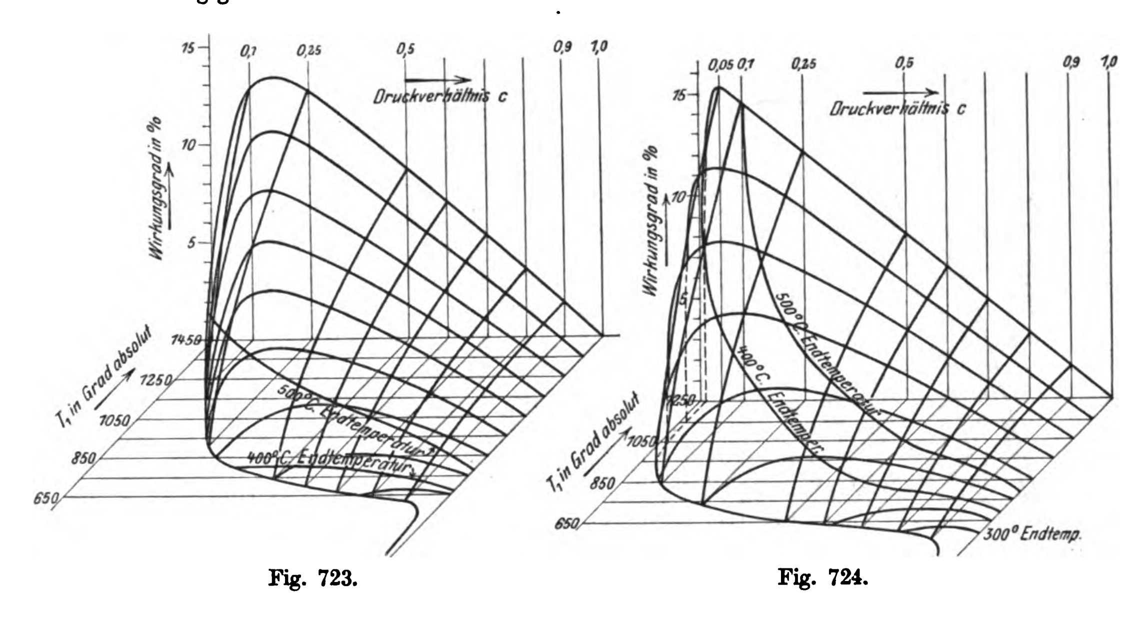


Fig. 723. Fig. 724.

b) Isothermische Verdichtung ohne Regenerator.

Der Kreisprozeß kann im Entropiediagramm durch den Linienzug AB_1CDA in Fig. 722 dargestellt werden.

Die Kompressionsarbeit ist	$L_k = p_1 v_1 \lg n \left(\frac{p_2}{p_1}\right)$.
Die hierbei abzuleitende Wärme	$Q_k = A L_k$.
Während der Verbrennung wird entwickelt	$Q_1 = c_p (T_3 - T_1)$.
Die verfügbare Turbinenarbeit ist	$A L_t = c_p (T_3 - T_4)$.
In den Auspuffgasen enthalten	$Q_2' = c_p (T_4 - T_1)$.
Im ganzen abzuleiten	$Q_2 = Q_k + Q_2'$.

Obwohl hiernach eine größere Wärmemenge abzuleiten ist, erweist sich die effektive Arbeit $L_e = \eta_t L_t - L_k/\eta_k$ und der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_g = \frac{A L_e}{Q_1}$$

besser als vorhin, was die ausschlaggebende Rolle der Verdichtungsarbeit dartut.

Baumann findet a. a. O. die in Fig. 724 zusammengestellten Werte. Die Wärmeausnutzung könnte also unter gleichen Umständen wie oben nahezu 15 v. H. erreichen.

c) Isothermische Verdichtung mit Regenerator.

Bei vollkommenem Wärmeaustausch kann die in den Abgasen enthaltene Wärme = Fläche $ADD'B'$ (Fig. 722) an die frische Ladung, nachdem diese den Kompressor verlassen hat, übertragen und ihre Temperatur auf T_4 (Punkt D_1) erhöht werden. Die Verbrennungswärme ergibt eine weitere Temperatursteigerung gemäß Formel $Q_1 = c_p (T_3 - T_4)$.

. . .

[1]) In seiner verdienstlichen Studie über Gasturbinen in der Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1905, S. 375; 1906, S. 43f.

Digitized by Google

Die verfügbare Turbinenarbeit ist $AL_t = c_p(T_3 - T_4) = Q_1$,

die Regeneratorwärme $Q_2 = c_p(T_4 - T_1)$,

die effektive Leistung $L_e = \eta_t L_t - L_k/\eta_k$,

der Gesamtwirkungsgrad $\eta_g = \dfrac{L_e}{Q_1}$.

Man könnte meinen, daß die Wärmeabfuhr während der Verdichtung, die sofort darauf durch die Regeneratorwärme ersetzt wird, zumindest überflüssig wäre. Dem ist aber nicht so, wie aus der ebenfalls von Baumann stammenden Zusammenstellung (Fig. 725) hervorgeht. Hier sind bei 500° C Expansionsendtemperatur schon über 20 v. H. erreichbar, und dieser Prozeß ist, wie eine Vergleichsrechnung zeigt, günstiger als der mit adiabatischer Verdichtung.

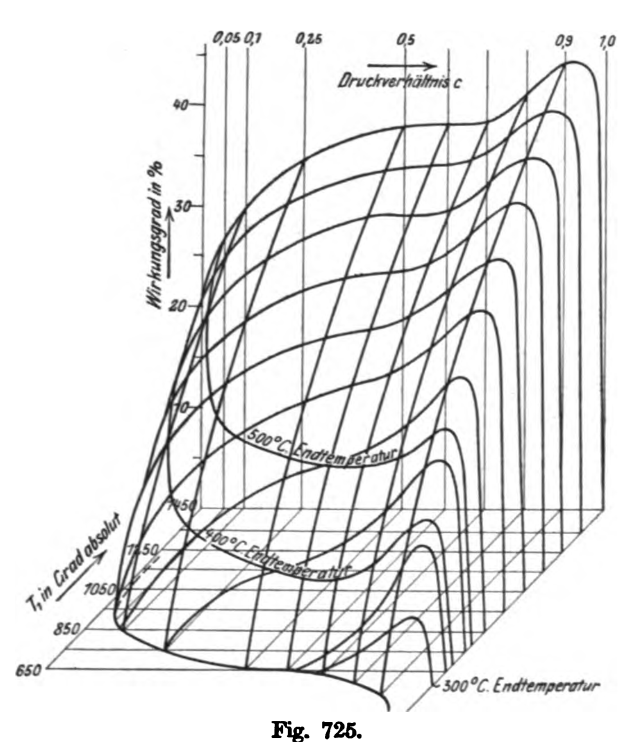


Fig. 725.

Diese Zahl erscheint sehr aufmunternd, da sie den besten Ergebnissen der Dampfturbine nahekommt; doch wäre es voreilig darauf zu bauen, daß sie in Wirklichkeit erreichbar wäre. Sie beruht auf der Annahme eines Wirkungsgrades von 70 v. H. für Turbine und Kompressor, was viel zu günstig geurteilt ist. Gehen wir auf den eher zulässigen Betrag von $\eta = 60$ v. H. zurück, so sinkt die Ausbeute auf weniger als 5 v. H. herab, wobei übrigens der Abkühlungsverlust während der Verbrennung noch ganz vernachlässigt ist. Hierzu kommen die Anlagekosten des Regenerators, die Schwierigkeit seiner Konstruktion und seines Einbaues hinzu. Um die Heizfläche desselben herabzusetzen, muß man große Strömungsgeschwindigkeiten der Gase annehmen, was den Wärmeübergangskoeffizienten steigert, allein ein Arbeiten mit tiefem Vakuum bedingt, um Drosselungsverlust zu vermeiden. Nach den Versuchen von Josse nimmt aber die Übergangszahl mit dem absoluten Drucke ebenfalls ab, und so wird der Gewinn stark herabgesetzt. So würde für eine Turbine von 500 PS effektiver Leistung der Regenerator bei mittleren Temperaturverhältnissen eine Heizfläche von über 1000 qm erhalten müssen!

d) Explosionsturbine ohne Vorverdichtung.

Der Arbeitsgang dieser durch besondere Einfachheit ausgezeichneten Turbine ist dem Prozesse des Lenoire-Motors nachgebildet, besteht also aus dem Ansaugen der frischen Ladung in die Verbrennungskammer, der „Explosion" in abgeschlossenem Volumen und der Expansion in einer Düse, durch welche das Laufrad der Turbine beaufschlagt wird. Bezeichnen wir mit p_1, T_1, v_1; p_2, T_2, v_2; p_3, T_3, v_3 die Zustände am Ende der Saug-, der Verbrennungs- und der Expansionsperiode pro kg Gasgemisch, wobei $v_2 = v_1$; $p_3 = p_1$ gesesetzt werden darf, und ist H_u der untere, H der nach Abzug der an die Wand übergehenden Wärmemenge verbleibende Heizwert für 1 kg des Gemisches, c_v, c_p die unveränderlichen, vor und nach der Verbrennung gültigen spezifischen Wärmen, so ist

$$c_v(T_2 - T_1) = H \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

woraus T_2 zu bestimmen. Während des Abströmens aus der Verbrennungskammer expandiert deren Inhalt adiabatisch, und die Zwischenwerte p_x, T_x, v_x hängen demnach mit den Anfangswerten p_2, T_2, v_2 durch die Beziehungen

Digitized by Google

$$p_x v_x^k = p_2 v_2^k; \quad \frac{T_x}{T_2} = \left(\frac{p_x}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

zusammen, aus welchen v_x, T_x durch p_x ausgedrückt werden. Der Endzustand nach vollständiger Expansion auf den Anfangsdruck sowohl im Innern der Kammern wie für die ausgeströmte Gasmasse ist

$$v_3 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}}; \quad T_3 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

Die augenblickliche Ausströmgeschwindigkeit bei theoretisch vollkommener Düse ist, aus dem Unterschiede der Wärmeinhalte berechnet,

$$\frac{c_x^2}{2g} = \frac{c_p}{A}(T_x - T_3) = \frac{k}{k-1}(p_x v_x - p_3 v_3). \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

Bezeichnet V den Inhalt der Explosionskammer, so ist das im Zeitelement dt ausströmende Gasgewicht $dG_x = -d(V/v_x) = V dv_x/v_x^2$, und wenn η_x den entsprechenden Wert des Wirkungsgrades am Laufradumfang bedeutet

$$L_i = \int_{v_2}^{v_3} dG_x \cdot \frac{c_x^2}{2g} \eta_x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

die gewonnene indizierte Arbeit. In der idealen Turbine ist $\eta_x = 1$ und Gl. (5) liefert nach dem Einsetzen von (4) und (3) als Betrag der verfügbaren Arbeit für 1 kg Gasgemisch

$$L_0 = \frac{k}{k-1}(p_2 v_2 - p_3 v_3) - v_2(p_2 - p_3) = \frac{c_p}{A}(T_2 - T_3) - v_2(p_2 - p_3) \quad \ldots \ldots (5)$$

welchen Ausdruck man ohne jede Rechnung hinschreiben kann aus der Erwägung, daß die Arbeit der idealen Turbine identisch sein muß mit der Arbeit des idealen Kolbenmotors bei gleicher Zustandsänderung des Gasgemisches. Der Wirkungsgrad η_x wird seinen Wert mit dem wechselnden Verhältnis der unveränderlichen Umfangs- und der abnehmenden Ausströmungsgeschwindigkeit stark verändern, insbesondere auch gegen das Ende der Expansion negativ (zum Schluß $-\infty$) werden. Das Integral Gl. (5) wird man demnach graphisch ermitteln müssen, und erhält in

$$\eta_i' = \frac{L_i}{L_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

den indizierten Wirkungsgrad, und in

$$\eta_{gi}' = \frac{AL_i}{H_u} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

den Gesamtwirkungsgrad der indizierten Leistung bei vollkommener Düse. In Wahrheit sind in der Düse Energieverluste vorhanden 1. wegen der Reibung, 2. wegen des Verdichtungsstoßes, der bei tieferer Expansionsspannung in der Kammer auftreten muß. Man kann indes bei den sowieso kleinen Druckverhältnissen mit zylindrischen Düsen arbeiten, so daß 2. vermieden ist, und 1. kann im Wirkungsgrad η_x Berücksichtigung finden. Zum Schluß müssen die mechanischen Reibungsverluste und der Arbeitsaufwand für einen Ventilator, der das Gasgemisch in die Kammer drückt oder die Verbrennungsprodukte aus dem Turbinengehäuse saugt, abgezogen werden, um die effektive Leistung zu erhalten.

In einem Zahlenbeispiel wurde ein Curtisrad mit 2 Geschwindigkeitsstufen vorausgesetzt und solche Werte der Geschwindigkeitskoeffizienten φ und ψ angenommen, daß der maximale Wirkungsgrad am Radumfang den Betrag $\eta_{max} = 0{,}60$ erreichte. Die Schaufelwinkel waren so gewählt, daß im Anfang ein leichter Stoß auf die hohle Schaufelseite vorhanden war, was den Wirkungsgrad nicht stark beeinflußt, damit der verlustreichere Stoß auf den Schaufelrücken erst bei kleineren Expansionsdrücken eintrete. Es zeigt sich, daß

$$\eta_i \cong 0{,}90\ \eta_{max}$$

ist, woraus geschlossen werden kann, wie **oberflächlich es ist, wenn Erfinder für η_i Beträge von 70 v. H. einzusetzen sich erlauben.** Der Gesamtwirkungsgrad der indizierten Leistung erreicht Beträge von etwa 12 bis 13 v. H. und zwar bei über 900° C Temperatur am Ende der Düse, so daß mit großem Luftüberschuß oder mit Wassereinspritzung gearbeitet werden muß, was den Wirkungsgrad vollends herabdrückt.


Digitized by Google

176. Theorie der Gasturbine unter Annahme veränderlicher spezifischer Wärmen.

Sobald man in das Gebiet höherer Temperatur, beispielsweise über 1000° C, hineingerät, sind die Drücke und Temperaturen, daraus folgend auch die Heizflächen usw., verglichen mit den Werten, die konstanter spezifischer Wärme entsprechen, so außerordentlich verschieden, daß mit letzterer keine quantitativen Vergleiche mehr möglich sind.

Zum Glück kann ihre Veränderlichkeit im graphischen Entropiediagramm so leicht berücksichtigt werden, daß die Rechnungsarbeit kaum größer ist, als mit der gegenteiligen Annahme. Da dieses Diagramm auch bei der Beurteilung sonstiger Arbeitsprozesse für Brennkraftmaschinen außerordentlich nützliche Dienste leistet, wollen wir ihm einen breiteren Raum gewähren. Das Verständnis desselben bedingt aber, daß man sich in erster Linie mit dem Begriffe des Kilogramm-Moleküles vertraut macht, dem wir nachfolgende Betrachtungen widmen.

Das Kilogramm-Molekül

bedeutet eine Stoffmenge, deren Gewicht soviel Kilogramm beträgt als das Molekulargewicht m Einheiten zählt. Zum Beispiel bedeutet 1 kg-Mol. Wasser 18 kg Wasser; bei Gaselementen muß die Zahl der Atome im Molekül unterschieden werden. Daher ist 1 kg Mol. Wasserstoff eine Menge nicht von 1, sondern von 2 kg, weil Wasserstoff als Gas im freien Zustande Moleküle H_2 bildet. Die Zustandsgleichung auf 1 kg-Mol. bezogen lautet demgemäß

$$m p v = m B T \quad \text{oder} \quad p\mathfrak{B} = \mathfrak{R} T \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

wobei $\mathfrak{B}$ das Volumen des kg Mol. bedeutet und $\mathfrak{R} = 845$ für kg m/sek Einheiten für alle Gasarten denselben Wert besitzt.

Für $p_0 = 10000$ kg/qm $T_0 = 273°$ ist $\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{R} T_0}{p_0} \cong 23{,}1$ cbm, d. h. 1 kg-Mol. irgendeiner Gasart nimmt im Normalzustand ein und dasselbe Volumen $= 23{,}1$ cbm ein.

Bei Mischungen bedeutet m das durchschnittliche Molekulargewicht. Sind $G_1, G_2 \ldots$ die in gemeinsamen Volumen V eingeschlossenen Gewichtsanteile der einzelnen Gase, so gilt einzeln $p_1 V = G_1 B_1 T$, $p_2 V = G_2 B_2 T, \ldots$ wo p_1, p_2 die Teildrücke bedeuten, die nach Daltons Gesetz ebenso groß sind, als wenn jedes Gas allein vorhanden wäre. Durch Addition ergibt sich $pV = BGT$, wenn $G = \Sigma G$ und $BG = \Sigma BG$ bezeichnen. Nun kann man die Zahl der in jeder Gasart vorhandenen Moleküle $n_1 = G_1/m_1$, $n_2 = G_2/m_2 \ldots$ berechnen und erhält

$$m = \frac{n_1 m_1 + n_2 m_2 + \ldots}{n_1 + n_2 + \ldots} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

als durchschnittliches Molekulargewicht. Die Zustandsgleichung erscheint daher

$$p\frac{V}{G} = pv = \frac{\Sigma BG}{G} T = \frac{n_1 m_1 B_1 + n_2 m_2 B_2 + \ldots}{(m_1 n_1 + m_2 n_2 \ldots)} T = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots)\mathfrak{R}}{(n_1 + n_2 + \ldots) m} T, \text{ d. h. } pv = \frac{\mathfrak{R}}{m} T \quad (3)$$

in gleicher Form wie bei einfachen Gasen.

Die spezifischen Wärmen.

Die spezifische Wärme bezogen auf 1 kg-Mol. bedeutet die Wärme, die man 1 kg-Mol. zuführen muß, um die Temperatur desselben (bei konstantem Druck oder Volumen) um 1° C zu erhöhen. Nach neueren Versuchen nimmt die spezifische Wärme mit der Temperatur linear zu.

Wir haben also für konstante Volumen

$$c_v = \alpha + \beta T, \quad \text{daher} \quad \mathfrak{C}_v = m c_v = a_v + bT \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

wo

$$a = m\alpha; \quad b = m\beta \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Da allgemein $c_p = c_v + AB$, so wird nach Multiplikation mit m

$$\mathfrak{C}_p = \mathfrak{C}_v + ABm = \mathfrak{C}_v + A\mathfrak{R} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$


Digitized by Google

Den Wert $A\mathfrak{R} = 1{,}975$ rundet man häufig auf 2 ab und hat

$$\mathfrak{C}_p = \mathfrak{C}_v + 2 = a_p + bT \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

wenn $a_p = a_v + 2$ bezeichnet.

Liegt ein Gasgemisch G_1, G_2, G_3 ... vor, so ist dessen spezifische Wärme bekanntlich

$$c_v = \frac{G_1 c_{v1} + G_2 c_{v2} + \ldots}{G_1 + G_2 + \ldots}.$$

Setzt man $G_1 = n_1 m_1$, $G_2 = n_2 m_2$ ... ein, wo n_1, n_2 ... wieder die Zahl (eventuell Bruchzahl) der kg-Mol. jeder einzelnen Gasart bedeutet, und vermehrt man mit m, d. h. dem durchschnittlichen Molekulargewicht der Wirkung, so erhält man

$$\mathfrak{C}_v = m\frac{n_1 m_1 c_{v1} + n_2 m_2 c_{v2} + \ldots}{n_1 m_1 + n_2 m_2 + \ldots} = \frac{n_1 \mathfrak{C}_{v1} + n_2 \mathfrak{C}_{v2} + \ldots}{n_1 + n_2} \quad \ldots \quad (4a)$$

Für $\mathfrak{C}_p$ gilt Gl. (7).

Ist nicht das Gewicht, sondern das auf gleichen Druck und gleiche Temperatur bezogene Volumen V_1, V_2 ... der einzelnen Gasarten gegeben, so findet man

$$n_1 = \frac{V_1}{\mathfrak{B}_0}; \quad n_2 = \frac{V_2}{\mathfrak{B}_0} \ldots$$

und berechnet $\mathfrak{C}_v$ wie oben.

Die Gasentropietafel.

Wenn wir $p_0 \mathfrak{B}_0 T_0$ als den Anfangspunkt der Integration wählen, für welchen $s = 0$ sein muß, so erhalten wir die Entropie pro kg-Mol. $\mathfrak{S} = m s$, oder nach den Formeln des Abschn. 13:

$$\mathfrak{S} = a_v \lg n\left(\frac{T}{T_0}\right) + b(T - T_0) + A\mathfrak{R} \lg n\left(\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_0}\right) \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

setzt man $\mathfrak{B}$ aus der Zustandsgleichung ein, so folgt

$$\mathfrak{S} = (a_v + A\mathfrak{R}) \lg n\left(\frac{T}{T_0}\right) + b(T - T_0) - A\mathfrak{R} \lg n\left(\frac{p}{p_0}\right) \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Diese Werte enthalten das Glied $b(T - T_0)$, welches nur von b abhängt, während im Reste b nicht vorkommt. Man kann daher die Entropie zunächst mit der Annahme $b = 0$ rechnen, und zum Ergebnis $b(T - T_0)$ hinzuzählen (Fig. 726).

Nun ist nach den Messungen von Langen

für die einfachen Gasarten H_2, O_2, N_2, CO	$\mathfrak{C}_v = 4{,}47 + 0{,}0012\ T$	
für Wasserdampf	$\mathfrak{C}_v = 4{,}85 + 0{,}0043\ T$	(10)
für Kohlensäure	$\mathfrak{C}_v = 5{,}42 + 0{,}0052\ T$	

Die Werte von a_v unterscheiden sich so wenig, daß man alle drei durch den gemeinsamen Betrag

$$a_v = 4{,}67$$

ersetzen kann, wobei indes, damit im Bereich der technischen Anwendungen der Gesamtbetrag der übertragenen Verbrennungswärme übereinstimmt, die Konstanten b etwas abgeändert werden müssen, und zwar

für $H_2N_2O_2CO$ auf	$b = 0{,}00106$	
„ H_2O „	$= 0{,}00421$	(11)
„ CO_2 „	$= 0{,}00568$	

Mit diesen Werten ist die dem Buche beigegebene Entropietafel[1]) (Tafel IX) entworfen worden, die infolge des unveränderlichen a_v den Vorteil besitzt, für alle technischen Gasarten und Mischungen brauchbar zu sein. Neuerdings sind nach vorläufiger Mitteilung von Prof. Nernst in Berlin durch Dr. Pier mit erhöhtem Genauigkeitsgrad Bestimmungen durchgeführt und folgende Werte ermittelt worden:

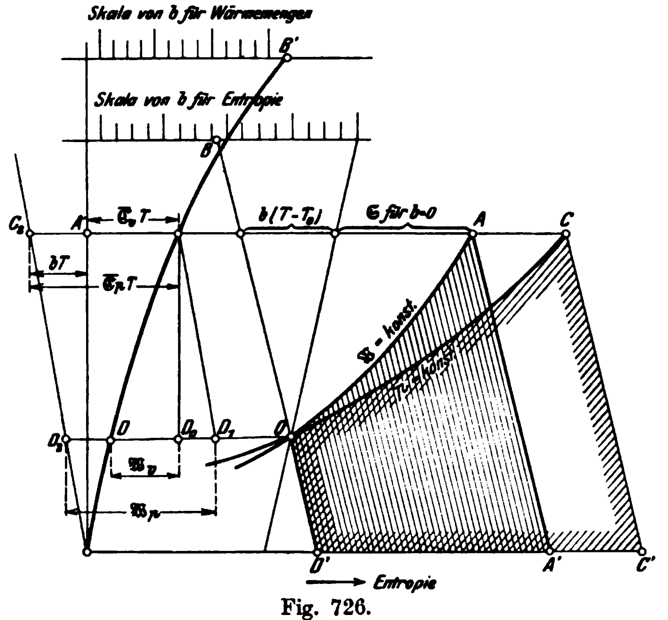


Fig. 726.

[1]) Mit den Konstanten von Mallard und Lechatelier zuerst in der Z. Ver. deutsch. Ing. 1898, S. 1045, veröffentlicht.

für H_2O $\mathfrak{C}_v = 6{,}07 + 0{,}001\,T + 0{,}8 \cdot 10^{-9}\,T^3$,
„ O_2N_2 $\mathfrak{C}_v = 4{,}91 + 0{,}0009\,T$,
„ H_2 $\mathfrak{C}_v = 4{,}70 + 0{,}0009\,T$,
„ Argon $\mathfrak{C}_v \simeq 4{,}00$ konstant,

die für einfache Gase mit den Langenschen befriedigend übereinstimmen.

Will man die Tafel gebrauchen, so ist zunächt aus dem bekannten oder zu berechnenden Gasgemisch die Zahl der kg-Moleküle und hieraus im Sinne von Gl. (4a)

$$b = \frac{\Sigma b n}{\Sigma n}$$

zu ermitteln. Man sucht in der Tafel auf der Skala der b-Werte (Fig. 726) den betreffenden Punkt B auf und verbindet ihn mit 0, um die Richtung der Koordinatenachse zu erhalten, von der $\mathfrak{S}$ gezählt wird. Man wird also im allgemeinen mit einem **schiefwinkligen Koordinatensystem** arbeiten müssen, wobei indes die Temperatur stets in der Lotrechten im gleichen Maßstabe zu messen ist.

Zu- und abgeleitete Wärmemengen.

Für 1 kg gilt bei konstantem Volumen $Q = \int_{T_0}^{T} c_v\,dT$; für 1 kg-Mol. wird also

$$\mathfrak{W}_v = mQ = \int m c_v\,dT = \int_{T_0}^{T} \mathfrak{C}_v\,dT \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

dargestellt durch die schraffierte Fläche $OAA'D'$ in Fig. 726. Nun ist

$$\mathfrak{W}_v = \int_{T_0}^{T} (a_v + bT)\,dT = \left(a_v T + \frac{bT^2}{2}\right) - \left(a_v T_0 + \frac{b T_0^2}{2}\right) \quad \ldots\ldots (13)$$

und der Klammerwert ist mit der Bezeichnung $\overline{\mathfrak{C}}_v T$ für eine Anzahl von Werten des b in der Entropietafel seitlich aufgetragen, so daß man $\mathfrak{W}_v = \overline{\mathfrak{C}}_v T - \overline{\mathfrak{C}}_{v0} T_0$ als Strecke DD_0 abgreifen kann.

Der Wärmeinhalt

pro kg-Mol. ist

$$\mathfrak{W}_p = mi = \int_{T_0}^{T} m c_p\,dT = \int_{T_0}^{T} \mathfrak{C}_p\,dT.$$

Da aber $\mathfrak{C}_p = \mathfrak{C}_v + A\,\mathfrak{R}$ ist, so wird $\mathfrak{W}_p = \mathfrak{W}_v + A\,\mathfrak{R}(T - T_0)$.

Nun ist im Diagramm (Fig. 726) Strecke $AC_2 = A\mathfrak{R}T$ (in der Figur irrtümlich mit bT bezeichnet), also ist $\mathfrak{W}_p$ als Strecke D_1D darstellbar, sofern man den nach D_1 führenden Strahl $\parallel C_2D_2$ zieht. (Die in der Figur eingetragene Strecke $\mathfrak{W}_p$ entspricht dem Werte $T_0 = 0$.) Zu jedem Werte b gehört eine besondere Kurve DB', die auf der „Skala der b für Wärmemengen" den zugehörigen Punkt B' herausschneidet. Man beachte wohl, daß der Wärmeinhalt nur von der Temperatur und der Art des Gases, d. h. von b, nicht aber vom Drucke abhängt.

Prozeß für konstanten Verbrennungsdruck.

Als Beispiel für die Verwendung des Entropiediagrammes wollen wir den Prozeß für konstanten Verbrennungsdruck herausgreifen.

1. Ohne Wassereinspritzung.

α) Adiabatische Verdichtung.

Die Verdichtung führt vom Punkte A (Fig. 727) (am einfachsten mit dem Werte von b, der der atmosphärischen Luft entspricht) zum vorgeschriebenen Druck bei Punkt B. Hierauf denkt man sich um nutzlose Komplikation zu vermeiden, die Ladung in Verbrennungsgase verwandelt, der man den „Heizwert" von außen als Wärme zuführt. Bei Gegenwart der theoretischen Luftmenge wird auf den Kubikmeter des Gemisches bei Leuchtgas etwa 800 WE, bei Kraftgas etwa 600 WE entwickelt, dies ergibt auf 1 kg-Mol. das 23fache davon, d. h. 18400 bzw. 13700. Bei dem gewöhnlich vorhandenen Luftüberschuß wird ein Betrag von rund 8000—6000 WE herauskommen, der als verfügbare Wärme $\mathfrak{W}$ anzusehen ist. Hätten wir gar keine Verluste, so würde diese Wärme bei konstantem Drucke, zugeführt auf der Linie $p_2 =$ konst. die Temperatur bis C_0 erhöhen. Infolge Abkühlung an die Wandung ist indes mit $\mathfrak{W}_1 = (1 - \zeta)\mathfrak{W}$ zu rechnen, und wir gelangen bloß zum Punkte C.


Digitized by Google

Hierauf haben wir adiabatische Expansion mit derjenigen Richtungslinie, die dem Werte b der Verbrennungsprodukte entspricht. Die abgehenden Gase denken wir uns unter konstantem Drucke abgekühlt, bis wir die Anfangstemperatur wieder erreicht haben. Ist die chemische Zusammensetzung so beschaffen, daß während der Verbrennung keine Volumenänderung vorkam, so müssen wir wieder zum Anfangspunkt A zurückkehren, im anderen Falle werden wir die eventuelle Kontraktion vernachlässigen. Punkt D liegt demnach auf der durch A gehenden Linie $p_1 =$ konst. Auf dem Wege DA wurde die in der Figur eingetragene Wärme $\mathfrak{W}_2$ entzogen. Hätten wir keine Abkühlung, so wäre D_0 der Endpunkt der Expansion, und $\mathfrak{W}_2'$ die entzogene Wärme. Indem wir

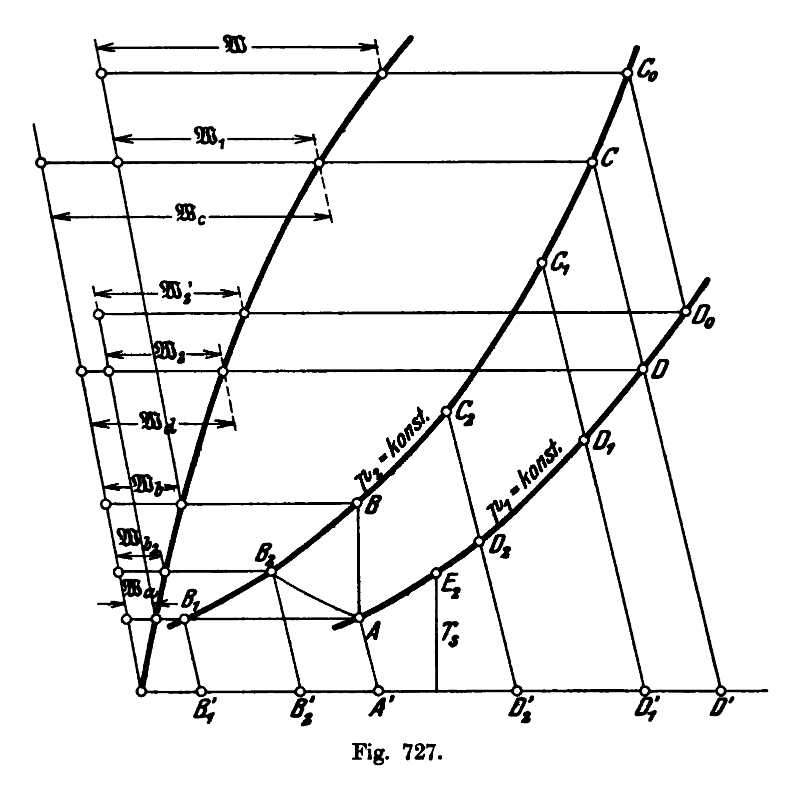


Fig. 727.

die innere Energie in der frischen Ladung und den Endprodukten pro Kilogramm der Einfachheit halber gleich groß annehmen, muß also in der Idealturbine nach dem Prinzip der Energie die in Arbeit verwandelte Wärme pro kg-Mol.

$$\mathfrak{W}_0 = \mathfrak{W} - \mathfrak{W}_2' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

sein. Da 1 kg-Mol. durchschnittlich m kg wiegt, so ist die verfügbare Arbeit in mkg pro Kilogramm Gewicht

$$L_0 = \frac{\mathfrak{W}_0}{m A} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die verfügbare Turbinenarbeit ist demgegenüber das adiabatische Wärmegefälle zwischen C und D, d. h. $\mathfrak{W}_t = \mathfrak{W}_c - \mathfrak{W}_d$ WE pro kg-Mol., und

$$L_t = \frac{\mathfrak{W}_t}{m A} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

mkg pro Kilogramm. Wurde (wie kaum zu umgehen) das gesamte Gefälle in einer Stufe (Düse) in kinetische Energie umgesetzt, so ist die theoretische Ausflußgeschwindigkeit ebenfalls aus dem Unterschied der Wärmeinhalte in C und D zu rechnen, d. h.

$$c_0 = \sqrt{2 g L_t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

woraus die effektive Geschwindigkeit $c_1 = \varphi c_0$ und die vom Turbinenrad gelieferte Arbeit berechnet werden kann. Die Verdichtung erheischt einen theoretischen Arbeitsaufwand in mkg

$$L_k = \frac{\overline{c_p}}{A}(T_b - T_a) = \frac{i_b - i_a}{A} = \frac{\mathfrak{W}_b - \mathfrak{W}_a}{m A} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Digitized by Google

pro Kilogramm Gemisch. Bedeuten η_t, η_k die gesamten Wirkungsgrade der Turbine und des Kompressors, so ist die effektive Leistung

$$L_e = \eta_t L_t - \frac{1}{\eta_k} L_k \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

pro Kilogramm Gemisch. Endlich ist der thermodynamische Wirkungsgrad

$$\eta_e = \frac{L_e}{L_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

während der Gesamtwirkungsgrad auf die aufgewendete Wärmemenge $\mathfrak{W}$ pro kg-Mol. oder $Q = \mathfrak{W}/m$ pro Kilogramm bezogen durch

$$\eta_g = \frac{A L_e}{Q} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7a)$$

ausgedrückt wird

β) Isothermische Verdichtung.

Bei isothermischer Verdichtung erreichen wir von A aus zunächst B_1 Fig. 727 wagrecht, auf der gleichen Drucklinie $p_2 =$ konst. wie vorhin. Die Zufuhr der gleichen Wärmemenge $\mathfrak{W}_1$ führt auf eine niedrigere Temperatur bei C_1, und wenn die übrigen Prozesse verlustlos verliefen, so erhielten wir eine kleinere Nutzarbeit als vorhin; in Wahrheit ist das Gegenteil der Fall. Die Verdichtungsarbeit ist, wenn $p_1 v_1$ den Anfangszustand bedeutet, für 1 kg

$$L_k = p_1 v_1 \lg n \left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

Nach der Formel der Entropie ist aber bei konstantem T die Abnahme der Entropie zwischen den Punkten A und B_1 $\mathfrak{S}_{p_1 - p_2} = - A \mathfrak{R} \lg n \frac{p_2}{p_1} =$ Strecke $- B_1 A$, also wenn der Logarithmus in obige Formel eingesetzt wird

$$L_k = \frac{p_1 v_1 (\overline{A B_1})}{A \mathfrak{R}} = \frac{p_1 \mathfrak{B}_1}{m A \mathfrak{R}} (\overline{A B_1}) = \frac{\mathfrak{R} T_1}{m A \mathfrak{R}} (\overline{A B_1}) = \frac{\text{Fläche}\,(A A' B_1' B_1)}{m A} \quad \ldots \quad (8)$$

Der weitere Rechnungsgang ist gleich wie vorhin.

γ) Mit beliebigem Verdichtungsgesetz.

Ist das Verdichtungsgesetz durch Kurve $A B_2$ (Fig. 727) dargestellt (oder durch eine nach B_2 führende Staffelkurve des mehrstufigen Kompressors), so ist die theoretische Verdichtungsarbeit im pv-Diagramm die Fläche zwischen der Zustandskurve und den Drucklinien $p_1 =$ konst., $p_2 =$ konst. bis an die Ordinatenachse, wo $v = 0$ ist. Im Entropiediagramm entspricht ihr pro kg-Mol. die Fläche zwischen den beiden ins Unendliche (abwärts) verlängerten Linien $p_1 =$ konst., $p_2 =$ konst., der Linie $A B_2$ und der Abszissenachse. Da aber $p_2 =$ konst. mit der um die Strecke $A B_1$ wagerecht verschobenen Kurve p_1 identisch ist, erhalten wir als Inhalt der Fläche zwischen $A B_1$ und den beiden Drucklinien einfach $A A' B_1' B_1$, daher ist pro kg-Mol. die theoretische Kompressorarbeit

$$m L_k = \text{Fläche } A A' B_1' B_1 B_2 A,$$

so daß die effektiv aufzunehmende Arbeit L_k/η_k graphisch ermittelt werden kann. Der weitere Rechnungsgang ist sinngemäß gleich wie oben.

2. Mit Wassereinspritzung.

Die Kompression führe von A nach B_2 (Fig. 727) zur Temperatur T_2. Gleichzeitig mit der Verbrennung werde auf m kg des Gasgemisches eine Menge von n kg, d. h. auf 1 kg des Gasgemisches $n/m = \lambda$ kg Wasser mit der Temperatur t_0 eingespritzt, und zwar in so fein verteiltem Zustand, daß sofort ein gleichartiges Gemenge von Gas und Wasser entsteht. Nachdem das Wasser verdampft und überhitzt wurde, kann man das Ganze als eine Gasmischung ansehen, in welcher für den Teildruck der Gase die Gleichung

$$p_g V = m B_g T,$$

für den Wasserdampf

$$p_d V = n B_d T$$

gilt, und V wie auch T infolge der vollkommenen Durchdringung jederzeit gleich sind. Dann ist

$$\frac{p_d}{p_g} = \frac{n B_d}{m B_g} = \psi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$


Digitized by Google

ein konstantes Verhältnis. Da aber $p_d + p_g = p_2$ sein muß, so ist

$$p_d = \frac{\psi}{1+\psi} p_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

ein konstanter Anteil des Verbrennungsdruckes. Zu p_d ermitteln wir die Sättigungstemperatur T_s und erhalten für die bei konstantem Drucke zugeführte Verbrennungswärme $\mathfrak{W}_1$ (nach Abzug des Abkühlungsverlustes $\zeta \mathfrak{W}$) die Gleichung

$$\mathfrak{W}_1 = m\overline{c_{pg}}(T_3 - T_2) + n[q_s - q_0 + r_s + \overline{c_{pd}}(T_3 - T_s)] \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

wo der Strich über c_p den Mittelwert dieser Größe für das als Faktor folgende Temperaturgefälle bedeutet. Man kann $\mathfrak{W}_1$ in die beiden Glieder

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{W}_1' &= n[q_s - q_0 + r_s + \overline{c_{pd}}(T_2 - T_s)] \\ \mathfrak{W}_2'' &= (m\overline{c_{pg}} + n\overline{c_{pd}})(T_3 - T_2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

zerlegen. Das erste bedeutet die Wärmemenge, die zum Verdampfen des Wassers und Überhitzen des Dampfes auf die Temperatur t_2 erforderlich ist (wobei der zweite Betrag auch negativ sein kann). Das zweite Glied ist die bei konstantem Druck zuzuführende Wärme, um das Dampfgasgemisch auf t_3 zu erwärmen. Da 18 das Molekulargewicht m' von H_2O ist, so bedeutet

$$z = n/18 = n/m'$$

die Zahl der Dampf-kg-Mol., die auf 1 kg-Mol. Gasgemisch entfallen, und wir bestimmen mittels Formel

$$m c_{pg} + z m' c_{pd} = \mathfrak{C}_{pg} + z \mathfrak{C}_{pd} = (1+z)\mathfrak{C}_{pm},$$

also auch

$$b_g + z b_d = (1+z) b_m \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

die **spezifische Wärme,** also b_m für die **Dampfgasmischung.** Der Endzustand nach der Verdampfung sei C_2. Es schreibt sich also die Gleichung (11) des Wärmeinhaltes

$$\mathfrak{W}_1 = \mathfrak{W}_1' + (1+z)\overline{\mathfrak{C}}_{pm}(T_3 - T_2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

oder

$$\frac{\mathfrak{W}_1 - \mathfrak{W}_1'}{1+z} = \mathfrak{W}_{c2} - \mathfrak{W}_{b2},$$

wo $\mathfrak{W}_{c2}$ und $\mathfrak{W}_{b2}$ die nach Fig. 727 zu B_2 und C_2 gehörenden, aber auf der dem b_m zugeordneten Linie zu messenden Wärmeinhalte pro kg-Mol. des Dampfgasgemisches bedeuten. Das Molekulargewicht desselben ist nach obigem

$$m_0 = \frac{m + z m'}{1+z} = \frac{1+\lambda}{1+z} m \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

Um die Ausströmungsgeschwindigkeit zu finden, suchen wir den zu D_2 gehörenden Wärmeinhalt $\mathfrak{W}_{d2}$, so daß für 1 kg

$$i_3 = \frac{\mathfrak{W}_{c2}}{m_0}; \qquad i_4 = \frac{\mathfrak{W}_{d2}}{m_0}$$

sein wird. Hieraus folgt

$$A\frac{c_0^2}{2g} = i_3 - i_4 = A L_t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

und die Turbine kann in allen Teilen berechnet werden. Die Verdichtungsarbeit wird wie oben pro kg-Mol. des trockenen Gasgemisches durch

$$m A L_k = \text{Fläche } A A' B_1' B_1 B_2$$

dargestellt. Da aber auf 1 kg des ursprünglichen Gasgemisches $(1 + n/m) = (1+\lambda)$ kg Dampfgasgemenge in der Turbine Arbeit leisteten, so ist die effektive Leistung für 1 kg des ursprünglichen Gasgemenges

$$L_e = (1+\lambda)\eta_t L_t - \frac{1}{\eta_k} L_k \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

und der gesamte effektive Wirkungsgrad mit $Q = \mathfrak{W}/m$

$$\eta_g = \frac{A L_e}{Q} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Auf diese Weise sind die Werte der nachfolgenden Zahlentafel gerechnet worden, für welche ein Anthrazit-Kraftgas von üblicher Beschaffenheit, doppelte theoretische Luftmenge, adiabatische Verdichtung auf 10 kg/qcm abs. und 10 v. H. Verlust an die Wandung vorausgesetzt worden ist.


Digitized by Google

Gesamtwirkungsgrade v. H. einer Gleichdruck-Gasturbine.

Eingespritzte Wassermenge auf 29,5 kg des Gasluftgemisches		Null			1 kg			4 kg		
Temperatur am Ende der Expansionsdüse		647° C			577° C			372° C		
Wirkungsgrad des Kompressors		0,60	0,65	0,70	0,60	0,65	0,70	0,60	0,65	0,70
		Gesamt-Wirkungsgrade								
Effektiv. Wirkungsgrad des Turbinenlaufrades	0,60	4,93	8,90	14,55	1,53	5,53	8,93	— 4,93	— 0,94	2,46
	0,65	9,63	12,48	17,00	5,97	9,97	14,48	— 1,05	2,95	6,34
	0,70	14,56	18,34	21,72	10,42	14,40	17,80	2,86	6,85	10,25

Aus dieser Zusammenstellung geht der große Einfluß der Endtemperatur der Expansion klar hervor. Heute dürfte man 450° C kaum überschreiten, und einen Wirkungsgrad des Kompressors von bestenfalls 0,65, — des Laufrades von ebensoviel voraussetzen, bleibt also mit dem Gesamtwirkungsgrad tief unter 10 v. H

Durch Wärmeaustausch aus den Abgasen zu gewinnende Wärmemenge.

Der Endzustand der Abgase beim Verlassen der Turbine ist natürlich nicht durch den Punkt D_2 bezeichnet, da die Abgase das Äquivalent aller Turbinenverluste enthalten. Für 1 kg-Mol. wird demnach (wenn wir die geringe kinetische Energie des Abströmens vernachlässigen)

$$\mathfrak{W}_z = (1 - \eta_t)(\mathfrak{W}_{c2} - \mathfrak{W}_{d2}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

den Abgasen einverleibt. Wir nehmen an, daß man beim Abkühlen die Temperatur T_s, bei der der Dampf anfängt, sich niederzuschlagen, praktisch kaum unterschreiten will, und werden daher, wenn E_2 der betreffende Zustandspunkt ist, zwischen D_2 und E_2 den Betrag

$$\mathfrak{W}_z' = \mathfrak{W}_{d2} - \mathfrak{W}_{e2}, \qquad \text{im ganzen} \qquad \mathfrak{W}_r = \mathfrak{W}_z + \mathfrak{W}_z'$$

als rückgewinnbare Wärme bezeichnen. Beachtet man, daß auf 1 kg-Mol. des ursprünglichen Gemisches $1 + z$ kg-Mol. des Dampfgasgemisches entfallen, so erhält man als rückgewinnbare Wärme pro 1 kg des ursprünglichen Gasgemisches

$$Q_r = \frac{\mathfrak{W}_r}{m}(1 + z) \quad \text{oder} \quad = \frac{\mathfrak{W}_r}{m_0}(1 + \lambda) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19\text{a})$$

Endlich kann noch die an das Kühlwasser des Verbrennungsraumes übergehende Wärme hinzugezählt werden. Die rückgewonnene Wärme kann kaum besser verwendet werden, als zur Erzeugung von Dampf, der in einer Dampfturbine die Arbeit $A L_d = \eta_d Q_r$ liefert, sofern wir unter η_d ihren gesamten (d. h. nicht bloß thermodynamischen) Wirkungsgrad verstehen. Der Gesamtwirkungsgrad dieser Verbindung von Gas- und Dampfturbine ist demnach

$$\eta_g' = \frac{A(L_e + L_d)}{Q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19\text{b})$$

Aber auch wenn man die beste Dampfturbine herangezogen denkt, bleibt das Ergebnis unbefriedigend.

177. Die „Explosions“turbine mit Vorverdichtung.

Vom Anfangszustand $p_1 v_1$ in A (Fig. 728) möge die Verdichtung zum Punkte B führen. Das Gasgemisch wird hierauf in einen besonderen Raum hinübergeschoben und nach Abschluß zur Verpuffung gebracht, so daß als „Wärmezufuhrlinie“ nicht mehr $p =$ konst., sondern $\mathfrak{V} =$ konst. zu gelten hat. In der Turbine mit konstantem Verbrennungsdruck würden wir zum Punkte C_p gelangen und die aufgenommene Wärme wäre $= \mathfrak{W} =$ Fläche $BC_pD_p'B'$; die im Auspuff abzuleitende Wärme wäre $AD_pD_p'A'$. Für die „Explosionsturbine“ muß die aufgenommene Wärme, d. h. Fläche $BC_vD_v'B'$ gleich sein wie vorhin, da aber die Linie $\mathfrak{V} =$ konst. steiler ist als $p =$ konst., so liegt C_v einwärts von C_p. Für die **abzuleitende Wärme** ist ebenfalls die Linie $p_1 =$ konst. zu benutzen, da wir die Gase in die Atmosphäre entlassen, und man erkennt, daß Fläche $\mathfrak{W}_2 = AD_vD_v'A'$ **kleiner** ist als **vorhin**. Der **Gewinn des neuen Prozesses** ist mithin durch Fläche $D_vD_pD_p'D_v'$ dargestellt.


Digitized by Google

Wir betrachten nun den allgemeinen Fall, daß während der Explosion Wasser eingespritzt wird. Für das Gewichtsverhältnis von Wasser und Gas machen wir dieselben Annahmen wie im vorigen Abschnitt. Es gelten daher die Formeln (9), (10), jedoch mit dem Unterschiede, daß p_2 nicht konstant ist. Den Sättigungsdruck des Dampfes finden wir hier aus dem spezifischen Volumen. Im Punkte B besitzt das Gasgemisch an sich die Temperatur T_2 den Druck p_2, daher auf m kg oder 1 kg-Mol. das Volumen $\mathfrak{V}_2 = \mathfrak{R}\, T_2/p_2$. Wir spritzen n kg Wasser ein, die in Dampfform dasselbe Volumen einnehmen werden; daher ist pro Kilogramm $v_d = \mathfrak{V}_2/n$. Zu v_d suchen wir in den Dampftabellen

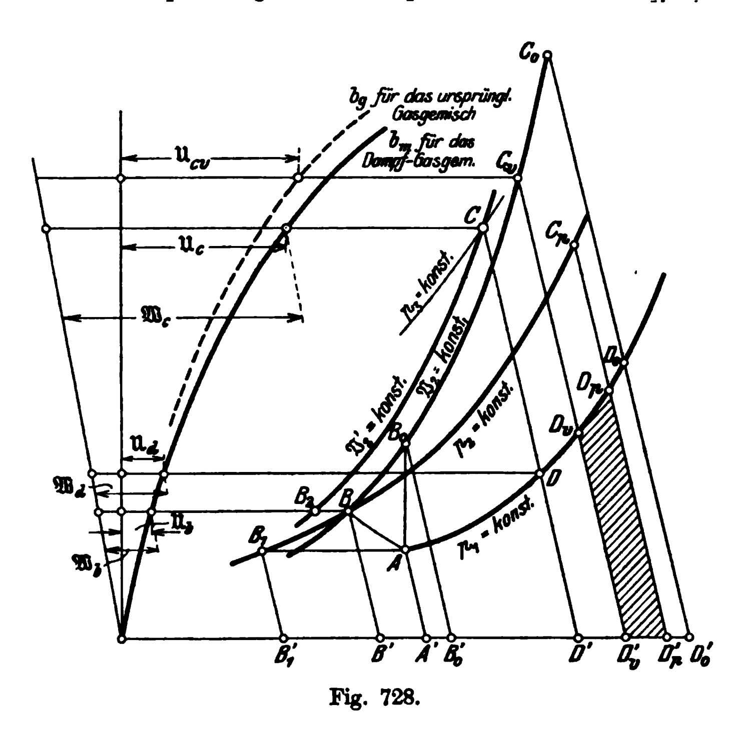


Fig. 728.

den Druck p_s und die Sättigungstemperatur T_s und schreiben die Gleichung für die nach Abzug des Verlustes an die Wand dem Gemisch zugeführte Wärmemenge analog mit Gl. (11) wie folgt:

$$\mathfrak{W}_1 = m\,\bar{c}_{vg}(T_3 - T_2) + n\,[q_s - q_0 + \varrho_s + \bar{c}_{vd}(T_3 - T_s)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

worin T_3 unbekannt ist. Durch den Strich ist auch hier der Mittelwert der spezifischen Wärme für das als Faktor stehende Temperaturintervall angedeutet, ϱ_s bedeutet die „innere“ Verdampfungswärme pro Kilogramm. $\mathfrak{W}_1$ zerlegen wir in die beiden Glieder:

$$\mathfrak{W}_1' = n\,[q_s - q_0 + \varrho_s + \bar{c}_{vd}(T_2 - T_s)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$\mathfrak{W}_1'' = (m\,\bar{c}_{vg} + n\,\bar{c}_{vd})(T_3 - T_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wovon das erste die Wärme bedeutet, die zum Verdampfen des Wassers und Überhitzen des Dampfes beim Drucke p_s auf die Temperatur T_2 erforderlich ist, das zweite ist die bei konstantem Volumen zuzuführende restliche Verbrennungswärme, die die Temperatur auf T_3 erhöht. Nachdem wir wie im vorigen Abschnitt gemäß Gl. (13) die Konstante b_m ermittelt haben, nimmt Gl. (3) die Form

$$\mathfrak{W}_1'' = (1 + z)\,\bar{\mathfrak{C}}_{vm}(T_3 - T_2)$$

an und Gl. (1) lautet

$$\frac{\mathfrak{W}_1 - \mathfrak{W}_1'}{1 + z} = \mathfrak{U}_c - \mathfrak{U}_b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wo $\mathfrak{U}_c$ und $\mathfrak{U}_b$ die bei konstantem Volumen zuzuführenden Wärmen, d. h. die inneren Energien $\int_0^T \mathfrak{C}_v\,dT$ bedeuten und in die (nicht maßstäbliche) Fig. 728 eingetragen sind. Gl. (4) dient zur Bestimmung der Unbekannten $\mathfrak{U}_c$ aus der Bekannten $\mathfrak{U}_b$ und der bekannten linken Seite. Durch Einschneiden des $\mathfrak{U}_c$ auf die Linie b_m erhält man die Höhenlage des Punktes C, d. h. die Temperatur T_3. Der Explosionsdruck p_3 wird bestimmt, indem man beachtet, daß in der Explosionskammer vom Volumen $V = \mathfrak{V}_2$ nach der Verdampfung des Wassers nicht mehr 1, sondern $1 + z$ kg-Mol. enthalten sind. Daher ist für das Dampfgasgemisch $\mathfrak{V}_2' = \mathfrak{V}_2 : (1 + z)$ und der Schnitt der Linie $\mathfrak{V}_2' =$ konst.

Digitized by Google

mit der Horizontalen T_3 liefert den Druck p_3. Punkt B_2 entspricht dem Zustand, den 1 kg-Mol. des Dampfgasgemisches nach Zuführung der Wärme $\mathfrak{W}_1'$, d. h. nach vollzogener Verdampfung des Wassers, bei der Temperatur T_2 inne hat. Linie BB_2 hat keine physikalische Bedeutung und entspricht nur der Vermehrung der Molekülzahl von 1 auf $1+z$. Läßt man nun das Dampfluftgemisch auf die Turbine strömen, so ist in jedem Augenblick die Ausströmgeschwindigkeit aus dem Unterschiede der Wärmeinhalte zu rechnen. Beispielsweise ist im ersten Moment im Inneren des Gefäßes, wenn m_0 das Molekulargewicht des Dampfluftgemisches bedeutet, für 1 kg desselben $i_c = \frac{\mathfrak{W}_c}{m_0}$; an der Düsenmündung (zu p_1 gehörend) $i_d = \frac{\mathfrak{W}_d}{m_0}$ und wir haben

$$A\,\frac{c_0^2}{2g} = i_c - i_d.$$

Diese Geschwindigkeit nimmt nach Maßgabe der Druckabnahme in der Explosionskammer ab, und die Widerstände nehmen bei unveränderlicher Düse infolge der eintretenden Verdichtungsstöße zu. Der hydraulische Wirkungsgrad wird sich also stark ändern, da die Umfangsgeschwindigkeit der Turbine konstant bleiben muß. Führen wir einem mittleren Wirkungsgrad $\bar{\eta}_t$ ein, in welchem all diese Verluste berücksichtigt sind, so läßt sich die Turbinenleistung, ohne daß man auf die Elementararbeiten einzugehen brauchte, durch folgende Erwägung bestimmen:

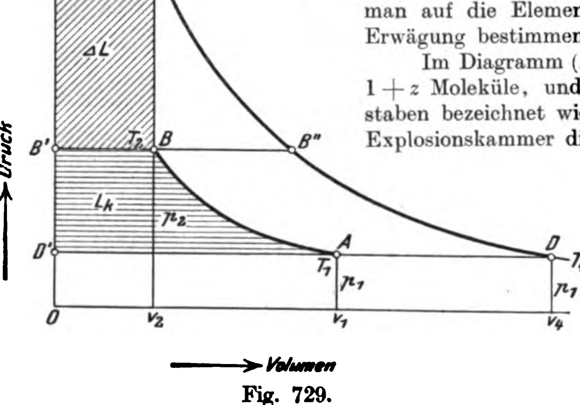


Fig. 729.

Im Diagramm (Fig. 729) ist die Abszisse das Gesamtvolumen der $1+z$ Moleküle, und die Hauptzustände sind mit den gleichen Buchstaben bezeichnet wie in Fig. 728. Offenbar wäre es un günstig, in der Explosionskammer die Expansion weiter fortzusetzen als auf den Kompressordruck p_2, da das Wiederauffüllen der Kammer mit Druckverlust verbunden wäre. Man wird daher, sobald in B'' der Druck p_2 erreicht ist, das Einlaßorgan öffnen und den noch vorhandenen Gasinhalt der Kammer durch die frische Ladung unter konstantem Druck verdrängen lassen. Das Energieprinzip liefert für einen Zyklus, auf das Gesamtgewicht bezogen, die Gleichung: Die innere Energie U_3 in C zuzüglich der aufgenommenen Verdrängungsarbeit $A\,p_2\,V_2$ findet sich wieder in der schließlichen inneren Energie im Zustande $D = U_4$, der erlangten kinetischen Energie, und der gegen den Außendruck p_1 geleisteten Arbeit $A\,p_1\,V_4$ oder auf 1 kg bezogen, d. h. alle Größen durch $m+n$ dividiert, wenn K die kinetische Energie für 1 kg bedeutet

$$A\,K = (u_3 + A\,p_2 v_2) - (u_4 + A\,p_1 v_4)$$

schließlich, wenn $i_c = u_3 + A\,p_3 v_2$; $i_d = u_4 + A\,p_1 v_4$ eingeführt wird,

$$A\,K = i_c - i_d - A\,v_2(p_3 - p_2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Man würde also einen Fehler begehen, wenn man das 3. Glied rechts nicht berücksichtigte. Der Betrag $(m+n)\,(i_c - i_d)$ wird im Arbeitsmaß durch Fläche $CDD'C'$ dargestellt, und man muß, wie ersichtlich, den mit ΔL bezeichneten Flächeninhalt abziehen, um die gesamte kinetische Energie zu erhalten. Als theoretische Turbinenarbeit L_t erhalten wir also pro Kilogramm des Dampfgasgemisches K mkg. Auch hier arbeiten auf 1 kg des ursprünglichen Gasgemenges bezogen $(1+n/m) = (1+\lambda)$ kg des Dampfgasgemenges, daher ist

$$L_e = (1+\lambda)\,L_t\,\bar{\eta}_t - \frac{1}{\eta_k}\,L_k \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Um die Arbeit der idealen Turbine zu finden, wird man kein Wasser einspritzen, $\eta_t = \eta_k = 1$ voraussetzen, die Verdichtung adiabatisch vor sich gehen lassen, den Wärmeübergang an die Wand gleich Null setzen. Die Verdichtungsadiabate sei $A\,B_0$. Die Zufuhr von $\mathfrak{W}$ auf der Linie $\mathfrak{V}_2 =$ konst. wird einen höher gelegenen Punkt C_0 mit dem Drucke p_0 ergeben, von dem aus die adiabatische Expansion auf D_0 führen möge. Die ähnlich wie oben, aber auf der für reines Gasgemisch gültigen Linie b_g bestimmten Wärmeinhalte i_{c0} und i_{d0} liefern

$$A\,L_{t0} = A\,\frac{\bar{c}_{0a}^2}{2g} = i_{c0} - i_{d0} - A\,v_2(p_0 - p_2) \quad \ldots \ldots \quad (6\text{a})$$

und wenn die neue Verdichtungsarbeit mit L_{k0} bezeichnet wird, ist die theoretische Nutzarbeit

$$L_0 = L_{t0} - L_{k0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Digitized by Google

somit der thermodynamische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{L_e}{L_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Da insgesamt auf 1 kg des ursprünglichen Gasgemenges bezogen die Wärmemenge $Q = \mathfrak{W}/m$ aufgewendet worden ist, so ist schließlich der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_g = \frac{A L_e}{Q} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Die aus den Auspuffgasen zu gewinnende Austauschwärme wäre ähnlich zu rechnen wie im vorigen Abschnitt.

Theoretisch ist die Explosionsturbine der Verbrennung bei konstantem Druck erheblich überlegen. Die Nachrechnung zeigt, daß auch hier die isothermische Verdichtung die besten Ergebnisse liefert. Allein die Ausbeute bleibt, absolut genommen, solange man mit der Temperatur in den Schaufeln unter 500° C bleiben muß, immer stark hinter derjenigen des Gasmotors zurück.

178. Andere Arbeitsverfahren für Gasturbinen.

Besonders häufig tauchen in den überaus zahlreichen Gasturbinenpatenten Vorschläge auf für **Explosionsturbinen ohne Vorverdichtung.** Bei radial beaufschlagten Laufrädern benützt man die erzeugte Fliehkraft, um nach vollzogener Expansion das Ladegemisch unter Atmosphärendruck in die Explosionskammer anzusaugen. Zahlreiche mit diesem Verfahren zusammenhängende Patente[1]) sind in den letzten Jahren (seit 1906) von H. Holzwarth und E. Junghans genommen worden.

Der Wirkungsgrad der ohne Verdichtung arbeitenden Explosionsturbine kann an Hand der oben gegebenen Erläuterungen leicht veranschlagt werden. Für gewöhnliches Kraftgas findet man unter Annahme eines größten effektiven Wirkungsgrades des Gasturbinen-Laufrades von 0,60 (einschließlich Düsenverlust und Arbeitsaufwand des eventuellen Einblaseventilators) und unter Voraussetzung, daß die Abgase in einem Kessel Dampf erzeugen, der in besonderer Dampfturbine Arbeit leistet, folgende Zahlenwerte:

Gesamtwirkungsgrad einer Explosionsturbine ohne Vorverdichtung.

Temperatur am Ende der Expansionsdüse (bei wachsendem Wasserzusatz) . . . . ° C	600	500	450	400	350
Gesamtwirkungsgrad der Gasturbine allein . . . . v. H.	6,8	6,0	5,7	5,2	5,0
Desgl. der Gas- und Dampfturbine zusammengenommen . . . . v. H.	11,9—14,0	9,6—11,2	8,6—9,8	7,4—8,4	6,4—7,0

Ist man gezwungen, mit 400 bis 450° C Temperatur vor den Schaufeln zu arbeiten, so ist es hiernach schwer, an einen Erfolg der Turbine zu glauben. Ganz kleine Verbesserungen sind nicht ausgeschlossen; was sollen wir aber von der Thermodynamik eines Erfinders und des Patentprüfers halten, die (in Patenten!) 30 v. H. und mehr Gesamtwirkungsgrad in Aussicht stellen?

Der große Nachteil der Explosionsturbine, daß die Ausflußgeschwindigkeit während der Expansion erheblich sinkt, wird von der Gasmotorenfabrik Deutz wie folgt gemildert.

Man läßt in die Explosionskammer zuerst ein Gemisch von Luft und Dampf, oder Dampf allein eintreten und sorgt für tunlichst wirbelfreien Eintritt, damit eine Vermischung mit dem darauf eintretenden Ladegemenge vermieden wird, so daß diese Schichtung auch während der Expansion erhalten bleibt. Das Dampfluftpolster soll durch die Explosion nur verdichtet, aber nicht unmittelbar geheizt werden, besitzt also eine tiefere Temperatur als das eigentliche Brenngemisch und wird mit einer mittelhohen Geschwindigkeit ausfließen. Nachdem dieser Teil ganz abgeströmt ist, kommt das Brenngemisch an die Reihe, welches inzwischen auf tieferen Druck und niedrigere Temperatur herabexpandiert hat, so daß die Geschwindigkeit minder hoch ist als bei unmittelbarer Ausströmung, und so der Geschwindigkeit des im Anfang abströmenden Dampfluftgemisches nahekommen kann.

[1]) Beispielsweise das D R.P. Nr. 210122, 210715, 216764, 216797, 218228.

Digitized by Google

Sehr wichtig ist die Fortsetzung der **Expansion unter die Atmosphäre,** da die Ventilationsarbeit des Rades mit dem spezifischen Gewicht der Umgebung abnimmt und das Rad obendrein infolge des vergrößerten Gasvolumens auf einem größeren Teil des Umfanges beaufschlagt wird.

Mit dem Vakuum verbindet sich naturgemäß die Vorstellung eines „Kondensators", dem hier die Rolle eines **Wärmeaustauschers** zufiele, um die rückgewinnbare Wärme aufzunehmen und obendrein das von der Luftpumpe anzusaugende Gasvolumen zu verkleinern. Wir haben allgemein nachgewiesen, daß der Wirkungsgrad bei vollkommenen Gasen nur von dem Verhältnis der Pressungen abhängt. Man darf aber nicht übersehen, daß fast alle technischen Gase Wasserdampf in den Verbrennungsprodukten enthalten und bei tiefer Abkühlung insbesondere durch unmittelbares Einspritzen von Wasser der gebildete Dampf die gleiche schädliche Wirkung üben wird, wie bei den Luftpumpen der Dampfturbine. Im übrigen ist die Vorstellung im höchsten Maße anziehend, eine mit Vakuum arbeitende Gasturbine unmittelbar an einen Sauggas-Erzeuger anzuschließen und die abgekühlten Verbrennungsprodukte durch ein Kreiselgebläse aus dem Kondensator herauszusaugen.

Daß für die Verdichtung ein Kolbenkompressor mit Zahnradantrieb nicht in Betracht kommen kann, da hierdurch die konstruktive Einfachheit der Turbine preisgegeben wäre, liegt auf der Hand. Ein anderes wäre die Vereinigung der Verdichtung für eine Anzahl von Turbinen bei ganz großen Anlagen, nach Art der Zentralkondensation, wobei die wirtschaftlich besten Wärmekraftmaschinen als Antriebsmittel dienen könnten.

F. Langen[1]) hat für diesen Zweck den **Flugkolbenkompressor** vorgeschlagen, in welchem der freie Kolben nach Art der Ottoschen atmosphärischen Gasmaschine durch die Explosion einer Gasmischung auf der einen Zylinderseite angetrieben die Luft oder das Ladegemisch auf der anderen verdichtet. Der Wirkungsgrad wäre hoch, doch stellen sich der Ausführung, wie auch Langen betont, außergewöhnliche Schwierigkeiten entgegen.

Das Erglühen der Schaufeln ohne Wassereinspritzung könnte vermieden werden, wenn man angenähert **isothermische Wärmezufuhr mit gleichzeitiger Ausdehnung** bei genügend tiefen Temperaturen zu verwirklichen vermag, an die sich eine adiabatische Expansion bis auf den Gegendruck anschließt.

Dieser Prozeß ließe sich nicht übel verwirklichen durch Nachahmung der Verhältnisse der schleichenden Zündung bei Gasmotoren. Man müßte also Gas und Luft etwa unvollkommen mischen und in einer vielstufigen Turbine etwa Parsonsscher Bauart zwischen gut gekühlten Wänden zünden und so rasch oder so langsam expandieren lassen, daß die Temperatur während der Verbrennungsdauer angenähert konstant bliebe. Die Rechnung zeigt aber, daß sogar, abgesehen von den großen an die Wand abgeleiteten Wärmemengen, der Wirkungsgrad wesentlich kleiner ist als der der oben behandelten Prozesse.

Der kühnste Gedanke zur Vereinfachung der Gasturbine ist die **reine Reaktionswirkung** nach Nernst, so zwar, daß das Turbinenlaufrad zugleich den Schleuderkompressor bildet. Zwar ist die Arbeitsweise einer derartigen Turbine im D. R. P. Nr. 170693 bereits früher, im Jahre 1904, von R. Rappaport beschrieben worden, und Wegner von Dallwitz befaßte sich mit ähnlichen Ausführungen[2]), allein die Vorschläge Nernsts gehen am weitesten.

Das Ladegemisch soll vereinigt oder getrennt durch die hohle Welle bei A (Fig. 730) angesaugt und durch die Fliehkraft in Arm B einstufig verdichtet werden, worauf bei D unmittelbar vor der Düse eine Zündung elektrisch oder auch selbsttätig wie im Dieselmotor erfolgt und die Gase sofort durch die Düse ins Freie expandieren. Der Vorgang entspricht also konstantem Verbrennungsdruck, der hohen Temperatur sind nur gut kühlbare Wände von sehr geringer Ausdehnung ausgesetzt, und die sonst unvermeidlichen Schaufeln, deren Kanten immer den verwundbarsten Teil der Turbine bilden, sind vollständig beseitigt. Wenn man indes die Verhältnisse an Hand der Rechnung untersucht, so findet man, daß außerordentlich hohe an 1000 m/sek heranreichende Umfangsgeschwindigkeiten erforderlich sind. Man erhält bei 0,85 Wirkungsgrad des Gaserzeugers und Ausnützung der Abwärme in einer besonderen Dampfturbine bei 200, bzw. 500 und 1000 m/sek Umfangsgeschwindigkeit etwa 8,6 bzw. 15,6 und 24,5 v. H. Gesamtwirkungsgrad. Die Ausnützung der Strömungs-

[1]) Die Aussichten der Gasturbine, Rostock 1906.

[2]) Die Explosionsgasturbine als Reaktionsturbine, Rostock 1908. Siehe auch Verbrennungs- oder Explosionsgasturbine desselben Verfassers, Rostock 1909.


Digitized by Google

energie in der reinen Reaktionsturbine scheitert daher derzeit an konstruktiven Schwierigkeiten, ganz abgesehen davon, daß uns die Luftreibung zwingen würde, das Rad im Vakuum laufen zu lassen, so daß doch noch ein zweiter Kompressor zum Herausschaffen der Verbrennungsprodukte erforderlich wäre.

Sehr anziehend ist die in Fig. 731 dargestellte zweite Ausführungsform, die Nernst dem gleichen Grundgedanken verliehen hat. Bei A tritt das Ladegemisch (eventuell Luft und Gas getrennt) in die hohle Achse, wird im rotierenden U-förmigen Rohr verdichtet und bei B entzündet. Hierauf strömt es radial einwärts zurück und gelangt bei D mit höherem Druck und höherer Temperatur an, so daß es in einer Turbine oder in einem Kolbenmotor Arbeit leisten kann.

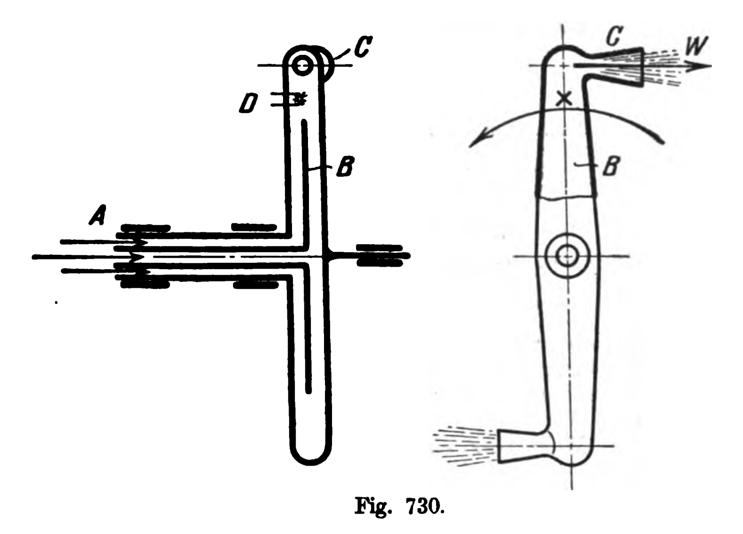


Fig. 730.

Da die sekundlich durchströmende Masse in beiden Rohrschenkeln gleich, die Geschwindigkeitsrichtung aber entgegengesetzt ist, heben sich die von den Wanddrücken geleisteten Arbeiten auf, und es geht in der Verrichtung ein eigenartiger Energieaustausch vor sich, der einer näheren Erläuterung wert ist.

Verfolgen wir an Hand der Bezeichnungen der Figur die relative Bewegung und es sei u die Umfangsgeschwindigkeit der Rohrachse des mittleren Schenkels. Die Strömungsgeschwindigkeit sei überall gleich groß (d. h. die Querschnitte seien entsprechend gewählt). Die Bewegung von A bis B ergibt nach der Theorie der radialen Turbine

$$i_1 + A\frac{u^2}{2g} = i_2,$$

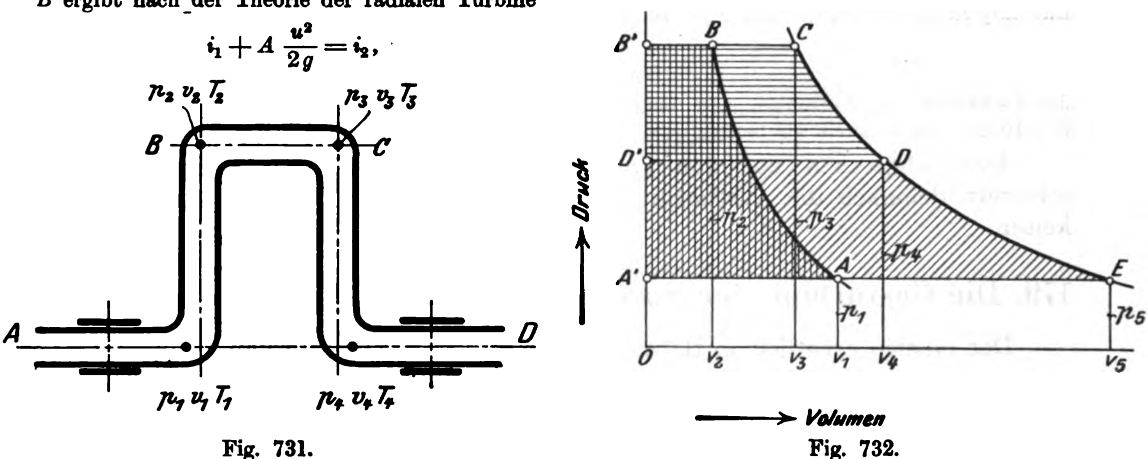


Fig. 731. Fig. 732.

wo i_1, i_2 die Wärmeinhalte der als adiabatisch vorausgesetzten Zustandsänderung sind; die Verbrennung zwischen B und C liefert

$$i_3 = i_2 + H,$$

wo H den Heizwert für 1 kg bedeutet; die Bewegung von C bis D

$$i_3 - A\frac{u^2}{2g} = i_4.$$

Beschränken wir uns auf konstante spezifische Wärmen, so ist $i = c_p T +$ konst. und die Gleichungen lauten

$$c_p(T_2 - T_1) = A\frac{u^2}{2g}\,; \quad c_p(T_3 - T_2) = H\,; \quad c_p(T_3 - T_4) = A\frac{u^2}{2g}. \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Den Ausdruck $Au^2/2g$, den wir mit AL_k bezeichnen wollen, bedeutet die zwischen AB aufgewendete und zugleich die zwischen CD gewonnene Verdichtungsarbeit. Die Zustandsänderung im pv-Diagramm (Fig. 732) wird demnach wie folgt darstellbar. Verdichtung von A bis B, Verbren-

Digitized by Google

nung bei konstantem Druck ($p_3 = p_2$) von B bis C, Rückexpansion von C bis D, so daß die wagerecht und senkrecht schraffierten Arbeitsflächen einander gleich sind. Mit dem Zustand D kann das Verbrennungsgemisch in einer idealen Kolbenmaschine oder Turbine die (schräg schraffierte) Arbeitsfläche $D'DEA'$ abgeben, wenn man die Expansion der Einfachheit halber nur auf atmosphärischen Druck fortgesetzt denkt (statt bis zur Isotherme durch den Anfangszustand A). Wir haben demnach die indizierte Arbeit

$$A L_i = i_4 - i_5 = c_p (T_4 - T_5).$$

Die aufgewendete Wärme ist nach (1) $= c_p (T_3 - T_2)$, also ist der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta = \frac{T_4 - T_5}{T_3 - T_2}.$$

Nun ist indes nach (1) $T_2 - T_1 = T_3 - T_4$, woraus $T_4 = T_3 - T_2 + T_1$ oben eingesetzt

$$\eta = \frac{(T_3 - T_2) - (T_5 - T_1)}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_5/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \frac{T_1}{T_2}.$$

Da aber, wie leicht nachzuweisen, für die Adiabaten CE und AB die Beziehung $T_5/T_3 = T_1/T_2$, also $T_5/T_1 = T_3/T_2$ zutrifft, so ist

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und dieser Ausdruck stimmt genau überein mit dem Wirkungsgrad des Viertaktprozesses zwischen den Druckgrenzen p_1 und p_2, d. h. den Temperaturgrenzen $T_1 T_2$. Der eigenartige Prozeß, der im Nernstschen Motor vor sich geht, kann also, wie zu erwarten war, in grundsätzlicher Beziehung keine Vorteile bieten.

Wohl aber scheint in praktischer Beziehung der große Vorteil herauszuschauen, daß beliebige und sogar viel höhere Kompressionsdrücke als im Diesel-Motor angewendet werden können, ohne daß man Undichtheit des Kolbens und schlechten mechanischen Wirkungsgrad befürchten müßte, denn die Verdichtung erfolgt ohne Kolben, und die Verdichtungsarbeit wird sofort gedeckt durch die Expansion im absteigenden Rohrzweig, so daß im Arbeitsgas nur die „reine" Nutzarbeit enthalten ist, die mit verringertem Anfangsdruck und verkleinerter Temperatur angeliefert wird. Ein Beispiel klärt uns indessen sofort auf, wie die Verhältnisse stehen.

Nehmen wir etwa $u = 400$ m/sek, so liefert $i_1 - i_2 = c_p (T_2 - T_1) = A u^2/2g$ mit $T_1 = 300$ die Endtemperatur der Verdichtung $T_2 =$ rd. 380 und die bekannte Formel

$$(p_2/p_1)^{\frac{k-1}{k}} = T_2/T_1$$

das Verhältnis der Pressungen p_2/p_1 bloß rd. 2,3, also etwas durchaus Ungenügendes. Selbst mit $u = 1000$ m/sek erhalten wir bloß $p_2/p_1 =$ rd. 31, sind also erst so weit wie der Diesel-Motor.

Auch abgesehen von den großen Wärmeverlusten des absteigenden Astes scheitert demnach die Ausführung an unüberwindlichen konstruktiven Schwierigkeiten.

179. Die Gasturbine der Société anonyme des Turbomoteurs, Paris.

Der einzige ernstlich in Betracht fallende Versuch einer Ausführung im großen stammt von der oben bezeichneten Gesellschaft, deren treibende Kräfte die beiden Ingenieure Armengaud waren, die Nachkommen des Herausgebers der in früheren Jahren berühmt gewesenen technischen Zeitschrift gleichen Namens. Dank der Begeisterung dieser Herren sind wir um eine wichtige praktische Erfahrung reicher und müssen allen Mitwirkenden um so größere Anerkennung zollen, als den beträchtlichen Opfern an Zeit und Mitteln, die gebracht worden sind, zurzeit kein wirtschaftliches Äquivalent als Ausgleich gegenübersteht.

Nach dem Bericht von A. Barbezat[1]), Ingenieur der Gesellschaft, wurden zunächst Vorversuche an einer 25 PS-Lavalturbine gemacht, wobei man Druckluft mit 5 Atm. Pressung der Pariser Druckluftleitung entnahm. Die Turbine arbeitete mit konstantem Verbrennungsdruck und benützte Petroleum als Brennstoff, welches, durch eine Düse zerstäubt, an einem glühenden Platindraht gezündet wurde.

Die nachfolgende große Ausführung (Fig. 733) besteht aus einem Curtisrad von 950 mm Durchmesser mit 33 Düsen von je 10 mm engstem Durchmesser, welches mit 4250 Uml./min einen Rateau-

[1]) Schweiz. Bauzeit. Bd. LIII, Nr. 3 und Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen 1909, S. 217.

Digitized by Google

kompressor von rd. 400 PS antreibt. Ein Teil der auf 5 Atm. abs. verdichteten Luft dient als Verbrennungsluft, der Rest stellte die Nutzleistung der Turbine dar.

Die Verbrennungskammer besitzt nach dem an Ch. Lemale erteilten D.R.P. Nr. 173447 die in Fig. 734 dargestellte Einrichtung. Bei A tritt Petroleum unter Druck ein und wird, durch feine

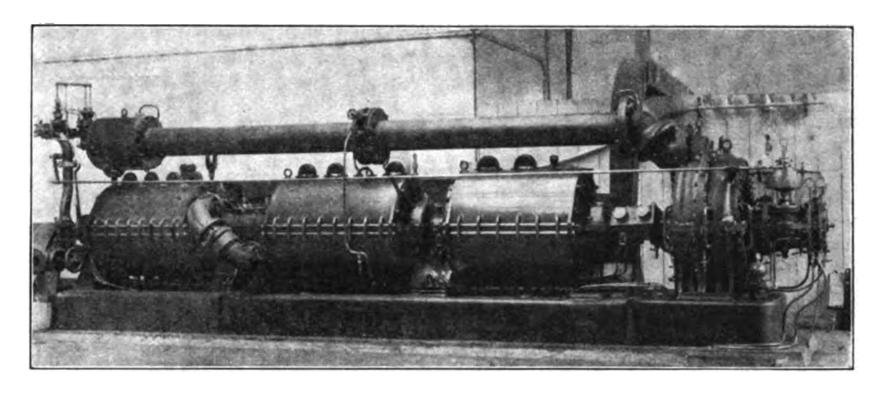


Fig. 733.

Löcher zerstäubt, mit dem bei B eingeführten Luftstrom vermischt und an C gezündet. Später wird die strahlende Hitze der Karborundumauskleidung G das Petroleum wohl schon in der Zuführung verdampfen und dann zünden. E ist der Eintritt des Kühlwassers, welches in einer Spirale vorgewärmt und ursprünglich bei F in das Brenngemisch eingespritzt wurde. H ist die Düse, K ein Radschnitt.

An der ausgeführten Turbine wurden die Gase nach der Entflammung in einem 5 m langen Kühlrohr, welches in der Abbildung über dem Kompressor liegend deutlich zu erkennen ist, durch Wassereinführung in dessen Mitte abgekühlt. Es mußte so viel Wasser zugesetzt werden, daß

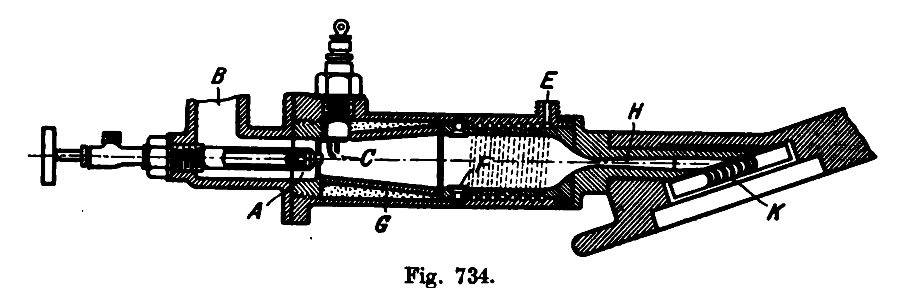


Fig. 734.

die Temperatur im Zwischenleitrad des Curtisrades unter 450—470° C sank, da sonst Anfressungen vorkamen, während das Laufrad infolge der eigenen Ventilation höhere Temperaturen aushielt.

Die Versuche ergaben folgendes Ergebnis:

Umlaufzahl in der Minute	4250
Temperatur nach Pyrometeranzeige vor den Düsen	560° C
Temperatur (nach Pyrometer) am Austritt der Turbine	420° C
Druck vor den Düsen (Verbrennungskammer)	4 kg/qcm abs.
Druck vor der Meßdüse	3 „ „
Durchmesser der Meßdüse	15 mm
Lufttemperatur beim Verlassen des Kompressors	87° C
Lufttemperatur im Versuchsraum	18° C
Wasserverbrauch in der Stunde	1840 l
Petroleumverbrauch in der Stunde	178 kg

Barbezat und Armengaud[1]) leiten ab, daß für die Adiabate der Verbrennungsprodukte näherungsweise die Formel

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^5$$

[1]) La turbine à gaz, in La Lumière électrique 1909, T. V, Nr. 7 u. 8.

Digitized by Google

benützt werden kann. Ist also beispielsweise am Ende der Düse $t_2 = 400 - 450^0$ C vorgeschrieben, so muß im Innern bei 4 Atm. abs. eine Temperatur $t_1 = 616 - 682^0$ C geherrscht haben, und die Angaben des Pyrometers sind, wie auch Barbezat bemerkt, durch die Strahlung des Kühlmantels herabgesetzt. Auf alle Fälle muß die Verbrennungstemperatur, wie ersichtlich, sehr weit herabgesetzt werden, und dies ist der Hauptgrund für das über Erwarten ungünstige Ergebnis.

Das sekundliche Gewicht der abgegebenen Nutzluft ist nach Formel

$$G_{sek} = 0{,}397\, f \frac{p_1}{\sqrt{T_1}}$$

mit $f = 1{,}77 \cdot 10^{-4}$ qm; $p_1 = 30000$ kg/qm; $T_1 = 273 + 87 = 360$; $G_{sek} = 0{,}111$ kg. Die isothermische Verdichtungsarbeit in PS

$$N_i = \frac{G R T_0}{75} \lg n \left(\frac{p_2}{p_0}\right)$$

beträgt mit $p_2/p_0 = 4$; $T_0 = 300$; $N_i = 18{,}0$ PS, und wenn der Wirkungsgrad des Kompressors mit 0,6 angesetzt wird, so ist die effektive Nutzleistung $N_e = 18{,}0 : 0{,}6 = 30{,}0$ PS, demnach der Verbrauch an Petroleum für die PS_e-st $= 178 : 30{,}0 = 5{,}9$ kg. Mit 10000 WE als Heizfülle für 1 kg ist endlich der Gesamtwirkungsgrad $632 : 5{,}9 \cdot 10000 = 0{,}0107$, also kaum etwas über 1 v. H. Die Turbine war knapp in der Lage, ihre eigene Verdichtungsarbeit aufzubringen. Dies braucht bei der außerordentlichen Abkühlung der Brenngase durch das eingespritzte Wasser nicht wunderzunehmen und bestätigt nur in jeder Beziehung unsere theoretischen Schlußfolgerungen.

Die Société anonyme des Turbomoteurs führt ihre Petrolturbinen als Antriebsmaschinen für Torpedos ein, die bis jetzt durch Druckluft allein fortbewegt wurden. Das Hinzufügen einer kleinen Menge flüssigen Brennstoffes und Ausnützung der Luft als Verbrennungsluft der Turbine kann hier bei gleichem Gesamtgewicht die Leistung wesentlich erhöhen.

180. Entwertung der Energie. Vertiefung des Entropiebegriffes. Die Wahrscheinlichkeit. Der Wärmetod.

So oft wir Arbeit aus Wärme erzeugen wollen, so oft müssen wir einen gewissen Teilbetrag der verfügbaren Wärmemenge im Sinne des zweiten Hauptsatzes an die tiefere Wärmequelle abgeben, und um diesen Betrag ist die ursprüngliche Wärmemenge von vornherein in Hinsicht auf unsere menschlichen Zwecke entwertet.

Die Umwandlung von elektrischer in mechanische Energie und umgekehrt geht bekanntlich mit sehr kleinen Verlusten vor sich. Ebenso setzen gewisse galvanische Ketten die chemische Energie mit ungemein hohem Wirkungsgrad in elektrische Energie um. Verglichen mit diesen Energiearten scheint die Wärmeenergie überhaupt „minderwertig" zu sein. Man hat dies auch so ausgedrückt, daß wenn Wärme überhaupt entsteht, ein „prädestinierter" Verlust mitentstanden, gewissermaßen mitgebucht ist. Man darf indessen nicht so weit gehen, wie Mach, der hieraus in seinen Prinzipien der Wärmelehre unberechtigte Schlüsse auf eine vermeintliche begrenzte Gültigkeit des Energieprinzipes gezogen hat.

Mach vertritt den Standpunkt (S. 344, 1. Aufl.), daß Clausius in der Aufstellung des Entropiesatzes $\Sigma Q/T = 0$ für umkehrbare Vorgänge den Entropiewert Q/T (ursprünglich „Äquivalenzwert" genannt) absichtlich so gewählt habe, daß die Substanzauffassung desselben ausführbar sei. Überall, wo eine Reaktion verschwindet und dafür anderwärts eine gleichartige erscheint, mache sich das Bedürfnis nach einer einfachen geläufigen Auffassung des Vorganges und damit der Substanzbegriff geltend. So seien die Begriffe Wärmemenge, Elektrizitätsmenge u. a. durch die Beobachtung entstanden, daß ein Körper sich auf Kosten des andern erwärmt, elektrisiert usw. So richtig dies für die angeführten sehr alten Begriffe ist, so sehr muß man bezweifeln, daß Clausius mit der Entropie eine Substanzvorstellung verbunden hätte oder auch nur eine Substanz„auffassung" hätte durchführen wollen. Daß eine Versuchung vorhanden ist, sich etwa den Vorgang umkehrbarer Wärmemitteilung so vorzustellen, als ob dabei zugleich die Entropiemenge Q/T vom Behälter ab und in den Körper hineinflösse, soll zugegeben werden, aber nur, um den in dieses Gebiet Eintretenden zu warnen, sich ihr hinzugeben. Schon Clausius hat ja für nichtumkehrbare Vorgänge die Zunahme der Entropie erkannt, und Zunahme ist unverträglich mit der Vorstellung der Substanz, an der gerade die Unveränderlichkeit der Menge den erwünschten Halt darbietet. Die „Entropie" kann und soll als abstrakter Begriff nur der Stellvertreter des in ihrer Definition enthaltenen Gedankenkomplexes sein.

Digitized by Google

Mach findet, daß der aus dem naiven Denken herstammende Trieb, überall Substanz zu vermuten, beim Energieprinzip in noch viel höherem Maße in Erscheinung trete, und frägt, ob dessen Anwendung beim Energiebegriff nicht ebenso eingeschränkt sei wie bei der Entropie. Er gelangt zu einer Bejahung und damit merkwürdigerweise zu einer Einschränkung der Gültigkeit des Energieprinzips. Da auch beim klassischen Carnotprozeß stets ein Teil der zugeführten Wärme an den unteren Behälter abgegeben werden muß, erklärt Mach, es habe keinen gesunden Sinn, einer Wärmemenge, die man nicht in Arbeit verwandeln kann, noch einen Arbeitswert beizumessen (S. 345). Zwar sieht er voraus, daß der Zweifel an der unbegrenzten Gültigkeit des Energieprinzips ebenso Befremden erregen werde als ein Bezweifeln der Konstanz der Wärmemenge die Nachfolger Blacks befremdet hätte, verharrt aber bei seiner Feststellung. Diesem Zweifel stellen wir folgende Erwägung entgegen: Wir sind in der Lage, Temperaturen zu erzeugen, die dem absoluten Nullpunkt auf einige Grade nahekommen, und der induktive Schluß ist zwingend, daß wir ihm uns in Zukunft beliebig werden nähern können. Also wird ein umkehrbarer Expansionsprozeß auf diese Temperatur hinab irgendein gegebenes Wärmequantum bis auf beliebig kleine Reste in Arbeit umwandeln. Daß das tiefe Temperaturniveau ein künstliches ist und die Umwandlung anderweitiger mechanischer Arbeit in Wärme bedingt, hat nichts zu bedeuten. Das Energieprinzip befaßt sich nicht mit den Kosten, die eine Umwandlung verursacht, es sagt bloß aus, daß die Umwandlung nach festen Verhältnissen vor sich geht.

Kehren wir zur „Entwertung" der Energie, die die Wärmeabgabe an die tiefste Temperaturquelle bedingt, zurück, so ist auf alle Fälle festzustellen, daß der Entropie keine Schuld an ihr beizumessen ist. Hätten wir einen Wärmebehälter mit hinreichend tiefer Temperatur zur Verfügung, so könnten wir auch Wärme mit beliebig hohem Wirkungsgrad in Arbeit umsetzen. Hier liegt die Wurzel für den Vergleich der Entropie mit einem Gewicht, den Zeuner durchgeführt hat. Die Entropie $Q_1 : T_1$ liefert durch Multiplikation mit der Temperatur „Fallhöhe" $(T_1 - T_0)$ die nutzbare Arbeit $Q_1 \cdot (T_1 - T_0)/T_1$, ähnlich wie das Produkt aus Wassergewicht und Fallhöhe die Arbeit der idealen hydraulischen Maschine.

Eine Entwertung zweiter Art ist bedingt durch die Zunahme der Entropie aller an dem Vorgang beteiligten Körper, die im Idealfalle Null wäre, in Wirklichkeit endlich bleibt. Sie bedingt eine Vergrößerung der an den kälteren Behälter abzuleitenden Wärme über das unter idealen Verhältnissen unumgänglich notwendige Maß hinaus.

Die Entropievermehrung eines bestimmten Prozesses hängt aber nur von dessen eigener Natur ab, und nicht von den Zustandsänderungen, die vorher oder nachher stattfanden. Der Arbeitsverlust anderseits als Produkt aus der Entropievermehrung und der Temperatur der tiefsten Quelle (Umgebung) ist dieser Temperatur direkt proportional. Wäre diese „Null", so könnten wir ungestraft nichtumkehrbare Vorgänge zulassen, „sündigen", der Verlust wäre auch Null. Streng genommen dürfen wir also nicht die Zunahme der Entropie, sondern vielmehr die Unzulänglichkeit der irdischen Verhältnisse, speziell der zu hohen Temperatur unserer „Umgebung" anklagen, wenn das Ergebnis des Wärmemotors schlecht befriedigt. Da indes an der Temperatur der Umgebung nichts zu ändern ist, während die Herrschaft über nichtumkehrbare Prozesse mit den Fortschritten der Technik wächst, so bleibt die Vermehrung der Entropie (d. h. ihr Produkt mit der Temperatur der Umgebung) dennoch der beste Maßstab für die vermeidbare Entwertung der Energie.

Diese Überlegungen werden genügt haben zu zeigen, daß die Bemühungen, den Begriff der Entropie ganz auf der Vorstellung des Verlustes der nichtumkehrbaren Prozesse aufzubauen, wenig Aussicht auf durchschlagenden Erfolg haben dürften. Diese Vorstellung ist zu sehr unseren menschlichen Zwecken und den Verhältnissen des Erdballes angepaßt, entbehrt daher der vollen Allgemeinheit, die von einem abstrakten Lehrsatz verlangt werden muß.

Die Entropie-Polemik im „Electrician".

Im Zusammenhange mit diesen Bemerkungen wird eine Polemik Interesse bieten, die sich in der Zeitschrift „The Electrician", Jahrgang 1903, aus Anlaß der Präsidialansprache, die J. Swinburne vor der „Institution of Electrical Engineers" hielt, abgespielt hat. Wir geben die Aussprüche der Teilnehmer nur dem Sinne nach (nicht wörtlich) wieder. Unsere eigenen Bemerkungen sind in eckigen Klammern eingeschlossen.

Digitized by Google

J. Swinburne. „In den meisten Lehrbüchern herrscht ein unglückliches Mißverständnis über Entropie. Der erste, der sie einführte, war, ich glaube Gibbs (s. deutsche Übersetzung der „Thermodynamischen Studien", die 1870 erschienen) [und Clausius?], der in der Hauptsache mit hypothetischen umkehrbaren Prozessen und solchen Dingen wie ideale Gase operiert. Jedermann, der bloß diese Abhandlung liest, würde eine falsche Vorstellung von der Entropie erhalten. Den praktischen Gebrauch des Entropiediagrammes verdanken wir trotz der Konfusion über Entropie Macfarlane Gray (Proc. Inst. Mech. Eng. 1889) [Belpaire verwendete das Entropiediagramm schon im Jahre 1873], dessen Entropiedefinition ebenso fehlerhaft ist wie die von Gibbs, allein da er nur umkehrbare Prozesse betrachtet, so behält er numerisch recht. Es ist eben üblich, die Entropie durch die Gleichung $dS = dQ : T$ zu definieren, und dies ist falsch. Ebenso behauptet man, daß der Inhalt einer Fläche im TS-Diagramm gleich ist der entsprechenden Fläche in pv-Diagramm. Dies ist wohl der Ursprung von Zeuners Vergleich der Entropie mit Wärmegewicht, eine Gedankenverwirrung, die ständig wächst. Die Unzulänglichkeit einer Maschine kommt gerade im Unterschied der TS- und der pv-Fläche zum Vorschein. [?] Dann besteht arge Konfusion zwischen den Arbeitskörpern und den Behältern. Die Entropie hat es wesentlich mit den Behältern zu schaffen. [?] Die Definition der Entropie, die ich beanstande, kommt nicht bloß in Ingenieurhandbüchern vor, sondern auch in neun Zehntel der Lehrbücher über mathematische Physik, weil dem Schreiber immer nur die umkehrbaren Prozesse vorschweben. So definiert man adiabatische und isentropische Prozesse ist als synonym. Unglücklicherweise ist die Entropie auch in die Hände von Mathematikern gefallen. Für den Mathematiker ist die Hauptsache, daß dS ein vollständiges Differential ist. Von den unzähligen Beispielen der Physik wählt er gerade dieses, dessen fragwürdiger Charakter darin besteht, daß es nie in der Natur existiert. Dies zeigt, daß es unendlich leichter ist mit mathematischen Symbolen zu hantieren, als ihre physikalische Bedeutung klar zu erfassen.

[Auf diesen stürmischen Ausfall, der auch die Größen unserer Wissenschaft nicht verschont, aber ein interessantes Durcheinander von Wahrheit und Irrtum ist, antwortet:]

J. Perry. „In den Handbüchern, die Herr Swinburne beanstandet, steht folgendes: Wenn dQ die Wärme bedeutet, die in ein System eintritt, welches die absolute Temperatur T, den Druck p und das Volumen v besitzt, und wenn wir $dQ : T = dS$ setzen, so ist S eine Eigenschaft des Systems, welche [deren Zahlenausdruck] den gleichen Wert annimmt, so oft das System in den alten Zustand (p, T, v) zurückkehrt nach irgendwelchen Zustandsänderungen. Dies ist der zweite Wärmesatz. Was soll hieran Falsches sein? Meint Herr Swinburne, daß der zweite Wärmesatz falsch ist? Das unmittelbare Rechnen mit Entropie, welche eine inhärente Eigenschaft [Beizahl] des Körpers ist, wie p, v oder T, hat dem modernen Studierenden Hunderte von irreführenden Vorstellungen erspart. Wenn Herr Swinburne dies bestreitet, so weiß er nicht was er spricht."

J. Swinburne. „Es ist nicht üblich über eine Präsidialaussprache zu diskutieren, [!] allein da meine Entropiebemerkungen in einer Fußnote des Abdruckes enthalten waren, will ich Herrn Perry antworten. Die Aussage von Perry, was der zweite Wärmehauptsatz sei, ist unkorrekt. Er hätte sagen müssen: ‚In einem vollkommen umkehrbaren Prozeß, den es nie geben kann, d. h. in einem unmöglichen hypothetischen erdachten Fall ist $dQ : T \dots$ usw.' Manche Autoren betrachten die Entropie als den ‚Quantitätsfaktor der Wärme'. Aber in der arbeitslosen Ausdehnung eines Gases bleibt die Energie konstant und die Entropie nimmt stetig zu ohne Wärmezufuhr, also kann sie nicht ein ‚Wärmefaktor' sein. Ferner, obwohl wenn dS ein vollständiges Differential ist, S eine Funktion der Zustandsparameter sein muß, bestreite ich die Behauptung, daß wenn S eine Funktion der Koordinaten ist, dS ein vollständiges Differential sein müßte. [!] Wer dies behauptet, versteht Entropie nicht und benützt seine Mathematik blindlings. Solange der Studierende glaubt, daß die Flächen im TS- und im pv-Diagramm gleich sind, leidet er Schaden."

[Diese Flächen sind gleich im Falle umkehrbarer Vorgänge, also müssen sie immer gleich sein. da einem Punkte pv immer der gleiche Punkt TS entspricht.]

J. Perry. „In meiner Aussage sind p, T, v ausdrücklich genannt, um anzudeuten, daß im ganzen System dieselbe Temperatur und derselbe Druck herrschen, daher darf man mir nicht das arbeitslos sich ausdehnende Gas vorhalten, für das diese Forderung nicht erfüllt ist. Swinburnes Hauptirrtum scheint darin zu bestehen, daß er glaubt, wenn $dQ = 0$ ist, daß dann auch $\int dQ : T = 0$ sein müsse. Sein Verfahren gleicht dem eines Knaben, der Euklyd nicht glauben will und sich an einem durch gespannte Schnüre gebildeten realen Dreieck beweist, daß das Quadrat der Hypothenuse größer ist als die Summe der Quadrate der Katheten."

S. Evershead. „Nach all diesen Erklärungen ist der Entropiebegriff ebenso dämmerig wie bisher." [Evershead stellt verschiedene Definitionen der Entropie zusammen, von welchen die wichtigste die folgende nach Maxwell-Tait ist: Entropie ist derjenige Teil der inneren Energie, welcher mittels einer idealen Maschine in Arbeit umgewandelt worden kann. So kommt denn die erstaunliche Tatsache zum Vorschein, daß Maxwell in den sieben ersten Auflagen seiner „Theory of heat" eine ähnliche vollkommen unzutreffende Deutung der Entropie gegeben und nach W. Robinson erst in der achten Auflage im Jahre 1885, S. 189 den Irrtum wahrgenommen hat.


Digitized by Google

Diese bedenklichen Enthüllungen bewogen den Herausgeber des „The Electrician“, sich an den bekannten angesehenen Gelehrten Sir Oliver Lodge zu wenden, der sich auf S. 560 wie folgt äußert:]

Sir Oliver Lodge. „Das Produkt aus Temperatur und Entropieänderung ist die dem Arbeitskörper mitgeteilte Wärme $Q = \int T dS$, wobei T (und p, v) sich auf den Arbeitskörper selbst bezieht, und nicht auf Dinge, die außerhalb des Körpers oder auch nur in Berührung mit ihm sind. In diesem Falle ist die Summe der Entropieänderungen für einen Körper, der in den Anfangszustand zurückkehrt, $= 0$. Versteht man unter T die Temperatur der Behälter, so ist die Summe größer oder kleiner als Null, je nach Definition. Bei solcher Rehandlung gehört die Entropie keinem bestimmten Einzelkörper, während sie eigentlich (properly speaking) einer bestimmten Menge Materie angehören sollte, gerade wie Volumen oder Dichte. Es ist ein Irrtum anzunehmen, daß Entropie nur bei irreversiblen Vorgängen zunehmen kann. Das einfachste Beispiel: isothermische Ausdehnung der Luft, ist vollkommen umkehrbar, aber nicht isentropisch. Entropie ändert sich bloß beim Wärmeübergang zu niederer Temperatur.“

[Hiermit war eine Bombe auch in das wissenschaftliche Lager geworfen, und zwei Größen allerersten Ranges, Planck und Poincaré, beeilen sich den Fehdehandschuh aufzunehmen.]

M. Planck (S. 694). „Sir Oliver Lodge spricht Ansichten über Thermodynamik aus, die ich seit meiner ersten Beschäftigung mit dieser Wissenschaft bekämpft habe. Herrn Swinburnes Erörterungen gehören zu den klarsten [?] Darlegungen der Sachlage, insbesondere wenn er schreibt, daß die Natur nie eine Veränderung unternimmt, es sei denn, daß ihren Interessen durch eine Vergrößerung der Entropie gedient werde, während die Menschen die von der Natur gestatteten Änderungen wieder so einzurichten bestrebt sein müssen, daß ihre Interessen, d. h. der Gewinn von Arbeit, so gut als möglich gefördert werden. Nur in bezug auf den Umstand, daß dS ein Differential ist, will ich bemerken, daß wir darunter in Deutschland nicht mehr und nicht weniger verstehen, als daß S bis auf eine Konstante vollkommen durch die jeweiligen Zustandskoordinaten bestimmt ist, und gerade weil dS ein Differential ist, $dQ : T$ aber nicht immer, kann auch dS nicht immer $dQ : T$ gleich sein.“

[Hierauf wiederholt Planck seine wohlbekannte Formulierung der Entropiezunahme.]

H. Poincaré (S. 688). [Gibt als Zusammenfassung einer sehr abstrakt mathematischen Darstellung folgende Sätze:] „Die Entropie ist eine Funktion der Koordinaten. Sie ist nicht zu definieren durch die Gleichung $dS = dQ : T$, welche Beziehung, einer anderen Betrachtungsart angehörend, nur für umkehrbare Änderungen zutrifft. Falls das Weltall als „isoliertes System“ betrachtet wird, kann es nie wieder in einen Zustand, den es inne hatte, zurückkehren, weil dann auch die Entropie, die eine Funktion der Koordinaten ist, den alten Wert wieder annehmen würde, während sie immer zunehmen muß.“

[Dieses Beharren der führenden Geister auf den Fundamenten des zweiten Hauptsatzes regt den mathematischen Physiker O. Heaviside zu folgender Anfrage an, deren zweifelnden, wenn auch nicht offen ausgesprochenen Grundton man deutlich herausempfinden wird.]

O. Heaviside (S. 735). „Ich möchte Prof. Planck gerne fragen, wie die ‚Interessen‘ der Natur aufgefaßt werden sollen, denen man nur durch Entropievermehrung dienen kann. Meine Ansichten sind etwas altmodisch, ich meine, daß in der Natur jeder nichtumkehrbare Vorgang mit einer Zerstreuung (Dissipation) der Energie verbunden ist, was genau dasselbe sagt als die Zunahme der Entropie. Diese subtile Größe hat entschieden etwas ‚Geisterhaftes‘ an sich und ist zu wandelbar, um als physikalischer Zustand zu gelten, auch wenn sie Funktion der Zustandskoordinaten ist. Plancks Ausdrucksweise würde eine Wahl seitens der Natur voraussetzen, aber die Natur hat keine Wahl, da nach Goethe nicht einmal Gott selbst den Gang der Natur ändern könnte, was ganz wissenschaftlich gesprochen ist. Übrigens erbringt die Diskussion den Beweis, daß die Ingenieure das Bedürfnis nach einer anschaulicheren Bezeichnung der Entropie empfinden.“

[Nachdem O. Lodge erklärte, daß sein Artikel eine mehr für Studenten bestimmte elementare Auseinandersetzung gewesen, und daß er mit Planck in allem einverstanden sei, antwortet dieser an die Adresse von Heaviside:]

M. Planck (S. 821). „Daß die Natur ein Interesse an der Entropievermehrung habe, will in meiner Auffassung nichts anderes besagen, als daß die Entropie in der Wirklichkeit immer zunimmt, ebenso wie die Energie immer unverändert bleibt. Die Frage, ob die Entropie etwas ‚Geisterhaftes‘ an sich hat, will ich nicht anschneiden, und bin ganz befriedigt durch die Gewißheit, daß die Entropie eine Größe ist, die ohne Zweideutigkeit gemessen werden kann. Wenn ein Gas arbeitslos expandiert, bleibt seine Energie trotz der Zunahme der Entropie unverändert. Wo ist also hier eine Zerstreuung von Energie? Man kann wohl, wie Rayleigh und Helmholtz getan haben, die Begriffe der ‚verfügbaren‘ oder ‚freien‘ Energie einführen, allein das Gesetz, das sich auf diese bezieht, gilt nur für isotherme Prozesse. Daher bleibt als allgemeines Maß der Nichtumkehrbarkeit nur die Zunahme der Entropie übrig.“

[Wir schließen den Bericht über diese denkwürdige Diskussion, die dem Studierenden eine gute Gelegenheit bieten dürfte, zu prüfen, ob er alle Seiten des Entropiebegriffes richtig erfaßt hat. Daß Planck selbst die Rolle der „freien Energie“ zu stark einengt, haben wir früher dargetan.]


Digitized by Google

Die Herleitung der Entropie aus dem Begriff der Wahrscheinlichkeit.

Wenn in diesem Werke nach wie vor die Entropie als Fundamentalbegriff beibehalten worden ist, so darf für den Leser, der Interesse an philosophischen Fragen nimmt, nicht verschwiegen werden, daß die moderne Richtung der Naturwissenschaft geneigt ist, die Entropie und mit ihr den zweiten Hauptsatz der Wärmelehre in einem höheren Begriff und Prinzip aufgehen zu lassen, indem sie beide auf die Wahrscheinlicheit des physikalischen Geschehens zurückführt. Im einzelnen ist die neue Auffassungsweise für „vollkommene" Gase, auf Grundlage der Atomhypothese vor allem von L. Boltzmann[1]) ausgearbeitet worden. Die Moleküle werden als nach einem gewissen Gesetz zentrale Kräfte aufeinander ausübende, und „elastische" Körper aufgefaßt, so daß bei allen Zusammenstößen, auch gegen die Wand, die gesamte kinetische Energie erhalten bleibt. Wie immer auch ein Anfangszustand gegeben war, so wird durch die unzähligen Zusammenstöße nach einer Zeit in hinlänglich großen Räumen ein Zustand der Beharrung entstehen, bei welchem die Dichte in allen Teilen dieselbe, aber die Bewegung eine „molekular ungeordnete" geworden ist, so daß an jeder Stelle das Vorkommen einer bestimmten Art von Zusammenstößen genau so wahrscheinlich ist als das der entgegengesetzten. Ändert man die äußeren Bedingungen, so sind für das gasförmige System neue Zustände möglich, und es ist eine erstaunliche Errungenschaft der rechnerischen Kunst, daß man die Wahrscheinlichkeit dieser Zustände auf Grund der möglichen Zusammenstöße der Moleküle in Zahlen angeben kann. Zum Schluß zeigt sich die nicht minder erstaunliche Tatsache, daß die thermodynamisch berechnete Entropie dem Logarithmus dieser Wahrscheinlichkeit proportional ist. Boltzmann hält es für sicher, daß das gleiche auch für flüssige und feste Körper wird ausgesagt werden können, sobald man geeignete Theorien ihrer molekularen Zusammensetzung aufgestellt hat. Wenn also jede Zustandsänderung mit einer Vermehrung der Entropie verbunden ist, so bedeutet das nichts anderes, als daß die Natur mit „Vorliebe" von unwahrscheinlicheren zu wahrscheinlicheren Zuständen fortschreitet.

Der zweite Wärmehauptsatz wäre hiernach eine einfache und notwendige Folge der Einführung der „statistischen" Betrachtungsweise, d. h. der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Atomhypothese in die Naturwissenschaft. Die Wahrscheinlichkeitstheorie wäre aber das Allgemeinere, Höhere, wie denn auch Planck mit ihrer Hilfe höchst wichtige Folgerungen auf einem ganz anderen Gebiete, der Lehre von der Strahlung, abgeleitet hat. Dieser bedeutende Physiker sieht daher in der neuen Betrachtungsweise einen Fortschritt[2]), der das physikalische Weltbild der Naturwissenschaft von antropomorphen Elementen, wie den Satz vom „Perpetuum mobile" zweiter Art, befreit. Letzterer beziehe sich so sehr auf das dem Menschen Erreichbare, auf die vom Fortschritte der Technik bedingte Ausführbarkeit von Maschinen und Prozessen, daß es nicht als letzte Form der Naturerkenntnis bestehen könne.

In dieser Stellungnahme kommt ein tiefreichender Unterschied der rein wissenschaftlichen und der technischen Forschung zum Ausdruck. Die reine Wissenschaft muß und darf dem Dienste des rein Geistigen leben; wir auf der technischen Seite müssen die Zeit in Betracht ziehen und auch im Erkennen mit dem geringsten Aufwand die größtmögliche Leistung anstreben, d. h. „wirtschaftlich" verfahren. Wir begegnen uns da in eigenartiger Weise mit einer modernen Richtung der Erkenntnistheorie, für die bekanntlich Mach das Prinzip der „Ökonomie"

[1]) Vorlesungen über Gastheorie, Leipzig 1896.

[2]) Die Einheit des physikalischen Weltbildes, Vortrag, Leipzig 1909.


Digitized by Google

als leitenden Gesichtspunkt aufgestellt hat, aber die beidseitige Auffassung ist doch eine verschiedene, und es sei uns an dieser Stelle gestattet, unsere Meinung über diese Frage auszusprechen.

Wir Ingenieure beugen uns vor der Gewalt der wirtschaftlichen Mächte, wenn wir auf die Verwendung zu abstrakter allgemeiner Methoden verzichten und in unseren Beweisen die wissenschaftliche Strenge zugunsten der leichten Faßlichkeit hintansetzen. Die reine Wissenschaft bleibt uns darum doch das Höhere; sie ist in grundlegenden Fragen unsere letzte Stütze und Leiterin, ein Gefilde der Seligen, in welches einzuziehen uns aber verwehrt ist. Wir können an eine Herrschaft der „Ökonomie" in ihrem Gebiete nicht glauben, und es war uns eine innere Erhebung, daß auch Planck in seiner obenerwähnten Studie mit nicht zu verkennender Bestimmtheit Stellung dagegen nimmt. Vielleicht legt Planck die Absichten Machs einseitig aus, aber wer je nur den allerkleinsten Funken einer neuen Erkenntnis nach mühsamer Arbeit aus dem Dunkel der Erscheinungen aufblitzen sah, wird ihm aus vollem Herzen beistimmen, daß der Forscher in seinem Ringen, das einem Kampfe um die Erhaltung gleichkommt, nichts Gemeinsames hat mit „sparsamer Verwertung geistiger Kräfte".[1]) Frohes Schenken, verschwenderische Hingabe war seit jeher das Kennzeichen des großen schöpferischen Geistes, und wenn Mach wohl das Prinzip mehr als nachträglich sichtende Methode, als Entscheidungsmittel zwischen sonst gleichwertigen Theorien aufgefaßt wissen will[2]), so stimmen wir auch hier Planck bei, daß man jede Bestrebung bekämpfen muß, diesen Grundsatz in den Mittelpunkt der Erkenntnislehre zu rücken. Der Gewinn einer neuen Einsicht, das Herausmeißeln eines neuen Gesetzes, die Erkenntnis neuer Zusammenhänge, mag die erste begriffliche Form noch so ungelenk und weitschweifig sein, sind an sich die primären und höchsten Errungenschaften, neben welchen nachträgliche Vereinfachungen, Abkürzungen nur als Leistungen zweiten Ranges eingeschätzt werden können.

Sobald also die Wahrscheinlichkeitsbetrachtung als logische Folge aus der durch anderweitige Tatsachen nahegelegten Atomtheorie sich unabweislich aufdrängt, wird die Wissenschaft die sehr verwickelten, zeitraubenden Gedankengänge Boltzmanns sich wohl sicher zu eigen machen, ob dies ökonomisch ist oder nicht.

Indem wir die umfassende Aussicht vom neu erklommenen Gipfel bewundern, bekennen wir auf der anderen Seite unverhohlen das Unbehagen darob, daß die Naturwissenschaft im Begriffe ist, uns als letzten Erklärungsgrund des Geschehens den blinden Zufall des Zusammenpralles ebenso blinder elastischer Kugeln aufzustellen. So hoch die Autoritäten sind, die dafür eintreten, darf man die Unbefangenheit nicht verlieren und diese Darstellung nicht für der Weisheit letzten Schluß ansehen. Die Physiker selbst leiden unter der Wucht der sich ergebenden Folgerungen. Im Lichte der Wahrscheinlichkeitslehre ist beispielsweise das Abströmen der Wärme vom heißen Körper zum kälteren nur enorm wahrscheinlich, aber keine Notwendigkeit mehr, d. h. wenn wir ungezählte Male den Versuch wiederholen, wird einmal auch das Entgegengesetzte vor sich gehen. Das Gesetz von der Vermehrung der Entropie würde also im großen Durchschnitt gelten, aber nicht immer. Boltzmann dehnt dies auf das Universum aus und läßt die Möglichkeit zu, daß einzelne Bereiche von der Ausdehnung unseres Sternenraumes („Einzelwelten") sich für Zeiten, die nach Äonen zählen (und doch winzig klein sind gegen die Dauer des Universums), in Zuständen mit abnehmender Wahrscheinlichkeit befinden können. In einer so beschaffenen „Einzelwelt" laufen die Zeit und mit ihr alle Ereignisse einfach zurück, was zwar noch vorstellbar, wenn

---

[1]) Mach, Prinzipien der Wärmelehre 1896, S. 391.

[2]) a. a. O., S. 394.


Digitized by Google

auch kaum glaublich ist. Was geschieht aber in einer Welt, wo ein Teil der Zustandsänderungen das alte, ein anderer das neue Gesetz befolgt, was ja nach der Theorie der Wahrscheinlichkeit als absonderlicher Wurf in jedem beliebigen Mischungsverhältnis vorkommen kann und vorkommen muß? Die Naturgeschichte einer solchen Welt ist wohl kaum ausdenkbar. Ohne auf dieses krasse Beispiel hinzudeuten, bemerkt Planck, daß man den Folgerungen Boltzmanns auf diesem Gebiet nicht zu folgen braucht, daß sie auch ausschließbar sind, wenn man die Hauptvoraussetzung der kinetischen Gastheorie, die „molekulare Unordnung" als immer und überall vorhanden ansieht. Dann könne der zweite Hauptsatz geradezu als das Prinzip der molekularen Unordnung bezeichnet werden und es müßte als Notwendigkeit, nicht als bloße Wahrscheinlichkeit angesehen werden, daß die Entropie unter allen Umständen zunimmt. Zwar wird hier die Unstimmigkeit durch eine „Annahme" überbrückt, doch werden wir immerhin in der Überzeugung bestärkt, daß unsere Entropietafeln ruhig weiter gebraucht werden dürfen.

Aber es taucht eine andere Schwierigkeit auf. Wenn die Entropie überall und ohne Unterlaß zunimmt, so wird schließlich alle mechanische, elektrische oder sonstige Arbeit und Arbeitsfähigkeit in Wärme umgewandelt, alle sichtbare Bewegung wird durch Reibung vernichtet und verflüchtigt sich in die Schwingungen der kleinsten Teilchen, es verschwinden alle Temperaturunterschiede und das ganze Weltall verfällt in nie wieder zu lösende Erstarrung: in den **Wärmetod.** Eine gewaltige Folgerung aus einem im kleinen gewonnenen Lehrsatz, gewissermaßen eine Extrapolation (der Zeit und dem Raume nach) ins Unendliche aus einem unendlich kurzen Bogenstück der Kurve der Naturgesetze. Da sie indes nicht auf die Phantasie, sondern auf die Lehren der exakten Wissenschaft begründet ist, wirkt sie wohl erschütternd auf den ernst Denkenden, der sie zum ersten Male vernimmt. Für meine jüngeren Leser, die vielleicht bei der nur objektiv sein wollenden, oft eisig kalten Kathederweisheit vergebens darüber Aufklärung gesucht haben, wie die Freiheits- und Glückstriebe unserer Seele mit diesem unerbittlichen Verdikt zu vereinbaren seien, mögen die nachfolgenden Betrachtungen angefügt werden.

Richtet man den Blick in die Zukunft, so erscheint der Wärmetod als eine zwar unseren Lebensinstinkten widersprechende, aber wissenschaftlich begründete Lösung. Nun aber braucht man nur zu fragen, wie es in unendlicher Vergangenheit gewesen ist, um wahrzunehmen, daß unser Erkenntnisvermögen vor einem Abgrund steht; die Entropie muß ja, je weiter wir zurückgehen, um so kleiner gewesen sein, und das bedeutet unendlich unwahrscheinliche Zustände, über alle Grenzen wachsende Temperaturunterschiede; wie sind diese entstanden? Die Welt unter dem Bilde einer Uhr, die, von unbekannt wem aufgezogen, abläuft, ohne sich wieder in Bewegung setzen zu können, ist als letztes Ergebnis der Naturforschung so unbefriedigend, daß bedeutende Naturforscher das Bedürfnis empfunden haben, sich mit diesen Fragen auseinanderzusetzen. Boltzmann[1]) nimmt an, daß das Weltall sich schon im Zustand des Wärmegleichgewichtes befinde, daß aber hier und da kleine Bezirke (= Einzelwelten) hiervon abweichen, und zwar ebenso häufig im Sinne zu- wie abnehmender Zustandswahrscheinlichkeit. Hiermit wäre der Wärmetod jeder Einzelwelt erklärt, ohne daß man für das ganze Universum die unbegreifliche, endlos nach einer Richtung vor sich gehende Entwicklung (Vermehrung der Gesamtentropie) vorauszusetzen braucht, die notwendig zu einem undenkbaren Anfang und einem ebensolchen Ende führt. Er sieht diese Erklärung geradezu für einen besonderen Vorteil der Wahrscheinlich-

[1]) Vorles. über Gastheorie, II. Bd., S. 257.


Digitized by Google

keitsbetrachtung an. Aber wir haben oben gesehen, um welchen Preis dieser Vorteil erkauft ist!

Arrhenius betrachtet in seinem „Werden der Welten"[1]) die Nebelflecke als die große Versickerungsquelle der Entropie, indem Moleküle oder Staubteile hoher Geschwindigkeit sich von der Nebelmasse loslösen und (ohne stichhaltigen Grund) an anderen Orten zu Körpern von hoher Temperatur zusammentreffen sollen, so zwar, daß im ganzen die Entropie abnimmt. Auf diese Weise sollte ein ewiger Kreislauf mit fortwährender Wiederverjüngung der Welt bestehen können. Einstein äußert sich auf mein Ansuchen wie folgt hierzu: Es sei ein vollständig auf sich angewiesenes System von Molekülen („Staubteilchen") gegeben, die Gravitationskräfte auf sich ausüben, wodurch zu einer bestimmten Zeit alle Moleküle in einem Raum V zusammengehalten werden. Infolge der molekularen Unordnung erhalten alsbald einige Moleküle so hohe Geschwindigkeit, daß sie aus dem Raum V hinausgeschleudert werden. Dieser Vorgang bringt aber keine Entropieverminderung mit sich, sondern im Gegenteil, die Gesamtentropie nimmt zu, solange das Abschleudern nicht durch wieder zurückkehrende Moleküle kompensiert wird. Die Vermehrung der Entropie wird also durch die spezielle kinetische Theorie von Gasen, die der Gravitation unterworfen sind, bestätigt; die Kreislauftheorie von Arrhenius fällt dahin. Planck[2]) führt den Fall der „kohärenten" Lichtstrahlen als Ausweg an, die, der nämlichen Lichtquelle entstammend, im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung voneinander nicht unabhängig sind und daher in solche Wechselwirkung treten können, daß die Temperatur des einen auf Kosten des anderen steigt, so daß die Summe der Entropie sinkt. Man könne die Existenz von Körpern nicht als unmöglich hinstellen, die aus unmeßbaren Entfernungen mit unserer Welt in „kohärente" Wirkung treten und die Entropie auf derselben vermindern könnten, wodurch die Gefahr des Wärmetodes für uns abgewendet würde.

Wenn sich also in den Kreisen der Wissenschaft die Überzeugung Bahn bricht, daß das Entropiegesetz, diese höchste Errungenschaft der Naturforschung, so ehern es für das kurze Geschehen gilt, welches wir auf unserer Erde überblicken, mit Rücksicht auf das Universum einer Ergänzung bedarf, so ist damit ein Beweis erbracht, daß die tiefsten Triebfedern unseres Erkennens nicht ökonomischer Natur sind, denn das „billigste" wäre gewiß, sich entweder mit dem Wärmetod und einer „Erschaffung" der Welt oder mit den bunten Zufallswelten Boltzmanns abzufinden. Die erneute Denkarbeit, die sich mit solchen Ergebnissen nicht zufrieden gibt, beweist weiterhin, eine wie große Unabhängigkeit uns noch im Urteilen über die letzten Grundlagen unseres Erkennens, also über das Leben des Geistes, geblieben ist.

Planck betont zwar mit Nachdruck, daß die Naturwissenschaft immer mehr Glauben an die Realität des von ihr aufgestellten Weltbildes haben dürfe, da dieses das menschlich Einseitige mehr und mehr abstreife und sich unabhängiger von dem Wandel der Zeit und der Völker erweise. Wir wollen die Welt nicht im geringsten mit Mach in die bloße Summe der Empfindungen, die wir wahrnehmen, auflösen, was nur ein schaler Zirkelschluß wäre, aus dem man nicht herauskommt, aber auch im Glauben an eine Realität außer uns, darf man für unser Weltbild auf das Primäre der geistigen Faktoren hinweisen. Das Weltbild, bedingt durch die Realität, ist schließlich, wie schon von anderen gesagt wurde, eine Art Anpassung unseres Intellektes an eben diese Realität, ein Kind, das hervorging aus der Vereinigung des Realen und Psychischen.

---

[1]) Leipzig 1907.

[2]) Die Einheit des phys. Weltbildes, S. 29.

Digitized by Google

Die modernen physikalischen Theorien, die höchststehende Erkenntnis, über die wir verfügen, zeigen nun, daß eine Auslegung der Tatsachen möglich ist, die früher für undenkbar gegolten hätte. Vor der in Boltzmann gipfelnden modernen Molekulartheorie war das Gesetz: die Wärme fließt (bei unmittelbarer Berührung) vom wärmeren Körper zum kälteren, eine induktive Notwendigkeit. Nun versetzen wir die Kausalität gewissermaßen aus dem Grobsinnlichen in den Mikrokosmos der Materie und eröffnen uns die Möglichkeit, das erwähnte Gesetz und sein diametrales Gegenteil, also die scheinbare Regellosigkeit naturwissenschaftlich streng zu begreifen. Die äußersten Folgerungen der Boltzmannschen Theorie müssen zunächst wohl abgelehnt werden, vielleicht weil die „statistische" Betrachtung, die heute bei der unendlichen Zahl der wirkenden Elemente allein durchführbar ist, am Ende doch nur der Schein der wahren Kausalität ist. Auch H. Poincaré spricht[1]) von der Wahrscheinlichkeit als dem „vagen Instinkt", dem man eigentlich mißtrauen müßte, der aber unentbehrlich ist. Im Rahmen dieser Vorbehalte, d. h. der Bedingtheit unseres Intellektes erblicken wir trotzdem in der modernen Molekulartheorie eine der größten Umwälzungen, die im Erkennen vor sich gingen. Die Kraft des Schlusses, daß nach tausend sich stets gleichbleibenden Beobachtungen ein Ereignis unter gleichen Umständen sich wieder einstellen müsse, ist gebrochen; die Methode der „logischen Induktion" hat keine Macht mehr im Gebiete der unmittelbaren Anschauung, sie muß sich verflüchtigen in das Gebiet der Atome, der tausendmal kleineren Elektronen, später in deren unmeßbar kleine Unterabteilungen. Wie wollen wir uns dann mit den groben Mitteln der alten Naturwissenschaft heranwagen an die so unendlich feineren Erscheinungen des geistigen Lebens? Wir wissen, daß unser Intellekt auf die in seinem eigenen Umkreis sich vollziehenden Wandlungen notwendigerweise die Gesetze des physikalischen Geschehens überträgt, daß wir unser Denken für determiniert halten müssen. Aber in welch vollendet veränderter Form wird uns wohl diese Tatsache der unmittelbaren inneren Anschauung später einmal erscheinen, wenn selbst die Kausalitätskette der anorganischen Welt so umstürzlerische Wandlungen erlebt? Ohne also an einer unbekannt wie gearteten Bestimmtheit letzten Endes zu zweifeln, können wir in einem anderen Sinne erklären: wir sind frei; wir sind nicht gezwungen dem Drucke vorzeitiger Folgerungen aus vergänglichen Formen der Naturgesetze (die biologischen einbegriffen) zu weichen. Es ist uns erlaubt zu lauschen den noch in keine Formel gebannten Tönen und Gesetzen, die aus den tiefsten Gründen des Seelenlebens in Gestaltungen künstlerischer und ethischer Art leise oder feurig emporrauschen.

---

[1]) La Science et l'Hypothèse, S. 6 u. 216f.

Digitized by Google

Alphabetisches Sach- und Namenverzeichnis.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Digitized by Google

Verlag von Julius Springer in Berlin.

Technische Wärmemechanik. Die für den Maschinenbau wichtigsten Lehren aus der Mechanik der Gase und Dämpfe und der mechanischen Wärmetheorie. Von Professor W. Schüle, Ingenieur, Oberlehrer an der Königl. Höheren Maschinenbauschule zu Breslau. Mit 118 Textfiguren und 4 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 9,—.

Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf. Von Dr. R. Mollier, Professor an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 2 Diagrammtafeln. Preis M. 2,—.

Bestimmungen des Maximalwertes des thermodynamischen Wirkungsgrades und der günstigsten Stufenzahl bei Dampfturbinen. Von Dr.-Ing. A. Wenger, Oberingenieur. Mit 18 Textfiguren und 2 lithogr. Tafeln. Preis M. 3,—.

Thermodynamische Rechentafel (für Dampfturbinen) von Dr.-Ing. R. Proell. Mit Gebrauchsanweisung. In Rolle Preis M. 2,50.

Die Thermodynamik der Dampfmaschinen. Von Fritz Krauß, Ingenieur, behördlich autorisierter Inspektor der Dampfkessel-Untersuchungs- und Versicherungs-Gesellschaft in Wien. Mit 17 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Kondensation. Ein Lehr- und Handbuch über Kondensation und alle damit zusammenhängenden Fragen, einschließlich der Wasserrückkühlung. Für Studierende des Maschinenbaues, Ingenieure, Leiter größerer Dampfbetriebe, Chemiker und Zuckertechniker. Von F. J. Weiß, Zivilingenieur in Basel. Zweite, ergänzte Auflage. Bearbeitet von E. Wiki, Ingenieur in Luzern. Erscheint im Sommer 1910.

Die Berechnung der Luftpumpen für Oberflächenkondensationen unter besonderer Berücksichtigung der Turbinenkondensationen. Von Dr.-Ing. Karl Schmidt, Diplom-Ingenieur. Mit 68 Textfiguren. Preis M. 4,80.

Technische Messungen bei Maschinen-Untersuchungen und im Betriebe. Zum Gebrauch in Maschinenlaboratorien und in der Praxis. Von Prof. Dr.-Ing. Anton Gramberg, Dozent an der Technischen Hochschule Danzig. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 223 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Technische Untersuchungsmethoden zur Betriebskontrolle, insbesondere zur Kontrolle des Dampfbetriebes. Zugleich ein Leitfaden für die Arbeiten in den Maschinenlaboratorien technischer Lehranstalten. Von Ingenieur Julius Brand, Oberlehrer der Kgl. Vereinigten Maschinenbauschulen zu Elberfeld. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 301 Textfiguren, 2 lithogr. Tafeln und zahlreichen Tabellen. In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Anleitung zur Durchführung von Versuchen an Dampfmaschinen und Dampfkesseln. Zugleich Hilfsbuch für den Unterricht in Maschinenlaboratorien technischer Schulen. Von Franz Seufert, Ingenieur, Oberlehrer an der Kgl. Höheren Maschinenbauschule zu Stettin. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 40 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 2,—.

Generator-, Kraftgas- und Dampfkesselbetrieb in bezug auf Wärmeerzeugung und Wärmeverwendung. Eine Darstellung der Vorgänge, der Untersuchungs- und Kontrollmethoden bei der Umformung von Brennstoffen für den Generator-, Kraftgas- und Dampfkesselbetrieb. Von Paul Fuchs, Ingenieur. Zweite Auflage von „Die Kontrolle des Dampfkesselbetriebes". Mit 42 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Digitized by Google

Verlag von Julius Springer in Berlin.

Entwerfen und Berechnen der Dampfmaschinen. Ein Lehr- und Handbuch für Studierende und angehende Konstrukteure. Von Heinrich Dubbel, Ingenieur. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 427 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Hilfsbuch für Dampfmaschinen-Techniker. Herausgegeben von Joseph Hrabák, k. und k. Hofrat, emer. Professor an der k. und k. Bergakademie in Přibram. Vierte, bedeutend erweiterte Auflage. In drei Teilen. Mit Textfiguren.
In drei Leinwandbände gebunden Preis M. 20,—.

Die Steuerungen der Dampfmaschinen. Von Carl Leist, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin. Zweite, sehr vermehrte und umgearbeitete Auflage, zugleich als fünfte Auflage des gleichnamigen Werkes von E. Blaha. Mit 553 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Die Regelung der Kraftmaschinen. Berechnung und Konstruktion der Schwungräder, des Massenausgleichs und der Kraftmaschinenregler in elementarer Behandlung. Von Professor Max Tolle, Privatdozent an der Technischen Hochschule in Karlsruhe. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 463 Textfiguren und 19 Tafeln.
In Leinwand gebunden Preis M. 26,—.

Technische Schwingungslehre. Einführung in die Untersuchung der für den Ingenieur wichtigsten periodischen Vorgänge aus der Mechanik starrer, elastischer, flüssiger und gasförmiger Körper sowie aus der Elektrizitätslehre. Von Dr. Wilhelm Hort, Dipl.-Ing. Mit 87 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 6,40.

Das Entwerfen und Berechnen der Verbrennungsmotoren. Handbuch für Konstrukteure und Erbauer von Gas- und Ölkraftmaschinen. Von Hugo Güldner, Oberingenieur, Direktor der Güldner-Motoren-Gesellschaft. Dritte, umgearbeitete Auflage. In Vorbereitung.

Die Gasmaschine. Ihre Entwicklung, ihre heutige Bauart und ihr Kreisprozeß. Von R. Schöttler, Geh. Hofrat, o. Professor an der Herzogl. Technischen Hochschule zu Braunschweig. Fünfte, umgearbeitete Auflage. Mit 622 Figuren im Text und auf 12 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 20,—.

Großgasmaschinen. Ihre Theorie, Wirkungsweise und Bauart. Von Heinrich Dubbel, Ingenieur. Mit 400 Textfiguren und 6 Tafeln.
In Leinwand gebunden Preis M. 10,—.

Formeln und Tabellen der Wärmetechnik. Zum Gebrauch bei Versuchen in Dampf-, Gas- und Hüttenbetrieben. Von Paul Fuchs, Ingenieur.
In Leinwand gebunden Preis M. 2,—.

Die Dampfkessel. Ein Lehr- und Handbuch für Studierende technischer Hochschulen, Schüler höherer Maschinenbauschulen und Techniken, sowie für Ingenieure und Techniker. Bearbeitet von Professor F. Tetzner, Oberlehrer an den Kgl. Vereinigten Maschinenbauschulen zu Dortmund. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 149 Textfiguren und 38 lithogr. Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Heizung und Lüftung von Gebäuden. Ein Lehrbuch für Architekten, Betriebsleiter und Konstrukteure. Von Professor Dr.-Ing. Anton Gramberg, Dozent an der Königlichen Technischen Hochschule in Danzig-Langfuhr. Mit 236 Figuren im Text und auf 3 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Digitized by Google

Verlag von Julius Springer in Berlin.

Rohrleitungen. Herausgegeben von der Gesellschaft für Hochdruckrohrleitungen, Berlin. Mit Preis-, Gewichts- u. Maßtabellen M. 10,—. Ohne Preis-, Gewichts- u. Maßtabellen M. 8,—.

Berechnen und Entwerfen der Schiffskessel. Unter besonderer Berücksichtigung der Feuerrohr-Schiffskessel. Ein Lehr- und Handbuch für Studierende, Konstrukteure, Überwachungsbeamte, Schiffsingenieure und Seemaschinisten. In Gemeinschaft mit Dipl.-Ing. Hugo Buchholz, Geschäftsführer des Verbandes technischer Schiffsoffiziere, herausgegeben von Prof. Hans Dieckhoff, Technischer Direktor der Woermann-Linie und der Deutschen Ost-Afrika-Linie, vordem etatsmäßiger Professor an der Königlichen Technischen Hochschule zu Berlin. Mit 96 Textabbildungen und 18 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Johows Hilfsbuch für den Schiffbau. Dritte vollständig umgearbeitete Auflage, herausgegeben von Eduard Krieger, Geheimer Marine-Baurat. Mit 450 Textfiguren, 13 Tafeln und einer Schiffsliste. Erscheint im Sommer 1910.

Die Pumpen. Berechnung und Ausführung der für die Förderung von Flüssigkeiten gebräuchlichen Maschinen. Von Konrad Hartmann und J. O. Knoke. Dritte, neubearbeitete Auflage von H. Berg, Professor an der Technischen Hochschule zu Stuttgart. Mit 704 Textfiguren und 14 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 18,—.

Die Zentrifugalpumpen mit besonderer Berücksichtigung der Schaufelschnitte. Von Dipl.-Ing. Fritz Neumann. Mit 135 Textfiguren und 7 lithographierten Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Die Theorie der Wasserturbinen. Ein kurzes Lehrbuch von Rudolf Escher, Professor am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich. Mit 242 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 8,—.

Wasserkraftmaschinen. Ein Leitfaden zur Einführung in Bau und Berechnung moderner Wasserkraft-Maschinen und -Anlagen. Von Dipl.-Ing. L. Quantz, Oberlehrer an der Kgl. Höheren Maschinenbauschule zu Stettin. Mit 130 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 3,60.

Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen. I. Teil: Rohrleitungen. Von Lorenzo Alliévi. Deutsche, erläuterte Ausgabe, bearbeitet von Robert Dubs und V. Bataillard. II. Teil: Stollen und Wasserschloß. Von Robert Dubs. Mit 35 Textfiguren. In einem Bande. Preis M. 10,—.

Die Entwicklung der Dampfmaschine. Eine Geschichte der ortsfesten Dampfmaschine und der Lokomobile, der Schiffsmaschine und Lokomotive. Im Auftrage des Vereins deutscher Ingenieure bearbeitet von Conrad Matschoß. Zwei Bände. Mit 1853 Textfiguren und 38 Bildnissen. Preis in Leinwand gebunden M. 24,—; in Halbleder gebunden M. 27,—.

Beiträge zur Geschichte der Technik und Industrie. Jahrbuch des Vereines deutscher Ingenieure. Herausgegeben von Conrad Matschoß. Erster Band 1909. Mit 247 Textfiguren und 5 Bildnissen. Preis M. 8,—; in Leinwand gebunden M. 10,—.

Darmstaedters Handbuch zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik. In chronologischer Darstellung. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Unter Mitwirkung von Professor Dr. R. du Bois-Reymond und Oberst z. D. C. Schaefer herausgegeben von Professor Dr. L. Darmstaedter. In Leinwand gebunden Preis M. 16,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Digitized by Google

Die Entropietafel für Luft und ihre Verwendung zur Berechnung der Kolben- und Turbo-Kompressoren. Von Prof. P. Ostertag in Winterthur. Mit 11 Textfiguren und 2 lithographischen Tafeln. Preis M. 2,80.

Die Gebläse. Bau und Berechnung der Maschinen zur Bewegung, Verdichtung und Verdünnung der Luft. Von A. v. Ihering. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 522 Textfiguren und 11 Tafeln. In Leinwand geb. Preis M. 20,—.

Hilfsbuch für den Maschinenbau. Für Maschinentechniker sowie für den Unterricht an technischen Lehranstalten. Von Professor Fr. Freytag, Lehrer an den Technischen Staatslehranstalten zu Chemnitz. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 1041 Textfiguren und 10 Tafeln.
In Leinwand gebunden Preis M. 10,—; in Leder gebunden M. 12,—.

Elastizität und Festigkeit. Die für die Technik wichtigsten Sätze und deren erfahrungsmäßige Grundlage. Von Dr.-Ing. C. Bach, Königl. Württ. Baudirektor, Professor des Maschinen-Ingenieurwesens an der Königl. Techn. Hochschule Stuttgart. Sechste vermehrte Auflage. In Vorbereitung.

Festigkeitslehre nebst Aufgaben aus dem Maschinenbau und der Baukonstruktion. Ein Lehrbuch für Maschinenbauschulen und andere technische Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht und für die Praxis. Von Ernst Wehnert, Ingenieur und Lehrer an der Städt. Gewerbe- und Maschinenbauschule in Leipzig.
I. Band: Einführung in die Festigkeitslehre. Mit 231 Textfiguren.
In Leinwand gebunden M. 6,—.
II. Band: Zusammengesetzte Festigkeitslehre. Mit 142 Textfiguren.
In Leinwand gebunden M. 7,—.

Aufgaben aus der technischen Mechanik. Von Professor F. Wittenbauer.
I. Allgemeiner Teil. 770 Aufgaben nebst Lösungen. Mit zahlreichen Textfiguren.
Preis M. 5,—; in Leinwand gebunden M. 5,80.
II. Teil: Festigkeitslehre. 545 Aufgaben nebst Lösungen. Mit 457 Textfiguren.
Preis M. 6.—; in Leinwand gebunden M. 6,80.
III. Teil: Flüssigkeiten und Gase. Erscheint im Herbst 1910.

Die Hebezeuge. Theorie und Kritik ausgeführter Konstruktionen mit besonderer Berücksichtigung der elektrischen Anlagen. Ein Handbuch für Ingenieure, Techniker und Studierende. Von Ad. Ernst, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule in Stuttgart. Vierte, neubearbeitete Auflage. Drei Bände. Mit 1486 Textfiguren und 97 lithogr. Tafeln. In 3 Leinwandbände gebunden Preis M. 60,—.

Hebemaschinen. Eine Sammlung von Zeichnungen ausgeführter Konstruktionen mit besonderer Berücksichtigung der Hebemaschinen-Elemente. Von Ingenieur C. Bessel, Oberlehrer an der Kgl. Höh. Maschinenbauschule Altona. 6 Seiten Text und 34 Blatt Zeichnungen. In Leinwand gebunden Preis M. 6,—.

Die Förderung von Massengütern. Von Georg v. Hanffstengel, Leipzig, Dipl.-Ing., Privatdozent an der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin.
I. Band: Bau und Berechnung der stetig arbeitenden Förderer. Mit 414 Textfiguren.
Preis M. 7,—; in Leinwand gebunden M. 7,80.
II. Band: Förderer für Einzellasten. Mit 445 Textfiguren.
Preis M. 8,—; in Leinwand gebunden M. 8,80.

Das praktische Jahr des Maschinenbau-Volontärs. Ein Leitfaden für den Beginn der Ausbildung zum Ingenieur. Von Dipl.-Ing. F. zur Nedden. Mit 4 Textfiguren. Preis M. 4,—; in Leinwand gebunden M. 5,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Digitized by Google

Digitized by Google

89089673321

B89089673321A

Digitized by Google